



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\
 bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\
 ac : 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 ab \geq 2^{15} \cdot 7^{11} \\
 bc \geq 2^{17} \cdot 7^{18} \\
 ac \geq 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{array}
 \Rightarrow (abc)^2 \geq 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$\Rightarrow \sqrt[2]{abc} \geq 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow abc \geq 2^{56} \cdot 7^{68}$$

(в abc содержится хотя бы $7^{35} \Rightarrow$ в abc тоже содержится хотя бы 7^{39})

$$\text{Тогда } \min \{abc\} = 2^{56} \cdot 7^{68}$$

Пример:

$$a = 2^{11} \cdot 7^{14}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{25}$$

Предположим, что abc в abc меньше $\Rightarrow$ 1) уменьшаем кол-во двоек в a :

Пусть $a = 2^{10} \cdot 7^{14}$, тогда

(распавиваем для минимизации) $c = 2^{13} \cdot 7^{25}$, тогда, если $bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$$b = 2^4 \cdot 7^0, \text{ но тогда } ab \not\geq 2^{21} \cdot 7^{39} \text{ т.к. содержит } 7^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 2^5 \Rightarrow \text{Тошми берем кол-во двоек все равно} = 28$$

Если мы уменьшаем кол-во двоек в каком-либо из трех чисел $\Rightarrow$ увеличиваем кол-во двоек в других числах. Следовательно, минимальный 39 , тогда $ac : 7^{39}$.

$$\text{Ответ: } \min \{abc\} = 2^{56} \cdot 7^{68}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

☐

2

☒

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Известно: $\frac{a}{b}$ — несократимая дробь, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{ab}{(a+b)^2 - 9ab}, \text{ так как при}$$

наим. н.д. m , тогда сократим числитель и знаменатель $\Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 9ab)$,

$$\text{т.к. } (a+b)^2 : a+b \Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; -9ab), \text{ где}$$

a и b — взаимнопростые числа

$$\Rightarrow a+b \nmid ab \Rightarrow \text{так как } -9ab : 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \text{ тоже должно делиться на } 9 \Rightarrow m = 9$$

$$\text{Пример: } a=7, b=-11 \Rightarrow \frac{7+11}{49 - 7 \cdot 7 \cdot (-11) + 121} =$$

$$= \frac{18}{18^2 - 9 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{9 \cdot 2}{9(2 \cdot 18 - 7 \cdot 11)} = \frac{2}{-41}$$

Ответ: $m = 9$

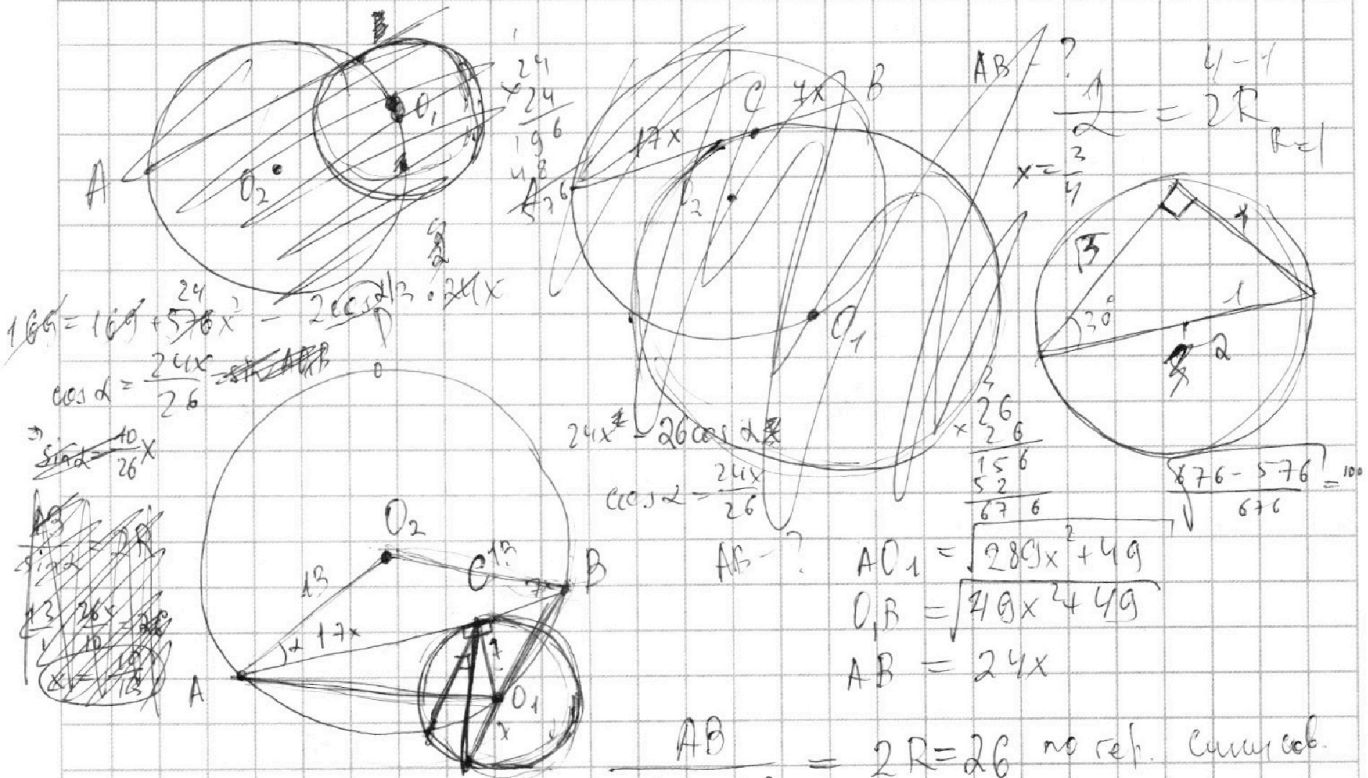
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$169 = 169 + 576x^2 - 2 \cdot 26 \cdot 24x \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{24x}{26}$$

$$\sin \alpha = \frac{10}{26x}$$

$$12 \cdot 24x = 2169 - 2 \cos \angle AOB \cdot 169$$

$$\cos \angle AOB = 1 - \frac{169 - 12 \cdot 24x^2}{169}$$

$$\sin \angle AOB = \frac{24x}{26}$$

$$\sin \angle AOB = \frac{1}{13} \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle AOB) = 180^\circ - \frac{\angle AOB}{2} = \frac{360^\circ - \angle AOB}{2}$$

$$\angle AOB = 2 \angle AOB = 360^\circ - \angle AOB$$

$$\sin \angle AOB = \sin 2 \angle AOB = 2 \cdot \frac{24x}{26} \cdot \cos \angle AOB$$

$$24x^2 = 289x^2 + 49 + 49x^2 + 49 - 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$-238x^2 + 98 = 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$\frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}}{(14 - 34x^2)^2}$$

$$169 - 144x^2 = \frac{(289x^2 + 49)(x^2 + 1)}{(14 - 34x^2)^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - 9x + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = ((1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})^2 \quad (1)$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad (2)$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad (3)$$

$$(1) \quad 3x^2 - 6x + 2 = 1 - 18x + 81x^2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x - 81x^2 = 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

При $x \neq \frac{1}{9}$:

$$\frac{9x(1 - 9x)}{2(1 - 9x)} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\frac{9x}{2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad \text{возведем в квадрат}$$

$$9x^2 + 3x + 1 = \frac{81x^2}{4} \quad | \cdot 4$$

$$12x^2 + 12x + 4 - 81x^2 = 0$$

$$-69x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$D = 12^2 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 144 + 1104 = 1248 =$$

$$= 3 \cdot 16 \cdot 26$$

$$x = \frac{-12 \pm 4\sqrt{3 \cdot 26}}{-138} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

Возвращаемся к исходным уравнениям:

$$x = \frac{-6 + 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

$$x = \frac{-6 - 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

$$x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$(2) \quad 3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$x \leq \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

$$(3) \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ г.к. неэф. неэф $x^2 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1$ всегда ≥ 0 .

Сравним:

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{3} > \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69 \cdot 23}$$

$$69 + 23\sqrt{3} > 6 + 2\sqrt{26 \cdot 3}$$

$$\sqrt{3}(23 - 2\sqrt{26}) > -63$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} < \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69 \cdot 23}$$

$$69 - 23\sqrt{3} < 6 + 2\sqrt{26 \cdot 3}$$

$$63 < \sqrt{3}(\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$126 < 2\sqrt{3}(104 + 529 + 46\sqrt{104})$$

$$126 < 633 + 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26} \quad \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} < \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26}$$

Ответ:

$x \in \left[\frac{3 - \sqrt{3}}{3}, \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \right]$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Найти все значения a ,
для которых из которых
система имеет
два решения.

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \end{cases}$$

$$-ax + 8b = y$$

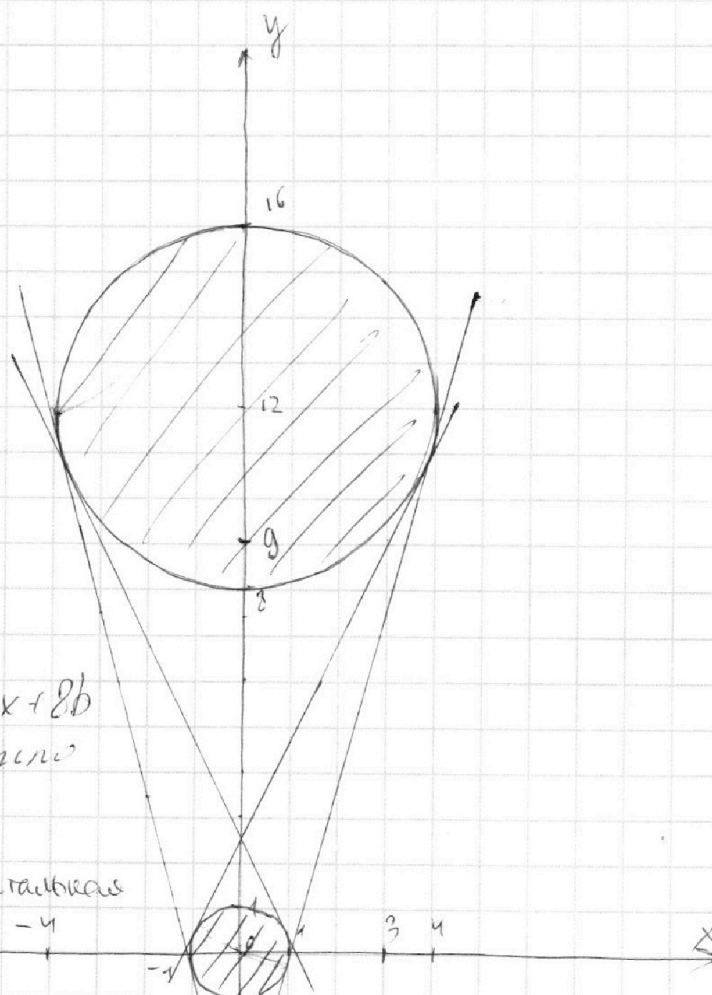
Изобразим на
координатной плоскости:

Тогда система
имеет ровно два
решения при
пересечении
прямой и прямой $y = -ax + 8b$
так, чтобы одна точка была
только две.

1) При $a=0 \Rightarrow y=8b$ — горизонтальная
прямая.

Она может иметь либо множество
точек, либо одну точку $\Rightarrow a=0$ не подходит.

2) Пусть прямая и пересекающие области имеют только две
общие точки, прямая не должна пересекать эти области, только
касаться $\Rightarrow$ где касается такие прямые, которые являются
общими касательными для обеих окружностей, изобра-
женных на чертеже. Таких касательных может быть только две.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

тре: две касаются внешними осями и две
внутренними обеих окружностей.

Тогда для внутренних касательных:

$$a = \frac{9}{4}$$

$$a = -\frac{9}{4}$$

Для внешних:

$$a = \frac{5}{2}$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

Ищем упр. касатель-
ную. Пусть x -
где находится
прямая. Они попарно
симметричны.

Ответ: $a \in \left\{ \frac{9}{4}, -\frac{9}{4}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \right\}$.



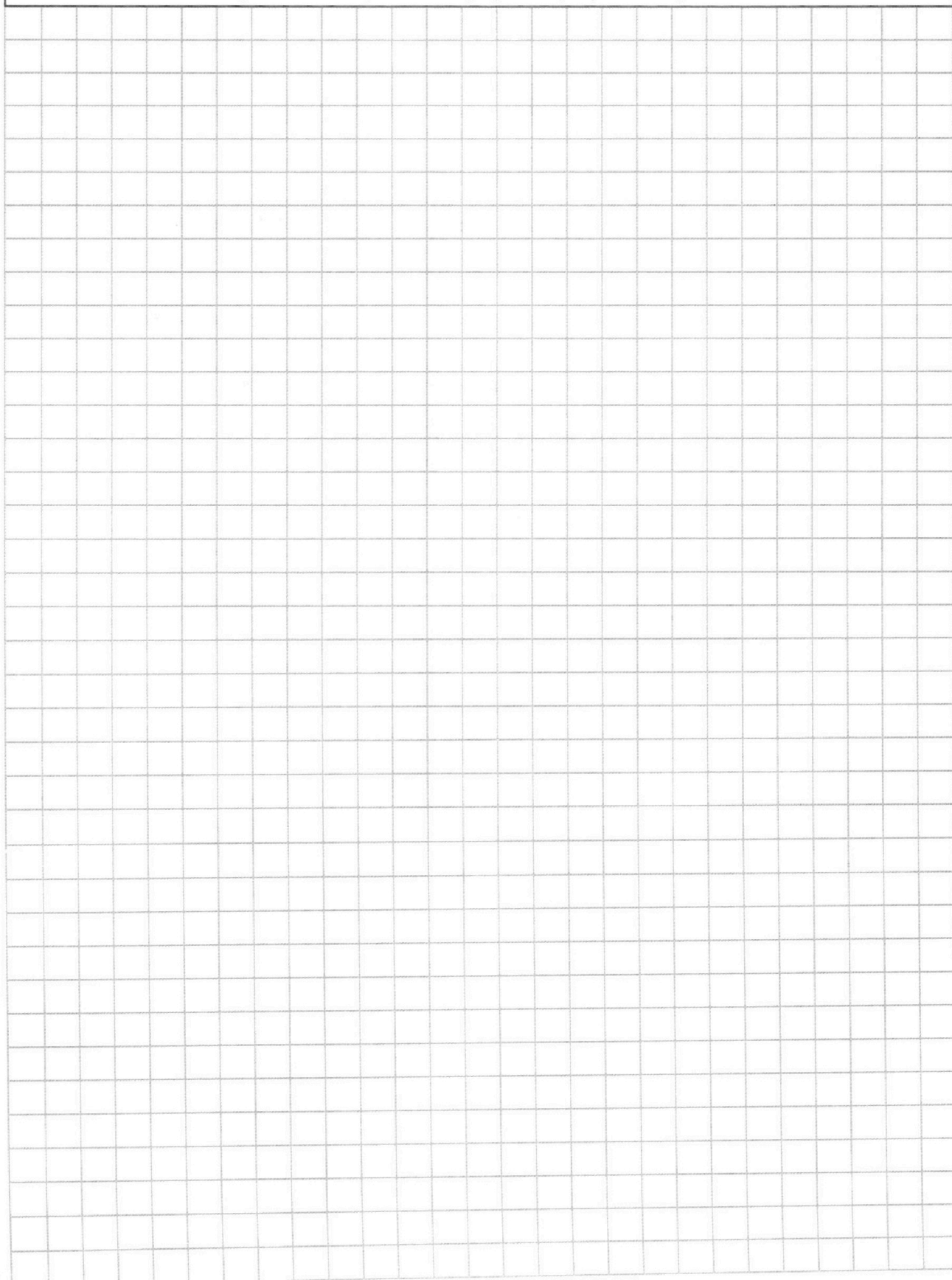
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



6	104	$\times 10$		
		4		



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac &: 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned} \quad \begin{aligned} abc \cdot b &= k \cdot 2^{32} \cdot 7^{29} \\ abc \cdot c &= m \cdot 2^{40} \cdot 7^{57} \\ abc \cdot a &= p \cdot 2^{38} \cdot 7^{50} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \max \{ay\} &: 2^{32} \cdot 7^{29} \text{ тогда } \frac{1}{4} \leq 3 \\ b &= 1 \\ c &= 2^8 \cdot 7^{28} \quad 1 \leq 3 \\ a &= 2^6 \cdot 7^{21} \quad -4 \leq 4 \cdot 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \max \{ab, bc, ac\} = ac$$

$$\min \{ab, bc, ac\} = ab$$

Предположим, что $c = \max \{a, b, c\}$
тогда $a = \min \{a, b, c\}$

$$\begin{aligned} abc(c-b) &= 2^{32} \cdot 7^{29} (2^8 \cdot 7^{28} - k) \\ abc(c-a) &= 2^{38} \cdot 7^{50} (2^{23} \cdot 7^{39} - p) \end{aligned} \quad \begin{aligned} abc &\leq 2^{32} \cdot 7^{29} \\ abc &\leq 2^{38} \cdot 7^{50} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} abc &\geq 2^{10} \cdot 7^{68} \\ abc &\geq 2^{17} \cdot 7^{58} \\ abc &\geq 2^{23} \cdot 7^{59} \end{aligned} \quad \begin{aligned} bc &\geq 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac &\geq 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (abc)^2 &\geq 2^{55} \cdot 7^{68} \\ (abc)^2 &\leq 2^{55} \cdot 7^{68} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} abc &\geq 2^{23.5} \cdot 7^{34} \\ \min \{abc\} &= 2^{23.5} \cdot 7^{34} \end{aligned} \quad \begin{aligned} a &= 2^{14} \cdot 7^{14} \\ b &= 2^{17} \cdot 7^{18} \\ c &= 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned} \quad \begin{aligned} a &= 2^{10} \cdot 7^{14} \\ b &= 2^{17} \cdot 7^{18} \\ c &= 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned} \quad \begin{aligned} a &= 2^{10} \cdot 7^{14} \\ b &= 2^{17} \cdot 7^{18} \\ c &= 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} - \text{неопределенно} \quad a+b \quad (a-b) &= a+b \\ \max f(m) &= a^2 - 7ab + b^2 = (2a-7-3\sqrt{5}b)(2a-7+3\sqrt{5}b) \frac{1}{1+9\left(\frac{a}{b}\right)^2} \\ D &= 49b^2 - 4b^2 = 45b^2 = 15 \cdot 3 = 45 \\ a &= \frac{7 \pm 3\sqrt{5}b}{2} \\ z &= \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \\ \left(2 - \frac{7}{a} - 3\sqrt{5} \frac{b}{a}\right) \left(2 \frac{a}{b} - \frac{7}{b} + 3\sqrt{5}\right) &= \frac{a+b}{1} : \left((a+b) + \frac{ab^2}{a+b}\right) = 1 + \frac{(a+b)^2}{ab^2} \\ \frac{a+b}{1} : \left((a+b) + \frac{ab^2}{a+b}\right) &= 1 + \frac{(a+b)^2}{ab^2} = 1 + \left(\frac{a}{b} + \frac{1}{b}\right)^2 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

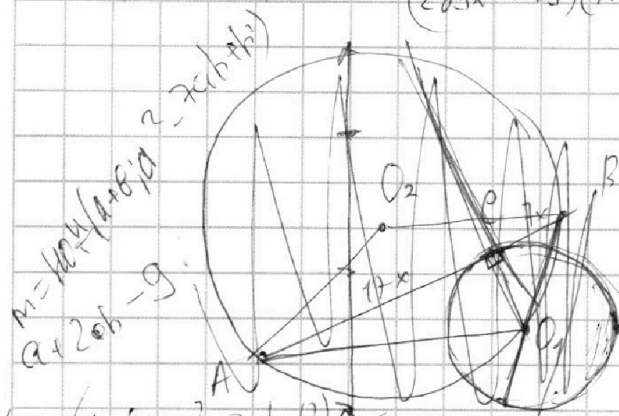
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$16y - 144x^2 = \frac{y(7-47x^2)^2}{(289x^2+49)(x^2+1)}$$

$$-8ab$$



$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 > 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 > 0$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 < 0$$

$$\frac{a+b}{-2ab} = -\frac{1}{2b} - \frac{1}{2a} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{НОД}(a+b; a^2-2ab+b^2) &= \\ &= \text{НОД}(a+b; (a+b)^2-4ab) = \\ &= \text{НОД}(a+b; -2ab) = m \end{aligned}$$

и б - взаимно простые
м =

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$HB^2 = BK \cdot BM = 49x^2 = 49$$

решение 2

При $a \neq 0$ - верно
доказано
иначе

При $a, b = 0$ - верно
иначе

$$\text{Для } a \in [0, 1] \frac{y}{4}$$

$$(y-12)^2 = 16 = 4^2 - 1$$

$$y^2 - 24y + 144 = 15$$

$$y = \frac{129 \pm x}{24}$$

$$x^2 + (y-12)^2 = 16$$

$$x^2 + (y')^2 = 1$$

$$y = \frac{129 \pm x}{24}$$

$$\begin{aligned} 1-x &= \sqrt{16-x^2} + 12 \\ 1-x^2 &= 16-x^2 + 144 + 2\sqrt{16-x^2} \\ -159 &= 2\sqrt{16-x^2} \end{aligned}$$

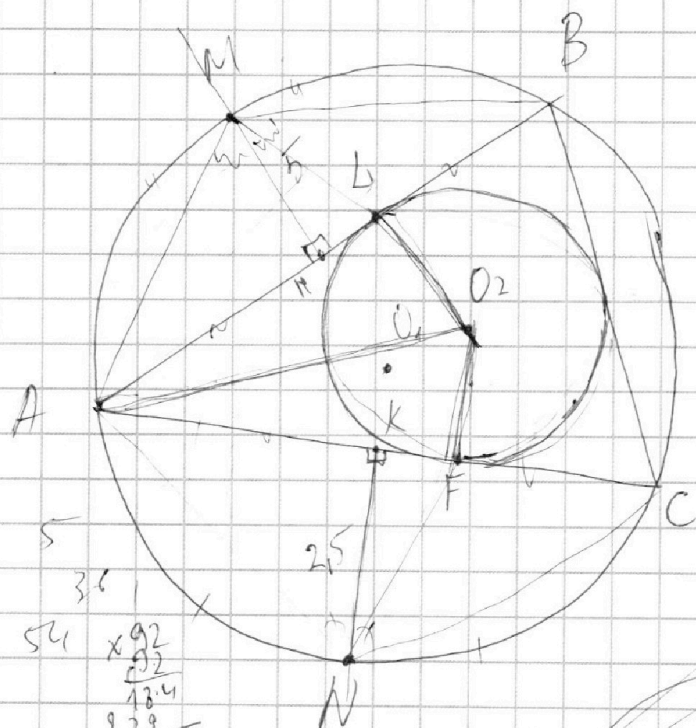
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AL = AF$$

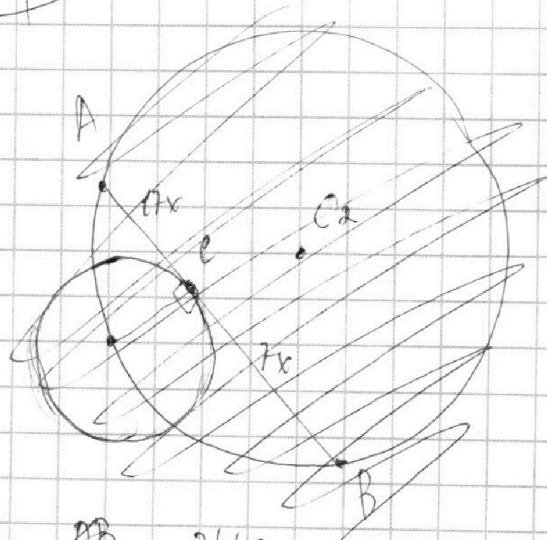
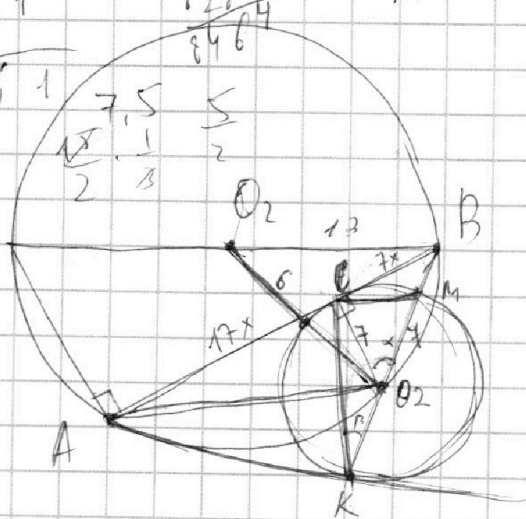
$$S_{AML} = 2 S_{ANF}$$

$$\sqrt{6-x^2} \cdot 12$$

$$x^2 + (6-x)^2 = 16$$

$$= 2x + 18$$

$$\begin{array}{r} 869 \\ \times 69 \\ \hline 621 \\ 4761 \\ \hline 59761 \end{array}$$



$$\frac{24x}{\sin \angle AC_2 B} = 26$$

$$\cos \angle = \frac{BO_2}{BO_2} = \frac{\sqrt{49x^2 + 49}}{7} = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$CM^2 = 98 - 2\sqrt{x^2 + 1} \cdot 49$$

$$\sin \beta = \frac{7 \cdot 49 (49 - 2\sqrt{x^2 + 1})}{2 \cdot 7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1

2
□3
□

4

5

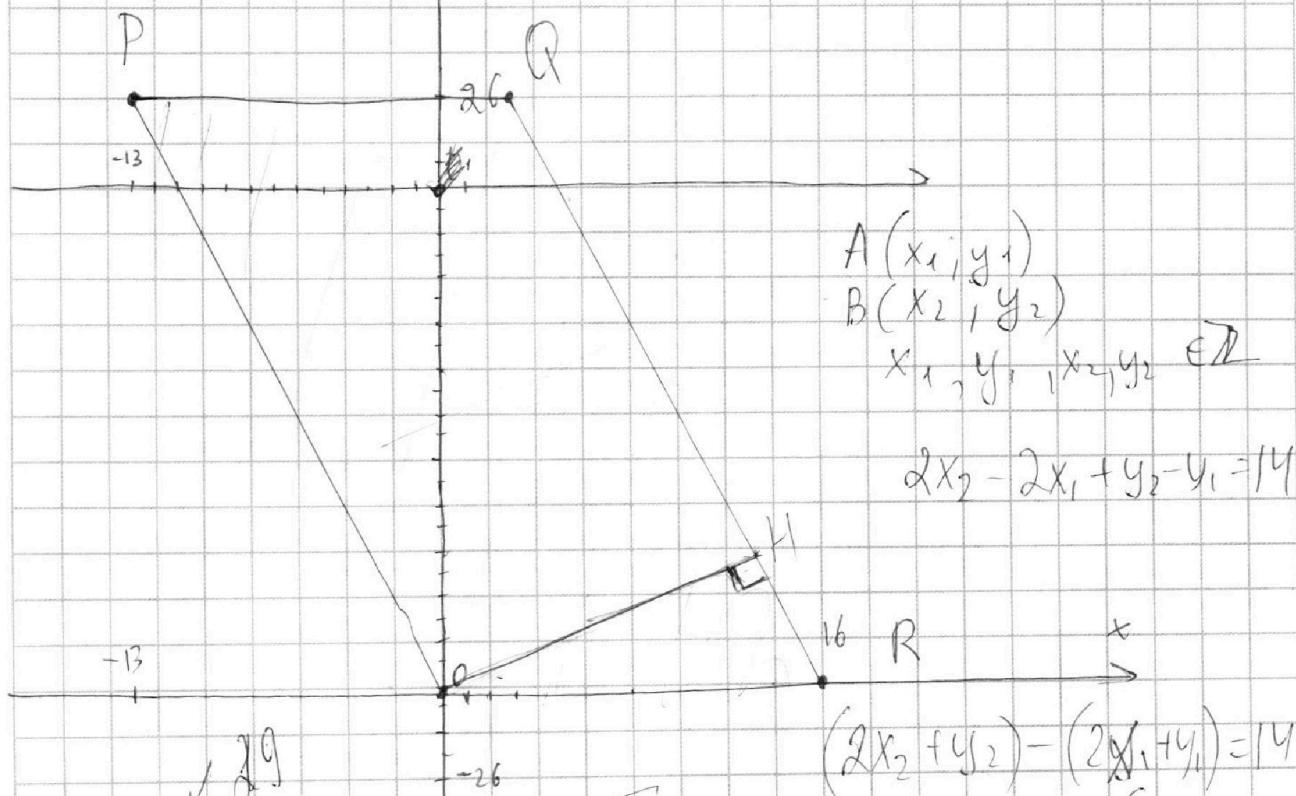
6

7
□

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \underline{(169 - 114x^2)(289x^2 + 49)(x^2 + 1)} = \\ & \quad = \underline{11(7 - 17x^2)(7 + 17x^2)} \end{aligned}$$



$$(2x_2 + 4y_2) - (2x_1 + 4y_1) = 14$$

$$2x_2 + 4y_2 = 14 + (2x_1 + 4y_1)$$

$$16 \geq \frac{x_1}{x_2} \geq -13$$

$$26 \leq y_1 \leq 0$$

