Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

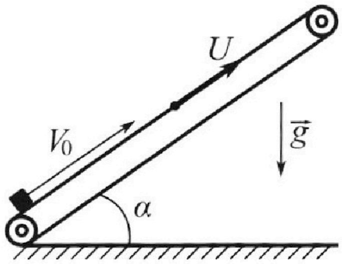
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивл ение воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



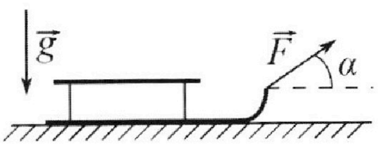
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

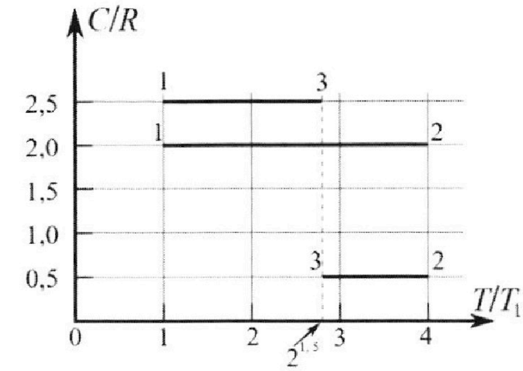
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

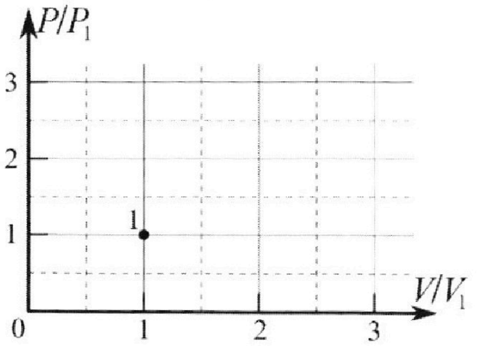


4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

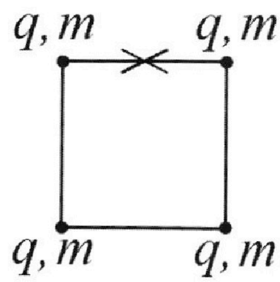
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффицие нт пропорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

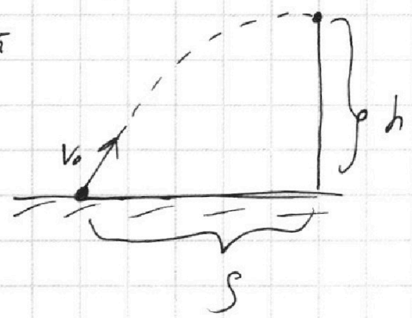
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

Докажем формулу $V_{min}^2 = g(h+\sqrt{h^2+S^2})$

Треугольник перемещений и скоростей

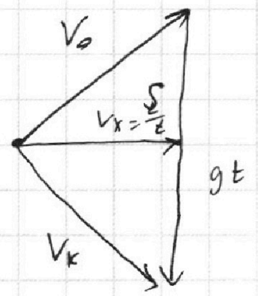


Δ скоростей: $S = \frac{V_0 \cdot V_k \cdot \sin(\alpha)}{2}$

$$S = \frac{gt \cdot \frac{S}{t}}{2} = \frac{gS}{2}$$

$S \neq 0$ $gS = V_0 V_k \sin(\alpha)$

При $S = max$ $\sin(\alpha) = max \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow$



$\Rightarrow V_0 \perp V_k$ (при $V_0 = min$)

$V_0 V_k = gS$

~~V_k~~ ЗСЭ: $V_0^2 = V_k^2 + 2gh$

$$V_k^2 = V_0^2 - 2gh$$

$V_0\sqrt{V_0^2 - 2gh} = gS \,\Big|^2$

$V_0^2(V_0^2 - 2gh) = g^2S^2$; $V_0^4 - V_0^2 \cdot 2gh - g^2S^2 = 0$

$$V_{0\,1,2}^2 = \frac{2gh \pm \sqrt{4g^2h^2 + 4g^2S^2}}{2} = gh \pm g\sqrt{h^2+S^2}$$

При $S \to \infty$: $V_0 \to \infty$ ~~так~~ а не $-\infty$ $\Rightarrow V_{0\,min} = gh + g\sqrt{h^2+S^2}$

$\Rightarrow$ формула справедлива

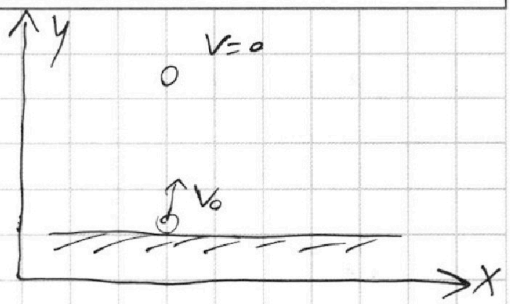
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1



1) Закон движения ось y

$$h = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

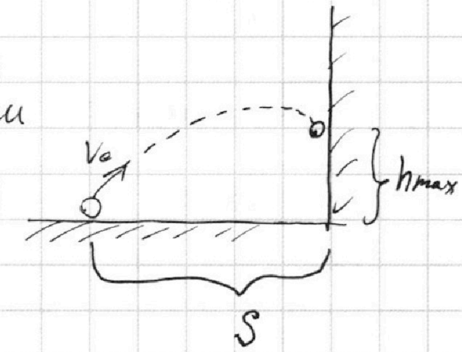
$$V_y = V_0 - gt$$

h - высота
t - время
V_y - вертикал компонента скорости

Если мяч на макс высоте, то $V_y = 0$

$$\boxed{V_0 = gT} \qquad V_0 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ м/с}$$

2) Есть формула для минимальной начальной скорости для попадания в цель по координатам $(S;h)$



$$V_{0\,min}^2 = g\left(h + \sqrt{h^2+S^2}\right)$$

Если V_0 g S заданы, то мы можем максимизир. функцию высоты (в этой формуле она уже максимизирована)

$$g^2T^2 = g\left(h + \sqrt{h^2+S^2}\right) \; ; \quad gT^2 = h + \sqrt{h^2+S^2} \quad \Big|^{\wedge 2}$$

$$g^2T^4 = h^2 + h^2 + S^2 + 2h\sqrt{h^2+S^2} = 2h^2 + S^2 + 2h\sqrt{h^2+S^2}$$

$$g^2T^4 - S^2 = 2h\underbrace{\left(h+\sqrt{h^2+S^2}\right)}_{=\,gT^2} \Rightarrow 2h = \frac{g^2T^4 - S^2}{gT^2}$$

$$\boxed{h_{max} = \frac{1}{2}\left(gT^2 - \frac{S^2}{gT^2}\right)} = \frac{1}{2}\left(10\cdot 4 - \frac{400}{40}\right) = \frac{1}{2}(40-10) = 15 \text{ м}$$

Ответ: $V_0 = gT = 20$ м/с

$$h_{max} = \frac{1}{2}\left(gT^2 - \frac{S^2}{gT^2}\right) = 15 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Подставим численные значения

$V_0 = 4$ м/с $\quad \mu = \frac{1}{3} \quad \sin\alpha = 0{,}8 \quad \cos(\alpha) = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$

$u = 2$ м/с $\quad g = 10$ м/с² $\quad S = 1$ м

$$a_1 = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -10\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}\right) = -10 \text{ м/с}^2$$

$$a_2 = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) = 10\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5} - \frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5}\cdot 10 = -6 \text{ м/с}^2$$

$$T = t_1 = -\frac{V_0}{a_1} - \sqrt{\frac{V_0^2}{a_1^2} + \frac{2S}{a_1}} = \frac{4}{10} - \sqrt{\underbrace{\frac{16}{100} - \frac{20}{100}}_{<0}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ до того, как тело пройдет $S = 1$ м оно пройдет момент, когда $V = 0$

До разворота груз прошел $L = \frac{V_0^2 - 0}{-2a_1} = \frac{16}{20} = 0{,}8$ м

$$t_1 = \frac{V_0}{-a_1} = \frac{4}{10} = 0{,}4 \text{ с}$$

После разворота аналогично расчетам пункта 3 $a_2 = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$

$$S - L = -\frac{V_K^2}{2a_2} \Rightarrow V_K^2 = 2a_2(S-L) = 2a_2\left(S - \frac{V_0^2}{2a_1}\right) = 2\cdot 6\cdot 0{,}2 = \frac{12}{5}$$

3-н движ: $-V = 0 + a_2 t_2 = V_K$; $\quad t_2 = -\frac{V_K}{a_2} = \frac{\sqrt{2a_2\left(S - \frac{V_0^2}{2a_1}\right)}}{a_2} =$

$$= \sqrt{\frac{2\left(S - \frac{V_0^2}{2a_1}\right)}{-a_2}}$$

Ответы:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{V_0}{a_1} + \sqrt{\frac{2\left(S - \frac{V_0^2}{2a_1}\right)}{-a_2}} = 0{,}4 \text{ с} + \sqrt{\frac{2(1-0{,}8)}{6}} =$$

$$= 0{,}4 \text{ с} + \sqrt{\frac{4}{60}} = \boxed{0{,}4 \text{ с} + \frac{1}{\sqrt{15}} \text{ с}}$$

Пункты 1 и 2

$$\boxed{L_1 = \frac{V_0(u - V_0)}{a_1} + \frac{(u-V_0)^2}{2a_1}} = \frac{4\cdot 2}{10} - \frac{4}{20} = \frac{8}{10} - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{3}{5} \text{ м}}$$

$$H = (L_1 + L_2)\sin(\alpha); \quad L_2 = \frac{u^2}{-2a_2} = \frac{4}{2\cdot 6} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$H = (L_1 + L_2)\sin(\alpha) = \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)\cdot 0{,}8 = \frac{9+5}{15}\cdot 0{,}8 = \frac{14}{15}\cdot\frac{4}{5} = \boxed{\frac{56}{75} \text{ м}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2 (продолжение)

З-н движения:

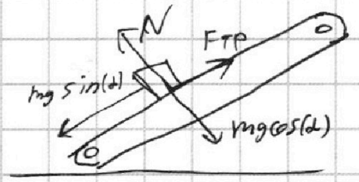
$L(t) = V_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}$ Подставляя $t = \frac{u - V_0}{a_1}$

$L = \frac{V_0(u-V_0)}{a_1} + \frac{a}{2}\frac{(u-V_0)^2}{a_1^2} = \boxed{\frac{V_0(u-V_0)}{a_1} + \frac{(u-V_0)^2}{2a_1}}$

, где $a_1 = -g(\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha))$

Когда $V = u$:

Будет ли тело и дальше ехать с $V = u$?



Если да, то $a = 0$:

II зн: $0 = mg\sin(\alpha) - F_{тр}$

$F_{тр} = mg\sin(\alpha)$ $mg\sin(\alpha) = m \cdot 10 \cdot 0{,}8 = 8m$

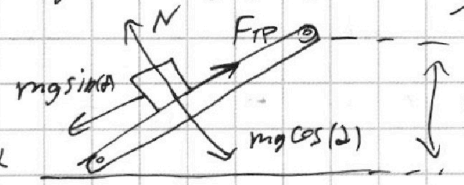
$F_{тр\,max} = \mu mg\cos(\alpha) = m \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \cos(\alpha) = \frac{10}{3} m\cos(\alpha)$

$F_{тр\,max} < mg\sin(\alpha) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ груз не будет в равновесии

До момента, когда $V = u$ тело пройдет L (из пункта 2)

После: $V_0 < u$



II зн: $N = mg\cos(\alpha)$; $F_{тр} = \mu N$

II зн: $ma = F_{тр} - mg\sin\alpha = \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha$

$a_2 = g(\mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha)) < 0$

~~З-н движ.:~~

~~$V_x = V_0 + at = 0$; $u = at$; $t = \frac{u}{-a}$~~

~~З-н движ.: $L(t) = ut + \frac{at^2}{2}$~~

$L_2 = \frac{V_0^2 - V_k^2}{-2a_2} = \frac{u^2 - 0}{-2a_2} = -\frac{u^2}{2a_2}$

$H = \sum L_x \cdot \sin(\alpha) = (L_1 + L_2)\sin(\alpha) = \boxed{\left(-\frac{u^2}{2a_2} + \frac{V_0(u-V_0)}{a_1} + \frac{(u-V_0)^2}{2a_1}\right)\cdot\sin\alpha}$

Где $a_1 = -g(\sin\alpha + \mu\cos(\alpha))$ $a_2 = g(\mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha))$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

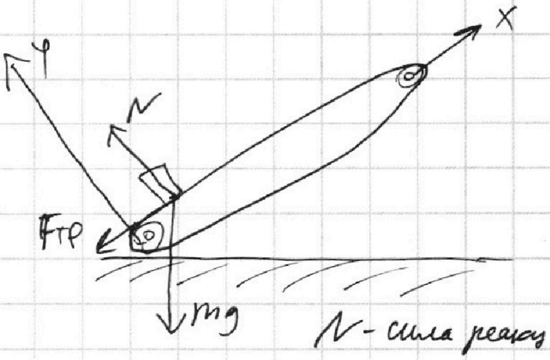
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2

① Первый опыт



N – сила реакц опоры

II зн на ось y:

$0 = N - mg\cos(\alpha);$

$N = mg\cos(\alpha)$

$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos(\alpha)$

II зн ось x: $ma = -mg\sin(\alpha) - F_{тр} = -mg\sin(\alpha) - \mu mg\cos(\alpha)$

$a_x = -g\sin(\alpha) - \mu g\cos(\alpha)$ численно $a_x = -g$

З-н движения по оси x:

$V_x(t) = V_0 + at = V_0 - gt\sin(\alpha) - \mu gt\cos(\alpha)$

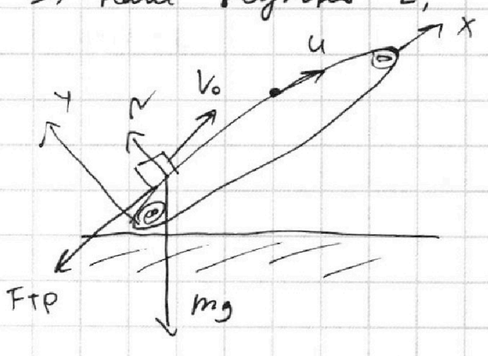
$S(t) = V_0 t + \frac{a_x t^2}{2}$; $-\frac{at^2}{2} - V_0 t + S = 0$

$t^2 + \frac{2V_0}{a_x} t - \frac{2S}{a_x} = 0$; $t_{1,2} = \frac{-\frac{2V_0}{a_x} \pm \sqrt{\frac{4V_0^2}{a_x^2} + \frac{8S}{a_x}}}{2}$

$t_{1,2} = -\frac{V_0}{a_x} \pm \sqrt{\frac{V_0^2}{a_x^2} + \frac{2S}{a_x}}$

t_2 соответствует обратному движению ⇒ ⇒ нам нужно t_1

$$\boxed{T = t_1 = -\frac{V_0}{a_x} - \sqrt{\frac{V_0^2}{a_x^2} + \frac{2S}{a_x}},\quad \text{где } a_x = -g(\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha))}$$



② Второй опыт

II зн: $N = mg\cos(\alpha)$

II зн:

$ma = -mg\sin(\alpha) - \mu N \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = -g(\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha))$

З-н движения: $V_x = V_0 + a_1 t$;

$V_x = U = V_0 + a_1 t$; $t = \frac{u - V_0}{a_1}$

Это верно при $V \geq u$ т.е. $V_{отн} \geq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

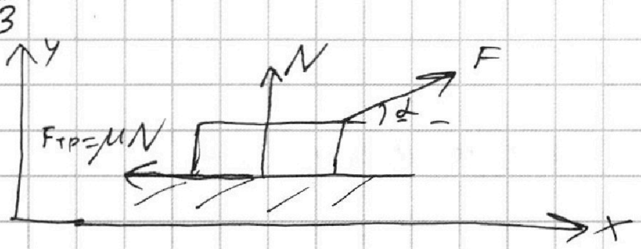
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

① Первый случай



З-н движения:

$$V_x = at$$

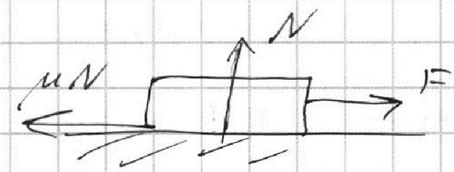
II з-н ось X: $ma = F\cos(\alpha) - \mu N$

N – сила реакции опоры
m – масса саней
a – ускорение

II з-н ось Y: $0 = N + F\sin(\alpha) - mg$; $N = mg - F\sin(\alpha)$

$$ma = F\cos(\alpha) - \mu mg + \mu F\sin(\alpha) = F(\cos(\alpha) + \mu\sin(\alpha)) - \mu mg$$

② Второй случай



II з-н: $ma = F - \mu N$

II з-н: $0 = N - mg$; $N = mg$

$$ma = F - \mu mg$$

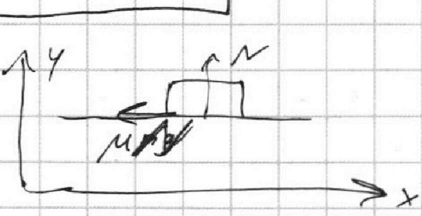
З-н движения: $V_x = at$ т.к. V_x, t, m одинаковые $\Big\}$ => a тоже

$$F - \mu mg = F(\cos(\alpha) + \mu\sin(\alpha)) - \mu mg$$

$1 - \cancel{\mu mg} = \cos(\alpha) + \mu\sin(\alpha)$; $\mu\sin(\alpha) = 1 - \cos(\alpha)$

$$\boxed{\mu = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}}$$

③ Санки остановятся, когда $V_x = 0$



З-н движения: $V_x = V_0 + at$

II з-н: $\mu N = -ma$

II з-н: $N = mg$ $\Big\}$ $\mu mg = -ma$; $a = -\mu g$

$V_0 - \mu g T = 0$; $T = \frac{V_0}{\mu g} = \frac{V_0 \sin(\alpha)}{g(1-\cos(\alpha))}$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ $T = \frac{V_0\sin(\alpha)}{g(1-\cos(\alpha))}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4 (продолжение)

$$\eta = 1 - \frac{Q_х}{Q_н} = \frac{A_г}{Q_н}$$

$Q_х$ – ~~это~~ тепло переданное от системы

$Q_н$ = тепло переданное системе

$$\cancel{dA_{23} = -\nu R\, dT \Rightarrow A_{23} = -\nu R\Delta T \quad \Delta T = -T_1(4-2^{1,5})}$$

$$\cancel{A_{23} = \nu R(4-2^{1,5})T_1}$$

$$\cancel{A_{12} =}$$

$Q_н$ Система получает тепло только в 1–2

I НТД: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = Q_н$

$\frac{P_1}{V_1} = const = \frac{P}{V}$

$P = \frac{P_1}{V_1}V$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{9}{2}\nu RT_1$$

$$A_{12} = \int P\,dV = \int_{V_1}^{2V_1}\frac{P_1}{V_1}V\,dV = \frac{P_1}{V_1}\cdot\frac{(2V_1)^2 - V_1^2}{2} = \frac{P_1}{V_1}\cdot\frac{3V_1^2}{2} = 1,5P_1V_1 = \boxed{1,5\nu RT_1}$$

$$Q_{12} = 4,5\nu RT_1 + 1,5\nu RT_1 = \boxed{6\nu RT_1}$$

$$Q_х = Q_{23} + Q_{31}$$

$$Q_{23} = \cancel{\Delta U_{23} + A_{23}}\ C_{23}\nu\Delta T = 0,5R\nu(2^{1,5}-4)T_1$$

$$= \cancel{0,5\cdot 2^{1,5}}\,(2^{0,5}-2)\nu RT_1\ ; \quad |Q_{23}| = (2-\sqrt{2})\nu RT_1$$

$$Q_{31} = C\nu\Delta T_1 = 2,5\nu R(T_1 - 2^{1,5}T_1)\ ; \quad |Q_{31}| = (2^{1,5}-1)\,2,5\,\nu RT_1$$

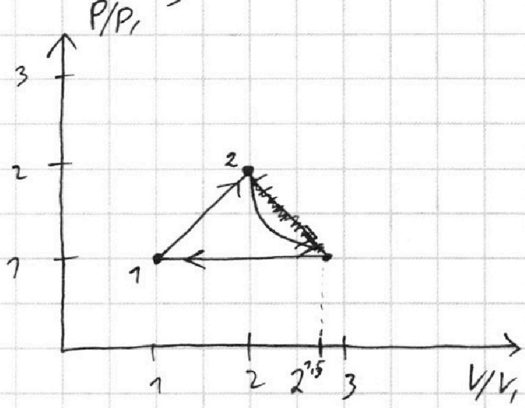
$$\eta = 1 - \frac{Q_х}{Q_н} = 1 - \frac{Q_{31}+Q_{23}}{\cancel{Q_{31}+Q_{23}}\ Q_{12}} = \cancel{1 - \frac{6\nu RT_1}{2,5(2^{1,5}-1)+0,5(2^{1,5}-4)}}$$

$$= 1 - \frac{2,5(2^{1,5}-1)+(2-\sqrt{2})}{6} = 1 - \frac{2,5\cdot 2^{1,5} - 0,5 - \sqrt{2}}{6}$$

Ответ: $\eta = 1 - \frac{2,5\cdot 2^{1,5} - 0,5 - \sqrt{2}}{6}$

$$A_{12} = 1,5\nu RT_1 = 1,5\cdot 8,31\cdot 400 = \boxed{600\cdot 8,31} \approx 5000\ Дж$$

№4 (продолжение)



Построим сначала график

Из пункта 1 $P_2 = 2P_1$
$V_2 = 2V_1$

$\frac{P}{V} = const \Rightarrow$ это прямая

Процесс 2 - 3

$PV^2 = Const$

клайперон + ур-е политропы

$\underbrace{2P_1}_{P_2} \cdot \underbrace{2V_1}_{V_2} = \nu R T_2$; $P_1 V_1 = \nu R T_1$ $\qquad \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 2^{1,5}$

$P_3 V_3 = \nu R T_3 = 2^{1,5} \nu R T_1$

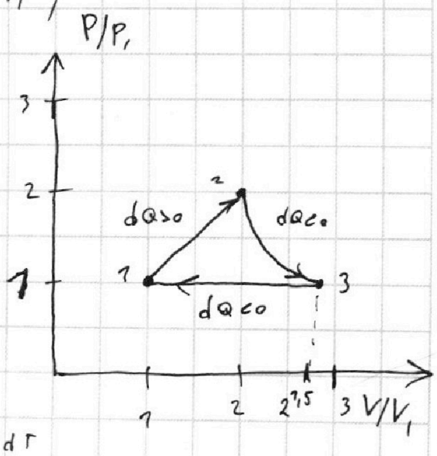
$P_3 V_3^2 = (2P_1) \cdot (2V_1)^2$; $P_3 V_3^2 = 8 P_1 V_1^2$ $\qquad \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 8 \frac{V_1}{V_3} \Rightarrow \cancel{V_3}$

$2^{1,5} = 8 \frac{V_1}{V_3}$; $V_3 = \frac{2^3}{2^{1,5}} V_1 = 2^{1,5} V_1$

$P_3 V_3^2 = 8 P_1 V_1^2$; $P_3 \cdot (2^{1,5} V_1)^2 = 8 P_1 V_1^2$;

$P_3 \cdot 2^3 = 8 P_1$; $P_3 = P_1$

$\cancel{P_3 V_3}$ $PV^2 = const$; $P = \frac{const}{V^2}$



$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_H} = \frac{A_T}{Q_H}$

I НТД ~~для~~ для 2 - 3: $Q = \Delta U + A$

$dQ = dU + \underbrace{dA}_{>0}$ $\qquad dU = \frac{3}{2} \nu R dT$

$dQ = C \cdot \nu dT = 0,5 \nu R dT$

$\cancel{PV}$ $0,5 \nu R dT = 1,5 \nu R dT + dA$; $dA = - \nu R dT$

$dQ = \frac{3}{2} \nu R dT + dA = \frac{3}{2} \nu R dT - \nu R dT = 0,5 \nu R dT$, но T уменьш $\Rightarrow$

$\Rightarrow dQ < 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

Т.К. газ одноатомный $\Rightarrow i = 3$ (степени свободы)

$C = const$ в политропных процессах т.е. $PV^n = const$

$$C = \frac{iR}{2} + \frac{R}{1-n}$$ - молярная теплоемкость в зав-ти от n

При $i = 3$: $C = 1{,}5R + \frac{R}{1-n}$

Процесс 1-3 $C = 2{,}5R = 1{,}5R + \frac{R}{1-n}$; $1 = \frac{1}{1-n}$

$PV^0 = const \Rightarrow$ $\boxed{1\text{-}3 \text{ - изобара}}$ $1-n=1$; $n=0$

Процесс 1-2

$C = 2R = 1{,}5R + \frac{R}{1-n}$; $0{,}5 = \frac{1}{1-n}$; $0{,}5 - 0{,}5n = 1$

$-0{,}5n = 0{,}5$

$n = -1$

$\boxed{PV^{-1} = const}$

Процесс 2-3

$C = 0{,}5R = 1{,}5R + \frac{R}{1-n}$; $-1 = \frac{1}{1-n}$; $1-n=-1$

$n = 2$

$\boxed{PV^2 = const}$

~~$A_{12} = P\Delta V$ (т.к. $P = const$)~~

Процесс 1-2 Клайперон Менделеева + ур-е политропы

$$\begin{cases} P_1V_1 = \nu RT_1 \\ P_2V_2 = \nu RT_2 = 4\nu RT_1 \\ \frac{P_1}{V_1} = \frac{P_2}{V_2} ; \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1} \end{cases}$$

$\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = 4 \Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 4$

$\frac{P_2}{P_1} = 2$

$\frac{V_2}{V_1} = 2$

I НТД: $\cancel{dQ} = \delta Q = dU + dA$; $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{3}{2}\cdot 3\nu RT_1 = \frac{9}{2}\nu RT_1 = 4{,}5\nu RT_1$

$Q_{12} = C\cdot\nu\cdot\Delta T = 3C\nu T_1 = 6\nu RT_1$

$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 6\nu RT_1 - 4{,}5\nu RT_1 = \boxed{1{,}5\nu RT_1}$

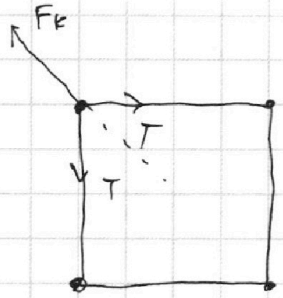
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5



1) В силу симметрии все нити одинаково натянуты

$\sum F_к$ II зн: $\sum F_к = 2T\cos(45) = \sqrt{2}\,T$

$$\sum F_к = 2\frac{kq^2}{b^2}\cos(45) + \frac{kq^2}{(\sqrt{2}b)^2} = \sqrt{2}\frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} = \frac{kq^2}{b^2}\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$$

$$\sqrt{2}\,T = \frac{kq^2}{b^2}\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$$

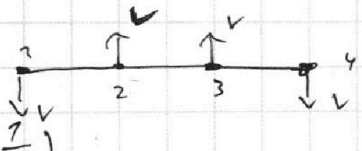
$$\boxed{T = \frac{kq^2}{b^2}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}+1\right)}$$

2) Т.к. Разделим шарики на две системы: 2 верхних, 2 нижних

По 3 зн Ньютона силы вз-я равны и т.к. массы равны ⇒

⇒ скорости систем одинаковы, а в силу верт симметрии у всех шариков одинаковые скорости

ЗСЭ: $E_н = E_к$ т.к. $A_{вн} = 0$



$$E_н = E_п = \sum W_{ij} = \frac{\sum q_i\varphi_i}{2}$$

$$\varphi_{угла} = 2\frac{kq}{b} + \frac{kq}{\sqrt{2}b} = \frac{kq}{b}\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\frac{\sum q_i\varphi_i}{2} = 4\cdot\frac{kq^2}{2b}\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \boxed{\frac{4kq^2}{b}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = E_{п0}}$$

Когда шарики на одной прямой

$$E_п = \frac{\sum q_i\varphi_i}{2}; \quad \varphi_{края} = \frac{kq}{b}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$$

$$E_п = \frac{2}{2}\left(q\cdot\varphi_{края} + q\varphi_{23}\right) \quad \varphi_{шариков\,23} = \frac{kq}{b}\left(2+\frac{1}{2}\right) = 2{,}5\frac{kq}{b}$$

$$= \frac{kq^2}{b}\left(3+1+\frac{1}{3}\right) = \frac{kq^2}{b}\left(4+\frac{1}{3}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5 (Продолжение)

3СЭ: $\cancel{E_П} = E_0 = E_K$

$$E_{П0} = E_{ПК} + E_{кин\,К}$$

$$\frac{4kq^2}{b}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{kq^2}{b}\left(4+\frac{1}{3}\right) + 4\cdot\frac{mV^2}{2}$$

$$2mV^2 = \frac{kq^2}{b}\left(4+\sqrt{2} - 4 - \frac{1}{3}\right) = \frac{kq^2}{b}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)$$

$$V^2 = \frac{kq^2\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)}{2mb} \quad ; \quad V = \sqrt{\frac{kq^2\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)}{2mb}}$$

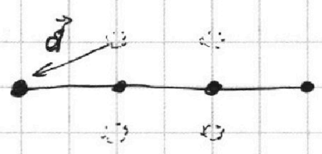
3) Т.к. все силы внутренние => ц.м покоится =>

=> когда все шарики на одной прямой, эта прямая

проход через ц.м => рисунок ↘

~~В~~ Видно, что верхние

шарики сместились на $\boxed{\sqrt{5}\,b}$



Ответ: $T = \frac{kq^2}{b^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$\cancel{V = \frac{kq^2}{b}}$

$$V = \sqrt{\frac{kq^2\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)}{2mb}}$$

$$d = \sqrt{5}\,b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

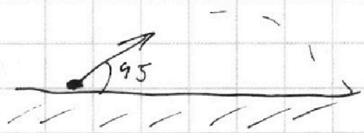
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик

$$V_{0\,min}^2 = g\left(h+\sqrt{h^2+S^2}\right)$$

$$h=0 \qquad V_0^2 = gS$$

$$L = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \qquad V_0^2 = Lg$$



$$gT^2 = h+\sqrt{h^2+S^2}$$

$$g^2T^4 = h^2+h^2+S^2+2h\sqrt{h^2+S^2}$$

$$g^2T^4 = 2h^2+S^2+2h\sqrt{h^2+S^2} =$$

$$g^2T^4 - S^2 = 2h\underbrace{\left(h+\sqrt{h^2+S^2}\right)}_{gT^2} \qquad 2h = \frac{g^2T^4-S^2}{gT^2} = \boxed{gT^2 - \frac{S^2}{gT^2}}$$

При $P=const$

$$C = \frac{i+2}{2}R \qquad Q = \Delta U + A = \underbrace{\frac{i}{2}\nu R\Delta T}+P\Delta V$$

$$PV=\nu RT$$

$$\frac{i}{2}(P\Delta V)+P\Delta V = \frac{i+2}{2}P\Delta V = \frac{i+2}{2}R$$

$\cancel{PV^n = const}$

$\cancel{TV^{n-1} = const}$

$$P = \frac{\nu RT}{V} = const$$

При адиабате $n = \frac{i+2}{i}$ $\qquad PV=\nu RT; \quad \frac{T}{V} = const$

$$PV^\gamma = const \qquad T = \frac{PV}{\nu R} \Rightarrow PV$$

$$C=0$$

$$\frac{iR}{2} + \frac{R}{\frac{i+2}{i}-1} = \frac{iR}{2}+\frac{iR}{i+2-i} = \frac{iR}{2}+\frac{iR}{2}$$

При $P=const \quad n=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$dQ = dU + \underbrace{dA}_{>0}$

$dQ = \frac{3}{2}\nu R\,dT + P\,dV$ $\qquad PV = \nu RT$

$dQ = \frac{3}{2}P\,dV + V\,dP + P\,dV$ $\qquad P\,dV + V\,dP = \nu R\,dT$ $\qquad (x^2)' = 2x$

$dT = \frac{P\,dV + V\,dP}{\nu R}$

$dQ = \frac{5}{2}P\,dV + V\,dP$ $\qquad (x^{-2})' = -2x^{-3}$

$\frac{5}{2}P\,dV + V\,dP > 0;$ $\qquad \frac{5}{2}P\,dV > -V\,dP$

$\frac{5}{2}\frac{P}{V} + \frac{dP}{dV} < 0$ $\qquad P = \frac{const}{V^2}$

$\frac{5}{2}\frac{P_1}{2^{2,5}V_1} = -2\frac{P_1V_1^2}{2^{4,5}V_1^3}$ $\qquad \frac{dP}{dV} = (const\,V^{-2})' = -2\,const\cdot V^{-3}$

$const = P_1V_1^2$

$\frac{5}{2^{2,5}}\frac{P_1}{V_1} - \frac{P_1}{2^{5,5}V_1}$ $\qquad \frac{dP}{dV} = -2\frac{P_1V_1^2}{V^3}$

$Q = \Delta U + A$

$dT = \nu R(P\,dV + V\,dP)$

$dQ = C\cdot\nu\,dT = 0{,}5(P\,dV + V\,dP) = \frac{3}{2}(P\,dV + V\,dP) + A$