



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

Пусть $ab = k \cdot 3^{13+11}$; $bc = l \cdot 3^{18+16}$; $ac = m \cdot 3^8$

$\cdot 3^{21+38}$, тогда $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = klm \cdot 3^{50+4}$

Пусть $a = 3^k+1 \cdot x$; $b = 3^m+1 \cdot y$; $c = 3^p+1 \cdot z$; при этом

$x, y, z \neq 3$; $x, y, z \neq 1$, т.е. $k -$ максимальное

кв-бо раз, оно же можно разделить на 3,

$l -$ максимальное кв-бо раз, сколько можно

ко разделять a на 7 и т.д. т.е. $k+m \geq 11$;

$k+p \geq 29$; $m+p \geq 18$; $l+n \geq 19$; $l+q \geq 38$; $n+q \geq 16$.

$abc = xyz \cdot 3^{k+m+p+q+l+n+q}$ последний $\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = (abc)^2 = k \cdot 3^{47}$,

тогда $l = 2(k+m+p)$, $S = 2(l+n+q)$, т.к. $ab: 3^{13+11}$;

$bc: 3^{18+16}$; $ac: 3^{21+38}$, Верно, т.к. $ab \cdot bc \cdot ac:$

$ab \cdot bc \cdot ac: 3^{11+18+21+19+16+38} = 3^{50+4+5} = (abc)^2: 3^{50}$.

$\Rightarrow (abc)^2: 3^{50+4+5} \Rightarrow abc: 3^{25+4+38}$, т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$,

$\in \mathbb{N}$, то $k, m, p, l, n, q \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Rightarrow l+n+q \geq 38$, т.к.

$l+q \geq 38$. т.к. $abc: 3^{25+4+38}$; $k+m+p \geq 25$; $l+n+$

$+q \geq 33$, но из предыдущ. условия $l+n+q \geq 38 \Rightarrow$

$\Rightarrow abc: 3^{25+4+38} \Rightarrow abc \geq 3^{25+4+38}$. Пусть $a = 3^k+1$,

$b = 3^l+1$; $c = 3^m+1$, тогда $abc = 3^{25+4+38}$. Отсюда: $3^{25+4+38}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

Пусть ~~делящаяся на 10~~ $a+b$ делится на $m \cdot k$, $k \in \mathbb{N}^*$

Тогда $a^2 - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 10ab = (m \cdot (k^2 m) - 10ab) : m \Rightarrow 10ab : m$. $\left[\begin{array}{l} \text{НОД}(a; m) \neq 1 \\ \text{НОД}(b; m) \neq 1 \\ 10 : m \end{array} \right]$

случай первый: $10 : m$, тогда $m \leq 10$, ~~но~~

случай второй: $\text{НОД}(a; m) \neq 1$; т.е. $a : l$,
 $m : l$; $l : \mathbb{N}$, тогда $m \cdot k$. а пусть $m = l \cdot n$,

тогда $a+b = m-k = m-l \cdot (n-k) \Rightarrow a+b : l \Rightarrow$
 $\Rightarrow b : l$, $m \cdot k : l \Rightarrow \frac{a}{b}$ можно сократить до $\frac{(a)}{(b)}$

\Rightarrow предполож. неверно

случай третьий: $\text{НОД}(b; m) \neq 1$, тогда

то же самое, ~~но~~ и ~~второй~~ случай.



$10 : m \Rightarrow m \leq 10$

пример на 10: $a=5, b=5$; $\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2} = \frac{10}{-150} = -\frac{1}{15}$

Однако ~~если~~ $a, b \in \mathbb{Z}$, но $m > 0$, то если $m < 0$,

то ~~зато~~ можно сокр. на $-m > m$, т.к. $a+b > 0 \Rightarrow k > 0$.

Следовательно:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3

~~28~~

$$2x^2 - 3x + 4 = 2(x^2 - 1,5x + 2) = 2((x-0,75)^2 + \frac{32-9}{16}) = 2((x-0,75)^2 + \frac{23}{16}) \geq \frac{23}{8}$$

$$2x^2 + x + 3 = 2(x^2 + 0,5x + 1,5) = 2((x+0,25)^2 + \frac{24-1}{16}) = 2((x+0,25)^2 + \frac{23}{16}) \geq \frac{23}{8}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x = (2x^2 - 3x + 4) - (2x^2 + x + 3) = (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3})(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3}) \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \sqrt{2x^2 + x + 3} \\ \sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 \end{cases}$$

$$1. \sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

\sqrt{x} симметрическое вспомогательное уравнение $D(\sqrt{x}) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3 \Rightarrow 1 - 4x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0,25$$

2. $\sqrt{2x^2 - 3x + 4} > 1$ и $\sqrt{2x^2 + x + 3} > 1$.
 $a(x) = 2x^2 - 3x + 4$; $b(x) = 2x^2 + x + 3$, тогда $a(x) \geq \frac{23}{8} > 1$; и $b(x) > 1$, то $\sqrt{a} > 1$; и $\sqrt{b} > 1 \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} > 2$,
и.е. решений нет $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$ нет.

Ответ: $x = 0,25$.

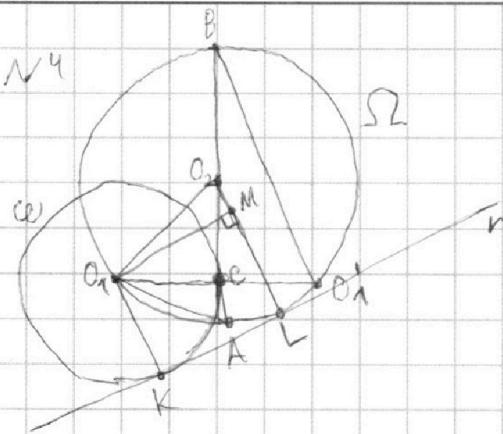
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. Рассмотрим O_1 — центр ω , O_2 — центр Σ , продолжение O_1C за м.с $\cap \Sigma = O_1'$,
так как $K \in O_1C \cap \Sigma$ — прямая
 r , $r \cap \omega = K$, $r \cap \Sigma = L$, $M \in O_1L$,
при этом $O_1M \perp O_2L$ (из $O_1M \perp O_2L$).

2. $\angle BO_1O_1' = \alpha$ (O_1B (на сколько я знаю, фигуры X и Y обозначаются как α) $\cdot \frac{1}{2} = \angle O_1AB$, $\angle O_1CA = \angle BC O_1'$ — вертикальные $\Rightarrow \angle O_1CA = \angle BC O_1' \Rightarrow \triangle O_1CA \sim \triangle BC O_1'$ (кахесим, так обозначалось условие) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BC}{CO_1'} = \frac{O_1'C}{CA} \Rightarrow O_1'C \cdot CO_1' = BC \cdot CA = 4 \cdot 16 = 64$$

3. O_1C — радиус ω , проведенный к касательной
 $\Rightarrow \angle O_1CB = 90^\circ \Rightarrow O_1 \text{ и } O_1' \text{ симметричны относительно } AB$,
т.к. Σ симметрична себе относительно $AB \Rightarrow O_1C = O_1'C =$
 $= \sqrt{64} \text{ но } \angle 2 = 4 \Rightarrow \text{радиус } (\omega) = 4, \text{ а радиус } \Sigma = \frac{\sqrt{64} + 4}{2} =$
 $= 8,5.$

4. O_1K и O_2L — радиусы, проведенные к кас. \Rightarrow
 $\Rightarrow O_1K \perp r, O_2L \perp r, O_1M \perp O_2L \Rightarrow \angle O_1KO_1M = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow O_1MLK — \text{прям.} \Rightarrow O_1M = KL, O_1K = ML.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. $O_2M = O_2L - ML = O_2L - O_1K = 8,5 - 4 = 4,5$;

$O_2O_1 = \text{радиус } \Omega = 8,5 \Rightarrow KL = O_1M = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2} =$
 $= \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{42,25 - 20,25} = \sqrt{22}$.

Ответ: $\sqrt{22}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$Z = 3x + 2y \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{y} + -\frac{2}{Z} = \frac{3}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{3x+2y}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy}{3x^2y + 2xy^2} = \frac{9xy + 6y^2 + 3x^2}{3x^2y + 2xy^2} = \\ &= \frac{\cancel{3} \frac{x^2}{y^2} + 3 \frac{x}{y} + 2}{3(x^2y + 2xy^2) \cdot y^2} = 0 \text{ по условию} \Rightarrow \frac{y^2}{y^2} + 3 \frac{x}{y} + 2 = 0 \end{aligned}$$

Замена: $t = \frac{x}{y}$, тогда $t^2 = \frac{x^2}{y^2}$, тогда:

$$t^2 + 3t + 2 = 0$$

$$(t+1)(t+2) = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \end{cases}$$

Решаем первый: $x = -y$:

$$\begin{aligned} Z = -3y + 2y = -y \Rightarrow \frac{3x^2 + 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} &= \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \\ &= \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Решаем второй: $x = -2y$:

$$\begin{aligned} Z = -6y + 2y = -4y \Rightarrow x^2 = 4y^2; z^2 = 16y^2 &\Rightarrow \text{здесь} \\ \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} &= \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4 \end{aligned}$$

$\frac{2}{5} < 4 \Rightarrow$ максимальное значение $= 4$ при, например,
 $x = 2; y = -1; z = 4y$, тогда $4y^2 = 16$, т.к. $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 4$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6

Пусть v_1, v_2, s — скорость велосипедиста, скорость мотоциклиста и расстояние между А и В соответственно. Понятно, что v_1, v_2, s — это действительные неотрицательные числа, v_1, v_2 выражены в $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, s выражено в км. Известно, что:

$$\begin{cases} \frac{s}{v_1} = \frac{s}{v_2} + 2 \\ \frac{sv_2}{v_1} = \frac{sv_1}{v_2} + 36 \\ \frac{s}{v_1+6} = \frac{s}{v_2+6} + 1,25 \end{cases}$$

$$\text{Понятно } \frac{s}{v_1} = \frac{s}{v_2} + 2 \Rightarrow \frac{s}{v_1} - \frac{s}{v_2} = 2 \Rightarrow s(v_2 - v_1) = 2v_1v_2.$$

$$\text{Пакже } \frac{sv_2}{v_1} = \frac{sv_1}{v_2} + 36 \Rightarrow s\left(\frac{v_2}{v_1} + \frac{v_1}{v_2}\right) = 36 \Rightarrow s(v_2^2 - v_1^2) = 36v_1v_2 \Rightarrow s(v_2 - v_1) = \frac{36v_1v_2}{s(v_1 + v_2)}.$$

$$\begin{cases} s(v_2 - v_1) = 2v_1v_2 \\ s(v_2 - v_1) = \frac{36v_1v_2}{s(v_1 + v_2)} \end{cases} \Rightarrow 2v_1v_2 = 36 \frac{v_1v_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow 2 = \frac{36}{v_1 + v_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 18.$$

$$\text{Пакже } s\left(\frac{1}{v_1+6} - \frac{1}{v_2+6}\right) = 1,25 \Rightarrow s(v_2+6 - v_1+6) =$$

$$= 1,25(v_1+6)(v_2+6) = 1,25(v_1v_2 + 6(v_1+v_2) + 36) =$$

$$= 1,25v_1v_2 + 1,25(6 \cdot 18 + 36) = 1,25v_1v_2 + 405 \Rightarrow s(v_2 - v_1) =$$

$$= 1,25v_1v_2 + 405$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} S(V_2 - V_{\text{ст}}) = 1,25V_1V_2 + 405 \\ S(V_2 - V_{\text{ст}}) = 2V_1V_2 \end{cases} \Rightarrow 0,75V_1V_2 = 405 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1V_2 = 540$$

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = 48 \\ V_1V_2 = 540 \end{cases} \Rightarrow V_1^2 + V_2^2 = (V_1 + V_2)^2 - 2V_1V_2 = 48^2 - 2 \cdot 540 =$$

$$= 1224 \Rightarrow (V_2 - V_{\text{ст}})^2 = 1224 - 2V_1V_2 = 1224 - 1080 = 124 =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 + V_2 = 44 \\ V_1 - V_2 = -12 \end{cases}$$

$$S(V_2 - V_{\text{ст}}) = 2V_1V_2 = 1080 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{1080}{12} = 90 \\ S = \frac{1080}{-12} = -90 \Rightarrow S = 90 \\ S \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: 90.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

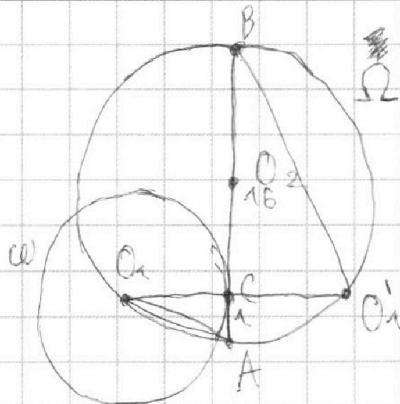
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(8+0,5)^2 = 8^2 + 6^2 + 0,25 = \\ = 72,25$$

$$(4+0,5)^2 = 4^2 + 6^2 + 0,25 = \\ = 20,25$$

$$I - II = 52 \quad d = \sqrt{(x+0,5)^2 + (y-\frac{1}{16})^2} \geq$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= -0,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+0,5)^2 &\geq 26,0 + 3 \cdot \frac{7}{8} = \\ (x+0,5)^2 &= \frac{23}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{4} =$$

$$25 - 2x - 8 \cdot 25 = 15 + 1 - 0,5 = 0 \\ = -6 \cdot 25 = -150$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \frac{3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4}{4 - 6} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$-\sqrt{2x^2 + x + 3} = \frac{2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3}{\sqrt{2x^2 + x + 3} + \sqrt{2x^2 - 3x + 4}} = \frac{1 - 4x}{\dots} = 1 - 4x = 7$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ a = \sqrt{2x^2 + x + 3} \\ b = \sqrt{2x^2 - 3x + 4} \end{cases} \quad a + b = m \cdot k \quad a^2 - 8ab + b^2 = m \cdot k^2$$

$$x = -0,25$$

$$(a+b)^2 - 4ab = m \cdot (mk^2) \\ - 4ab \Rightarrow 4ab = m \cdot k^2$$

$$ab = 2 \cdot \frac{1}{16}$$

$$4ab = m \cdot k^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

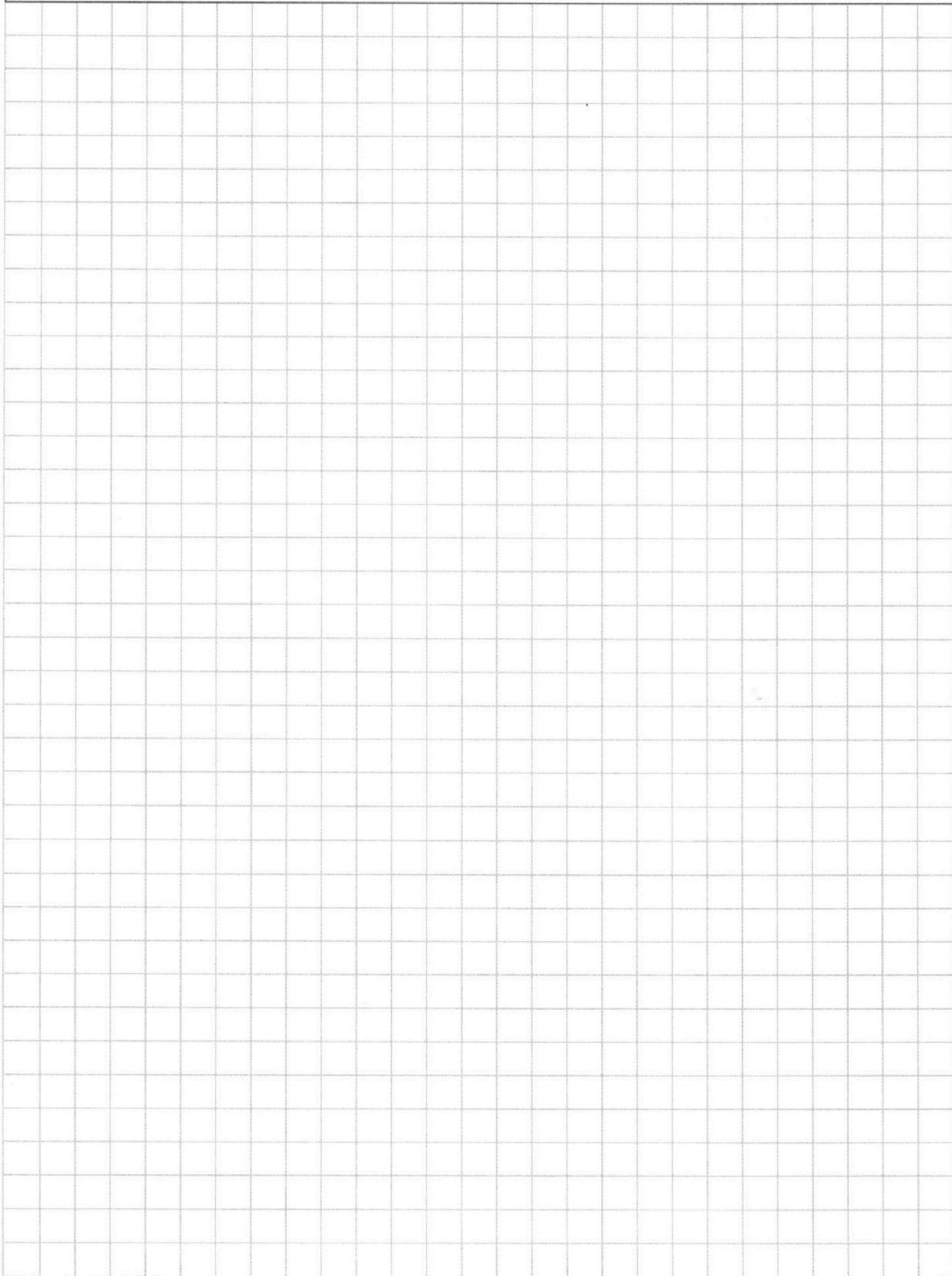
5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

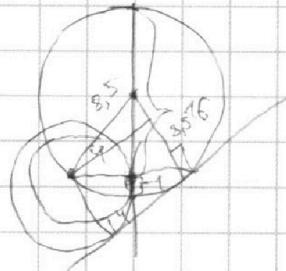
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2}{3x+2y} = \frac{3}{x} + \frac{7}{y} \quad | \cdot 3x^2y + 2xy^2$$

~~$$2xy = 3xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$~~

$$3x^2 + 8xy + 6y^2 = 0$$

~~$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$~~

~~$$(x + \sqrt{2}y)^2 + (3 - 2\sqrt{2})xy = 0$$~~

Линии

~~$$3x^2 - 4y^2 = 22$$~~

$$= 3x^2 + 4y^2 - (3x + 2y)^2 = 3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy = -16x^2 - 12xy$$

$$= -8(x^2 + 2xy)$$

~~$$\text{Линии } \frac{x^2 + 2xy}{x^2 - 6y^2} = -6 \quad x + 2xy = -(xy + 2y^2)$$~~

~~$$\begin{aligned} & \frac{2y^2 + xy}{(x^2 - 6y^2)} \quad t = 12xy \quad 12x^2 + 2 \quad 72t^2 \\ & \frac{6}{6} \quad [y^2] \quad \frac{12}{4 - 4 - 16} = \frac{-8}{-2} = 4 \quad \frac{72t^2}{3} = x^2 + 2y^2 \\ & \text{Линии } \end{aligned}$$~~

~~$$\frac{2y^2 + xy}{x^2 - 6y^2}$$~~

~~$$\frac{y^2 + 6xy}{x^2 - 6y^2}$$~~

~~$$1. x = y$$~~

~~$$6 \left(\frac{xy + 2y^2}{x^2 - 6y^2} \right)$$~~

$$t = \frac{x}{y} \quad t^2 + 3t + 2 = 0$$

$$2,25 =$$

$$=\frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$(k+1,5)^2 = \frac{9}{4} \quad (t+1,5)^2 = 0,25$$

$$= 0,25 \quad t = -1,5 \pm 0,5$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \end{cases}$$

$$6. \frac{-x^2 + 2xy^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{x^2}{-5x^2} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$z = -4y^2$$

$$x^2 = -2y^2$$

$$x^2 = 4y^2 \quad z^2 = 16y^2$$

$$x = ky$$

$$z = 8k \sqrt{(3k+2)k} y (3k+2) \quad -2y^2 + 2y^2 = 0$$

$$6 \cdot \frac{4y^2}{4y^2 - 6y^2} = 6 \cdot \frac{0}{2y^2}$$

$$3k^2 + 2k$$

$$9k^2 + 12k^2 + 2k - \frac{3}{k} + \frac{1}{k} = \frac{2}{k} \quad 1 \cdot \frac{4y}{k} = \frac{1}{k} \cdot \frac{3}{k} + 1 - \frac{2}{3k+2} = 0$$

$$-2k = 0 \quad 3k^2 + 2k + \frac{2}{k} = 0 \quad k^2 + 3k + \frac{2}{3} = 0$$

$$k = -2 \quad \frac{1}{2} \neq 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$d = 8k + l \quad b = 3^m + n \quad c = 3^p + q$$

$$k+m+1 \geq 11 \quad 3^{16} \cdot 48 = 3^k k + m + p \geq \frac{11+18+24}{2} = 525$$

$$am + p \geq 18 = 240 + 98 + abc : 3^{25}$$

$$k+p \geq 2 \times 9 + 36 = 324$$

$$l+n \geq 11 \quad 324 - 125 = l+n+d \geq \frac{11+16+38}{2} = 32,5 \Leftrightarrow l+n+d \geq 33,$$

$$n+d \geq 16 = 324 + 81 = 405 \quad abc : 3^{25} \geq 32,5$$

$$l+q \geq 38 \quad abc : 3^{25} \geq 32,5 \Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 32,5 = 33$$

$$\begin{cases} k=7 \\ p=19 \\ m=4 \\ l=13 \\ q=19 \\ n=0 \end{cases} \quad \begin{aligned} & (V_1 + V_2)^2 = 2304 \\ & = V_1^2 + V_2^2 + 2 \cdot 405 \\ & = V_1^2 + V_2^2 + 1080 \\ & V_1^2 + V_2^2 = 2304 - 1080 = 1224 \\ & (V_1 - V_2)^2 = 1224 \\ & - 22540 = 144 \cdot 12 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & a^2 - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 10ab \\ & 10ab / (ab) = 1 \quad * 100 - 160 = 231 \\ & \frac{5}{3} \rightarrow \frac{13}{-231} \quad 10ab : a+b \\ & a+b = k \quad 10ab = ka + kb \\ & ab = l - (a+b) \quad ab = \frac{ab}{a+b} \end{aligned}$$

N6 можжє велосипедиста
позажідістю

$$x^2 - 1,5x + 2 = (x - 0,75)^2 +$$

$$+ 2 \cdot 5025 \cdot 1,43 + 5 = -405 \cdot \frac{3}{135}$$

$$0,75 \cdot \frac{4}{135} \cdot 1600 + 640 \cdot \frac{4}{135} = \frac{1}{135}$$

$$25 \cdot (10+5)^2 + 25 \cdot V_1 \cdot V_2 + 405 =$$

$$+ 35 \cdot \frac{4}{135} \cdot (10+5)^2 = 2 V_1 \cdot V_2 + 405$$

$$49 \cdot \frac{4}{135} \cdot 1600 = 2 V_1 \cdot V_2 = 405$$

$$5625 \cdot 2 \cdot 33 \cdot 10 = 2 V_1 \cdot V_2 = 405 \cdot \frac{4}{135} = 540$$

$$5625 \cdot 2 \cdot 33 \cdot 10 = 540 \cdot 10000 = 540000$$

$$540000 = 540 \cdot 10000 = 540 \cdot 10^4$$

$$540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10000 = 540000$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot 10^4$$

$$540000 = 540 \cdot 10^4 = 540 \cdot$$