



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисти на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \geq 3^1 \cdot 7^1 : 3^1 \cdot 7^1$$

$$bc \geq 3^1 \cdot 7^1 : 3^1 \cdot 7^1$$

$$ac \geq 3^1 \cdot 7^1 : 3^1 \cdot 7^1$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac \geq 3^8 \cdot 7^8 \Rightarrow \text{сумма степеней } 3, 6 \text{ и } 6 \text{ равна}$$

$$\geq 11 + 16 + 21 = 48, \Rightarrow babc \leq 48$$

степени 3, 6, 7: $\geq 11 + 16 + 21 = 48$, т.е. $a^3 b^6 c^7$ - квадрат.

$$7^2 + 3^2 + 6^2 \geq 66$$

$$\Rightarrow babc \geq 33$$

$$\text{тогда } abc \text{ тоже } 3^2 \cdot 7^3$$

$$\text{Пример: } a=3^2 \cdot 7^1 \quad ab=3^4 \cdot 7^1$$

$$b^2 = 3^1 \cdot 7^1$$

$$\Rightarrow \text{номер } a = 3^2 \cdot 7^1 \quad a_1 = 3^2 \quad a_2 = 7^1$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 11 \quad \Rightarrow a_1 + a_2 = 11$$

$$b_1 + b_2 = 7 \quad \Rightarrow b_1 + b_2 = 7$$

$$c_1 + c_2 = 1 \quad \Rightarrow c_1 + c_2 = 1$$

$$\Rightarrow a_1 - a_2 = 7$$

$$\boxed{a_1 - a_2 = 7} \quad \oplus$$

$$\Rightarrow a_1 = 4$$

и поэтому, возможно

также нам подходит

но для степени 7: доказано вспомогательно, $(a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) > a_1 + c_1$

(ищем сумму еще степеней)

$$\Rightarrow \min a_1 + b_1 + c_1 = 2 \quad \Rightarrow (a_1 + c_1) = 48.78$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Число

→ для решения задачи № 3, нужно выбрать 38 из 38

$$a_1 + b_1 = 20$$

$$b_1 + c_1 = 18$$

$$a_1 + c_1 = 38$$

$$b = 0$$

$$\text{Q1} \geq a_1 = 20$$

$$c_1 = 18$$

$$Q = 3^{21} \cdot 7^{a_1} = \underline{\underline{3^7 \cdot 7^{20}}}$$

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{20} ; 3^{11} 7^{11}$$

$$b = 3^4 \cdot 7^0 = 3^4$$

$$bc = 3^{18} 7^{13} ; 3^{18} 7^{13}$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$ac = 3^{71} \cdot 7^{13} ; 3^{71} 7^{13}$$

$$abc = \underbrace{3^{28} \cdot 7^{38}}_{\min} \quad \underbrace{7^{38}}_{\max}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 3x + 4$$

$$b = 2x^2 + x + 3$$

$$a - b = 1 - 4x \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

находим м/н пары для $2x^2 - 3x + 4$

$$x_0 = \frac{3}{4}, y_0 = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{18}{16} - \frac{36}{16} + 4 = \frac{46}{16}$$

находим м/н пары для $2x^2 + x + 3$

$$x_0 = -\frac{1}{4}, y_0 = \frac{9}{16} - \frac{1}{4} + 3 = 3 - \frac{7}{16}$$

$$\text{Так как } \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

так как $a \neq b, a > b,$

$$\Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} > 0$$

$$\sqrt{a} - 1 > 0, \text{ т.к. } a > 1 (\min(2x^2 - 3x + 4) > 1)$$

$$a - \sqrt{a} - 1 > \sqrt{b} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) > \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

так как $b > a, \text{ все аналогично}$

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow 1 - 4x = 0, \boxed{x = \frac{1}{4}}$$

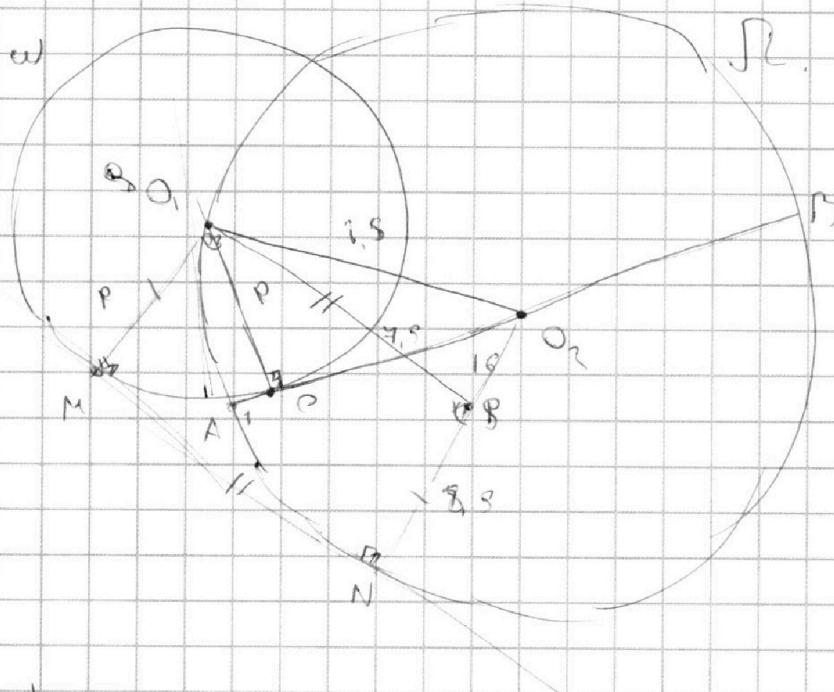
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 1$$

$$BC = 16$$

$$\Rightarrow AB = 17$$

$$\Rightarrow O_1C = O_2S = \frac{AB}{2} = 8,5$$

$$\Rightarrow O_1C = 8,5$$

Угол между окн.сек. и окн.ч. равен 90°, значит $O_1C \perp AB$

тогда $R^2 - \text{рад. } O_1$, откуда по теореме Пифагора: $O_1O_2 = \sqrt{R^2 + 8,5^2} = \sqrt{10^2 + 8,5^2}$

$$\Rightarrow R^2 = (10,5 - 8,5)(8,5 + 8,5) = 16 \Rightarrow R = 4$$

Одночлен из O_1 перенес на O_2N , значит $O_1S = MN$ - (одночлены)

$$\Rightarrow O_1O_2 = 8,5, O_1S = 8,5 - R = 8,5 - 4 = 4,5$$

$$\Rightarrow \text{одночлен} \text{ } O_1S = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1S^2} = \sqrt{8,5^2 - 4,5^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{82} \quad \text{одночлен. } \sqrt{82}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N^o 95

Задача имеет вид в 3^й форме

$x^1, y^1, z^1 = kx, ky, kz$, решение без вычисления членов не изменяется,

т.е. $3kx + 2ky = kz$, если $3x + 2y = z$

$$u \frac{3}{kx} + \frac{2}{ky} = \frac{1}{kz} \quad \frac{3ky + 2xz}{k(xyz)} = \frac{(ky+z)}{kxyz} = \frac{1}{kz}$$

если $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$

$$a \quad \frac{3k^2x^2 - 4k^2y^2 - k^2z^2}{k^2x^2 - 6k^2y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \Rightarrow \text{при делении}$$

Берем через переменную t , что $y = t$ можем записать \Rightarrow

БДД, зная что $z = 1$

$$3x + 2y = 1 \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

$$y = \frac{1-3x}{2} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{4}{1-3x} = 1 \quad | \cdot x(1-3x)$$

$$3(1-3x) + 2x = 2(1-3x) \Rightarrow$$

$$3 - 9x + 2x = 2 - 6x \Rightarrow$$

$$8x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$8x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(8x+1) = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \quad 1) x=1 \Rightarrow z=1 \quad \begin{cases} x=0,5 \\ y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0,5 \\ y=-0,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$= \frac{3-1}{1-6} = 2$$

$$= \frac{3-4-1}{1-6} = -\frac{2}{5} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$2) x=0,5 \quad z=1 \Rightarrow y=-0,5$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 1}{\frac{1}{4} - \frac{6}{16}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{8}}$$

$$\Rightarrow \text{решение имеет вид } y = \boxed{1} \\ \text{или } y = \boxed{-1} \Rightarrow \boxed{\text{такое}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Число V_1 - скорость велосипедиста (м/с)

V_2 - скорость пешехода (м/с)

(-расстояние)

$$\Rightarrow \frac{L}{V_1} - \frac{L}{V_2} = 2 \quad (\text{1 уч.}) \quad \left\{ \begin{array}{l} L \\ V_1 \\ V_2 \end{array} \right. \cdot V_2 \quad L - \frac{V_1}{V_2} L = 2 V_2$$

$$V_2 \frac{L}{V_1} - V_1 \frac{L}{V_2} = 96 \quad (2 \text{ уч.})$$

$$\frac{L}{V_1} - \frac{L}{V_2} = 17.5 \quad (3 \text{ уч.})$$

$$L - \frac{V_1}{V_2} L = 2 V_2$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \frac{V_1}{V_2} = 2(V_1 + V_2) = 96$$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 = 48$$

$$\Rightarrow V_2 = 48 - V_1$$

$$\frac{\frac{L}{V_1} - \frac{L}{(48-V_1)}}{\frac{L}{V_2} - \frac{L}{(48-V_1)}} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$$

$$6 \cdot 30 = 180$$

$$1.92$$

~~$$48 - 2V_1$$~~

~~$$V_1(48-V_1)$$~~

~~$$48 - 2V_1$$~~

~~$$(V_1 - 6)(54 - V_1)$$~~

$$\frac{6}{8}$$

$$(V_1 - 6)(54 - V_1) \circ S = V_1(48 - V_1) 8$$

$$3x(48)V_1 + 24(-1)^2 S = (48V_1 - 11^2) 8$$

$$240V_1 + 1620 - 8V_1^2 = 384V_1 - 8V_1^2$$

$$3V_1^2 - 144V_1 + 1620 = 0$$

$$V_1^2 - 48V_1 + 540 = 0$$

$$(V_1 - 30)(V_1 - 18) = 0$$

$$\text{но } V_1 < 48, \text{ т.к. } V_1 < V_2$$

$$\Rightarrow V_1 = 18$$

$$\Rightarrow \frac{L}{18} - \frac{L}{30} = 2 \quad | \cdot 540$$

$$30L - 18L = 540 \quad | : 1080$$

$$12L = 540 \quad | : 1080$$

$$\Rightarrow L = 48 \quad | \cancel{48}$$



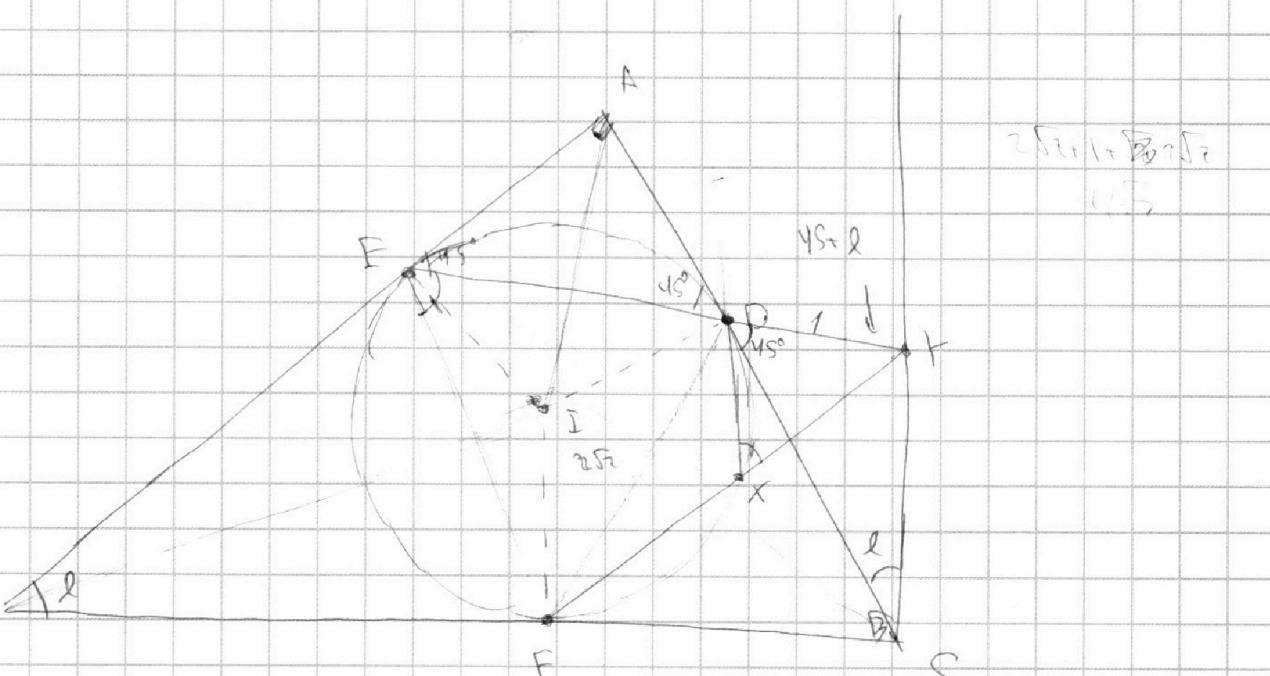
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



B

we C. F, K, D, E werden mal dringend gebraucht,

DYDFuD Ext-procedures:

$$\Rightarrow \text{even } F_x = 2\sqrt{2}x, FD = 2\sqrt{2} \text{ and } D_y$$

DAET D - Барбадос (и - сингапурские бриллианты, крп)

$$\text{astronomical year} = 365 \frac{1}{4} \text{ days} = 365^{\circ} \quad , \quad DCF = \varrho = CABC$$

No response categories for DTC.

$$\frac{C_x}{\sin \theta} = \frac{D_x}{\sin \phi}$$

$$\Rightarrow \text{D}\vec{r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \sin \alpha$$

Dr

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N=5

Число V_1 - ~~число Водоизмещения (т.к.)~~

V_1 - ~~число грузоподъемности (т.к.)~~

1 - ~~число грузоподъемности (т.к.)~~

$$\frac{1}{V_1} - \frac{L}{V_2} = 2 \quad (\text{чертеж})$$

$$\frac{L}{V_2} \cdot V_1 - \frac{L}{V_1} \cdot V_2 = V_1 + V_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_2 L}{V_1} - \frac{V_1 L}{V_2} = 96$$

$$\frac{L}{V_1+G} - \frac{L}{V_2+G} = 1,25 \quad (\text{чертеж})$$

$$\frac{V_2 L}{V_1} - \frac{V_1 L}{V_2} = 96$$

$$\frac{L}{V_1} - \frac{L}{V_2} = 2 \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{L}{V_1+G} - \frac{L}{V_2+G} = 1,25$$

$$\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = \frac{8}{S}$$

$$S(V_2-V_1) = 3V_2 - 3V_1$$
$$3V_2 - 3V_1 = (V_2+G)(V_1+G)$$

$$L - \frac{L V_1}{V_2} = 2 V_1$$
$$\frac{L V_2}{V_1} - L = 2 V_2$$

$$L \frac{V_2}{V_1} - \frac{L V_1}{V_2} = 2(N_1 + N_2)$$

$$\Rightarrow (V_1 + V_2) = 96 \quad [V_1 + V_2 = 96]$$

$$\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = 2$$

$$\frac{L}{V_1+G} + \frac{L}{S(V_1+G)} = 1,25$$

$$\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = 2$$

$$\frac{1}{V_1+G} - \frac{1}{S(V_1+G)} = \frac{8}{S}$$

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1(V_1+G)} = \frac{8}{S}$$

$$48 - 2V_1$$

$$V_1(48 - 9V_1)$$

$$48 - 9V_1$$

$$48 - 9V_1 = 0$$

$$(V_1 - 8)(S - V_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$\text{мин} \left(\frac{3x^2 + 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y} \right)$$

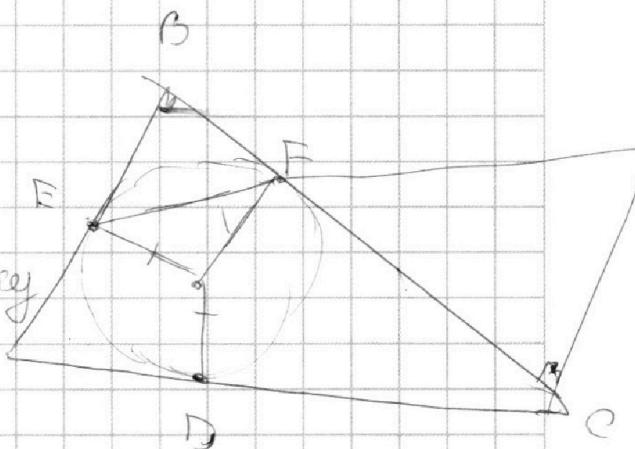
$$z^2 = (3x + 2y)$$

$$3x^2 + 4y^2 - (3x + 2y)^2$$

$$= -3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2 + 12xy$$

$$= -12x^2 - 8y^2$$

$$= -12(x^2 + y^2)$$



$$\frac{3y+x}{2xy} = \frac{2}{z}$$

$$\Rightarrow z = \frac{2xy}{3y+x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x - 2y = 2$$

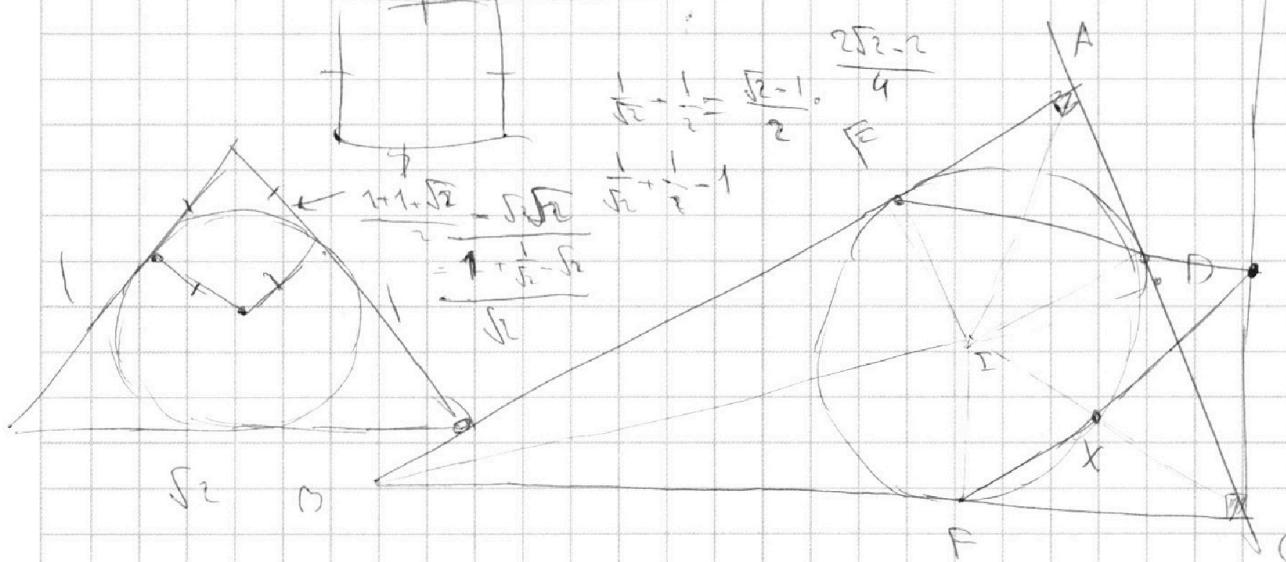
$$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}-1}, \frac{2}{\sqrt{2}-1}, \frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\frac{2\sqrt{2}-2}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$$



$$360^\circ - 135^\circ - 90^\circ - ?$$

$$= 36^\circ - ?$$

$$\frac{FX}{XT} = \frac{DF}{XT} = \sqrt{2}$$

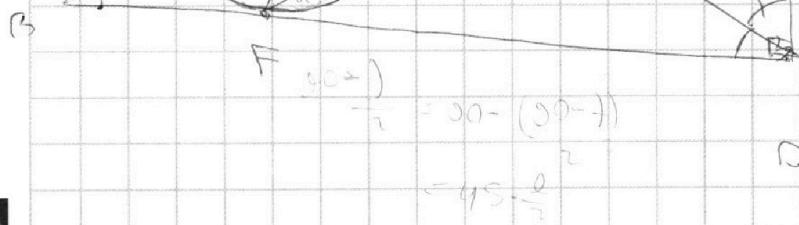
$$FX = \sqrt{2} \cdot XT$$

$$\frac{DF}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{CF}{\sin \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} CF$$

$$DF = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{2} CF$$

$$\text{II} \\ DF = \frac{2DF}{\sqrt{2}} = 2DF = \sin \frac{\pi}{4} \cdot CF$$

$$DF = 4 \sin \frac{\pi}{4} \cdot CF$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$3x^2 - 4xy - z^2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$3x^2 - 6yz$$

$$= k(2x+y)$$

$$xy - 2y = z - 3x$$

$$4y = (z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

$$x^2 + \frac{7}{4}(z - 3x)^2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$z = \frac{2xy}{3x+y} = 3x+7y$$

$$\begin{cases} 3x+7y=1 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = z \end{cases}$$

$$2xy = (3x+7y)(3x+y)$$

$$2xy = \frac{1-3x}{z}$$

$$5x^2 + 2y^2 + 5xy = 0$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1-3x}{z}$$

$$5x^2 + \frac{1}{y} = \frac{1}{z} - \frac{3}{x}$$

$$3(1-3x) + 2x = 26x(1-3x)$$

$$y = \frac{xz}{2x-3z}$$

$$3 - 9x + 2x = 26x - 6x^2$$

$$6x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y-2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 61 \text{ задача}$$

$$\frac{1}{2} + 2x^2 - x^2 = 0$$

$$x^2 - 2x + \cancel{\sqrt{a}} - \sqrt{b} = 0 - h \text{ н.в.}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b}, -\cancel{\sqrt{a+b}}$$

поскольку $a \neq b$

$$3x + 2y = -2$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{-2}$$

$$a = 5x - b = 5h$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a}-1) = \sqrt{b}(\sqrt{b}-1)$$

или a, b

$$b = \sqrt{b}$$

$$-13$$

$$-12$$

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$U_1 \\ U_2$$

$$V_1 \\ V_2$$

$$48 \\ 24 \\ 96$$

$$48$$

$$V_1$$

$$V_2$$

$$V_1$$

$$V_2$$

$$V_1$$

$$V_2$$

$$V_1$$

$$V_2$$

$$V_1$$

$$V_2$$

$$P = h = 42$$

$$P = \frac{3}{4}$$

$$y_e = 2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 \quad \text{также} = -\frac{1}{4}$$

$$=\frac{18}{16} - \frac{36}{16} + 4$$

$$2x^2 + x - 3$$

$$x^2 + x - 3$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{(48-x)}$$

$$= 48 - 2x - x$$

$$48 - 2x - x$$

$$\Rightarrow \oplus \left(\frac{V_1}{V_1} - \frac{V_1}{V_2} = 1(V_1 + V_2) \right)$$

$$V_1 + V_2 = 113$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{(48-x)} = \frac{8}{S}$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{(48-x)} = \frac{8}{S}$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{(48-x)} = \frac{8}{S}$$