



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 13

1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC = 1$  и  $BC = 16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6  $\text{км}/\text{ч}$ , то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ мотоциклиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX = 2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Очевидно:

№ 1.

$$\begin{cases} ab : 3^{11} \\ ac : 3^{21} \\ bc : 3^{18} \end{cases}$$

При перемножении получим:  $abc : 3^{11} \cdot 3^{21} \cdot 3^{18}$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50}$$

$$abc : 3^{25}$$

Также, т.к.  $ac : 7^{38} \Rightarrow abc : 7^{38}$

т.к.  $\text{НОД}(3^{25}, 7^{38}) = 1$ , при этом  $abc$  делится на оба этих числа,  
то  $abc : 3^{25} \cdot 7^{38}$

$$\text{т.е. } abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}$$

Пример:  $a = 7^{19} \cdot 3^7$

$$b = 3^4$$

$$c = 7^{19} \cdot 3^{14}$$

$$ab = 7^{19} \cdot 3^{11} : 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$ac = 7^{38} \cdot 3^{21} : 7^{38} \cdot 3^{21}$$

$$bc = 7^{19} \cdot 3^{18} : 3^{18} \cdot 7^{14}$$

$$abc = 7^{19} \cdot 3^7 \cdot 3^4 \cdot 7^{19} \cdot 3^{14} = 7^{38} \cdot 3^{25}, \text{ что и требовалось.}$$

$$\text{Ответ: } 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Очевидно:

$$\text{Пусть есть такое } m, \text{ что: } \begin{cases} a+b:m \\ a^2-8ab+b^2:m \end{cases}$$

$$a+b:m \Rightarrow (a+b)^2:m \Rightarrow a^2+2ab+b^2:m$$

Т.к.  $a^2+2ab+b^2:m$  и  $a^2-8ab+b^2:m$ , то их разность тоже  $:m$ .

$$\text{Т.е.: } (a^2+2ab+b^2) - (a^2-8ab+b^2) : m \Rightarrow 10ab : m$$

Пусть  $\text{НОД}(a, m) = d > 1$ . Т.к.  $a+b:m$  и  $m:d$ , то  $a+b:d$ .

Но т.к.  $a:d$  и  $a+b:d$ , то и  $b:d$ , что противоречит тому, что  
дробь  $\frac{a}{b}$  несократима (если в таком случае можно сократить на  $d$ ).

Значит, числа  $a$  и  $m$  взаимно просты. Аналогично,  $b$  и  $m$   
взаимно просты.

Так.  $10ab:m$ , но  $\text{НОД}(ab, m) = 1$ , то  $10:m$ . Значит,  $m \leq 10$ .

Пример:  $a=7, b=3; \frac{7}{3}$  - несократимая дробь

$\frac{7 \times 3}{7^2 - 168 + 3^2} = \frac{10}{110}$  - эту дробь можно сократить на 10,

т.к. и дробь равна 0.

Ответ:  $m=10$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3.

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4} = 4x - 1$$

Заметим, что  $(2x^2 + n + 3) - (2x^2 - 3x + 4) = 4x - 1$

Пусть  $2x^2 - 3x + 4 = a$ ,  $\sqrt{2x^2 + x + 3} = b$

Пусть  $2x^2 + x + 3 = a$ ;  $2x^2 - 3x + 4 = b$ . Получаем уравнения

одинаковые с корнями вниз

т.к.  $2x^2 + x + 3$  — парабола с ветвями вверх, её минимум в вершине:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

Значит, миним. значение будет:  $2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 3 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 3 = 2\frac{7}{8}$

Аналогично, максимум другого  $2x^2 - 3x + 4$  будет в вершине:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{4}$$

Значит, максим. значение будет:  $2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 4 = 4 - \frac{9}{8} = 2\frac{7}{8}$

Т.е получается, что  $a > 2\frac{7}{8}$  и  $b \geq 2\frac{7}{8}$

График будет таким:

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

т.к.  $a > 1$  и  $b > 1$ , с ростом  $a$   $\sqrt{a}$  растёт и  $\sqrt{a} - 1$  растёт,  
т.е. левая часть возрастает, где в аналогично. Значит, из равенства  
будут совпадать, т.к.  $a = b$ .

То есть:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3$$

$$-3x + 4 = x + 3$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Т.е. единственное  $x$ , которое может быть корнем, это  $x = \frac{1}{4}$ .

Проверим:  $\sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 3} = \sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{3\frac{3}{8}} = 0$

$$1 - 4 \cdot \frac{1}{4} = 0$$

Т.е.  $x = \frac{1}{4}$  подходит.

Ответ:  $\frac{1}{4}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

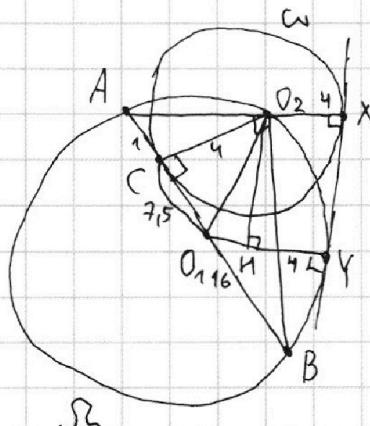
- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.



O<sub>1</sub> - центр S<sub>2</sub>; O<sub>2</sub> - центр ω

XY - общая касательная

т.к. AB - диаметр,  $\angle AOB = 90^\circ$

т.к. AB касается ω в точке C, то  
 $\angle O_2CB = 90^\circ$

т.е. O<sub>2</sub>C - высота в прямоугольнике  $\triangle AOB$

Тогда,  $O_2C = \sqrt{AC \cdot CB} = \sqrt{1 \cdot 16} = 4 \Rightarrow$  радиус ω равен 4

При этом, радиус S<sub>2</sub> равен  $\frac{AC + BC}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$

В прямоугольнике  $\triangle O_1O_2C$ :  $O_1O_2^2 = O_1C^2 + O_2C^2 \Rightarrow O_1O_2^2 = 8,5^2 + 4^2 = 72,25$

$$O_1O_2^2 = 4^2 + 7,5^2 = 16 + \frac{5625}{4} = \frac{225+64}{4} = \frac{289}{4} = 72,25$$
$$O_1O_2 = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{\sqrt{289}}{2} = \frac{17}{2}$$

т.к. O<sub>1</sub>O<sub>2</sub> - радиус S<sub>2</sub>, то O<sub>1</sub>O<sub>2</sub> = 8,5

т.к. XY - общая касательная, то  $\angle O_2XY = \angle O_1YX = 90^\circ$

O<sub>2</sub>H - перпен. из O<sub>2</sub> на XY.

т.к. O<sub>2</sub>XYH - прямоугольник  $\Rightarrow HY = O_2X = 4, O_2H = XY$

$$O_2K = O_1Y - HY = 8,5 - 4 = 4,5$$

В прямоугл.  $\triangle O_1KO_2$ :  $O_1K^2 + O_2K^2 = O_1O_2^2 \Rightarrow O_2H^2 = O_1O_2^2 - O_1K^2 = 8,5^2 - 4,5^2 = (8,5 - 4,5)(8,5 + 4,5) = 4 \cdot 13$

$$\text{Тогда, } O_2K = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13} \Rightarrow XY = 2\sqrt{13}.$$

Ответ:  $2\sqrt{13}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$\begin{cases} 3x+2y=2 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2} \end{cases}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$2xy = 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy$$

$$3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$x = -y \text{ или } x = -2y$$

↓

$$(1) z = -3y + 2y = -y$$

$$\frac{3x^2 + 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

$$(2) x = -2y \Rightarrow z = -6y + 2y = -4y$$

$$\frac{3 \cdot (-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{(-2y)^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

т.к.  $4 > \frac{2}{5}$ , то максимальное значение исходного выражения будет 4. Оно достигается, например, при  $x = -2; y = 1; z = -4$ .

Проверка:  $3 \cdot (-2) + 2 = -4 \rightarrow \text{верно}$

$$\frac{3}{-2} + \frac{1}{1} = \frac{2}{-4} \rightarrow \text{неверно}$$

$$\frac{3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 - 16}{4 - 6} = \frac{12 - 20}{-2} = \frac{8}{2} = 4, \text{ что и требовалось}$$

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Пусть  $s$ -расст. между пунктами,  $x$ -скорость велосипедиста,  
 $y$ -скорость мотоциклиста.  $s=8$  км;  $x, y=8$  км/ч.

Из первого условия, что один проехал в пункт В на 2 ч раньше  
другого:  $\frac{s}{x} = \frac{s}{y} + 2$

Из второго условия, что один проехал бы на 96 км дальше  
другого, получаем:

$$x \cdot \frac{s}{y} + 96 = y \cdot \frac{s}{x}$$

Из третьего условия, что про увеличение скорости получаем:

$$\frac{s}{x+6} = \frac{s}{y+6} + 1,25$$

Итак: 
$$\begin{cases} \frac{s}{x} = \frac{s}{y} + 2 & (1) \\ \frac{s}{y} + 96 = \frac{s}{x} & (2) \\ \frac{s}{x+6} = \frac{s}{y+6} + 1,25 & (3) \end{cases}$$
  $s=?$

$$(1) \frac{s}{x} - \frac{s}{y} = 2 \Rightarrow s = \frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{y-x}$$

$$(2) \frac{s}{y} + 96 = \frac{s}{x}$$

$$\frac{2xy \cdot x}{(y-x) \cdot y} + 96 = \frac{2xy \cdot y}{(y-x) \cdot x}$$

$$\frac{2x^2}{y-x} + 96 = \frac{2xy^2}{y-x} \quad | \cdot (y-x), \text{т.к. } y>x, \text{ то } y-x \neq 0$$

$$2x^2 + 96(y-x) = 2y^2$$

$$x^2 + 48(y-x) = y^2$$

$$y^2 - x^2 = 48(y-x)$$

$$(y-x)(y+x) = 48(y-x)$$

$$\boxed{y+x = 48}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вычитем из (1) уравнение (3):

$$\left( \frac{S}{x} - \frac{S}{x+6} \right) = \left( \frac{S}{y} - \frac{S}{y+6} \right) + 0,75$$

$$\frac{6S}{x(x+6)} = \frac{6S}{y(y+6)} + 0,75 \quad | :6$$

$$\frac{S}{x(x+6)} - \frac{S}{y(y+6)} = \frac{1}{8} \quad (\text{подставим } S = \frac{2xy}{y-x})$$

$$\frac{2xy}{x(x+6)(y-x)} - \frac{2xy}{y(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2xy(y+6) \cdot y - 2xy \cdot x(x+6)}{x(x+6)(y+6) \cdot y \cdot (y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2xy(y^2+6y-x^2-6x)}{xy(x+6)(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2(y-x)(y+x+6)}{(x+6)(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2(y+x+6)}{(x+6)(y+6)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{y+x+6}{(x+6)(y+6)} = \frac{1}{16} \quad (\text{подставим } x+y=48)$$

$$\frac{54}{(x+6)(y+6)} = \frac{1}{16}$$

$$(x+6)(y+6) = 54 \cdot 16$$

$$xy+6(x+y)+36 = 54 \cdot 16 \quad (\text{подставим } x+y=48)$$

$$xy = 54 \cdot 16 - 6 \cdot 48 - 36 = 540$$

Решаем систему:  $\begin{cases} x+y=48 \\ xy=540 \end{cases}$

$$x(48-x)=540 \Rightarrow -x^2+48x-540=0 \Rightarrow x^2-48x+540=0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 48^2 - 2160 = 2304 - 2160 = 144$$

$$X = \frac{48 \pm 12}{2}$$

$$X = 30 \text{ или } X = 18$$

$$\begin{array}{l} \text{у} \\ \text{y} \\ \text{y} = 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{у} \\ \text{y} \\ \text{y} = 30 \end{array}$$

но т.к.  $y > x$ , то  $y = 30$  и  $x = 18$ .

$$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{30 - 18} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{12} = 90 \text{ (км)}$$

Ответ: 90 км



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2 \\ \frac{Sx}{S} + 96 = \frac{Sy}{x} \end{cases}$$

~~822 exp  
key~~

$$\frac{S}{n} - \frac{s}{g} = 2$$

$$5\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) > 2$$

$$S \left( \frac{\partial -n}{xy} \right) = 2 \Rightarrow S = \frac{2xy}{y-n}$$

$$\frac{2x^2}{y-x} + S_6 = \frac{2y^2}{y-x} \quad | \cdot (y-x)$$

$$2x^2 + 36(y-x) = 2y^2 \quad | :2$$

$$x^2 + 48(y-x) = y^2$$

$$S = \frac{2x(48-x)}{48-2x}$$

$$48(y-x) \geq (y-x)(y+x) \quad |:(y-x)$$

$$y+x=48 \Rightarrow y=48-x$$

$$\frac{2x(48-x)}{(48-2x)(x+6)} = \frac{2x(48-x)}{(48-2x)(54-x)} + 1,25 \quad | \cdot (48-2x)(x+6)(54-x)$$

$$2x(48-x)(54-x) = 2x(48-x)(x+6) + 1,25(48-2x)(x+6)(54-x)$$

$$\cancel{2x(48-x)(48-\cancel{2x})} = 1,25(48-\cancel{2x})(\cancel{x+6})(54-\cancel{x})$$

$$2x(48-x) = 1,25(x+6)(54-x)$$

$$-2x^2 + 96x = -1,15x^2 + 60x + 75$$

$$0,75x^2 - 36x + 75 = 0$$

$$3x^2 - 144x + 300 = 0$$

$$D = 144^2 - 4 \cdot 300 \cdot 3 = 20736 - 3600 =$$

= 17136

$$\begin{cases} xy = 540 \\ x+y = 48 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 76 \\ \hline 324 \\ 54 \\ \hline 4104 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 807 \\ - 39 \\ \hline - 288 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 144^2 - 60^2 &= x^2 \\ x^2 + 60^2 &= 144^2 \\ \left(\frac{x}{12}\right)^2 + 5^2 &= 12^2 \end{aligned}$$

$$48^2 - t^2 = 4.590 \quad t^2 = 48 \cdot 48 - 2160 = 2304 - 2160 = 144 \quad t = 12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2$$

$$\frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + 1,25$$

$$Sy + 6S = Sx + 6S + (x+6)(y+6) \cdot 1,25$$

$$Sy = Sx + 1,25xy + 9x + 9y + 45$$

$$y - x = \frac{1,25xy + 9x + 9y + 45}{S} = \frac{(1,25xy + 9x + 9y)(y-x)}{2xy}$$

$$S = \frac{2xy}{y-x}$$

$$\boxed{x+y=48}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 936 &= \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 312 = \frac{48}{384} \\ &= 2 \cdot 3^2 \cdot 104 = \frac{192}{384} \\ &= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 52 = \frac{2304}{384} \\ &= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 26 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 320 + 64 + 1600 &+ \\ + 320 &= 2240 + 64 = \\ 2240 &\boxed{2304} \end{aligned}$$

$$\frac{Sy}{x} = \frac{Sx}{y} + 96$$

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{48-x} + 2$$

$$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2 \cdot 108}{\sqrt{1872}} = \frac{2 \cdot 108}{2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{13}} =$$

$$= \frac{108}{6\sqrt{13}} = \frac{18}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{6S}{x(x+6)} = \frac{6S}{y(y+6)} + 1,25 \cdot 0,25$$

$$\frac{2304}{432} = \frac{54}{18} = 3$$

$$\frac{2xy(y+6)y - 2xy \cdot x(x+6)}{x(x+6)(y-x)y(y+6)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2xy}{x(x+6)(y-x)} - \frac{2xy}{y(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$y = -6 - x$$

$$xy \frac{2xy(y^2 + 6y - x^2 - 6x)}{x(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$(x+6)(y+6)$$

$$\boxed{y=x} \quad \frac{386}{108} = 3,52$$

$$\frac{y^2 + 6y - x^2 - 6x}{(x+6)(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$y^2 + 6y - (x^2 - 6x) = 0$$

$$xy = 108$$

$$\frac{(y-x)(y+x+6)}{(x+6)(y+6)(y-x)} = \frac{1}{8}$$

$$x^2 - 48x + 108 = 0$$

$$\begin{aligned} 48^2 - t^2 &= 4 \cdot 108 \\ t^2 &= 2304 - 432 = \\ &= 1872 \\ t &= \sqrt{1872} \end{aligned}$$

$$y + x + 6 = (x+6)(y+6) \cdot \frac{1}{8}$$

$$\Delta = 48^2 - 432 = 2304 - 432 =$$

$$21872$$

$$8054 = (x+6)(54-x)$$

$$(x+6)(y+6) = 8 \cdot 54$$

$$-x^2 + 48x + 6 \cdot 54 = 8 \cdot 54$$

$$-x^2 + 48x - 2 \cdot 54 = 0 \Rightarrow x^2 - 48x + 2 \cdot 54 = 0$$

$$\begin{aligned} xy + 6(x+y) + 36 &= 432 \\ xy + 6 \cdot 48 &= 396 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Найти расстояние между пунктами - S, скорость велосипедиста - x, а скорость мотоциклиста - y.

Из первого условия, что один прибывает в пункт В на 2 ч раньше второго, получаем:  $\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2$  (1)

Из второго условия, что один проехал бы на 96 км дальше другого, получаем:  $x \cdot \frac{S}{y} = y \cdot \frac{S}{x} - 96$  (2)

Из третьего условия про увеличение скорости получаем:

$$\frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + 1,25 \quad (3)$$

Итак: 
$$\begin{cases} \frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2 \quad (1) \\ \frac{xy}{S} + 96 = \frac{yx}{S} - 96 \quad (2) \\ \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + 1,25 \quad (3) \end{cases}$$

Выразим x из (1):  $\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2 \mid \cdot xy, xy \neq 0$

$$Sy = Sx + 2xy$$

$$Sy = x(S+2y)$$

$$x = \frac{Sy}{S+2y}$$

Подставим это в (2):  $\frac{Sy \cdot S}{y(S+2y)} + 96 = \frac{yS(S+2y)}{Sy}$

$$\frac{s^2}{s+2y} = s+2y + 96 = s+2y \mid \cdot s+2y, s+2y > 0 \Rightarrow s+2y \neq 0$$

$$s^2 + 96(s+2y) = (s+2y)^2$$

$$s^2 + 96s + 192y = s^2 + 4sy + 4y^2$$

$$96s + 192y = 4sy + 4y^2$$

$$96s - 4sy = 4y^2 - 192y \mid y \neq 24, \therefore 96 - 4y$$

$$s = \frac{4y^2 - 192y}{96 - 4y} = \frac{2y^2 - 96y}{48 - 2y} = \frac{y^2 - 48y}{24 - y}$$

Выразим теперь x:  $x = \frac{(6y^2 - 192y) \cdot y \cdot (96 - 4y)}{(96 - 4y)(4y^2 - 192y + 2y(96 - 4y))} = \frac{(4y^2 - 192y)y}{9y^2 - 192y + 2y(96 - 4y)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                                     |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                        | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{y^2 - 192y}{4y - 192 + 192 - 8y} = \frac{y^2 - 192y}{-4y} = \frac{y - 192}{-4} = \frac{192 - y}{4}$$

Поставим все это в уравнение (3):

$$\frac{s}{x+6} = \frac{s}{y+6} + 1,25 \quad | \cdot (x+6)(y+6)$$

$$s(y+6) = s(x+6) + 1,25(x+6)(y+6)$$

$$s(y-x) = 1,25(x+6)(y+6) \cdot 4$$

$$4s(y-x) = 5(x+6)(y+6)$$

$$4 \cdot \frac{y^2 - 48y}{24 - y} = 5 \left( \frac{216 - y}{4} \right) \cdot (y+6)$$

$$\frac{4y^2 - 192y}{24 - y} = \frac{5}{4} \cdot (y+6)(216 - y)$$

$$4y^2 - 192y = \frac{5}{4} \cdot (y+6)(216 - y)(24 - y)$$

$$4y^2 - 192y = \frac{5}{4} (-y^2 + 8y + 144)(216 - y)$$

$$4y^2 - 192y = \frac{5}{4} (y^3 - 8y^2 - 144y - 216y^2 + 216 \cdot 8y + 216 \cdot 144)$$

$$4y^2 - 192y = \frac{5}{4} (y^3 - 224y^2 + 1584y + 31104)$$

$$4y^2 - 192y = \frac{5}{4} y^3 - 280y^2 + 1380y + 38880$$

$$\frac{5}{4} y^3 - 284y^2 + 2172y + 38880 = 0$$

Решив это уравнение, можем найти  $y, x$  и  $s$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 3^{17} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 3^{18} \cdot 7^{16}$$

$$ac : 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} \cdot 7^{65}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} \cdot 7^{66}$$

$$abc : 3^{25} \cdot 7^{23}$$

$$a^2 b^2 c : 7^{38}$$

$$ac : 7^{38}$$

$$a : 7^{19}$$

$$c : 7^{19}$$

$$b : 7$$

$$a^2 b^2 c^2 : 7^{76}$$

$$abc : 7^{33}$$

$$a = 7^{19} \cdot 3^4$$

$$b = 7$$

$$c = 7^{19} \cdot 3^{14}$$

$$\begin{cases} a = 7^{19} \cdot 3^7 \\ b = 7^1 \\ c = 7^{19} \cdot 3^{14} \end{cases}$$

$$a+b : m \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab : m$$

$$a^2 - 2ab + b^2 : m$$

$$5778 \quad 7, 3$$

$$\frac{70}{49 - 768 + 9} = \frac{10}{-720} = -\frac{1}{72}$$

$$\frac{b}{\Sigma} \sum = \frac{b}{-72} - \frac{b_2}{06}$$

$$b^2 - \frac{b}{3} b = \frac{9}{-51} = \frac{96}{06}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \alpha + \gamma = 18 \\ \beta + \gamma = 21 \end{cases} \Rightarrow \gamma = 21 - \beta$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \alpha + 21 - \beta = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \beta - \alpha = 3 \end{cases}$$

$$\beta = \alpha + 3$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 11 \\ \alpha = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta = 7 \\ \gamma = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=12 \\ x+z=16 \\ y+z=38 \end{cases}$$

$$z = 38 - y$$

$$\begin{cases} x+y=12 \\ x+38-y=16 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=12 \\ y-x=22 \end{cases}$$

$$y = 22+x$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \beta + \gamma = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \alpha + \gamma = 12 \end{cases}$$

$$\gamma = 21 - \alpha$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \beta + 21 - \alpha = 18 \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = 11$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ \alpha - \beta = 3 \end{cases}$$

$$\alpha = 7$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 11 \\ 2\alpha = 14 \end{cases}$$

$$\beta = 4$$

$$\gamma = 10$$

$$a \perp B$$

$$10ab : m$$

аналогично

$$\begin{cases} a : d, m : d \\ a + b : d, b : d \end{cases}$$

$$a \perp m$$

$$b \perp m$$

$$10 : m$$

$$\max m = 10$$

$$\epsilon = 10m \neq 3$$

$$r_{\text{eff}} = 5$$

$$0.56$$

$$45$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

~~$$\sqrt{t^2} - \sqrt{t+4x-1} = 1 - 4x$$~~

$$\sqrt{t+4x-1} - \sqrt{t} = 4x - 1$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a+b - 2\sqrt{ab} = a-b$$

$$2\sqrt{ab} = 2b$$

$$\sqrt{ab} = b$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$a = b$$

$$a+b - 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 - 2ab - a - b + 2\sqrt{ab} = 0$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3$$

$$-3x + 4 = x + 3$$

$$4x = 1$$

$$x = 0,25$$

$$a > b > 1$$

$$a > b \quad a = b$$

$$a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) = \sqrt{b}(\sqrt{b} - 1)$$

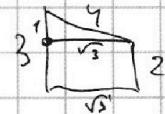
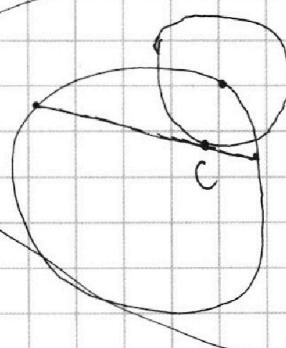
$$\begin{matrix} \sqrt{a} \\ \sqrt{a} - 1 \end{matrix}$$

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$x^* = \frac{3}{4}$$

$$2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 4 = \frac{9-18+32}{8} = \frac{23}{8} > 1$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4 > 0$$



$$85^2 = 40^2 + 75^2$$

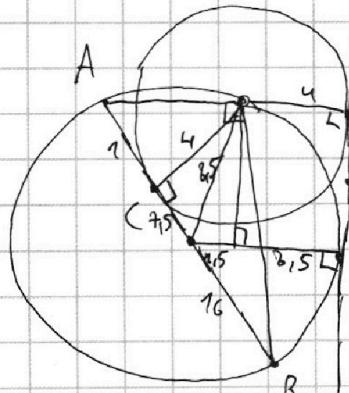
$$85^2 - 75^2 = 140$$

$$10 \cdot (85+75) / 2876 = 10 \cdot 160$$

$$85^2 = 45^2 + x^2$$

$$x^2 = 85^2 - 45^2 = 40 \cdot 130 =$$

$$x = \sqrt{3 \cdot 400} \quad x = 20\sqrt{13}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10000 - 284 \cdot 400 + 2172 \cdot 20 + 33880 \stackrel{?}{=} 0$$

66

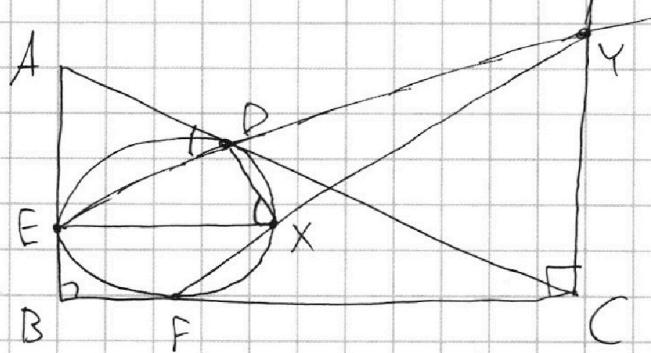
$$1000 - 284 \cdot 40 + 2172 \cdot 2 + 3388 \stackrel{?}{=} 0$$

$$\frac{7344}{2} = 972$$

$$\cancel{250} - 284 \cdot 40 + 1046 + 972 = 0$$

$$\frac{75}{4}y^2 - 568y + 2172 = 0$$

$$3y^2 - 2272y + 8688 = 0$$



$$Ex = 2\sqrt{2}xy$$

$$\frac{Ex}{xy} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$3x+2y=2z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{z} \mid \cdot xyz$$

$$3yz + xz = 2xy$$

$$3x^2 - 4y^2 - z^2 \geq x^2 - 6y^2$$

$$3x^2 + 2y^2 + 3xy \geq 2z^2$$

$$3xy < 0$$

$$x > 0, y < 0$$

$$\text{или } x < 0, y > 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \quad (x + \sqrt{2}y)^2 > 0$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0$$

$$(x + \sqrt{2}y)^2 + (3 - 2\sqrt{2})xy \geq 0$$

$$(x + \sqrt{2}y)^2 \geq$$

$$2xy \geq 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$

$$6y^2 + 3x^2 + 3xy \geq 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy \geq 0$$

(\*)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4y^2 - z^2 \\ \hline x^2 - 6y^2 \\ \hline s \end{array}$$

A ————— B

$$3x + 2y = 2$$

~~$$3x + 2y = 2$$~~

$$396 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 1500 \\ 450 \\ 10 \\ \hline 1980 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 276 \\ 8 \\ \hline 7 \cancel{7} \quad 28 \\ - \quad 794 \\ \hline 7584 \end{array}$$

скорость  
x  
y

$$\begin{array}{r} 22 \cdot 3^2 - 5 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \\ \hline 2 \cdot 6 \cdot 3^5 \end{array}$$

$$\boxed{\frac{s}{x} = \frac{s}{y} + 2} \quad (1)$$

$$\boxed{\frac{s}{x+6} = \frac{s}{y+6} + 1,25} \quad (3)$$

$$t_{\text{мот}} = \frac{s}{y}$$

$$t_{\text{вел}} = \frac{s}{x}$$

$$x \cdot \frac{s}{y} + 96 = y \cdot \frac{s}{x}$$

$$\boxed{\frac{sx}{y} + 96 = \frac{sy}{x}} \quad (2)$$

$$(1) sy = sx + 2xy$$

$$\begin{aligned} sy &= x(s+2y) \\ x &= \frac{sy}{s+2y} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 72 \cdot 8^3 \\ \hline 4 \end{array} = 180$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3^2 \\ \hline 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array}$$

$$x = \frac{(4y^2 - 192y) \cdot y \cdot (96 - 4y)}{(56 - 4y)(4y^2 - 192y + 2y(96 - 4y))}$$

$$= \frac{y(4y^2 - 192y)}{4y^2 - 192y + 2y(96 - 4y)}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{4y^2 - 192y}{-8y}} = \frac{4y - 192}{-8} = \boxed{\frac{192 - 4y}{8}}$$

$$(2) \frac{s \cdot sy}{y(s+2y)} + 96 = \frac{s \cdot (s+2y) \cdot y}{sy}$$

$$\frac{s^2}{s+2y} + 96 = s+2y \quad | \cdot (s+2y)$$

$$s^2 + 96(s+2y) = (s+2y)^2$$

$$s^2 + 96s + 192y = s^2 + 4ys + 4y^2$$

$$96s + 192y = 4ys + 4y^2$$

$$96s - 4ys = 4y^2 - 192y$$

$$s(96 - 4y) = 4y^2 - 192y$$

$$s = \frac{4y^2 - 192y}{96 - 4y}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ 180 \\ \hline 000 \\ 1728 \\ 216 \\ \hline 38880 \end{array}$$

$$\frac{(4y^2 - 192y) \cdot 8}{(56 - 4y)(140 - 4y)} = \frac{(4y^2 - 82y)}{(96 - 4y)(140 - 4y)} + 1,25$$

$$\frac{8(y+6)(4y^2 - 192y) - (4y^2 + 152y)(140 - 4y)}{(96 - 4y)(140 - 4y)(y+6)} - 1,25(96 - 4y)(140 - 4y)(y+6)$$

$$32 + (6 - 20)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \quad | \quad 2x^2 + 4y^2 + 6xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 2\sqrt{2}(x+xy)$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$2\sqrt{3} < 6 \\ \sqrt{7} < 3$$

$$= \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = - \frac{6x^2 + 8y^2 + 12xy}{x^2 - 6y^2} = (-2) \cdot \frac{3x^2 + 4y^2 + 6xy}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= (-2) \cdot \frac{x^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$x = 0 \quad x^2 - 6y^2 = -8y^2 - 3xy$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$x = -y$$

$$\text{или } x = -2y$$

$$\boxed{x = -y} \Rightarrow y = -x$$

$$(-2) \cdot \frac{x^2}{x^2 - 6x^2} = (-2) \cdot \frac{x^2}{-5x^2} = (-2) \cdot \frac{1}{-5} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$x = -2y$$

$$(-2) \cdot \frac{(-y)^2}{(-2y)^2 - 6y^2} = \frac{4y^2}{4y^2 - 6y^2} = (-2) \cdot \frac{4y^2}{-2y^2} = (-2) \cdot (-2) = \boxed{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{s}{x} = \frac{s}{y} + 2 \\ \frac{5s}{y} + 96 = \frac{5y}{x} \\ \frac{s}{x+6} = \frac{s}{y+6} + 1,5 \end{cases}$$

$$\frac{s}{30} = \frac{s}{54} + 2 \quad | \cdot 6$$

$$\frac{s}{5} = \frac{s}{9} + 12 \quad | \cdot 45$$

$$9s = 5s + 12 \cdot 45$$

$$4s = 12 \cdot 45$$

$$s = 3 \cdot 45 = 135$$

$$\begin{aligned} \frac{s}{98} &= \frac{s}{30} + 2 \quad | \cdot 6 \\ \frac{s}{14} &= \frac{s}{5} + 12 \quad | \cdot 60 \\ 5s &= 12s + 720 \\ 7s &= 720 \\ 7s &= 5s + 720 \\ 7s &= 720 \end{aligned}$$

$$\frac{s}{30} = \frac{s}{54} + 12 \quad | \cdot 2$$

$$\frac{s}{15} = \frac{s}{27} + 12 \quad | \cdot 3$$

$$\frac{s}{5} = \frac{s}{9} + 72 \quad | \cdot 45$$

$$3s = 5s + 72 \cdot 45$$

$$4s = 72 \cdot 45$$

$$\boxed{S=180} \quad S = 18 \cdot 45 = 810$$

$$\begin{aligned} \text{Задача } 5y &= 5x + 2xy \\ s = \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} &= \boxed{\frac{2xy}{x+y}} \\ \frac{s}{y} + 2 &= \frac{s}{x} \\ \frac{s}{y}x + 36 &= y(\frac{s}{y} + 2) \\ \frac{s}{y}x + 36 &= s + 2y \end{aligned}$$

$$s(y+6) = s(x+6) + 1,5(x+6)(y+6)$$

$$5y + 6s = 5x + 6s + 1,5xy + 9x + 5y + 54$$

$$9x + 9y + 54 - 0,5xy = 0 \quad | \frac{2xy \cdot x}{(x+y)^2} + 36 = \frac{2xy \cdot y}{(x+y)^2} *$$

$$9x + 9y + 54 = 0,5xy$$

$$18x + 18y + 108 = xy$$

$$xy - 18x - 18y - 108 = 0$$

$$(x-18)(y-18) - 324 = 0$$

$$(x-18)(y-18) = 432 = 4 \cdot 3^3 \quad | \frac{48(x+y)}{(y-x)(x+y)}$$

$$S = 135$$

$$\begin{aligned} 2x &= 36 \quad | :2 \\ y &= 18 \quad | -18 = 0 \\ y &= 18 \quad | :18 = y-x \\ x &= 18 \quad | :2 \\ x &= 9 \quad | :9 = x-y \\ x &= 9 \quad | :9 = x-y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{810}{30} &= 27 \\ \frac{810}{54} &= 27 \end{aligned}$$

$$= \frac{540}{360} =$$

$$\begin{aligned} \frac{135}{30} &= 4,5 \\ \frac{135}{54} &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\frac{135}{6} = 22,5$$

$$\frac{135}{36} = 3,75$$

$$\frac{135}{54} = 2,5$$

$$\frac{135}{9} = 15$$

$$\frac{135}{36} - \frac{135}{60} = \frac{1350 - 810}{360},$$