



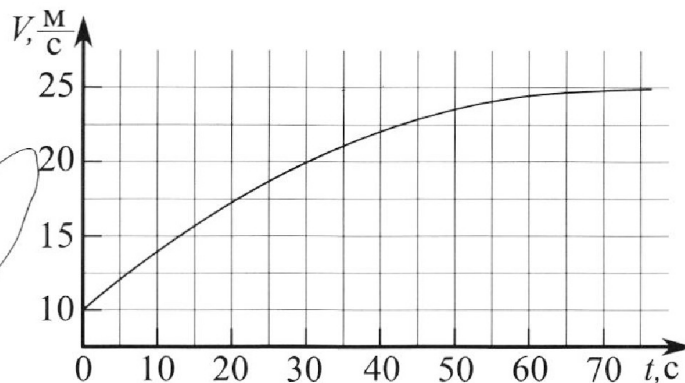
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Автомобиль массой $m = 1500$ кг движется с постоянной скоростью и затем разгоняется на прямолинейном горизонтальном участке дороги. График зависимости скорости от времени при разгоне показан на рисунке. В конце разгона сила тяги двигателя равна $F_k = 600$ Н. Считать, что при разгоне сила сопротивления движению пропорциональна скорости.



- 1) Используя график, найти ускорение автомобиля в начале разгона.
- 2) Найти силу тяги F_0 в начале разгона.
- 3) Какая мощность P_0 передается от двигателя на ведущие колеса в начале разгона?

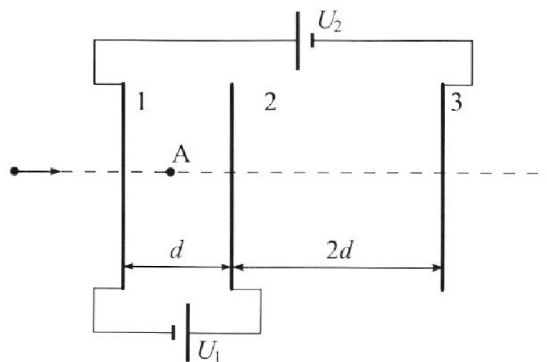
Требуемая точность численного ответа на первый вопрос ориентировочно 10%.

2. Герметичный вертикальный цилиндрический сосуд объемом V разделён тонким невесомым теплопроводящим герметичным поршнем (диск соосный с сосудом) на две равные части. Поршень может перемещаться без трения. В верхней части цилиндра находится гелий, а в нижней - вода и углекислый газ. В начальный момент система находилась в равновесии при давлении $P_0 = P_{\text{атм}}/2$ ($P_{\text{атм}}$ - нормальное атмосферное давление) и при комнатной температуре T_0 . При этом жидкость занимала объём $V/4$. Затем цилиндр медленно нагрели до $T = 373$ К. Установившийся объём его верхней части стал равен $V/5$.

По закону Генри, при заданной температуре количество Δv растворённого газа в объёме жидкости v пропорционально парциальному давлению p газа: $\Delta v = k p v$. Объём жидкости при этом практически неизменен. Для углекислого газа константа Генри для данной комнатной температуры $k \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$ моль/(м³·Па). При конечной температуре T углекислый газ в воде практически не растворяется. Можно принять, что $RT \approx 3 \cdot 10^3$ Дж/моль, где R - универсальная газовая постоянная. Давлением водяных паров при комнатной температуре и изменением объёма жидкости в процессе нагревания пренебречь. Все газы считать идеальными.

- 1) Найти отношение количеств вещества в газообразном состоянии в верхней и нижней частях до нагревания.
- 2) Определите отношение конечной и начальной температур в сосуде T/T_0 .

3. Три проводящие плоские мелкие сетки находятся друг напротив друга на расстояниях d и $2d$ (см. рис.). Размеры сеток значительно больше d . Изначально сетки не заряжены. К сеткам подсоединили источники с напряжением $U_1 = U$ и $U_2 = 3U$. Частица массой m и зарядом $q > 0$ движется по направлению к сеткам и перпендикулярно сеткам, имея скорость V_0 на расстоянии от сеток, намного большем их размеров. Частица пролетает через сетки, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Заряд q намного меньше модуля зарядов сеток.



- 1) Найти модуль ускорения частицы в области между сетками 1 и 2.
- 2) Найти разность $K_1 - K_2$, где K_1 и K_2 — кинетические энергии частицы при пролете сеток 1 и 2.
- 3) Найти скорость частицы в точке А на расстоянии $d/4$ от сетки 1.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

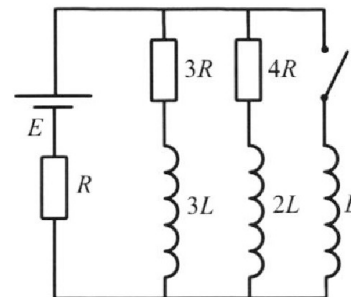
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Параметры цепи указаны на схеме, все элементы идеальные. Ключ разомкнут, режим в цепи установился. Затем ключ замыкают.

- 1) Найти ток I_0 через резистор с сопротивлением $3R$ при разомкнутом ключе.
- 2) Найти скорость возрастания тока в катушке индуктивностью L сразу после замыкания ключа.
- 3) Какой заряд протечет через резистор с сопротивлением $3R$ при замкнутом ключе?

Ответы давать с 4-значными коэффициентами в виде обыкновенных дробей.



5. Оптическая система состоит из двух призм с показателями преломления n_1 и n_2 и находится в воздухе с показателем преломления $n_v = 1,0$. Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 90$ см от системы и рассматривается наблюдателем так, что источник и глаз наблюдателя находятся на прямой, перпендикулярной наружным поверхностям призм (см. рис.). Угол $\alpha = 0,1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h . Отражения в системе не учитывать.

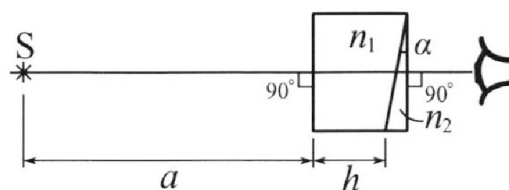


рис.). Угол $\alpha = 0,1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h . Отражения в системе не учитывать.

- 1) Считая $n_1 = n_v = 1,0$, $n_2 = 1,7$, найдите на какой угол отклонится системой луч, идущий от источника перпендикулярно левой грани системы.
- 2) Считая $n_1 = n_v = 1,0$, $n_2 = 1,7$, найдите расстояние между источником и его изображением, которое будет видеть наблюдатель.
- 3) Считая $n_1 = 1,4$, $n_2 = 1,7$, найдите на каком расстоянии от источника будет его изображение, которое увидит наблюдатель.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1)

Дано:

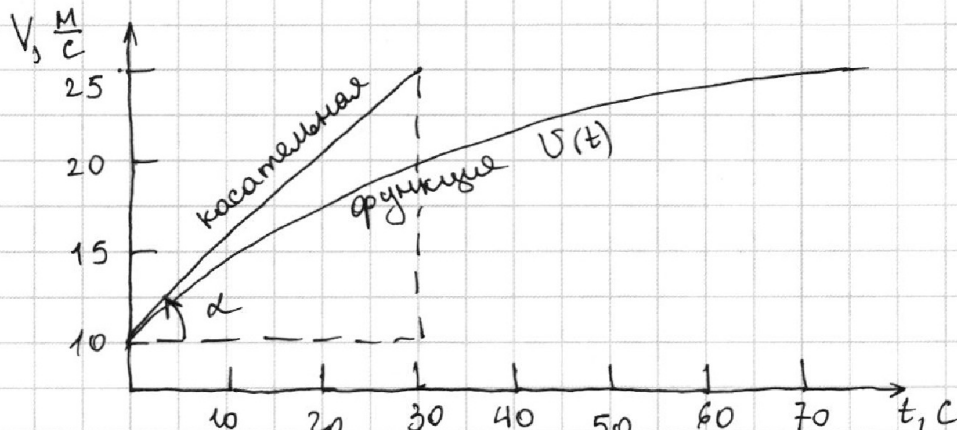
$$F_k = 600 \text{ Н}$$

$$m = 1500 \text{ кг}$$

$$F_{\text{сопр}} \sim V$$

$$F_{\text{сопр}} = kV$$

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -k \vec{V}$$



1) Заметим, что в конце разгона функция $V(t)$ принимает максимум (точка экстремума) $\Rightarrow$ раз движение вдоль одной прямой, то $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V}$ — модуль ускорения есть производная по времени модуль скорости. $\Rightarrow$ в конце разгона $\dot{V} = 0$, а значит $a = 0$. (точка экстремума)

По II закону Ньютона для тела массой m в этот момент: $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \rightarrow$ если $a = 0$ в конце разгона, то $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow$ если действуют только сила сопротивления $\vec{F}_{\text{сопр}}$ и сила тяги $\vec{F}_{\text{тяг}}$ и они $\vec{F}_{\text{сопр}} \updownarrow \vec{F}_{\text{тяг}}$

$\Rightarrow F_{\text{тяг}} - F_{\text{сопр}} = 0 \Rightarrow F_{\text{тяг}} = F_{\text{сопр}}$. Т.к. $F_{\text{сопр}} \sim V$, то введём коэффициент пропорциональности k .

$$\Rightarrow F_{\text{тяг}} = k \cdot V, \text{ т.к. в конце разгона } V = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$\text{а } F_{\text{тяг}} = F_k = 600 \text{ Н, то } \boxed{k = \frac{F_k}{V} = \frac{600 \text{ Н}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 24 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}}$$

2) Ускорение в начале есть касательная к графику функции $V(t)$ в точке, где $V = V_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $t = 0 \text{ с}$, а ускорение есть $\tan \alpha$, где α — угол наклона касательной к оси Ot .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

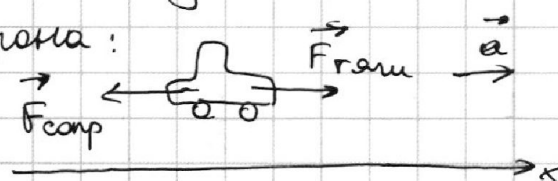
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из графика: $\tan \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25-10}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
↑
тангенс

$\Rightarrow a_0 = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - ускорение в начале разгона

По II 3-му Ньютона для тела массой m в начале

разгона:


$$\vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{сопр} = m\vec{a}$$
$$F_{тяги} - F_{сопр} = ma$$
$$F_{тяги} - k \cdot v = ma$$

В начале разгона:

$a = a_0 = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v = v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $F_{тяги} = F_0$

$\Rightarrow F_0 - k v_0 = m a_0 \rightarrow F_0 = k v_0 + m a_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_0 = 24 \cdot 10 + 1500 \cdot 0,5 = 240 + 750 = 990 \text{ Н}$

$P_0 = F_0 \cdot v_0 = 990 \cdot 10 = 9900 \text{ Вт}$ $\cos(\vec{F}_{тяги}; \vec{v}) = 1$

Ответ: 1) $a_0 = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; 2) $F_0 = 990 \text{ Н}$; 3) $P_0 = 9900 \text{ Вт}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №2)

(V, T_0)

$$P_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 373 \text{ К}$$

$$V_{\text{жид}} = \frac{V}{4}$$

$$\Delta V = k p w$$

Заметим, что в начале $\frac{V}{2} = V_{\text{CO}_2} + V_{\text{H}_2\text{O}}$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{V}{4} \Rightarrow V_{\text{CO}_2} = \frac{V}{2} - \frac{V}{4} = \frac{V}{4} \quad (V_{\text{He}} = \frac{V}{2})$$

Ур-е сост. идеальной газа в начале:

$$(1) P_{\text{CO}_2} \cdot V_{\text{CO}_2} = \nu_{\text{CO}_2} \cdot R \cdot T_0 \Rightarrow P_{\text{CO}_2} V_{\text{CO}_2}$$

$$(2) P_{\text{He}} \cdot V_{\text{He}} = \nu_{\text{He}} \cdot R \cdot T_0$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\text{He}} V_{\text{He}}}{P_{\text{CO}_2} V_{\text{CO}_2}} = \frac{\nu_{\text{He}} R T_0}{\nu_{\text{CO}_2} R T_0} \Rightarrow \frac{\frac{V}{2}}{\frac{V}{4}} = \frac{\nu_{\text{He}}}{\nu_{\text{CO}_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{\nu_{\text{He}}}{\nu_{\text{CO}_2}} = 2$$

Ур-е сост. идеальной газа в конце:

$$\text{Для He: } P_{\text{He}}^* V_{\text{He}}^* = \nu_{\text{He}} \cdot R \cdot T = \frac{P_{\text{атм}}}{2} \cdot \frac{V}{2}$$

из ур-я (1)

$$\text{Для CO}_2: P_{\text{CO}_2}^* V_{\text{CO}_2}^* = (\nu_{\text{CO}_2} - \Delta \nu) R T = \frac{P_{\text{атм}}}{2} \cdot \frac{V}{4} - \Delta \nu R T$$

из ур-я (2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку система теплоизолирована:

$$\Delta U_{\text{He}} = \Delta U_{\text{CO}_2} \quad \Delta U_{\text{He}} = -\Delta U_{\text{CO}_2}$$

изменение внутренней энергии гелия
изменение внутренней энергии диоксида углерода

$$\frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R (T - T_0) = - \frac{5}{2} \Delta \nu (T) \cdot R = -3R (\nu_{\text{CO}_2} + \Delta \nu) \cdot T - \nu_{\text{CO}_2} T_0$$

$$\frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R (T - T_0) = -3R (\nu_{\text{CO}_2} (T - T_0) + \Delta \nu T)$$

$$\nu_{\text{He}}^* = \frac{V}{5} \Rightarrow \nu_{\text{He}}^* + \nu_{\text{H}_2\text{O}} + \nu_{\text{CO}_2}^* = V \Rightarrow (\nu_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{V}{4})$$

$$\Rightarrow \nu_{\text{CO}_2}^* = V - \frac{V}{4} - \frac{V}{5} = \frac{3V}{4} - \frac{V}{5} = \frac{15V - 4V}{20} = \frac{11}{20} V$$

$p_{\text{CO}_2}^* = p_{\text{He}}^*$ - усл. равновесие поршня.

$$\Rightarrow \frac{p_{\text{He}}^* \nu_{\text{He}}^*}{p_{\text{CO}_2}^* \nu_{\text{CO}_2}^*} = \frac{\frac{p_{\text{atm}}}{2} \cdot \frac{V}{2}}{\frac{p_{\text{atm}}}{2} \cdot \frac{V}{4} - \Delta \nu R T}$$

$$\frac{\frac{V}{5}}{\frac{11V}{20}} = \frac{\frac{p_{\text{atm}} \cdot V}{4}}{\frac{p_{\text{atm}} \cdot V}{8} - \Delta \nu R T}$$

$$\frac{4}{11} \left(\frac{p_{\text{atm}} \cdot V}{8} - \Delta \nu R T \right) = \frac{p_{\text{atm}} \cdot V}{4}$$

$$\Delta \nu R T = \left(\frac{11 p_{\text{atm}} V}{16} - \frac{p_{\text{atm}} \cdot V}{8} \right) = -\frac{9}{16} \frac{p_{\text{atm}} V}{V}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\Rightarrow U_2 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \cdot 2d - U_1 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \cdot 2d + \frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{2q_1 + 2q_2 + q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d \Rightarrow U_2 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d} = 3q_1 + 2q_2$$

$$U_2 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d} - 3 \cdot \left(-\frac{\epsilon_0 S}{d}\right) \cdot U_1 = 2q_2 \Rightarrow q_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (U_2 + 3U_1) \times 0$$

наше предположение оказалось верным.

$$q_3 = -(q_1 + q_2) = -\left(-\frac{\epsilon_0 S}{d} U_1 + \frac{\epsilon_0 S}{2d} \cdot 3U_1 + \frac{\epsilon_0 S}{2d} U_2\right) =$$

$$= -\frac{\epsilon_0 S}{2d} (U_1 + U_2) < 0 \text{ наше предположение оказалось}$$

верным.

$$\Rightarrow E_{\Sigma 1-2} = -\frac{q_1}{\epsilon_0 S} = +\frac{\epsilon_0 S}{d \cdot \epsilon_0 S} \cdot U_1 = +\frac{U_1}{d} = \frac{U_1}{d} > 0$$

$$E_{\Sigma 2-3} = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} = \frac{-q_3}{\epsilon_0 S} = \frac{\epsilon_0 S (U_1 + U_2)}{2d \epsilon_0 S} = \frac{U_1 + U_2}{2d} > 0$$

направленности результирующего поля мы назвали
верно.

$\Rightarrow$ 1) ускорение в области 1-2: $F_{\Sigma n, 1-2} = ma$ - по

II 3-му Ньютону $\Rightarrow E_{\Sigma 1-2} \cdot q = ma \Rightarrow a = \frac{E_{\Sigma 1-2} \cdot q}{m}$

$$\Rightarrow \left(a = \frac{U_1 \cdot q}{d \cdot m} = \frac{U_1 q}{md} \right)$$

2) закон сохранения мех. эн-ии: $A_{F_{\Sigma n}} = K_2 - K_1$
для участка 1-2

Г.к. $F_{\Sigma n} = \text{const}$ и $\vec{F}_{\Sigma n} \updownarrow \vec{v}$, то $-\underbrace{E_{\Sigma 1-2} \cdot q \cdot d}_{F_{\Sigma n, 1-2}} = K_2 - K_1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-\frac{U_1}{d} \cdot q \cdot d = k_2 - k_1 \Rightarrow \boxed{k_1 - k_2 = \frac{U_1 q \cdot d}{d} = U_1 q}$$

3) закон изменения мех. эн-ии: $A_{F_{\text{эл}}} = k_{\text{кон}} - k_{\text{нач}}$
для участка 1-А

т.к. $F_{\text{эл}} = \text{const}$ и $\vec{F}_{\text{эл}} \uparrow \downarrow \vec{v}$, то $-F_{\text{эл}} \cdot \frac{d}{4} = k_{\text{нач}} - k_{\text{кон}}$

(работу $F_{\text{эл}}$ слева от сетки 1 не совершает,
т.к. там нет поля) $\Rightarrow k_{\text{нач}} = \frac{m v_0^2}{2}$

$$\Rightarrow -E_{\Sigma 1-2} \cdot \frac{d \cdot q}{4} = \frac{m v_0^2}{2} - k_{\text{кон}} \Rightarrow k_{\text{кон}} = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{U_1}{d} \cdot \frac{d \cdot q}{4}$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{U_1 q}{4} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + \frac{2 U_1 q}{4 m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + \frac{U_1 q}{2 m} = v_0^2 + \frac{U q}{2 m}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{v_0^2 + \frac{U q}{2 m}}}$$

Ответ: 1) $a = \frac{U q}{m d}$; 2) $k_1 - k_2 = U q$; 3)

$$3) v = \sqrt{v_0^2 + \frac{U q}{2 m}}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

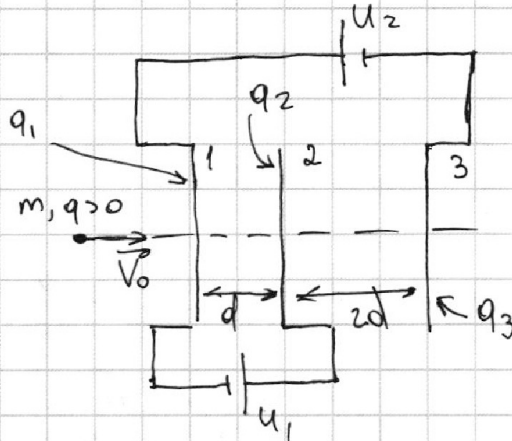
Задача 13) Рассмотрим установ. режим:

$$U_1 = U$$

$$U_2 = 3U$$

(d) (q) (m)

(V₀)



Пусть q_1 - заряд
на первой сетке,
 q_2 - заряд на 2,
 q_3 - заряд на 3

Пусть S -
площадь
пластины

Предположим, что $q_1 > 0, q_2 > 0, q_3 < 0$:

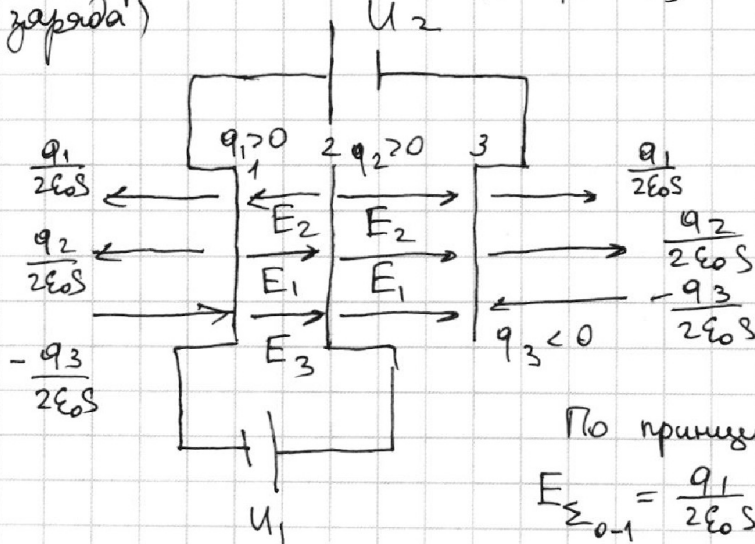
$$E_1 = \frac{|q_1|}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_1}{2\epsilon_0 S}; \quad E_2 = \frac{|q_2|}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_2}{2\epsilon_0 S}; \quad E_3 = \frac{|q_3|}{2\epsilon_0 S} = \frac{-q_3}{2\epsilon_0 S}$$

ЗСЗ:

(закон сохранения
заряда)

$$0 = q_1 + q_2 + q_3 \rightarrow$$

$$q_1 + q_2 = -q_3$$



По принципу суперпозиции:

$$E_{\Sigma 0-1} = \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{(-q_3)}{2\epsilon_0 S} =$$

$$= \frac{(q_1 + q_2) + q_3}{2\epsilon_0 S} = 0 - \text{поле}$$

слева от сетки 1.

$$E_{\Sigma 1-2} = E_2 - (E_1 + E_3) = \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} - \frac{(-q_3)}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_2 - q_1 + q_3}{2\epsilon_0 S}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$E_{\Sigma 1-2} = \frac{q_2 - q_1 - q_1 - q_2}{2\epsilon_0 S} = -\frac{q_1}{\epsilon_0 S} \quad \text{поле в области 1-2}$$

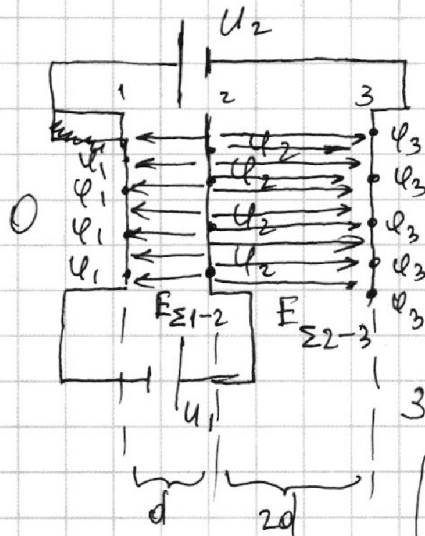
$$E_{\Sigma 2-3} = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_1 + q_2 - q_3}{2\epsilon_0 S}$$

$$E_{\Sigma 2-3} = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \quad \text{поле в области 2-3.}$$

$$E_{\Sigma 3-} = E_1 + E_2 - E_3 = \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{(-q_3)}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{2\epsilon_0 S} = 0$$

— поле в области за 3-ей сеткой равно нулю

Расставим потенциалы и результирующее поле.



Пусть потенциал результирующего поля на пластине 3: φ_3
на сетке 2: φ_2
на сетке 1: φ_1

Заметим, что $\varphi_2 = U_1 + \varphi_1$

$$\boxed{\varphi_1 = U_2 + \varphi_3} \Rightarrow \boxed{\varphi_2 = U_1 + U_2 + \varphi_3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 - \varphi_1 = E_{\Sigma 1-2} \cdot d \\ \varphi_2 - \varphi_3 = E_{\Sigma 2-3} \cdot 2d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_1 + U_2 + \varphi_3 - U_2 - \varphi_3 = E_{\Sigma 1-2} \cdot d \\ U_1 + U_2 + \varphi_3 - \varphi_3 = E_{\Sigma 2-3} \cdot 2d \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_1 = E_{\Sigma 1-2} \cdot d \\ U_1 + U_2 = E_{\Sigma 2-3} \cdot 2d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_1 = -\frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d \\ U_1 + U_2 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \cdot 2d \end{cases}$$

$$\Rightarrow q_1 = -\frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot U_1 < 0 \Rightarrow \text{наше предположение}$$

верно, истинный заряд $q_1 < 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что когда процесс установится, то катушка L станет проводом $\Rightarrow I_L = 0$, т.к. напряжение обнуляется на ветке с $3R$ ($U_L = 0$), весь ток пойдет только через катушку L и по 3-му Ома:

$$I_{\text{уст}} = \frac{E}{R}.$$

$$\Rightarrow \text{Продифференцируем (4): } q_1 \cdot 3R + 3L(0 - I_{01}) = \\ = L \cdot (I_{\text{уст}} - 0) \Rightarrow q_1 \cdot 3R + 3L \cdot 0 - 3L \cdot \frac{4}{19} \frac{E}{R} =$$

$$= L \cdot \frac{E}{R} \Rightarrow \boxed{q_1 = L \cdot \frac{4}{19} \frac{E}{R^2} + L \cdot \frac{E}{3R^2} = \frac{31LE}{57R^2}}$$

$$\text{Ответ: 1) } I_{01} = \frac{4}{19} \frac{E}{R}; \quad 2) \frac{dI}{dt} = \frac{12E}{19L}.$$

$$3) q_1 = \frac{31LE}{57R^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

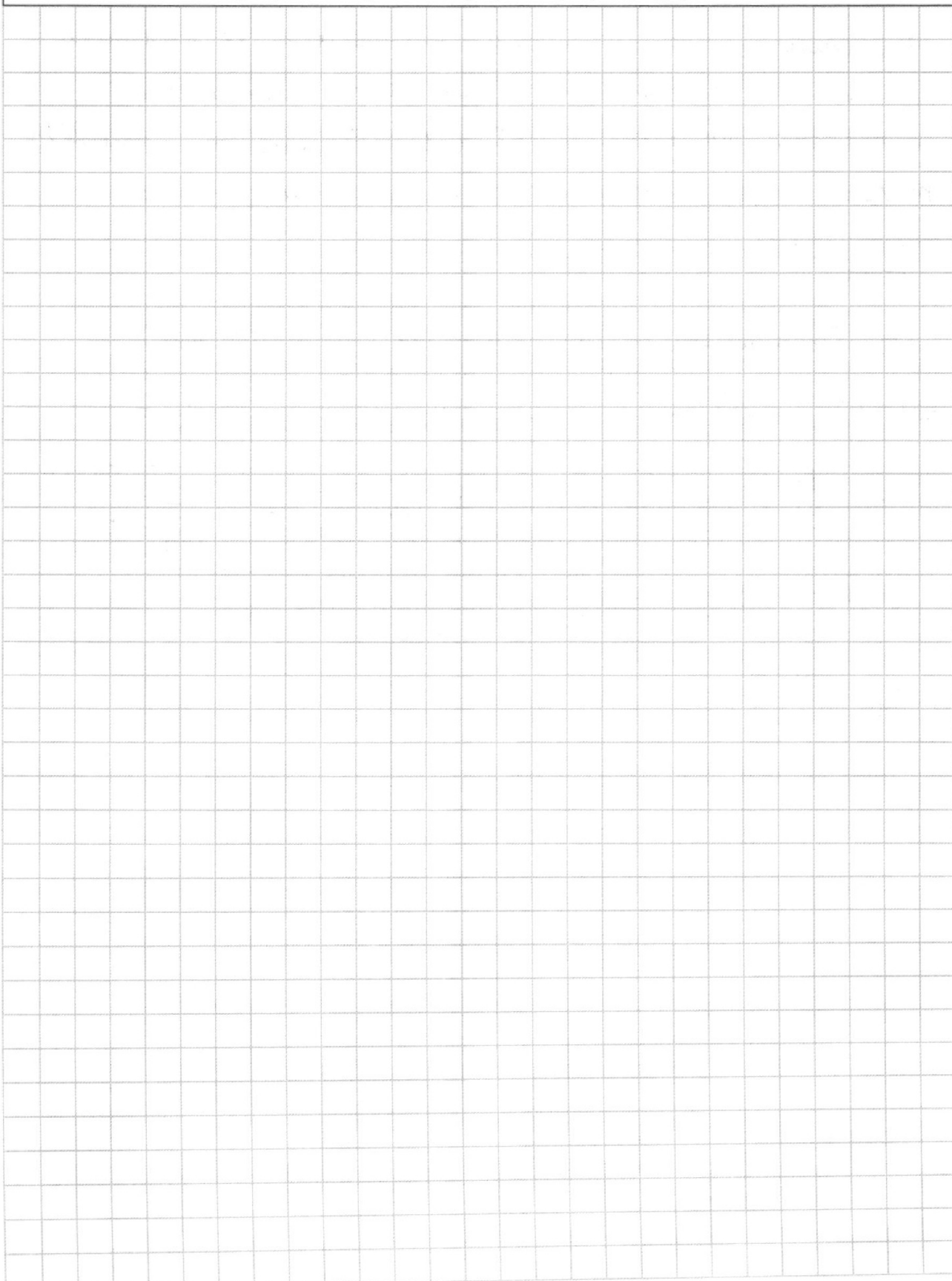
5
☐

6
☐

7
☐

 **МФТИ**

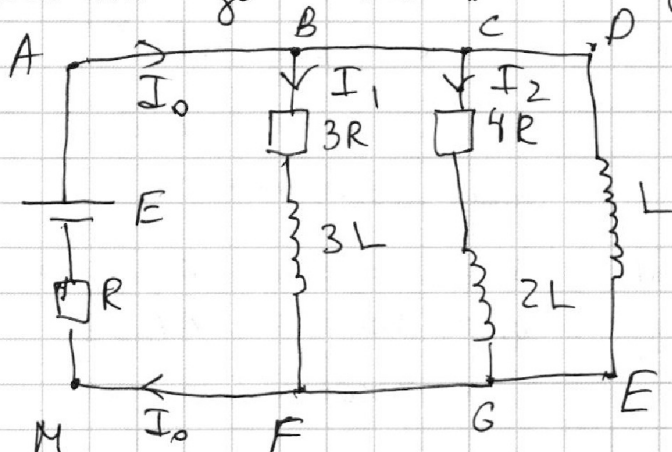
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Сразу после замыкания ключа ток в ветвях не поменяется, т.к. на катушках резко он не сможет измениться (ток через ветку DE равен 0)



Второе правило Кирхгофа для контура ADEM по часовой обход:

$$E = I_0 \cdot R + U_L$$

$$U_L = E - I_0 \cdot R = E - \frac{7ER}{19R}$$

$$= \frac{12}{19} E \Rightarrow L \cdot \frac{dI}{dt} = \frac{12}{19} E \Rightarrow \boxed{\frac{dI}{dt} = \frac{12E}{19L}}$$

Рассмотрим контур ABFM и ADEM
в произвольный момент:

II правило Кирхгофа обход по часовой:

$$I_1 \cdot 3R + 3L \cdot \frac{dI_1}{dt} + I_0 \cdot R = E \quad (ABFM)$$

$$I_0 \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt} = E \quad (ADEM)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dq_1 \cdot 3R + 3L \cdot dI_1 + dq_0 \cdot R = E \cdot dt \\ dq_0 \cdot R + L dI = E dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow dq_1 \cdot 3R + 3L dI_1 - L dI = 0$$

$$\Rightarrow dq_1 \cdot 3R + 3L dI_1 = L dI \quad (4) \quad dI - \text{изменение тока на катушке } L$$

dq_1 - прошедший заряд через резистор $3R$

dI_1 - изменение тока через резистор $3R$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

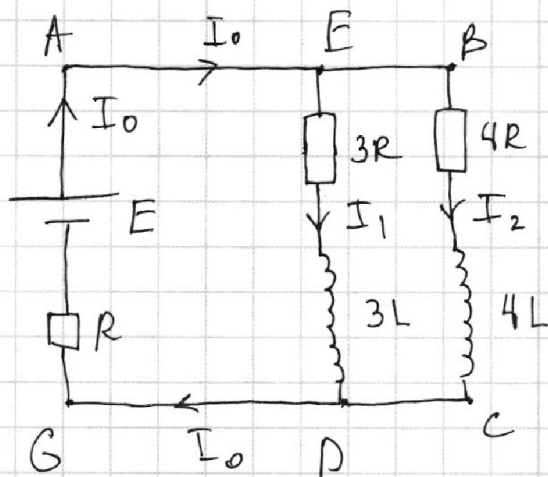
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Задача №4) Рассмотрим уст. режим до замыкания
кнопки.

Пусть ток через источник и резистор R I_0 ,
ток через резистор $3R$ I_1 , ток через $4R$ I_2 .



Режим установившийся,
токи постоянные.

Второе правило Кирхгофа
для контура $ABCG$
по часовой стрелке:

$$E = I_0 R + I_2 \cdot 4R$$

для контура $AEDG$
по часовой стрелке:

$$E = I_1 \cdot 3R + I_0 R$$

Первое правило Кирхгофа
для узла E :

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E = I_0 R + I_2 \cdot 4R & (1) \\ E = I_1 \cdot 3R + I_0 R & (2) \\ I_0 = I_1 + I_2 & (3) \end{cases}$$

вычитаем (3) (2) - (1):

$$3I_1 - 4I_2 = 0$$

$$I_2 = \frac{3}{4} I_1$$

$$\Rightarrow I_0 = I_1 + I_2 = \frac{7}{4} I_1$$

$$\Rightarrow \frac{E}{R} = I_0 + 3I_1 = \frac{7}{4} I_1 + 3I_1 = \frac{19}{4} I_1 \rightarrow I_1 = \frac{4}{19} \frac{E}{R}$$

$$I_2 = \frac{3}{19} \frac{E}{R} ; I_0 = \frac{7}{19} \frac{E}{R}$$

$$I_1 = I_0 = \frac{4}{19} \frac{E}{R}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

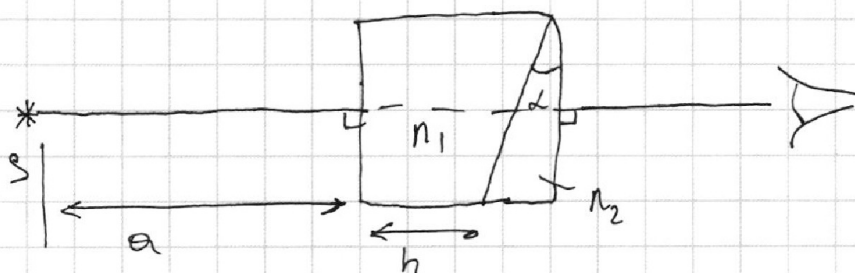
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

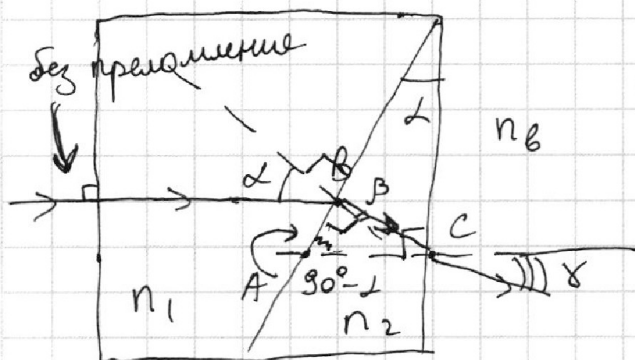
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №5)



Рассмотрим ход луча идущий перпендикулярно
левой грани системы:



Рассмотрим $\triangle ABC$:

сумма углов $= 180^\circ$

β - угол преломления
на границе $n_1 - n_2$

γ - угол преломления
на границе $n_2 - n_{\text{возд}}$

θ - угол падения на
границе $n_2 - n_{\text{возд}}$

$$(\beta + 90^\circ) + (90^\circ - \alpha) + \theta = 180^\circ$$

$$\boxed{\theta = \alpha - \beta}$$

Закон преломления на границе $n_1 - n_2$ и

$$n_2 - n_{\text{возд}}: n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

$$n_2 \sin \theta = n_{\text{возд}} \cdot \sin \gamma$$

П.к. углы малы, то $\sin x \approx x$: $n_1 \cdot \alpha = n_2 \cdot \beta$

$$n_2 \cdot \theta = n_{\text{возд}} \cdot \gamma$$

$$n_2 (\alpha - \beta) = n_{\text{возд}} \gamma \Rightarrow n_2 \cdot \alpha - n_2 \beta = n_{\text{возд}} \gamma$$

$$n_2 \alpha - n_1 \alpha = n_{\text{возд}} \gamma$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\gamma = \frac{(n_2 - n_1) \cdot \alpha}{n_0} = \frac{0,7 \cdot 0,1}{1} = 0,07 \text{ рад.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

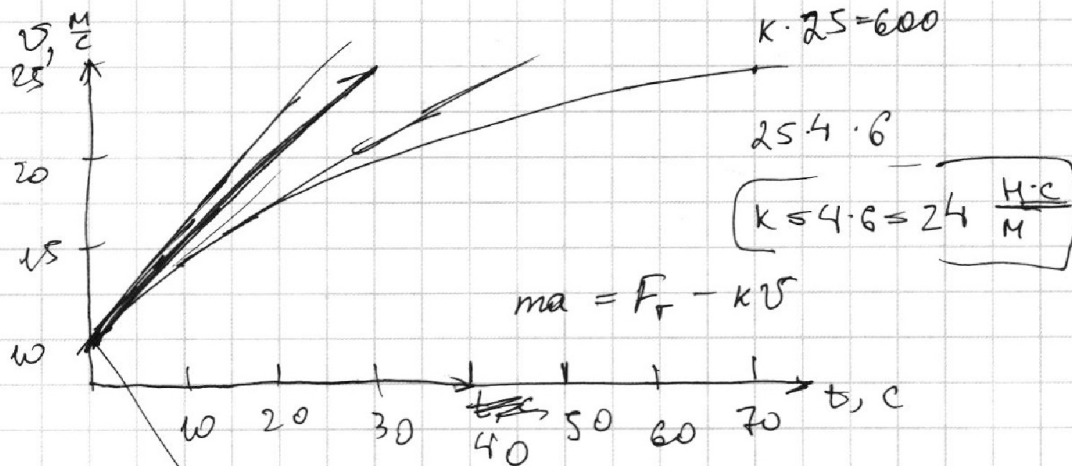
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) в конце пути $\frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow k v = 600$



$$Q_0 = \frac{25 - 15}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

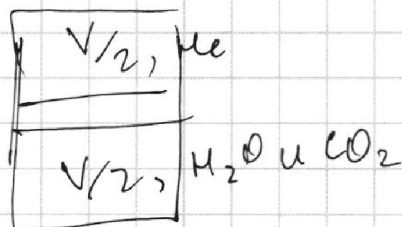
$$F_0 = m a_0 + k v_0 =$$

$$= 1500 \cdot \frac{1}{2} + 24 \cdot 10 =$$

$$= 750 + 240 =$$

$$= 990 \text{ Н}$$

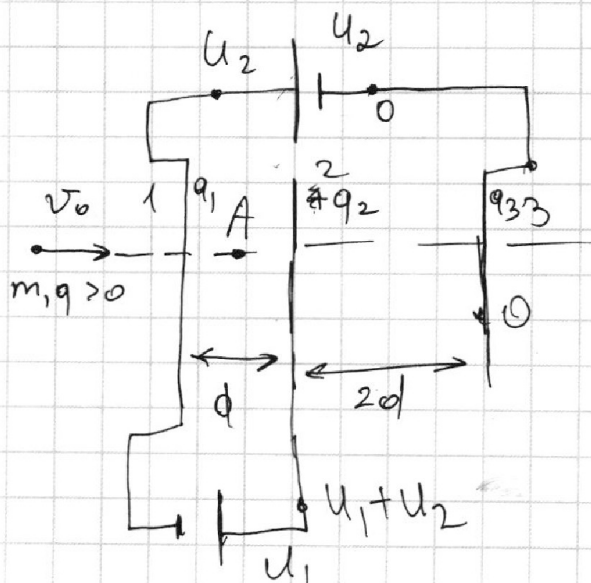
2)



$$3) P_0 = 990 \cdot 10 =$$

$$= 9900 \text{ Вт.}$$

$$\frac{750 + 240}{990}$$



Предположим, что $q_1 > 0$,

$q_2 > 0$, $q_3 < 0$

$$3 C 3 = q_1 + q_2 + q_3 = 0$$

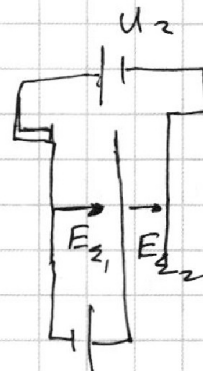
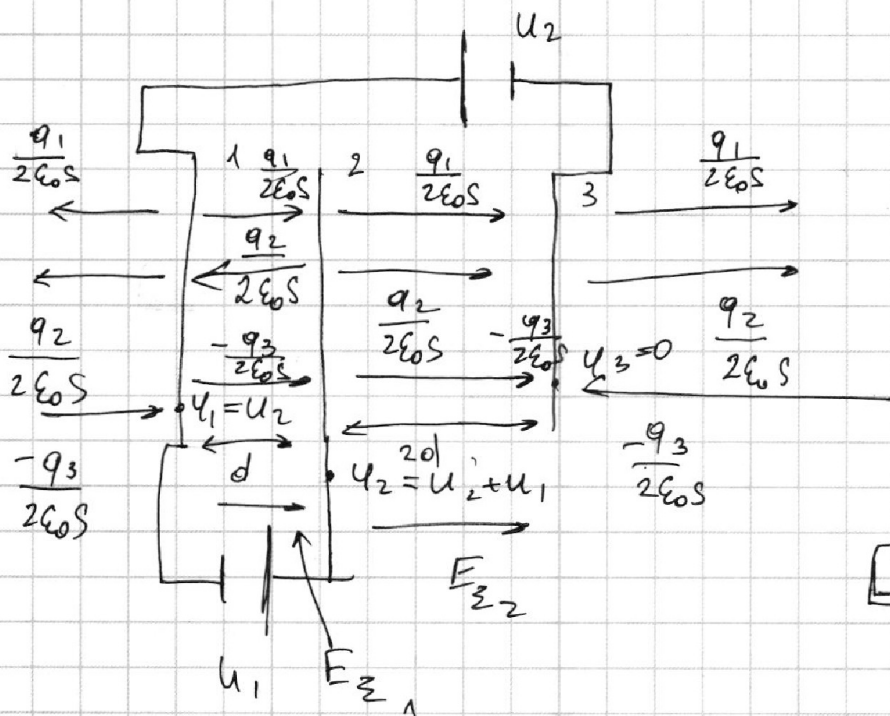
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{(-q_3)}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} = E_{\epsilon 1}$$

$$\frac{q_1 + q_1 + \cancel{q_2} - q_2}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_1}{\epsilon_0 S} > 0 \quad \text{в сторону } \frac{q_1}{2\epsilon_0 S}$$

$$E_{\epsilon 2} = \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} = \frac{2(q_1 + q_2)}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} > 0$$

$$q_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot (-U_1) < 0$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_{\epsilon 1} \cdot d$$

$$U_2 - (U_2 + U_1) = \frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d \Rightarrow -U_1 = \frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = E_{\epsilon 2} \cdot d \cdot 2 \Rightarrow U_2 + U_1 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \cdot 2d$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$U_2 + U_1 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \cdot 2d$$

$$-U_1 = -\frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d$$

$$U_2 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0 S} \cdot 2d + \frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d$$

$$\frac{2q_1 + 2q_2 + q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d = U_2$$

$$3q_1 + 2q_2 = \frac{U_2 \cdot \epsilon_0 S}{d}$$

$$3 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d} (-U_1) + 2q_2 = \frac{U_2 \cdot \epsilon_0 S}{d}$$

$$2q_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d} (U_2 + 3U_1)$$

$$q_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} (U_2 + 3U_1) > 0$$

$$U_1 - U_3 = E_{z1} d + E_{z2} d \cdot 2$$

$$U_2 = \frac{q_1}{\epsilon_0 S} \cdot d + \frac{2(q_1 + q_2)}{\epsilon_0 S} \cdot d =$$

$$q_3 = - \left(\frac{q_1}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d} U_1 + \frac{\epsilon_0 S}{2d} U_2 \right) < 0$$

$$q_3 = -(U_1 + U_2) \cdot \frac{\epsilon_0 S}{2d}$$

$\Delta V \leq k p_{\text{газа}}$

$$\left. \begin{aligned} q_3 &= -(q_1 + q_2) = \\ &= - \left(-U_1 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{d} + \frac{\epsilon_0 S}{2d} \cdot (U_2 + 3U_1) \right) \end{aligned} \right\}$$

U_0

$$q_1 + q_2 = - \frac{q_1 \epsilon_0 S}{d} +$$

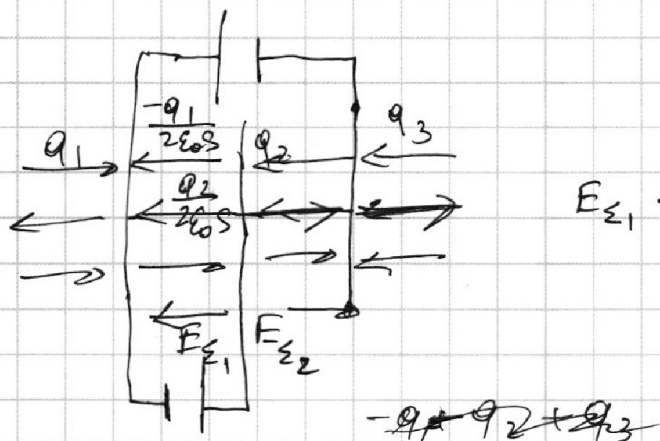
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{-q_1 + q_2 + q_3}{2\epsilon_0 S} = \frac{-q_1 + q_2 + q_1 - q_2}{2\epsilon_0 S} = \frac{-q_1 + q_1}{2\epsilon_0 S} = 0$$

$$\frac{-q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} = \frac{(-q_1)}{2\epsilon_0 S} = \frac{-q_1 + q_2 + q_3}{2\epsilon_0 S} = \frac{-q_1 - q_2 + q_1 - q_2}{2\epsilon_0 S} = 0$$

$$F_{E1} \cdot q = ma \rightarrow a = \frac{q}{m} \cdot E_{E1}$$

$$-F_{\text{ан}} \cdot d = F_{k2} - k_1$$

$$F_{\text{ан}} \cdot d = k_1 - k_2 \Rightarrow E_{E1} \cdot q \cdot d =$$

$$U_1 \cdot q = k_1 - k_2$$

$$U_1 \cdot q = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 - \frac{U_1 \cdot q}{\frac{1}{2} m}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{U_1 \cdot q}{2}$$

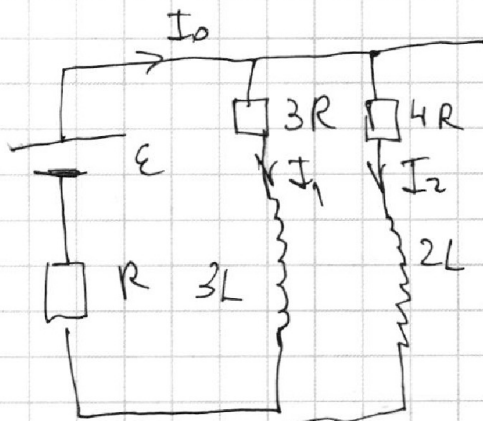
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} E = I_1 \cdot 3R + I_0 \cdot R \\ E = I_2 \cdot 4R + I_0 \cdot R \\ I_2 + I_1 = I_0 \end{cases}$$

$$\frac{E}{R} = I_1 \cdot 3 + I_0 \quad \begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$\frac{E}{R} = I_2 \cdot 4 + I_0$$

$$U_L = E - I_0 R =$$

$$= E - \frac{7}{18} \cdot \frac{E}{R} R =$$

$$= \frac{12}{18} E = L \cdot \dot{I} \Rightarrow \left(\frac{12}{18} \frac{E}{L} \leq \dot{I} \right) \quad \begin{array}{l} 3I_1 - 4I_2 = 0 \Rightarrow \frac{3}{4} I_2 = I_1 \\ I_0 = \frac{3}{4} I_1 + I_1 = \frac{7}{4} I_1 \end{array}$$

$$I = \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{R} = 3I_1 + \frac{7}{4} I_1 = \frac{19}{4} I_1$$

$$I_1 = \frac{4}{19} \cdot \frac{E}{R}$$

$$I_2 = \frac{3}{19} \cdot \frac{E}{R}$$

$$I_0 = \frac{7}{19} \cdot \frac{E}{R}$$

$$3L \cdot \dot{I}_1 + I_1 \cdot 3R + I_0 \cdot R = E$$

$$E = I_0 \cdot R + L \cdot \dot{I}$$

$$E \cdot dt = dq_0 R + L dI$$

$$E dt = 3L dI_1 + dq_1 3R + dq_0 R$$

$$\begin{aligned} dq_1 \cdot 3R &= 3L I_1 + L \cdot \frac{E}{R} \\ dq_1 &= \frac{L}{R} I_1 + L \cdot \frac{E}{3R^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3L dI_1 + dq_1 3R &= L dI \\ 3L(0 - I_1) + dq_1 \cdot 3R &= L \left(\frac{E}{R} \right) \end{aligned}$$



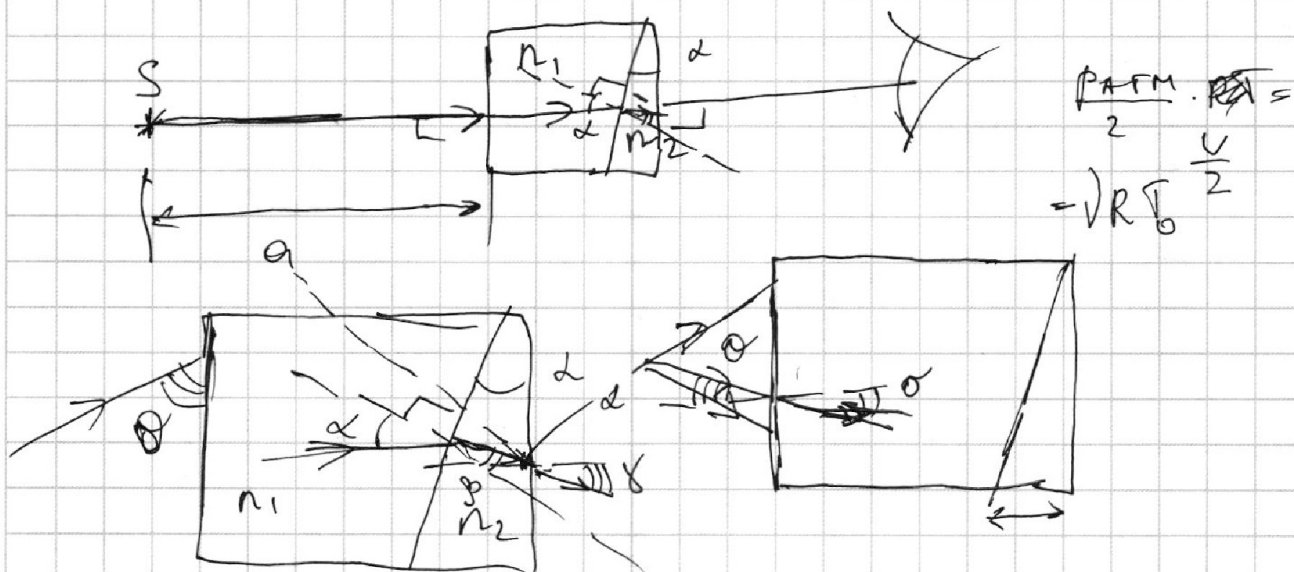
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$n_2 \sin \alpha = n_1 \sin \beta \rightarrow \beta \cdot n_2 = \alpha \cdot n_1$$

$$n_2 \sin \alpha = 1 \cdot \sin \gamma$$

$$180^\circ - (\beta + 90^\circ + 90^\circ - \alpha) = \alpha - \beta$$

$$\frac{3V}{4} \frac{p_{\text{отн}}}{2} = \sqrt{R \epsilon_0} n_2 \sin(\alpha - \beta) = 1 \cdot \sin \gamma$$

$$V \cdot \frac{p_{\text{отн}}}{2} = \sqrt{R \epsilon_0} n_2 (\alpha - \beta) = \sin \gamma = \gamma$$

$$n_2 \alpha - n_2 \beta = \gamma$$

$$n_2 \alpha - n_1 \alpha = \gamma$$

$$\gamma = (n_2 - n_1) \cdot \alpha \quad \text{— ответ на первый}$$

