



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице: .

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



числовик

NS

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (3)$$

учеб

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \quad (2)$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (1)$$

рассмотрим двойки:

$$a = 2^x \dots \Rightarrow b = 2^{15-x} \dots$$

$$\Rightarrow b \text{ хотя бы включает в себя } 2^{15-x}$$

$$\Rightarrow c \text{ включает в себя хотя бы } 2^{17-(15-x)} = 2^{x+2}$$

$$ac : 2^{23} \Rightarrow 2^{x+x+2} = 2^{2x+2} \leq 2^{23} \Rightarrow x \text{ хотя бы}$$

19.

$$a = 2^{11} \dots$$

$$b = 2^{104} \dots$$

$$c = 2^{13} \dots$$

рассмотрим семерки:

из (1) и (2) а и с семеркой вместе

не более, чем  $7^{29}$ , но  $ac = \text{хотя бы } 7^{39} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = 7^x \Rightarrow b = 7^{39-x} \Rightarrow c = 7^y$$

$$ac = 7^{39} \cdot 2^{24} \text{ (хотя бы)}, \text{ а } b \text{ хотя бы } 2^4$$

$$\text{Итого } abc \leq 7^{39} \cdot 2^{24} \cdot 2^4 = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{39}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

условие

№ 2

$\frac{a}{b}$  - несократима.

Рассмотрим  $a = 2$  ;  $b = 3$ .

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{5}{29} \text{ - несократима } \Rightarrow$$

$\Rightarrow m = 5$  - наибольшее.

Ответ:  $m = 5$ .





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Исходные.

NY

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

замена:  $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

1)  $a - b = 0$ , т.е.  $a = b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$9x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

проверка:  $\sqrt{\frac{3x}{2x}} - \sqrt{\frac{3x}{2x}} = 1 - 9 \cdot \frac{1}{9}$   
верно

2)  $a + b = 0$ , т.е.  $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0 \Leftrightarrow$   
 $\geq 0 \quad \geq 0$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 \end{cases} \quad \emptyset$$

Ответ:  $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

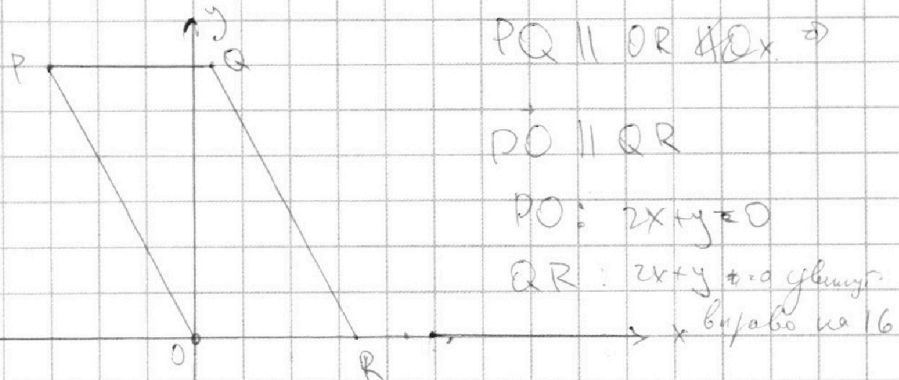
|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

числовых

нб



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \rightarrow \text{расстояние м/у прямыми}$$

$$y_2 = -2x_2 \text{ и } y_1 = -2x_1 \text{ равно } 14.$$

эти прямые параллельны PO и паре QR

таких пар прямых, лежащих внутри пар-ла

③ рассмотрим одну из таких пар:

нужны точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  такие, что

они лежат на ~~прямых~~ парал-х ~~прямых~~, рас-е

м/у которыми 14, причем  $x_1, y_1, x_2, y_2$  - целые

способов выбрать точку на одной прямой:

$$y = -2x \Rightarrow y \cdot 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{таких точек } \frac{26}{2} = 13 \text{ и на другой}$$

нр. 13 таких точек  $\Rightarrow$  способов для одной пары:  $13 \cdot 13$ .

$$\text{а для трех: } 3 \cdot 13 \cdot 13 = 507$$

Ответ: 507



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

матрица

и в

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 & \text{— прямая} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases}$$

совокупность, входящая в систему выполняется  
во всех точках кругов с центром  $(0; 0)$  и

радиусом 1 и с центром  $(0; 12)$  и радиусом

4

Если прямая является секущей для <sup>кругов</sup> ~~матрицы~~  
из этих ~~прямых~~, то решений будет бесконеч-  
но много (внутри круга бесконечно много

точек)  $\Rightarrow$  прямая может касаться или  
не иметь общих точек с окр. Прямая

касание с одной окружностью дает только  
одно решение  $\Rightarrow$  2 решения будет только  
в том случае, когда прямая  $ax + y - 8b = 0$   
касается одновременно обеих окружностей.

Важное замечание: исходные круги не имеют  
общих точек, т.к. расстояние м/у их центрами  $\geq 12$   
и сумма радиусов  $4 + 1 = 5$ ,  $5 < 12$ .

4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



исходные.

прямая  $ax + by - 8b = 0$  касается окр с центрами  
 $(0; 0)$ ;  $(0; 12)$  и радиусами  $1$  и  $4$  соотв.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  расстояние от пр. до  $(0; 0) = 1$  до  $(0; 12) = 4$

ф-ла расст. от точки до пр:

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{|a \cdot 0 + b \cdot 0 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \\ \frac{|a \cdot 0 + b \cdot 12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{|-8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \quad (1) \\ \frac{|12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1): \frac{|-8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \quad \begin{array}{l} \text{при } b \leq 0 \quad \sqrt{a^2 + 1} = -8b \\ \text{при } b \geq 0 \quad \sqrt{a^2 + 1} = 8b \end{array}$$

$$(2): \text{при } b \leq 0: \underbrace{|12 + \sqrt{a^2 + 1}|}_{>0} = 4 \underbrace{\sqrt{a^2 + 1}}_{>0} \Rightarrow 12 + \sqrt{a^2 + 1} = 4\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{a^2 + 1} = 12 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 1} = 4 \Rightarrow a^2 + 1 = 16$$

$$\left( a = \frac{-8b}{\sqrt{15}} \right)$$

$$\text{при } b \geq 0: |12 - \sqrt{a^2 + 1}| = 4\sqrt{a^2 + 1}$$

$$1) \sqrt{a^2 + 1} \leq 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - \sqrt{a^2 + 1} = 4\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 2, 4$$

$$a^2 + 1 = \frac{144}{25}$$

$$a^2 = \frac{119}{25} \Rightarrow$$

$$a = \begin{cases} \frac{\sqrt{119}}{5} \\ -\frac{\sqrt{119}}{5} \end{cases}$$

б)

$$\text{Ответ: } \pm \sqrt{15}; \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

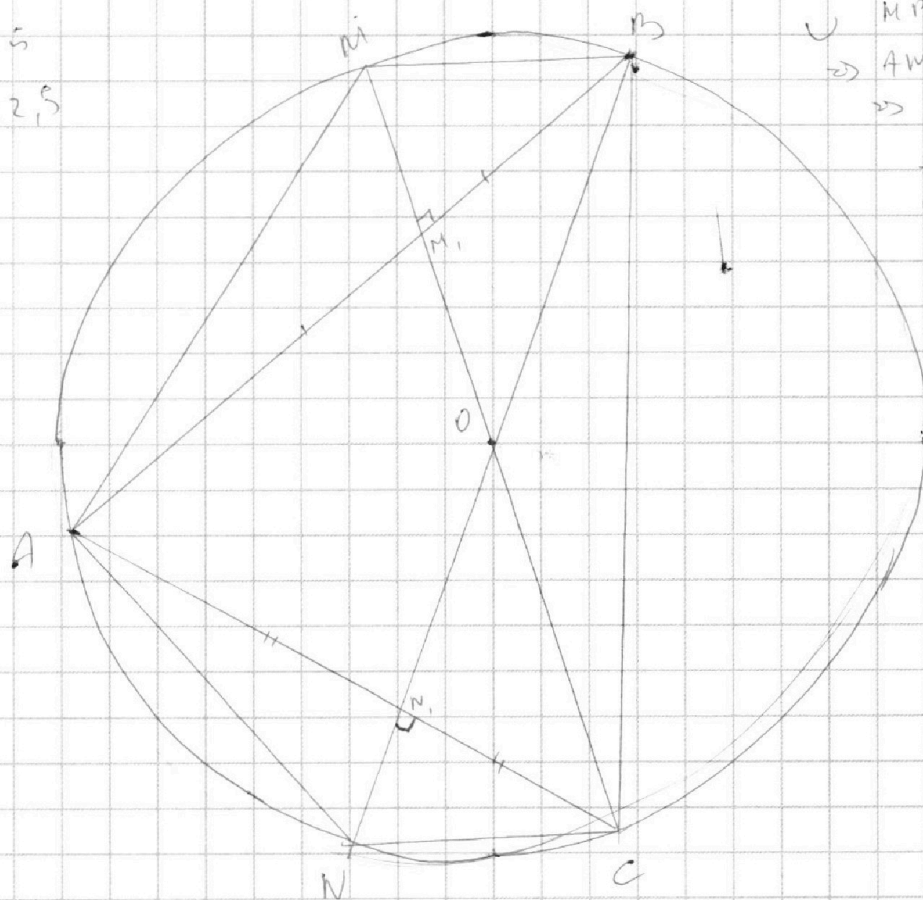


черновик

№7

$MM_1 = 5$

$NN_1 = 2,5$



$MB \geq MA \Rightarrow$   
 $\Rightarrow AM = MB \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \triangle AMB - \text{р/с} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MM_1 - \text{высота}$   
 $\text{и мед} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MM_1 - \text{сер.}$   
 $\text{пер. к } AB$   
 $\Rightarrow O \text{ лежит}$   
 $\text{на } (MM_1)$   
 Аналогично:  
 $AN_1 = N_1C$



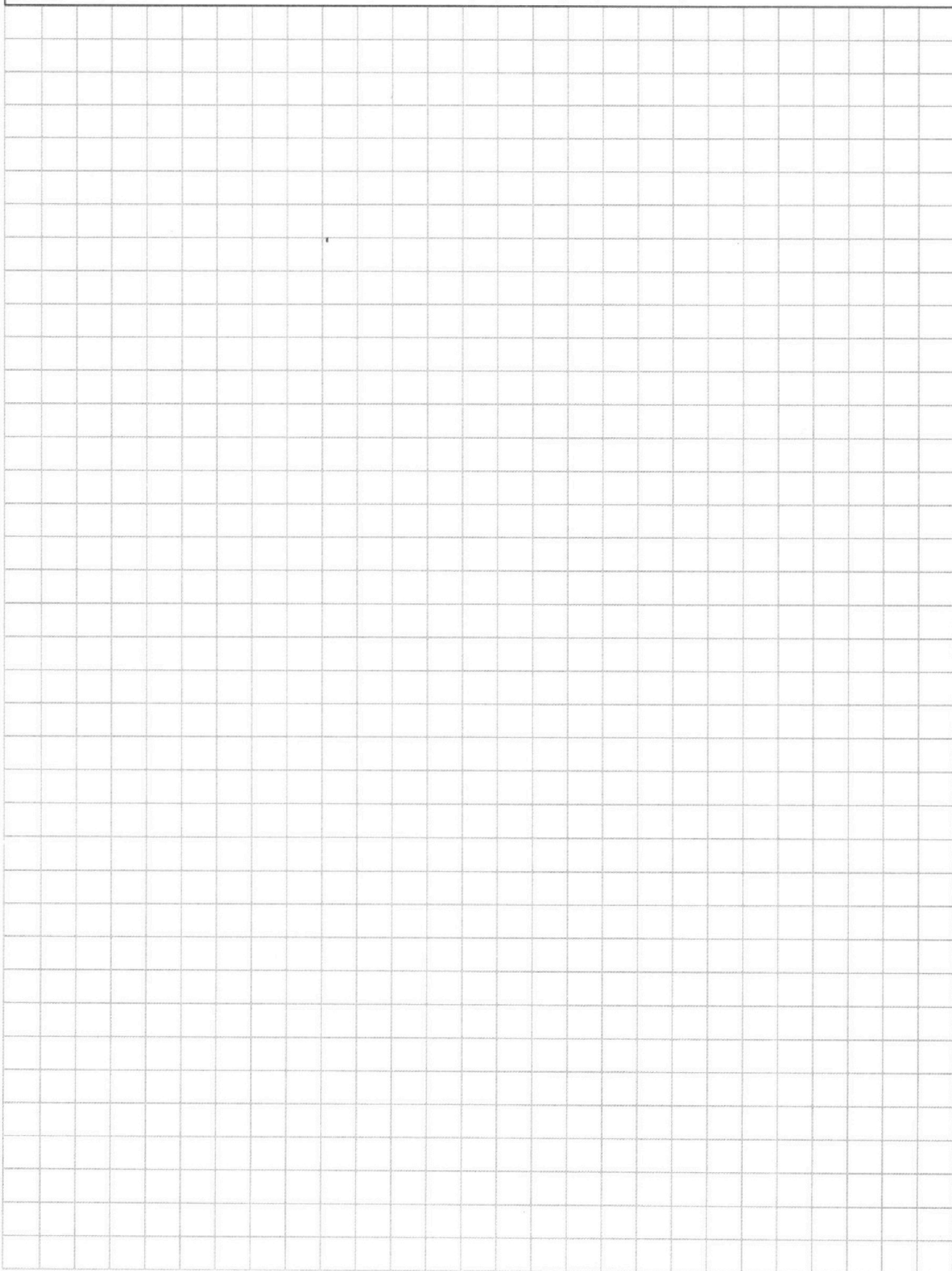
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7  
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

$$2x_1 + y_1 = 14 \quad y_1 = -2x_1$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$y_2 = 2x_1$$

$$y_2 \geq 0$$

$$2x_2 + y_2 = 0$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + (2x_1 + y_1)$$

$$2x_2 = 16$$

$$x_2 = 8$$

$$y_2 = 16$$

$$y_1 = -2x_1$$

$$y_2 = 2x_1 + 14$$

$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by = 0$$

$$-13x + 26y = 0$$

$$2y = x$$

$$ax + by + c = 0$$

$$3a + 26b + c = 0$$

$$16a + c = 0$$

$$-13a - 26b = 0$$

$$a = -2b$$

$$6b + 26b + c = 0$$

$$c = -32b$$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{2} = \frac{a^2 - 7ab + b^2}{2}$$

$$33 - 18x - y - 21$$

$$15 - 30 + y$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$ab = 2 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$$

$$c = 2$$



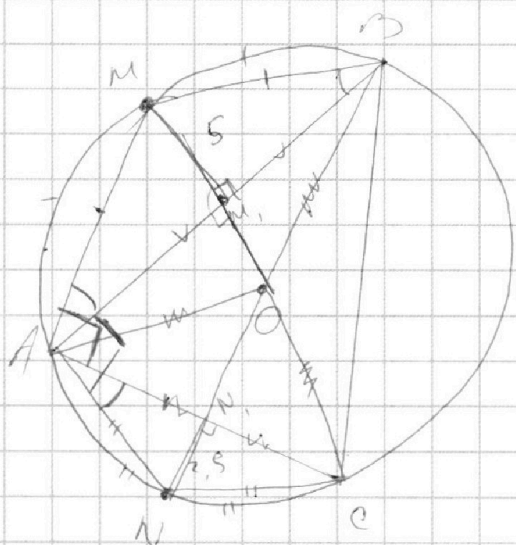
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$MM_1 = 5$$

$$NN_1 = 2,5$$

$$180^\circ$$

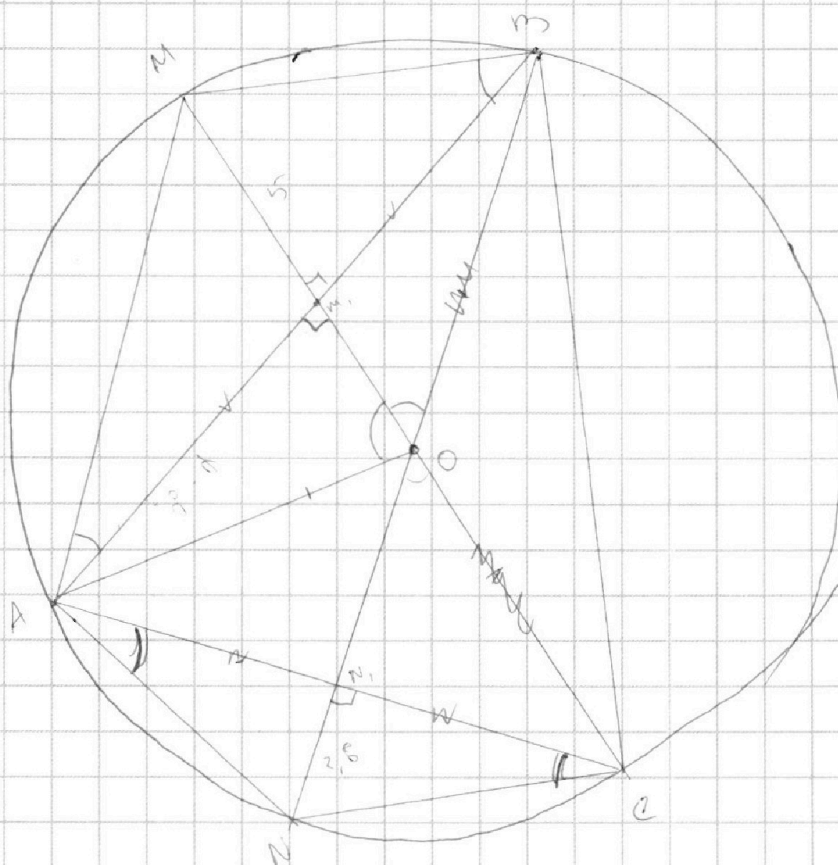
$$\angle MAC + \angle M_1AN =$$

$$180^\circ - \angle BAC =$$
$$= \angle MAN$$

$$\alpha + x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\beta + x = 90^\circ$$

$$AM = 2AC$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$ab \neq 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k$$

$$a^2 b c \neq 2^{38} \cdot 7^{50} \cdot k d$$

$$bc \neq 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$= a^2 \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$ac \neq 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot e d$$

$$\Rightarrow a^2 \neq 2^{21} \cdot 7^{32} \cdot \frac{k d}{f}$$

$$a^2 b^2 c^2 \neq 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot k l d$$

$$k l d = n^2$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a^2 - 7ab + b^2}{c^2}$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = 2^{34} \cdot 7^{36} \cdot f$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a^2 - 7ab + b^2}{c^2}$$

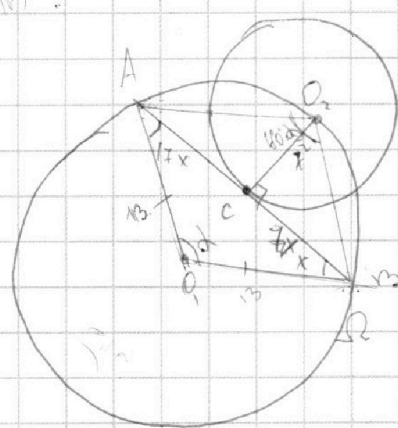
б) 24  
с) 4  
д) 5

$$\frac{a}{b} = \frac{a^2 - 7ab + b^2}{c^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$



$$O_1 A = 13$$

$$O_2 C = 7$$

$$O_2 A = \sqrt{49 + 17^2 x^2}$$

$$O_2 B = \sqrt{49(1+x^2)} = 7\sqrt{1+x^2}$$

$$\cos\left(180^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = -\cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right) = -\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$49 + 17^2 x^2 + 49 x^2 + 49 + 14 \sqrt{(1+x^2)(49 + 17^2 x^2)} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 24^2 x^2$$



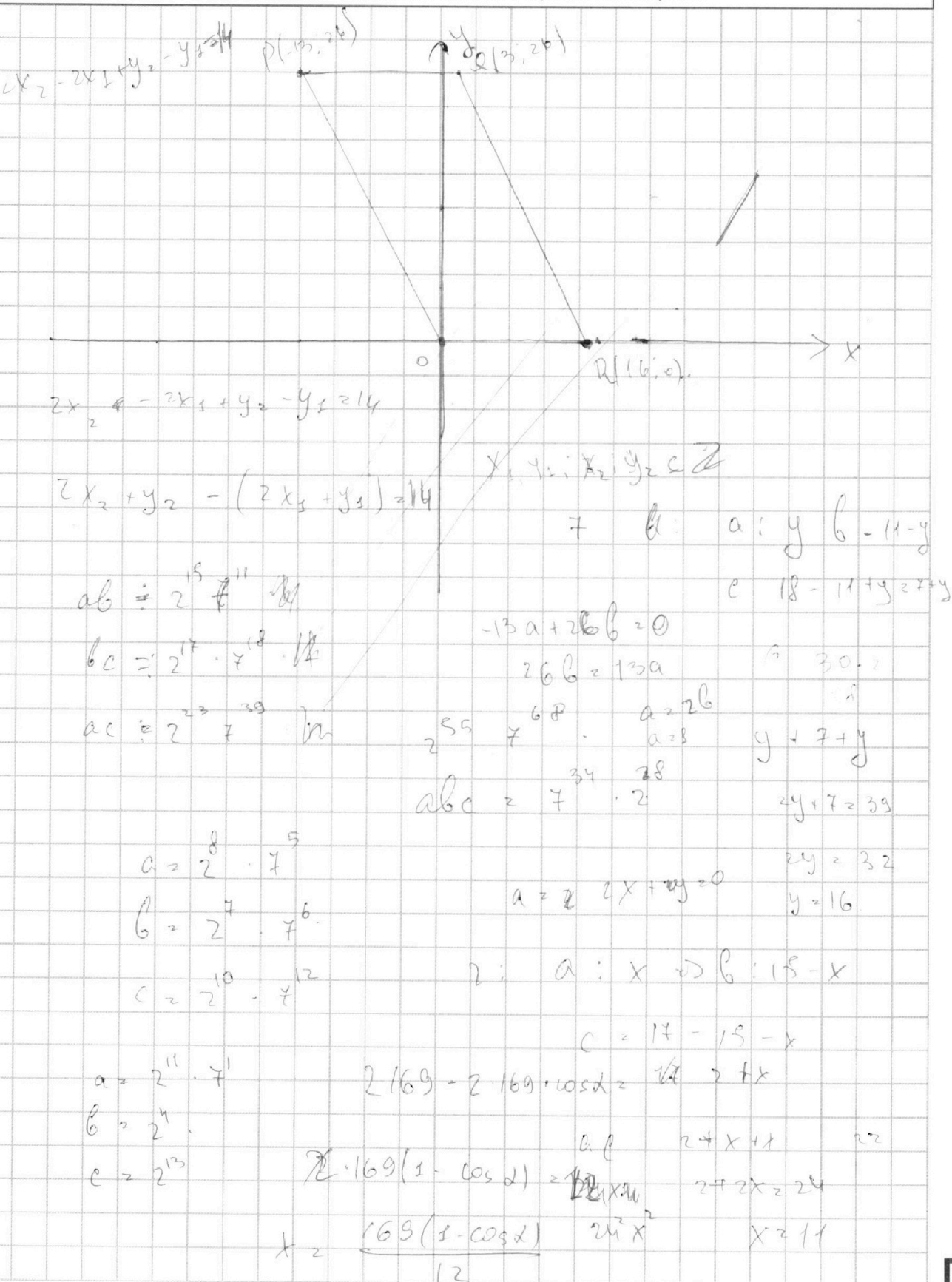
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик:

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$y = 8b - ax$$

$$x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 = 1$$

$$\frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\sqrt{a^2 + 1}$$

$$|-8b| = 1$$

$$|12 - 8b| = 4$$

$$|-8b| = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$\frac{|12 - 8b|}{|-8b|} = 4$$

$$(-8b)^2 = a^2 + 1$$

$$16a^2 + 16 = (12 - 8b)^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \sqrt{12} \\ \sqrt{16} \\ \hline 72 \\ \sqrt{12} \\ \hline 192 \end{array}$$

$$64b^2 = a^2 + 1$$

$$16a^2 + 16 = 144 - 192b + 64b^2$$

$$15a^2 + 15 = -192b + 144$$

$$15a^2 = -192b + 129$$

$$8b = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$4\sqrt{a^2 + 1} = |12 - 8b|$$

$$8b \cdot 32b = |12 - 8b|^2$$

$$\frac{|-8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1$$

$$b = \frac{12}{8} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{|12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \cdot b > \frac{3}{2}$$

$$32b = 8b - 12$$

$$24b = -12$$

$$b = -2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

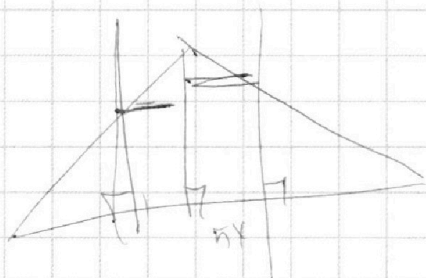
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*черновик*





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

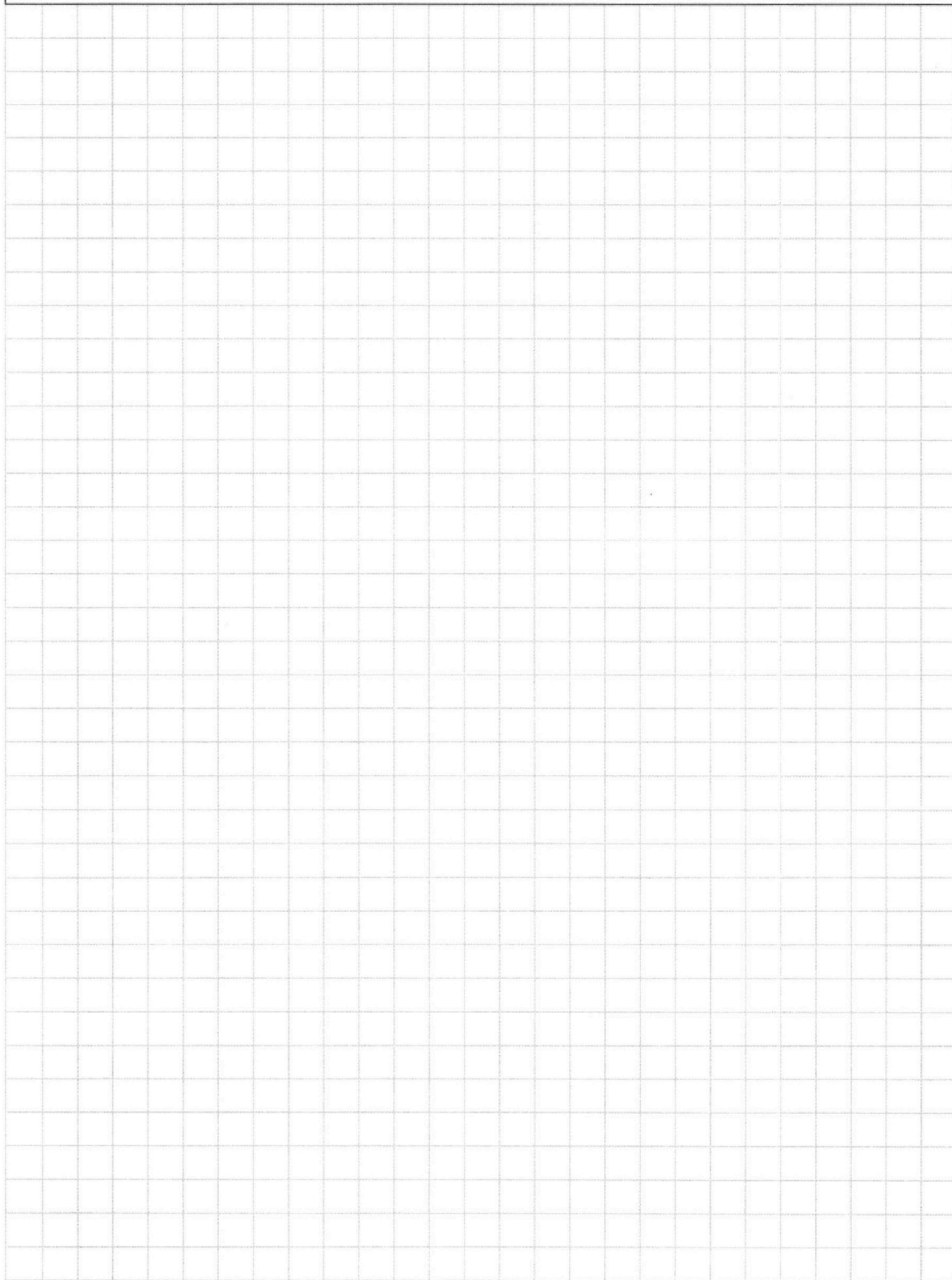
5  
☐

6  
☐

7  
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



черновик

$$ab \div 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k$$

$$bc \div 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot f$$

$$ac \div 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m$$

$$a^2 b^2 c^2 \div 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot kfn$$

$$\frac{12}{5}$$

$$\frac{144}{25}$$

$$\frac{119}{25} + 5 = \sqrt{\frac{12}{5}}$$

$$\frac{12}{5}$$

$$\frac{144}{25} - 25$$

$$ab \div 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc \div 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac \div 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2 \div 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$\frac{86}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$= \sqrt{a^2+1} \quad \frac{144}{25} - \frac{119}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$|12 - 86| = |12 - \sqrt{a^2+1}| = 4$$

$$\sqrt{a^2+1}$$

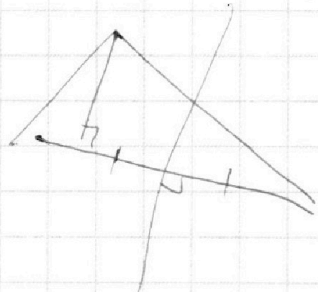
$$18 \cdot 39$$

$$7 \cdot 6 = 42$$

(1)

$$24x$$

$$12 \cdot x$$



$$6 \cdot 9$$

$$\begin{array}{r} 13- \\ +10 \\ \hline 42 \\ -13 \\ \hline 29 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

