



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

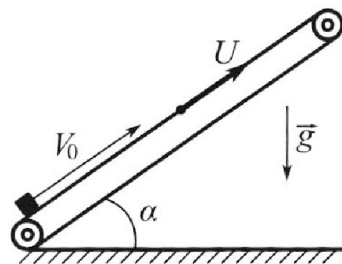
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

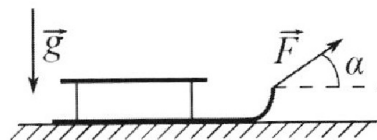
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

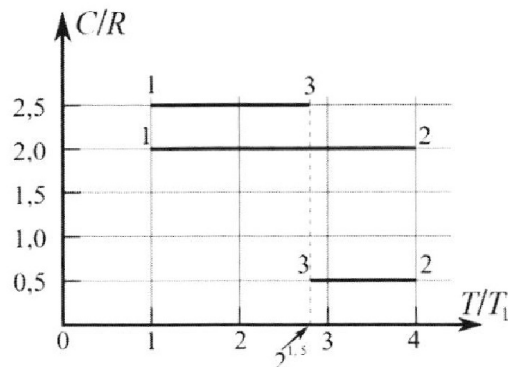


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

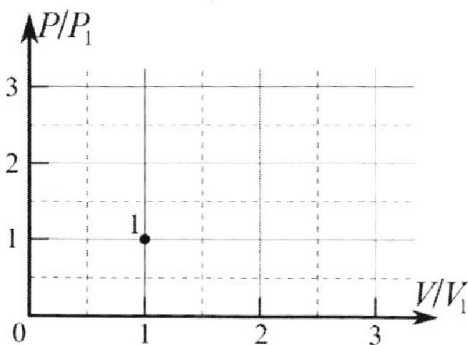
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



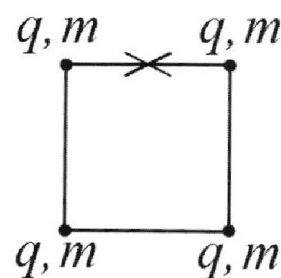
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Докажем формулу $V_{\min}^2 = g(h + \sqrt{h^2 + S^2})$

Пренебрежим перемещениями и скоростями

Δ скоростей: $S = \frac{V_0 \cdot V_k \cdot \sin(\alpha)}{g}$

$$S = \frac{gt \cdot \frac{S}{t}}{2} = \frac{gS}{2}$$

$$S \neq 0 \quad gS = V_0 V_k \sin(\alpha)$$

при $S = \max$ $\sin(\alpha) = \max \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow V_0 \perp V_k$ (при $V_0 = \min$)

$$V_0 V_k = gS$$

из 3 сз: $V_0^2 = V_k^2 + 2gh$

$$V_k^2 = V_0^2 - 2gh$$

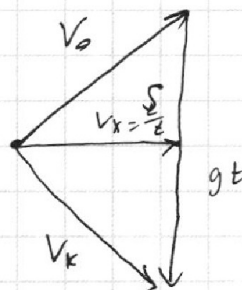
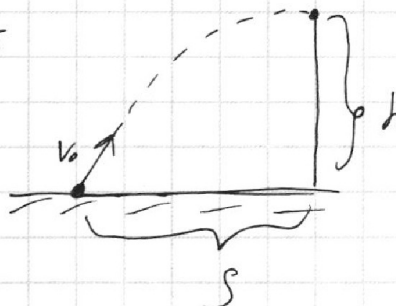
$$V_0 \sqrt{V_0^2 - 2gh} = gS$$

$$V_0^2 (V_0^2 - 2gh) = g^2 S^2; \quad V_0^4 - V_0^2 \cdot 2gh - g^2 S^2 = 0$$

$$V_0^2_{1,2} = \frac{2gh \pm \sqrt{4g^2 h^2 + 4g^2 S^2}}{2} = gh \pm g\sqrt{h^2 + S^2}$$

при $S \rightarrow \infty: V_0 \rightarrow \infty$ а не $-\infty \Rightarrow V_{0\min} = gh + g\sqrt{h^2 + S^2}$

$\Rightarrow$ формула справедлива

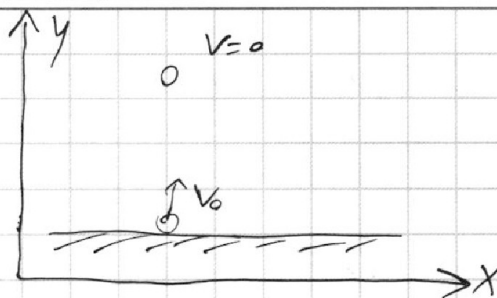


1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓1



1) Закон движения ось y

$$h = V_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

$$V_y = V_0 - g t$$

Если мяч на макс высоте, то $V_y = 0$

$$V_0 = g T$$

$$V_0 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ м/с}$$

h - высота

t - время

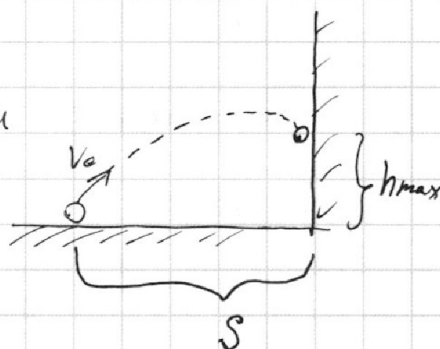
V_y - вертикальная компонента скорости

начальная

2) Есть формула для минимальной скорости

для попадания в цель по координатам (R, S)
 (S, h)

$$V_{\min}^2 = g(h + \sqrt{h^2 + S^2})$$



Если V_0 , g , S заданы, то мы можем максимизировать.

функцию высоты { в этой формуле она уже максимизирована }

$$g T^2 = h + \sqrt{h^2 + S^2} ; \quad g T^2 = h + \sqrt{h^2 + S^2} \quad |^{12}$$

$$g^2 T^4 = h^2 + h^2 + S^2 + 2h\sqrt{h^2 + S^2} = 2h^2 + S^2 + 2h\sqrt{h^2 + S^2}$$

$$g^2 T^4 - S^2 = 2h(h + \sqrt{h^2 + S^2}) \Rightarrow 2h = \frac{g^2 T^4 - S^2}{g T^2}$$

$$h_{\max} = \frac{1}{2} \left(g T^2 - \frac{S^2}{g T^2} \right) = \frac{1}{2} \left(10 \cdot 4 - \frac{400}{40} \right) = \frac{1}{2} (40 - 10) = 15 \text{ м}$$

Ответ: $V_0 = g T = 20 \text{ м/с}$

$$h_{\max} = \frac{1}{2} \left(g T^2 - \frac{S^2}{g T^2} \right) = 15 \text{ м}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Подставим численные значения

$$V_0 = 4 \text{ м/с} \quad \mu = \frac{1}{3} \quad \sin \alpha = 0,8 \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$$

$$u = 2 \text{ м/с} \quad g = 10 \text{ м/с}^2 \quad S = 1 \text{ м}$$

$$a_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -10 \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \right) = -10 \text{ м/с}^2$$

$$a_2 = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = 10 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \right) = -\frac{3}{5} \cdot 10 = -6 \text{ м/с}^2$$

$$T = t_1 = -\frac{V_0}{a_1} - \sqrt{\frac{V_0^2}{a_1^2} + \frac{2S}{a_1}} = \frac{4}{10} - \sqrt{\frac{16}{100} - \frac{20}{100}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ~~тут~~ ~~мы~~ ~~не~~ ~~знаем~~ ~~как~~ ~~решить~~ ~~эту~~ ~~задачу~~ ~~по~~ ~~тому~~ ~~как~~ ~~тело~~ ~~придет~~ ~~к~~ ~~точке~~ ~~S~~ ~~=~~ ~~1~~ ~~м~~ ~~он~~ ~~не~~ ~~придет~~ ~~моменту~~ ~~когда~~ ~~V~~ ~~=~~ ~~0~~

$$\text{До разворота приз падает на расстояние } L = \frac{V_0^2 - 0}{-2a_1} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ м}$$

$$t_1 = \frac{V_0}{-a_1} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ с}$$

После разворота аналогично расчетам пункта 3 $a_2 = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$

$$S - L = -\frac{V_k^2}{2a_2} \Rightarrow V_k^2 = 2a_2(S - L) = 2a_2 \left(S - \frac{V_0^2}{2a_1} \right) = 2 \cdot 6 \cdot 0,2 = \frac{12}{5}$$

$$\text{3-й пункт: } -V = 0 + a_2 t_2 = V_k; \quad t_2 = -\frac{V_k}{a_2} = \frac{\sqrt{2a_2(S - \frac{V_0^2}{2a_1})}}{a_2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2(S - \frac{V_0^2}{2a_1})}{-a_2}}$$

Ответы:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{V_0}{a_1} + \sqrt{\frac{2(S - \frac{V_0^2}{2a_1})}{-a_2}} = 0,4 \text{ с} + \sqrt{\frac{2(1 - 0,8)}{6}} =$$

$$= 0,4 \text{ с} + \sqrt{\frac{4}{60}} = \boxed{0,4 \text{ с} + \frac{1}{\sqrt{15}} \text{ с}}$$

Пункты 1 и 2

$$L_1 = \frac{V_0(u - V_0)}{a_1} + \frac{(u - V_0)^2}{2a_1} = \frac{4 \cdot 2}{10} - \frac{4}{20} = \frac{8}{10} - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{3}{5} \text{ м}}$$

$$u = (L_1 + L_2) \sin \alpha; \quad L_2 = \frac{u^2}{-2a_2} = \frac{4}{2 \cdot 6} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$u = (L_1 + L_2) \sin \alpha = \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) \cdot 0,8 = \frac{8+5}{15} \cdot 0,8 = \frac{14}{15} \cdot \frac{4}{5} = \boxed{\frac{56}{75} \text{ м}}$$

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2 (продолжение)

3-й движение:

$$L(t) = V_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}$$

Подставим $t = \frac{U - V_0}{a_1}$

$$L_{\text{сп}} = V_0 t + \frac{V_0(U - V_0)}{a_1} + \frac{a_1}{2} \frac{(U - V_0)^2}{a_1^2} = \frac{V_0(U - V_0)}{a_1} + \frac{(U - V_0)^2}{2a_1}$$

где $a_1 = -g(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))$

Когда $V = U$:

будем ли тело дальше ехать с $V = U$?

Если да, то $a = 0$:

II закон: $0 = mg \sin(\alpha) - F_{\text{тр}}$

$$F_{\text{тр}} = mg \sin(\alpha)$$

$$mg \sin(\alpha) = m \cdot 10 \cdot 0.8 = 8 \text{ м}$$

$$F_{\text{тр max}} = \mu mg \cos(\alpha) = m \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \cos(\alpha) = \frac{10}{3} m \cos(\alpha)$$

$$F_{\text{тр max}} < mg \sin(\alpha) \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ груз не будет в равновесии

До момента, когда $V = U$ тело пройдет L (из пункта 2)

Получе: $V_0 < U$

II закон: $N = mg \cos(\alpha); F_{\text{тр}} = \mu N$

II закон: $ma = F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$

$$a_2 = g(\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha)) < 0$$

3-й движение:

$$V_x = \frac{V_0}{u} + a_2 t \neq 0$$

$$U = a_2 t$$

$$t = \frac{U}{a_2}$$

$$a_2 = g(\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha))$$

3-й движение:

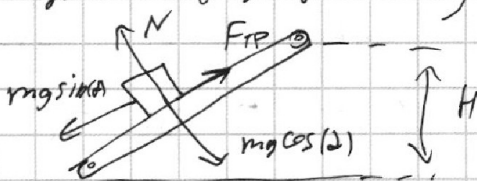
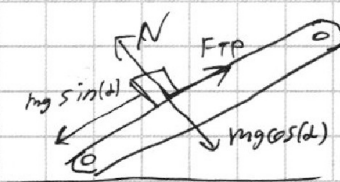
$$L(t) = U t + \frac{a_2 t^2}{2}$$

$$L_{\text{сп}} = \frac{V_0^2 - V_x^2}{-2a_2} = \frac{U^2 - 0}{-2a_2} = -\frac{U^2}{2a_2}$$

$$H = \sum L_x \cdot \sin(\alpha) = (L_1 + L_2) \sin(\alpha) = \left(-\frac{U^2}{2a_2} + \frac{V_0(U - V_0)}{a_1} + \frac{(U - V_0)^2}{2a_1} \right) \cdot \sin(\alpha)$$

где $a_1 = -g(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))$

$$a_2 = g(\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha))$$



1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① Первый опыт

II закон на ось y:

$$0 = N - mg \cos(\alpha);$$

$$N = mg \cos(\alpha)$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos(\alpha)$$

II закон ось x: $ma = -mg \sin(\alpha) - F_{\text{тр}} = -mg \sin(\alpha) - \mu mg \cos(\alpha)$

$$a_x = -g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha) \quad \text{численно } a_x = -g$$

3-й закон движения по оси x:

$$V_x(t) = V_0 + at = V_0 - g t \sin(\alpha) - \mu g t \cos(\alpha)$$

$$S_x(t) = V_0 t + \frac{a_x t^2}{2}; \quad -\frac{a_x t^2}{2} - V_0 t + S = 0$$

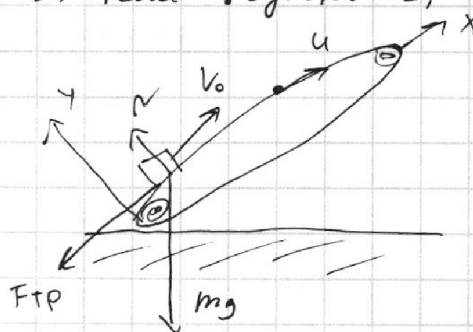
$$t^2 + \frac{2V_0}{a_x} t - \frac{2S}{a_x} = 0; \quad t_{1,2} = \frac{-\frac{2V_0}{a_x} \pm \sqrt{\frac{4V_0^2}{a_x^2} + \frac{8S}{a_x}}}{2}$$

$$t_{1,2} = -\frac{V_0}{a_x} \pm \sqrt{\frac{V_0^2}{a_x^2} + \frac{2S}{a_x}}$$

$$T = t_1 = -\frac{V_0}{a_x} + \sqrt{\frac{V_0^2}{a_x^2} + \frac{2S}{a_x}}$$

$$\text{где } a_x = -g(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))$$

t_2 соответствует
обратному движению $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ нам нужно t_1



② Второй опыт

II закон: $N = mg \cos(\alpha)$

II закон:

$$ma = -mg \sin(\alpha) - \mu N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_x = -g(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))$$

3-й закон движения: $V_x = V_0 + a_x t;$

$$V_x = u = V_0 + a_x t; \quad t = \frac{u - V_0}{a_x}$$

это верно при $V \geq u$ т.е. $V_{\text{нач}} > 0$

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



① Первый случай

3-й движения:

$$V_x = at$$

II зк ось x: $ma = F \cos(\alpha) - \mu N$

II зк ось y: $0 = N + F \sin(\alpha) - mg$; $N = mg - F \sin(\alpha)$

$$ma = F \cos(\alpha) - \mu mg + \mu F \sin(\alpha) = F(\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)) - \mu mg$$

N - сила реакции опоры
 m - масса саней
 a - ускорение



② Второй случай

II зк: $ma = F - \mu N$

II зк: $0 = N - mg$; $N = mg$

$$ma = F - \mu mg$$

3-й движения: $V_x = at$ Т.е. V_x одинаковые? $\Rightarrow$ а тогда

$$F - \mu mg = F(\cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)) - \mu mg$$

$$1 - \mu \sin(\alpha) = \cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha); \quad \mu \sin(\alpha) = 1 - \cos(\alpha)$$

$$\mu = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

③

Санки останавливаются, когда $V_x = 0$

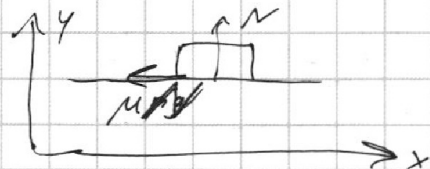
3-й движения: $V_x = V_0 + at$

II зк: $\mu N = -ma$

II зк: $N = mg$ $\mu mg = -ma$; $a = -\mu g$

$$V_0 - \mu g t = 0; \quad t = \frac{V_0}{\mu g} = \frac{V_0 \sin(\alpha)}{g(1 - \cos(\alpha))}$$

Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ $T = \frac{V_0 \sin(\alpha)}{g(1 - \cos(\alpha))}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_H} = \frac{A_r}{Q_H}$$

Q_x — это тепло передаваемое от системы

Q_H — тепло передаваемое системе

~~$$dA_{23} = -VR \delta T \Rightarrow A_{23} = -VR \Delta T \quad \Delta T = -T_1(4 - 2^{1,5})$$~~

~~$$A_{23} = VR(4 - 2^{1,5})T_1$$~~

~~$$A_{12} =$$~~

Q_H Система получает тепло только в $(1-2)$

И КТД: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = Q_H$

или $\frac{P_i}{V_i} = \text{const} = \frac{P}{V}$
 $P = \frac{P_i}{V_i} V$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} VR \Delta T = \frac{9}{2} VRT_1$$

$$A_{12} = \int P dV =$$

$$Q_{12} = 9,5 VRT_1 + 1,5 VRT_1 = \boxed{6 VRT_1}$$

$$= \int_{V_1}^{2V_1} \frac{P_i}{V_i} V dV = \frac{P_i}{V_i} \frac{(2V_1)^2 - V_1^2}{2} =$$

$$= \frac{P_i}{V_i} \cdot \frac{3V_1^2}{2} = 1,5 P_i V_1$$

$$Q_x = Q_{23} + Q_{31}$$

$$Q_{23} = \cancel{A_{23}} + \Delta U_{23} = C_{23} V \Delta T = 0,5 RV(2^{1,5} - 4) T_1$$

$$= 0,5(2^{1,5} - 4) VRT_1; \quad |Q_{23}| = (2 - \sqrt{2}) VRT_1$$

$$\boxed{1,5 VRT_1}$$

$$Q_{31} = C V \Delta T_1 = 2,5 VR(T_1 - 2^{1,5} T_1); \quad |Q_{31}| = (2^{1,5} - 1) \cdot 2,5 VRT_1$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_H} = 1 - \frac{Q_{31} + Q_{23}}{Q_{12}} = \frac{6 VRT_1}{2,5(2^{1,5} - 1) + 0,5(2^{1,5} - 4)}$$

$$= 1 - \frac{2,5(2^{1,5} - 1) + (2 - \sqrt{2})}{6} = 1 - \frac{2,5 \cdot 2^{1,5} - 0,5 - \sqrt{2}}{6}$$

Ответ: $\eta = 1 - \frac{2,5 \cdot 2^{1,5} - 0,5 - \sqrt{2}}{6}$

$$A_{12} = 1,5 VRT_1 = 1,5 \cdot 8,31 \cdot 400 = \boxed{600 \cdot 8,31} \approx 5000 \text{ Дж}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 (продолжение)

Построим сначала график

из пункта 1 $P_2 = 2P_1$
 $V_2 = 2V_1$

$\frac{P}{V} = \text{const} \Rightarrow$ это прямая

Процесс 2-3

$PV^2 = \text{const}$

Клапейрон + уравнение состояния

$$\frac{2P_1}{P_2} \cdot \frac{2V_1}{V_2} = \sqrt{RT_2} \quad ; \quad P_1 V_1 = \sqrt{RT_1}$$

$$P_3 V_3 = \sqrt{RT_3} = 2^{1.5} \sqrt{RT_1}$$

$$\frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 2^{1.5}$$

$$P_3 V_3^2 = (2P_1) \cdot (2V_1)^2; \quad P_3 V_3^2 = 8P_1 V_1^2 \quad \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 8 \frac{V_1}{V_3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_3}$$

$$2^{1.5} = 8 \frac{V_1}{V_3}; \quad V_3 = \frac{2^3}{2^{1.5}} V_1 = 2^{1.5} V_1$$

$$P_3 V_3^2 = 8P_1 V_1^2; \quad P_3 \cdot (2^{1.5} V_1)^2 = 8P_1 V_1^2;$$

$$P_3 \cdot 2^3 = 8P_1; \quad P_3 = P_1$$

$$P_3 V_3^2 = \text{const}; \quad P = \frac{\text{const}}{V^2}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_H} = \frac{A_T}{Q_H}$$

I КТО для 2-3: $Q = \Delta u + A$

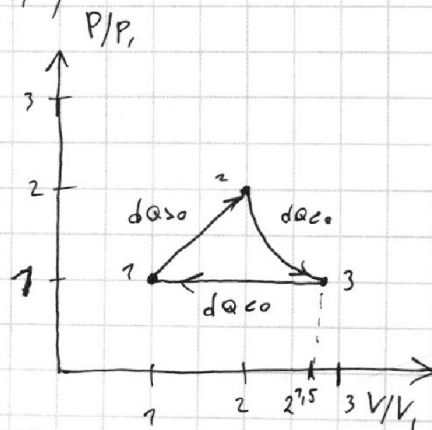
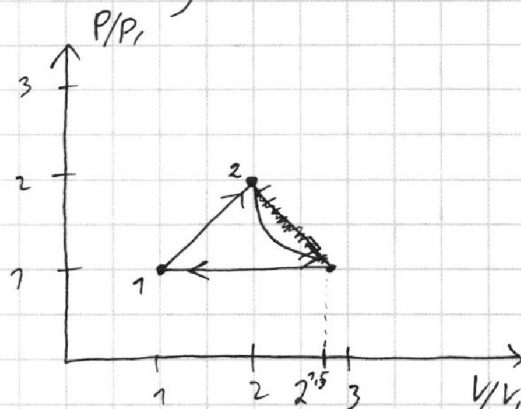
$$dQ = du + dA$$

$$du = \frac{3}{2} \nu R dT$$

$$dQ = C \cdot \nu dT = 0.5 \nu R dT$$

$$0.5 \nu R dT = 1.5 \nu R dT + dA; \quad dA = -\nu R dT$$

$$dQ = \frac{3}{2} \nu R dT + dA = \frac{3}{2} \nu R dT - \nu R dT = 0.5 \nu R dT, \text{ но } T \text{ уменьшается} \Rightarrow dQ < 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

Т.к. газ одноатомный $\Rightarrow i = 3$ (степени свободы)

$C = \text{const}$ в политропных процессах т.е. $PV^n = \text{const}$

$$C = \frac{iR}{2} + \frac{R}{1-n} \quad - \text{Молярная теплоемкость в зав-ти от } n$$

Тогда $i = 3$: $C = 1,5R + \frac{R}{1-n}$

Процесс 1-3 $C = 2,5R = 1,5R + \frac{R}{1-n}$; $1 = \frac{1}{1-n}$

$PV^\gamma = \text{const} \Rightarrow$ 1-3 - изобара $1-n=1$; $n=0$

Процесс 1-2 $C = 2R = 1,5R + \frac{R}{1-n}$; $0,5 = \frac{1}{1-n}$; $0,5 - 0,5n = 1$
 $-0,5n = 0,5$
 $n = -1$

$PV^{-1} = \text{const}$

Процесс 2-3 $C = 0,5R = 1,5R + \frac{R}{1-n}$; $-1 = \frac{1}{1-n}$; $1-n = -1$
 $n = 2$

$PV^2 = \text{const}$

~~$A_{12} = P \Delta V$ (т.к. $P = \text{const}$)~~

Процесс 1-2 Клайперон Менделеева + ур-е политропы

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_2 V_2 = \nu R T_2 = 4 \nu R T_1 \\ \frac{P_1}{V_1} = \frac{P_2}{V_2} ; \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1} \end{cases} \quad \begin{aligned} \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} &= 4 \Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^2 = 4 \\ \frac{P_2}{P_1} &= 2 \\ \frac{V_2}{V_1} &= 2 \end{aligned}$$

I КТО: $\delta Q = dU + dA$; $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{3}{2} \cdot 3 \nu R T_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1 = 4,5 \nu R T_1$$

$$Q_{12} = C \cdot \nu \cdot \Delta T = 3 C \nu T_1 = 6 \nu R T_1$$

$$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 6 \nu R T_1 - 4,5 \nu R T_1 = \boxed{1,5 \nu R T_1}$$

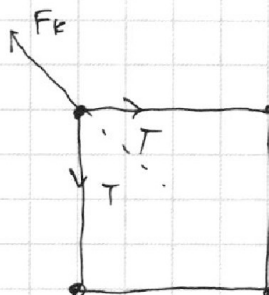
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

1) В силу симметрии все нити
одинаково натянуты



$$\sum F_K \parallel z_k: \sum F_K = 2T \cos(45) = \sqrt{2} T$$

$$\sum F_K = 2 \frac{kq^2}{b^2} \cos(45) + \frac{kq^2}{(\sqrt{2}b)^2} = \sqrt{2} \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} = \frac{kq^2}{b^2} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)$$

$$\sqrt{2} T = \frac{kq^2}{b^2} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)$$

$$T = \frac{kq^2}{b^2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + 1 \right)$$

2) Разделим шарики на две системы
2 верхних
2 нижних

По 3-й закону силы F_{3-2} и F_{2-3} равны и т.к. массы равны $\Rightarrow$

$\rightarrow$ скорости систем одинаковы, а в силу симметрии
у всех шариков одинаковые скорости

$$3C3: E_n = E_k \text{ т.к. } A_{nk} = 0$$

$$E_n = \sum W_{ij} = \frac{\sum q_i \varphi_j}{2}$$

$$\varphi_{\text{нижняя}} = \frac{kq}{b} + \frac{kq}{\sqrt{2}b} = \frac{kq}{b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{\sum q_i \varphi_j}{2} = \frac{4 \cdot \frac{kq^2}{2b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)}{2} = \frac{4kq^2}{b} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = E_{\text{по}}$$

Получается когда шарики на одной прямой

$$E_n = \frac{\sum q_i \varphi_j}{2}; \varphi_{\text{крас}} = \frac{kq}{b} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)$$

$$E_n = \frac{2}{2} \sum q_i \varphi_j \left(q \cdot \varphi_{\text{крас}} + q \varphi_{\text{син}} \right) \varphi_{\text{шариков 2,3}} = \frac{kq}{b} \left(2 + \frac{1}{2} \right) = 2,5 \frac{kq}{b}$$

$$= \frac{kq^2}{b} \left(3 + 1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{kq^2}{b} \left(4 + \frac{1}{3} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3С3: $F_H = F_o = F_K$ $N5$ (продолжение)

$$E_{po} = E_{pk} + E_{кинк}$$

$$\frac{4kq^2}{b} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{kq^2}{b} \left(4 + \frac{1}{3}\right) + 4 \cdot \frac{mv^2}{2}$$

$$2mv^2 = \frac{kq^2}{b} \left(4 + \sqrt{2} - 4 \cdot \frac{1}{3}\right) = \frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right)$$

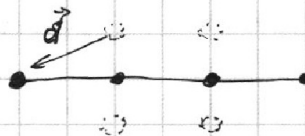
$$v^2 = \frac{kq^2(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb} ; \quad v = \sqrt{\frac{kq^2(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}}$$

3) Т.к. все силы внутренние $\Rightarrow$ ц.м. покоится $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ когда все шарики на одной прямой, эта прямая
проход через ц.м. $\Rightarrow$ рисунок

Видно, что верхние

шарики сместились на $\sqrt{5}b$



ответ: $T = \frac{kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$$V = \frac{kq^2}{b^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{kq^2(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}}$$

$$d = \sqrt{5}b$$



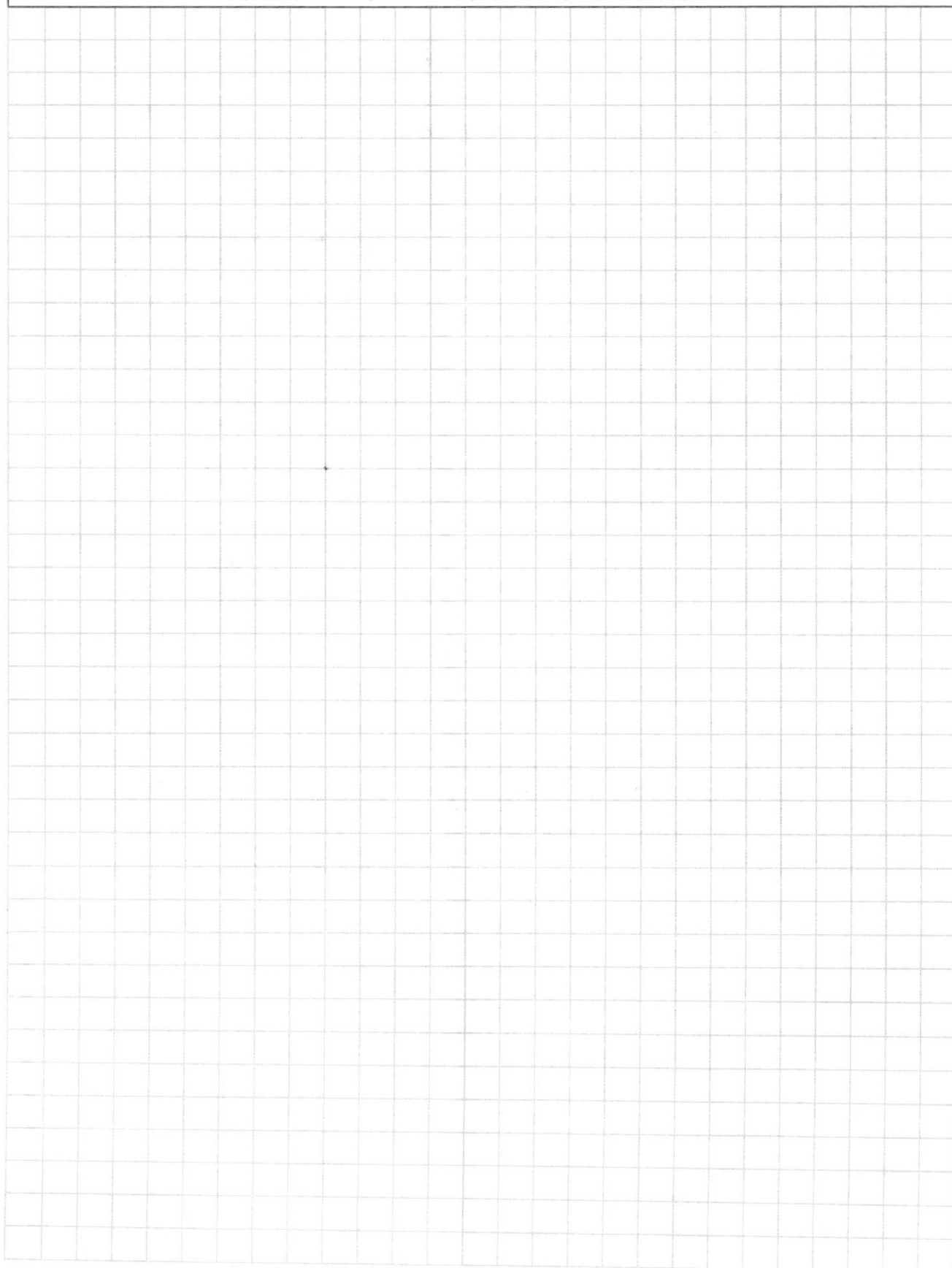
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик

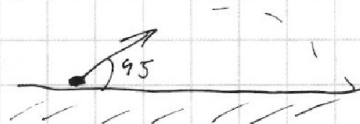
$$V_{0\min}^2 = g(h + \sqrt{h^2 + S^2})$$

$$h=0$$

$$V_0^2 = gS$$

$$L = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$V_0^2 = Lg$$



$$gT^2 = h + \sqrt{h^2 + S^2}$$

$$g^2 T^4 = h^2 + h^2 + S^2 + 2h\sqrt{h^2 + S^2}$$

$$g^2 T^4 = 2h^2 + S^2 + 2h\sqrt{h^2 + S^2} =$$

$$g^2 T^4 - S^2 = 2h \left(\frac{h + \sqrt{h^2 + S^2}}{gT^2} \right)$$

$$2h = \frac{g^2 T^4 - S^2}{gT^2} = gT^2 - \frac{S^2}{gT^2}$$

Тип ~~2~~ $P = \text{const}$

$$C = \frac{i+2}{2} R$$

$$Q = \Delta U + A = \underbrace{\frac{1}{2} \nu R \Delta T}_{PV = \nu RT} + P \Delta V$$

$$\frac{PV^\gamma}{T^{1+\gamma}} = \text{const}$$

$$P = \frac{\nu RT}{V} = \text{const} \quad \frac{1}{2}(P \Delta V) + P \Delta V = \frac{i+2}{2} P \Delta V = \frac{i+2}{2} R$$

Тип ~~адиабата~~ $n = \frac{i+2}{i}$

$$PV = \nu RT; \quad P \frac{T}{V} = \text{const}$$

$$PV^\gamma = \text{const}$$

$$T = \frac{PV}{\nu R} \Rightarrow PV$$

$$\frac{iR}{2} + \frac{R}{\frac{i+2}{i} - 1} = \frac{iR}{2} + \frac{iR}{i+2-i} = \frac{iR}{2} + \frac{iR}{2}$$

Тип $P = \text{const}$ $n=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$dQ = dU + \underbrace{dA}_{>0}$$

$$dQ = \frac{3}{2} \nu R dT + P dV$$

$$PV = \nu RT$$

$$dQ = \frac{3}{2} P dV + \nu dP + P dV$$

$$P dV + \nu dP = \nu R dT$$

$$(x^2)' = 2x$$

$$dQ = \frac{5}{2} P dV + \nu dP$$

$$dT = \frac{P dV + \nu dP}{\nu R}$$

$$(x^{-2})' = -2x^{-3}$$

$$\frac{5}{2} P dV + \nu dP > 0; \quad \frac{5}{2} P dV > -\nu dP$$

$$\frac{5}{2} \frac{P}{V} + \frac{dP}{dV} > 0$$

$$P = \frac{\text{const}}{V^2}$$

$$\frac{5}{2} \frac{P_1}{2^{2.5} V_1} > -2 \frac{P_1 V_1}{2^{4.5} V_1^2}$$

$$\frac{dP}{dV} = \left(\text{const} V^{-2} \right)' = -2 \text{const} V^{-3}$$

$$\frac{5}{2^{2.5}} \frac{P_1}{V_1} > - \frac{P_1}{2^{0.5} V_1}$$

$$\text{const} = P_1 V_1^2$$

$$\frac{dP}{dV} = -2 \frac{P_1 V_1^2}{V^3}$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$dT = \frac{1}{\nu} (P dV + \nu dP)$$

$$dQ = C \cdot \nu dT = 0.5 \nu (P dV + \nu dP) = \frac{3}{2} (P dV + \nu dP) + A$$