



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже ~~каждого из них~~ ^{каждого из них} велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \geq 3^{11} 4^{11} \quad ; 3^{11} 4^{11}$
 $bc \geq 3^{18} 4^{16} \quad ; 3^{16} 4^{16}$
 $ac \geq 3^{21} 4^{38} \quad ; 3^{11} 4^{38}$
 $\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac \geq 3^{50} 4^{7} \Rightarrow$ система неравенств $3, 6, ab^2 c^4$
 $\geq 11 \cdot 18 + 71 = 50, \Rightarrow \forall abc \quad 50 : 2 = 25$
 система $3, 4, 7 ; \geq 11 + 18 + 38 = 65$, м.б. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат;
 $2 \cdot 65 = 130 \geq 66$
 $\Rightarrow \forall abc \geq 33$

мыслим abc равно $3^{25} \cdot 4^{33}$

Пример: $a = 3^7, ab = 3^{11} 4^{11}$

$bc = 3^{18} 4^{16}$

$ac = 3^{21} 4^{38}$

\Rightarrow пусть $a = 3^{a_1} 4^{a_2}, b = 3^{b_1} 4^{b_2}, c = 3^{c_1} 4^{c_2}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 = 11 \\ a_2 + b_2 = 11 \\ b_1 + c_1 = 18 \\ b_2 + c_2 = 16 \\ a_1 + c_1 = 21 \\ a_2 + c_2 = 38 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 = 11 \\ b_1 + c_1 = 18 \\ a_1 + c_1 = 21 \\ a_2 + b_2 = 11 \\ b_2 + c_2 = 16 \\ a_2 + c_2 = 38 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 = a_2 = 7 \\ a_2 = 14 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 = a_2 = 7 \\ a_1 = 14 \\ a_1 = 4 \\ a_1 = 7 \end{cases}$

с помощью системы уравнений найдем решение

но для системы 7; достаточно выписать, $(a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) > a_1 + c_1$
(можно будет еще систему)

\Rightarrow м.б. $a_1 + b_1 + c_1 = 2 \cdot 7 + 7 = 21, (a_1 + c_1) = 21$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

цели \Rightarrow мин. сум. стоимость вагон $7:98$, и с. б. вагон 38 раз

$$a + b_1 = 20$$

$$b_1 + c_1 = 18$$

$$a_1 + c_1 = 38$$

$$b_1 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = 20$$

$$c_1 = 18$$

$$Q = 3^2 \cdot 7^1 \cdot a_1 = 3^2 \cdot 7^1 \cdot 20$$

$$b = 3^4 \cdot 7^0 = 3^4$$

$$c = 3^4 \cdot 7^1$$

$$2b = 3^{11} \cdot 7^{20} ; 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$b_2 c = 3^{18} \cdot 7^{18} ; 3^{18} \cdot 7^{18}$$

$$2c = 3^{11} \cdot 7^{28} ; 3^{11} \cdot 7^{18}$$

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{38}$$

(min) (min)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~если $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv -b^2 + 4ab$~~

~~$a^2 - 4ab = a(a-4b) = 5a^2$
 $\equiv -4b$~~

~~$a(a-4b) \equiv b(4a-b) - b^2 + 4ab = b(4a-b) \equiv -3b^2$~~

~~$5a \equiv$~~

~~$\frac{a+b}{m} \equiv 100b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~$a^2 \equiv b^2$~~

~~$\Rightarrow a \equiv -b$~~

~~\Rightarrow если $a+b \equiv m$~~

~~$a^2 - 8ab + b^2 \equiv 0 \pmod{m}$~~

~~$\Rightarrow a \equiv -b$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$~~

~~$a^2 - 4ab \equiv 4ab - b^2$
 $\equiv -a \equiv -4b$~~

~~$5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~н.с. $a \equiv -b$~~

~~a, b взаимно просты~~

~~$a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$~~

~~\Rightarrow если $a \equiv -b$, $5a^2 \equiv -5b^2$~~

~~если a взаимно просто с m ,~~

~~то a сократим~~

~~если $m \nmid 5$~~

~~$a \equiv -b$~~

~~то $a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$~~

~~$\Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$~~

~~$5a^2 \equiv -5a^2$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~$10a^2 \equiv 0$~~

~~если a^2 и m не взаимно просты.~~

~~a и m не взаимно просты. $\Rightarrow a$ имеет делитель p и m имеет делитель q~~

~~$a \equiv -b \pmod{m}$~~

~~b его тоже делит~~

~~\Rightarrow если a, b не взаимно просты \Rightarrow~~

~~если a, b взаимно просты $\Rightarrow 10 \equiv 0 \pmod{m}$~~

~~если a, b не взаимно просты $\Rightarrow m \leq 10$~~

~~пример: $a=3, b=7$~~

~~$10 \equiv 0 \pmod{m}$~~

~~$10 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow \frac{10}{10-40-160} = \frac{10}{-110} = -\frac{1}{11}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 3x + 4$$

$$b = 2x^2 + x + 3$$

$$a - b = 1 - 4x \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

найдем мин. значения $2x^2 - 3x + 4$

$$x_0 = \frac{3}{4}, y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{18}{16} - \frac{36}{16} + 4 = \frac{46}{16}$$

найдем мин. значения $2x^2 + x + 3$

$$x_0 = -\frac{1}{4}, y_0 = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} + 3 = 3 - \frac{2}{16}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

мысли $a \neq b, a > b,$

$$\Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} > 0$$

$$\sqrt{a} - 1 > 0, \text{ т.е. } a > 1 \text{ (мин. } (2x^2 - 3x + 4) > 1)$$

$$\text{и } \sqrt{a} - 1 > \sqrt{b} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) > \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

т.к. $b > a$, все аналогично

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow 1 - 4x = 0,$$

$$x = \frac{1}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N=95

Заметим, что если λ — брана

$x', y', z' = kx, ky, kz$, ~~равенства~~ все равенства имеют не
изменяется,

т.е. $3kx + 2ky = kz$, если $3x + 2y = z$

$$\text{и } \frac{3}{kx} + \frac{2}{ky} = \frac{2}{kz} \Rightarrow \frac{3ky + 2kx}{k^2(xy)} = \frac{2}{kz} \Rightarrow \frac{3y + 2x}{kxy} = \frac{2}{kz}$$

если $\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$

$$3k^3x^3 - 4k^3y^3 - k^3z^3 = 3x^3 - 4y^3 - z^3 \Rightarrow \text{при делении на } k^3$$

$$3x^3 - 4y^3 - z^3 = \frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3} \Rightarrow \text{при делении на } x^3$$

Весь процесс определится на k , ~~это число не меняется~~ \Rightarrow

Б.О.О., заметим max, что $z=1$

$$3x + 2y = 1 \quad \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$$

$$y = \frac{1-3x}{2} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{4}{1-3x} = 2 \quad | \cdot x(1-3x)$$

$$3(1-3x) + 2x = 2(1-3x)x$$

$$3 - 9x + 2x = 2x - 6x^2$$

$$8x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$x=1$ $x=0,5$ $(2x+3y=1)$
 $(y=0 \Rightarrow z=1)$ $1) x=1 \Rightarrow z=1 \quad y=-1$

$$\Rightarrow \frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3}$$

$$\frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3}$$

$$= \frac{3-1}{1} = 2$$

$$= \frac{3-4-1}{1-6} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$2) x=0,5 \quad z=1 \Rightarrow y=-0,5$

$$\frac{3x^3 - 4y^3 - z^3}{x^3 - 6y^3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{6}{16} = \frac{-1}{8}$$

\Rightarrow лучше будет меньше или $= 4$
 \Rightarrow для вопроса \Rightarrow (max=4)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть v_1 - скорость велосипедиста (км/ч)

v_2 - скорость лыжника (км/ч)

L - расстояние

$$\Rightarrow \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (1 \text{ час}) \quad | \cdot v_1 v_2 \quad L - \frac{v_1}{v_2} L = 2v_1$$

$$v_2 \frac{L}{v_1} - v_1 \frac{L}{v_2} = 2v_1 \quad (2 \text{ часа})$$

$$L \frac{v_2}{v_1} - L = 2v_1 \quad (3)$$

$$\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6} = 1,75 \quad (3 \text{ часа})$$

$$\frac{L v_2}{v_1} - L \frac{v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) = 96$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 48$$

$$\Rightarrow v_2 = 48 - v_1$$

$$\frac{\frac{L}{v_1} - \frac{L}{48-v_1}}{\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_1-6}} = \frac{2}{1,75} = \frac{8}{7}$$

$$6 \cdot 540 = 3 \cdot 7$$

$$\frac{\frac{48-v_1}{v_1} - \frac{48-v_1}{48-v_1}}{\frac{48-v_1}{v_1+6} - \frac{48-v_1}{v_1-6}} = \frac{8}{7}$$

м.ф.
 $v_1 \neq 24$
(если бы совпало бы
знаменатель и

$$\frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} = 0$$

$$(v_1+6)(54-v_1) \cdot 8 = v_1(48-v_1) \cdot 7$$

$$8(48v_1 + 324 - v_1^2) = 7(48v_1 - v_1^2)$$

$$240v_1 + 1620 - 8v_1^2 = 336v_1 - 7v_1^2$$

$$3v_1^2 - 194v_1 + 1620 = 0$$

$$v_1^2 - 48v_1 + 540 = 0$$

$$(v_1-30)(v_1-18) = 0$$

$$\text{но } v_1 < 24, \text{ и } \text{н.д. } v_1 < v_2$$

$$\Rightarrow v_1 = 18$$

$$\Rightarrow \frac{L}{18} - \frac{L}{30} = 2 \quad | \cdot 540$$

$$30L - 18L = 540 \cdot 1080$$

$$12L = 540 \cdot 1080$$

$$\Rightarrow L = \frac{540 \cdot 1080}{12} = 48600 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$N=5$

число v_1 - скорость автомобиля (км/ч)

v_2 - скорость мотоцикла (км/ч)

L - расстояние между пунктами (км)

$$\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \quad (\text{вз } 1 \text{ ч})$$

$$\frac{L}{v_2} \cdot v_1 = \frac{L}{v_1} \cdot v_2 \Rightarrow v_2 \cdot \frac{L}{v_1} = v_1 + v_2 \cdot \frac{L}{v_2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1 L}{v_2} = 96$$

$$\frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_2+6} = 1,25 \quad (\text{вз } 2 \text{ ч})$$

$$\begin{cases} \frac{v_2 L}{v_1} - \frac{v_1 L}{v_2} = 96 \\ \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = 2 \\ \frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{v_2+6} = 1,25 \end{cases}$$

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = \frac{2}{L}$$

$$\frac{1}{v_1+6} - \frac{1}{v_2+6} = \frac{1,25}{L}$$

$$\frac{5v_2 - 5v_1}{(v_1+6)(v_2+6)} = \frac{3v_2 - 3v_1}{(v_1+6)(v_2+6)}$$

$$\begin{aligned} L - \frac{L v_1}{v_2} &= 2 v_1 \\ \frac{L v_2}{v_1} - L &= 2 v_2 \\ \frac{L v_2}{v_1} - \frac{L v_1}{v_2} &= 2(v_1 + v_2) \\ \Rightarrow 2(v_1 + v_2) &= 96 \quad \boxed{v_1 + v_2 = 48} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 48 - v_1 \\ \frac{L}{v_1} - \frac{L}{48 - v_1} &= 2 \\ \frac{L}{v_1+6} - \frac{L}{54 - v_1} &= 1,25 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{48 - v_1} = \frac{2}{L}$$

$$\frac{1}{v_1+6} - \frac{1}{54 - v_1} = \frac{1,25}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{3}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{3}{L}$$

$$\frac{48 - 2v_1}{v_1(48 - v_1)} = \frac{3}{L}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



кв. в. $3x + 2y = z$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{xy}$$

$$z = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{3x+2y}$$

масштаб $\left(\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y} \right)$

3

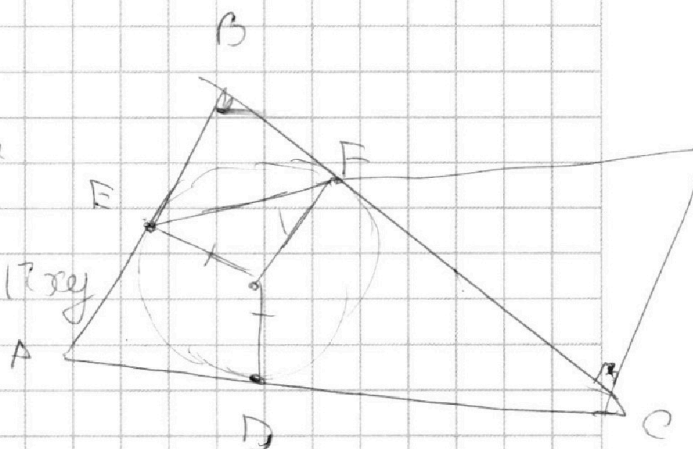
$$z^2 = (3x + 2y)^2$$

$$3x^2 + 4y^2 - (3x + 2y)^2$$

$$= 3x^2 + 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 = -6x^2 - 12xy - 8y^2$$

$$= -2(3x^2 + 6xy + 4y^2)$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{3} (x - \sqrt{3}y)$$



$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{z}{xy}$$

$$\Rightarrow z = \frac{zxy}{3y+x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



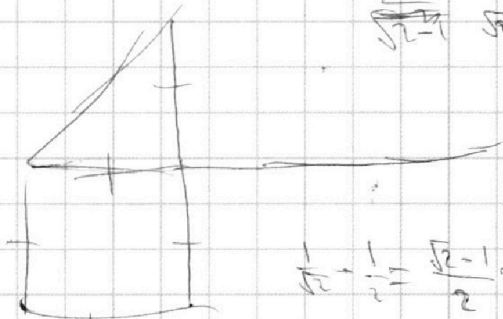
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2\sqrt{2}+2$$

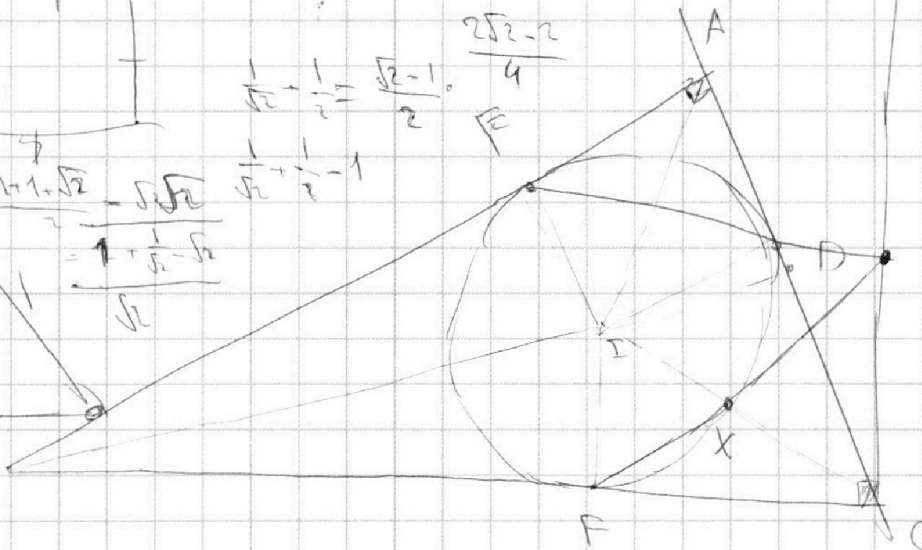
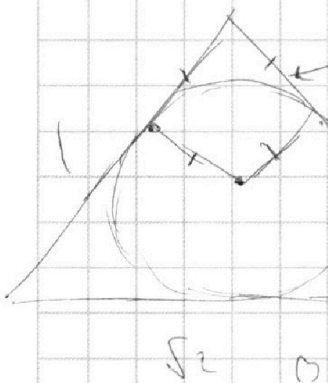


$$\frac{2\sqrt{2}-2}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

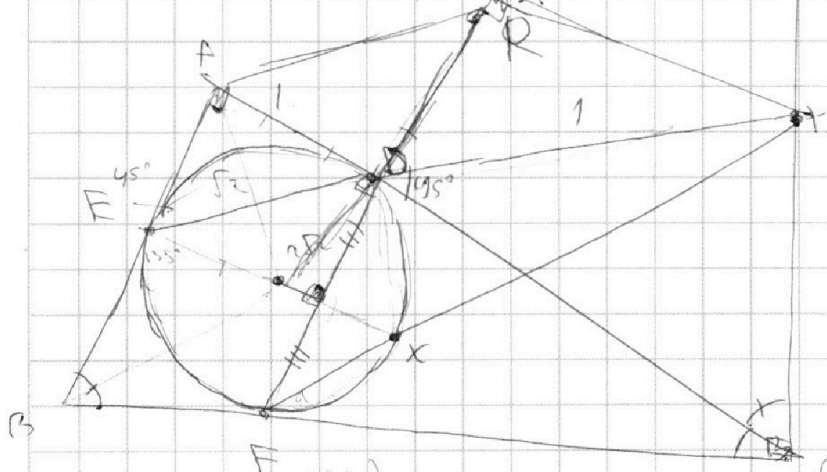
$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{2+1-\sqrt{2}}{2} = \frac{3-\sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{1-\sqrt{2}}{2}$$



$$360 - 135 - 90 - \theta = 135 - \theta$$

$$\frac{EX}{XF} = \frac{DF}{DF} = 2\sqrt{2}$$



$$FX = 2\sqrt{2} \cdot XF$$

$$\frac{DF}{\sin \theta} = \frac{CF}{\sin 45} = \sqrt{2} \cdot CF$$

$$DF = \sin \theta \cdot \sqrt{2} \cdot CF$$

$$2DF = \sin \theta \cdot CF$$

$$DF = \frac{1}{2} \sin \theta \cdot CF$$

$$\frac{1}{2} = 90 - (90 - \theta)$$

$$= 90 - 90 + \theta$$

$$= \theta$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{z}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{3x^2 - 6xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{z}$$

$$2xy = z - 3x = \frac{k(z-y)}{k'x+y}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{1}{z}$$

$$4y = (z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z} = 1$$

$$x^2 + \frac{z}{2}(z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$z = \frac{2xy}{3x+y} = 3x+2y$$

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = (3x+2y)(3x+2y)$$

$$\begin{cases} 2xy = \frac{1-3x}{2} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{1-3x} = 2 \end{cases}$$

$$2xy = 9x^2 + 2y^2 + 6xy + 3xy$$

$$9x^2 + 2y^2 - 7xy = 0$$

$$\begin{cases} 2x(1-3x) + 2x = 2(1-3x) \\ 3 - 9x + 2x = 2(1-3x) \\ 6x^2 - 9x + 3 = 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{z} - \frac{3}{2x}$$

$$y = \frac{xz}{2x-3z}$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several algebraic derivations and calculations:

- At the top, there are calculations involving $\frac{48-17}{2} = 15.5$ and $\frac{47 \pm \sqrt{144}}{2}$.
- A quadratic equation $2x^2 - 3x + 4 = 0$ is written, with its discriminant $D = 9 - 32 = -23$ calculated.
- Another quadratic equation $2x^2 + 3x + 3 = 0$ is written, with its discriminant $D = 9 - 24 = -15$ calculated.
- There are several calculations involving 36 , 48 , and 540 , including $36^2 - 8 \cdot 6 \cdot 4 + 16 = 116$ and $540 = 27 \cdot 20$.
- The work shows the derivation of $(1-4x)^2 = 16x^2 + 4$ and $(1-4x)(3-x) = 3 - 13x + 4x^2$.
- There are also calculations involving $16x^2 - 3(2x+16)$ and $(1-4x)(16-4x)$.
- At the bottom, there are calculations involving $16x^2 - 3(2x+16)$ and $(1-4x)(16-4x)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = 213 \quad 1 + 135^2 = 8^2$$

$$\frac{1}{2} + 2x^2 - x = a^2$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z}$$

$$a^2 - 2x + \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \mu: a$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \text{при } a \neq b$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

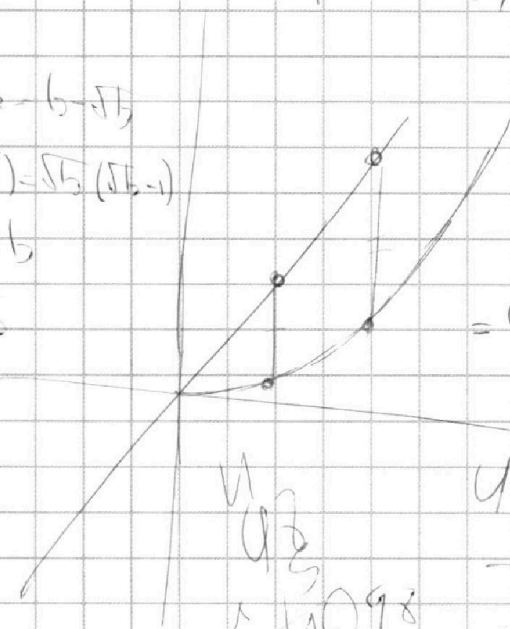
$$a - \sqrt{a} - b + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a}-1) = \sqrt{b}(\sqrt{b}-1)$$

при $a > b$

$$\sqrt{b} > \sqrt{b}$$

-13
-12



$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{1}{8}$$

$$= 48 - x - x$$

$$48 - 2x = 8$$

$$40 = 2x$$

$$x = 20$$

$$L - \frac{L v_1}{v_2} = 2 v_1$$

$$L v_2 - L = 2 v_2 S v_1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} - L \frac{v_1}{v_2} = 2(v_1 + v_2) \right)$$

$$v_1 + v_2 = 48$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{48-x} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{54-x}$$

$$\frac{8(54-x) - 52x}{x(x+6)(54-x)}$$

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$x = b = 422$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{3}{4}$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} = \frac{9}{8} + 4$$

$$\frac{13}{16} + \frac{9}{4} + 4$$

$$2x^2 + x + 3$$

$$\text{при } x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{8(48-x) - 52x}{x(48-x)}$$

$$\frac{8(54-x) - 52x}{(x+6)(54-x)}$$