



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}; \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{17}; \quad ac: 2^{30} \cdot 7^{37}$$

Чтобы abc было минимальным нужно, чтобы ab, bc, ac были как можно меньше, тогда минимальное $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$; мин. $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$; $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$, но тогда $ab \cdot bc \cdot ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$, это нелогично

тогда возьмём $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$; $ac = 2^{30} \cdot 7^{37}$; $b = 2^1$, тогда $a = 2^{13} \cdot 7^{10}$ $c = 2^{17} \cdot 7^{27}$, т.е. $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ и минимально

то $ac = 2^{30} \cdot 7^{37} : 2^{13} \cdot 7^{10}$ и минимально;

$bc = 2^{18} \cdot 7^{27} : 2^{17} \cdot 7^{17}$ и является частью минимального

ответа, т.к. ab и ac минимальны

$$\boxed{\text{Ответ: } abc = 2^{31} \cdot 7^{37}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{a}{b}$ несократима, значит, что a и b взаимнопросты.

тогда $\frac{a+b}{a^2-ba+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$, чтобы мы могли сократить

эту дробь на m , и числитель и знаменатель должны делиться на m : $(a+b):m$; $((a+b)^2-8ab):m$,

т.е. (т.к. $(a+b):m$) $(8ab):m$

Рассмотрим взаимнопростые r и q , тогда $r+q$ взаимнопросто и с r , и с q : Док-во: пусть $r+q$ не взаимнопросто с r , тогда $r+q = \underbrace{x \cdot y}_{\text{делитель } r+q, \text{ и } r}$; $r = x \cdot z$, тогда $x \cdot z + q = x \cdot y$,

тогда, чтобы такое выполнялось $q:x$, но тогда r не взаимнопросто с q . к-т W.

тогда, чтобы $(a+b):m$ и $8ab:m$ нужно, чтобы

~~(a+b):m~~ $(a+b):m$ и $8:m$. Т.е. a и b взаимнопросты, то максимум одно из них чётно, но тогда $a+b$ нечётно и $m=1$. Т.е. если брать a - нечётное и b нечётное, то $a+b$ чётно и максимальное $m=2$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

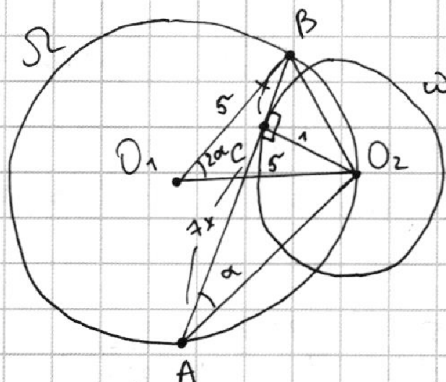
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



√3



1) пусть $\angle BAO_2 = \alpha$,
тогда $\angle BO_1O_2 = 2\alpha$,
как центральный, опир.
на ту же дугу.

2) $O_2C \perp AB$, т.к. CO_2 - радиус,
а BA - касательная к ω

3) тогда в прямоугольном треугольнике $\triangle ACO_2$: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4x}$

4) из т. косинусов в $\triangle BO_1O_2$: $\cos 2\alpha = \frac{5^2 + 5^2 - BO_2^2}{2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{50 - BO_2^2}{50}$
 $BO_2 = \sqrt{1 + x^2}$ - по т. Пифагора; $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$

$$= \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1 = \frac{2}{1 + \left(\frac{1}{4x}\right)^2} - 1 = \frac{2}{\frac{49x^2 + 1}{49x^2}} - 1 =$$

$$= \frac{2 \cdot 49x^2}{49x^2 + 1} - 1 = \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 1 - x^2}{50} = \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1}; \quad (49 - x^2)(49x^2 + 1) = 50(49x^2 - 1)$$

$$49 \cdot (49x^2) - 49x^4 + 49 - x^2 = 50 \cdot (49x^2) - 50$$

$$-49x^4 + 99 - x^2 = 49x^2$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = \frac{-50 \pm 148}{2 \cdot 49} = \left[\frac{-198}{2 \cdot 49} \right] \text{ или } \left[\frac{98}{2 \cdot 49} \right] \quad \text{Ⓢ}$$

$$\text{Ⓢ} \left[\frac{-198}{2 \cdot 49} < 0 \text{ - не подходит} \right]$$

$$x^2 = 1$$

$$AB = 8x = 8$$

$$\boxed{\text{Ответ: } 8}$$

$$x = \pm 1$$

$$\boxed{x = 1, \text{ т.к. } x > 0}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49 = \\ &= 2^2 (625 + 99 \cdot 49) = \\ &= 2^2 (625 + 4851) = \\ &= 2^2 \cdot 5476 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x; \text{ обозначим } 2x^2+2x+1 = p;$$

$$\sqrt{p+q} - \sqrt{p} = q$$

$$2-7x = q, \text{ тогда } (2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 + 2-7x = p+q)$$

$$\sqrt{p+q} = q + \sqrt{p}$$

$$p+q = q^2 + 2q\sqrt{p} + p; \quad q^2 + 2q\sqrt{p} - q = 0;$$

$$q(q+2\sqrt{p}-1) = 0 \quad \text{на решении этого } q=0, \text{ или } q \neq 0$$

$$\begin{cases} q=0 \\ 2\sqrt{p} = 1-q \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-7x=0 \\ 2\sqrt{2x^2+2x+1} = 1-2+7x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 7x-1 \geq 0 \\ 4(2x^2+2x+1) = (7x-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \end{cases}$$

$$8x^2+8x+4 = 49x^2-14x+1 \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \\ x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

решим (1):

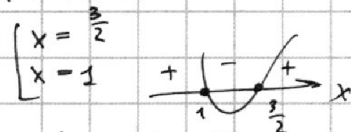
$$8x^2+8x+4 = 49x^2-14x+1$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$\Delta = 22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3 = 2^2(121 + 41 \cdot 3) = 2^2 \cdot 244 = 4^2 \cdot 61$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{2 \cdot 41} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$2x^2-5x+3=0$$



$$2x^2-5x+3 \geq 0$$

или $x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$
т.е. $x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$ и $x = \frac{2}{7}$
подходят

Ответ: $\frac{2}{7}; \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 6 (уточнение)

$$\begin{cases} D_1 = 400a^2b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1) = 0 \\ D_2 = 400a^2b^2 + 256 - 32 \cdot 20ab - 4(100b^2 + 63)(a^2 + 1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 + 100b^2 - 4a^2 - 4) = 0 \\ 400a^2b^2 + 256 - 640ab - 4(100a^2b^2 + 100b^2 + 63a^2 + 63) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16a^2 + 16 - 400b^2 = 0 \\ 256 - 640ab - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0 \\ 20b = \pm \sqrt{16a^2 + 16} = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 400b^2 + 640a \cdot b + (252a^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 20b = \frac{-32a \pm \sqrt{32^2a^2 - 4 \cdot (252a^2 - 4)}}{2} = \frac{-32a \pm 4\sqrt{a^2 + 1}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20b = \pm 4\sqrt{a^2 + 1} \\ 20b = -16a \pm 2\sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{a^2 + 1} = -16a + 2\sqrt{a^2 + 1} \\ -4\sqrt{a^2 + 1} = -16a + 2\sqrt{a^2 + 1} \\ 4\sqrt{a^2 + 1} = -16a - 2\sqrt{a^2 + 1} \\ -4\sqrt{a^2 + 1} = -16a - 2\sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 64a^2, a \leq 0 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2, a \geq 0 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2, a \leq 0 \\ a^2 + 1 = 64a^2, a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \pm \frac{1}{3\sqrt{7}} \\ a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{a^2 + 1} = -16a \\ -8\sqrt{a^2 + 1} = -16a \\ 3\sqrt{a^2 + 1} = -16a \\ -2\sqrt{a^2 + 1} = -16a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 1/63, a \leq 0 \\ a^2 = 1/63, a \geq 0 \\ a^2 = 9/55, a \leq 0 \\ a^2 = 9/55, a \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}; \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$

Ответ: $\pm \frac{1}{3\sqrt{7}}; \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐



№ 6

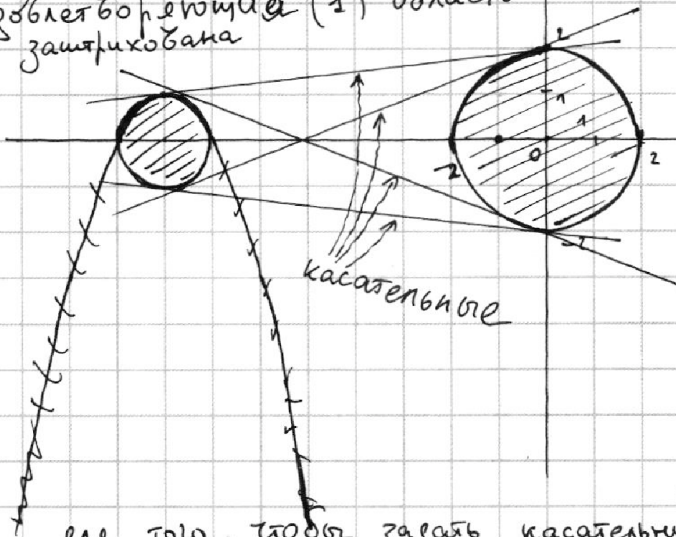
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)((x^2 + y^2 - 4)) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 \leq -(x+8)^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 \geq -(x+8)^2 + 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \leq 1^2 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \geq 1^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 \leq 1^2 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

удовлетворяющая (1) область заштрихована



для того, чтобы задать касательную: $d = 0$ у

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 2^2 \\ y^2 + (x+8)^2 = 1^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(a^2 + 1) + x \cdot 20ab + (100b^2 - 4) = 0 \\ x^2(a^2 + 1) + x(16 + 20ab) + (100b^2 + 63) = 0 \end{cases}$$

Будем решать графически:

1. $y = ax + 10b$ - прямая
пересекающая с оу в т. $(0, 10b)$

2. $x^2 + y^2 = 2^2$ - окр-сть с
у-том в $(0, 0)$ и
радиусом 2

~~$(x+8)^2 + y^2 = 1^2$~~
- окр-сть с ц. в т. $(-8, 0)$
и радиусом 1
внутренняя касательная

3. $(x+8)^2 + y^2 = 1^2$
- окр-сть с ц. в т.
 $(-8, 0)$ и радиусом 1

Таким образом, ~~решением~~
~~системы~~ $\rightarrow$ нужны
две внешние и
две внутренние общие
касательные к окр-стям

по симметрии
относительно ох,
то достаточно найти
 $k=a$ для одной внешней
и одной внутренней
касательных, а b для
других это b для
находящихся

$$\begin{cases} x^2 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4 \\ x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

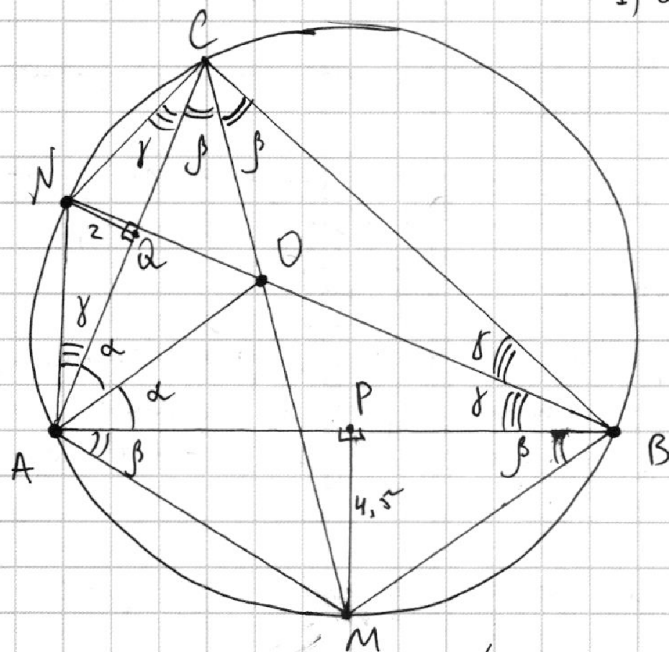
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 7



1) CM - биссектриса $\angle ACB$, т.е.

$\angle ACM = \angle MCB$, аналогично

BN - биссектриса $\angle CBA$,

AD - биссектриса $\angle CAB$,

т.е. проходит через
точку пересечения 2-х
биссектрис $\triangle ABC$.

2) Тогда, пользуясь
тем, что вписанные
углы, опирающиеся
на одну дугу равны,
отметим углы
как на чертеже.

3) Тогда AO - искомое расстояние



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$(a+b) = km$$

$$km^2-8ab$$

$$\frac{8ab: km}{(a+b) m}$$

$$a+b$$

~~ab~~ a - пер b - перет

$$a+b \text{ пер}$$

$$3 \cdot 14$$

$$14$$

$$3 \cdot 16 \cdot 19$$

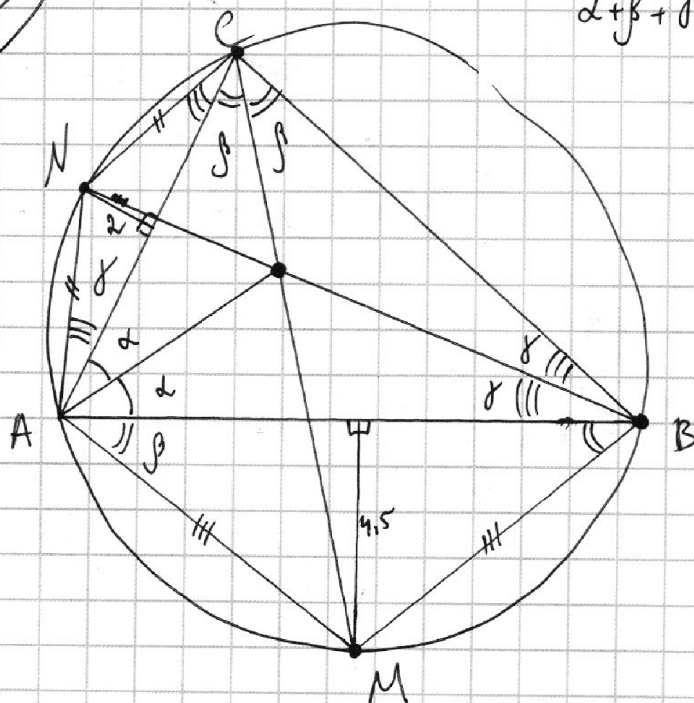
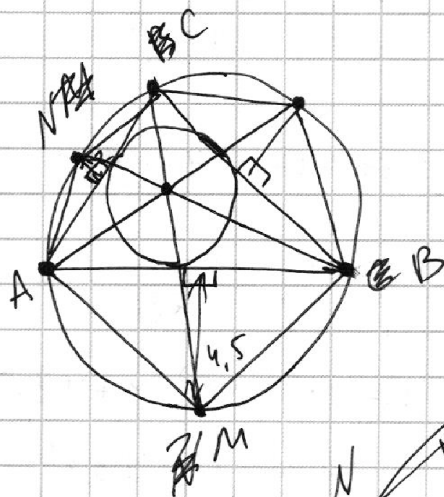
$$3 \cdot 16 \cdot 19$$

$$3 + 3 \cdot 6 = 3 \cdot 4$$

$$5 \cdot 22 \cdot 27$$

$$3$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(64p^2 - 6400p + 50^2)(49p^2 + 50p + 1) = 50^2(1 - 14p + 49p^2)$$

$$64^2 p^2 \cdot 49p^2 - 64^2 \cdot 50p^3 + 64^2 p^2 - 6400 \cdot 49p^3 + 50 \cdot 6400p^3 - 6400p +$$

$$+ 50^2 \cdot 49p^2 + 50^3 p + 50^2 = 50^2 - 50^2 \cdot 14p + 50^2 \cdot 49p^2$$

$$\boxed{\text{tg } \alpha = \frac{1}{7x}} = x$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{64}{350} - 1 = 0$$

$$\boxed{\text{tg } \alpha = \frac{1}{7x}}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2 \cdot \frac{49x^2}{49x^2} - 1 = \frac{50 - 1 - x^2}{50}$$

$$2 \cdot \frac{49x^2}{1 + 49x^2} - 1 = \frac{50 - 1 - x^2}{50}$$

$$\frac{2 \cdot 49x^2 - 1 - 49x^2}{1 + 49x^2} = \frac{49 - x^2}{50}$$

$$50(49x^2 - 1) = (49 - x^2)(1 + 49x^2)$$

$$50 \cdot 49x^2 - 50 = 49 + 49^2 x^2 - x^2 - 49x^4$$

$$49x^2 - 99 = 0$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$D = 2500 + 99 \cdot 4 \cdot 49$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 99 \\ \times 49 \\ \hline 1891 \\ + 396 \\ \hline 4851 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1^2 \\ 74 \\ \times 74 \\ \hline 296 \\ + 518 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 85 \\ \times 149 \\ \hline 3564 \\ + 1584 \\ \hline 19404 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19404 \\ + 2500 \\ \hline 21904 \end{array} \quad 98$$

$$\begin{array}{r} 4851 \\ + 625 \\ \hline 5476 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



④

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 7x = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 + 14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{p+q} - \sqrt{p} = q$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} = \begin{cases} 3/2 \\ 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{p+q} = q + \sqrt{p}$$

$$49x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 49 =$$

$$= 2^2(11^2 + 3 \cdot 49) =$$

$$= 2^2(121 + 147) =$$

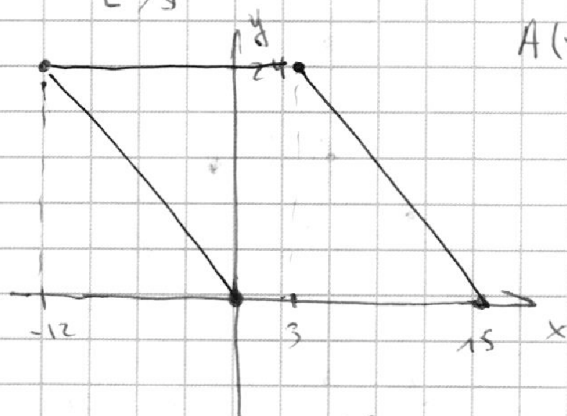
$$= 32^2$$

$$x = \frac{22 \pm 32}{49} =$$

$$= \begin{cases} \frac{6}{49} \\ \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \\ 7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \geq \frac{1}{7} \\ 49x^2 - 14x + 1 = 4x^2 + 8x + 4 \end{cases}$$



$A(x_1, y_1)$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = -2x_2 + (12 + y_1 + 2x_1)$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 144 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52a^2 - 1008a^2 + 1008 \\ \hline 1024a^2 - 16a^2 + 16 \end{array}$$

$$a = 2^{13} \cdot 7^{10} \quad b = 2^1 \quad c = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

⑥

$$\begin{cases} y = ax + 106 \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \\ y^2 \leq -(x+8)^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2 \\ y^2 \geq -(x-8)^2 + 1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① $ab = 2^{14} 7^{10}$ $bc = 2^{17} 7^{17}$ $ac = 2^{30} 7^{37}$

$\sqrt[4]{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3} =$

$\sqrt[4]{\frac{8}{49} - \frac{70}{49} + \frac{147}{49}} =$

$\sqrt[4]{\frac{8 - 70 + 147}{49}} =$

$\sqrt[4]{\frac{85}{49}} =$

② $a = \cancel{b} + c$
 $\cancel{b} \quad \cancel{b(k+1)} + c$
 $\cancel{b^2} + \cancel{2kb} + \cancel{c^2} - b$

$$\frac{3+4}{9-6 \cdot 3 \cdot 4 + 16} = \frac{7}{25-72} = \frac{7}{47}$$

$$\frac{3+8}{9-6 \cdot 3 \cdot 8 + 64} = \frac{11}{73-144} = \frac{11}{71}$$

$$\frac{5+7}{5^2-6 \cdot 5 \cdot 7 + 7^2} = \frac{-12}{210-74} = \frac{-12}{136} = \frac{-3}{34}$$

$$a = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$$

$$b = p_{n+1}^{a_{n+1}} p_{n+2}^{a_{n+2}} \dots p_{2n}^{a_{2n}}$$

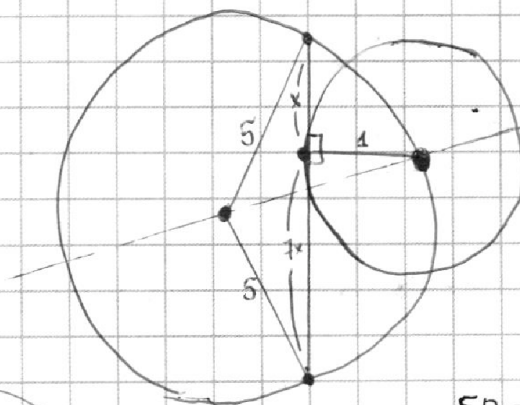
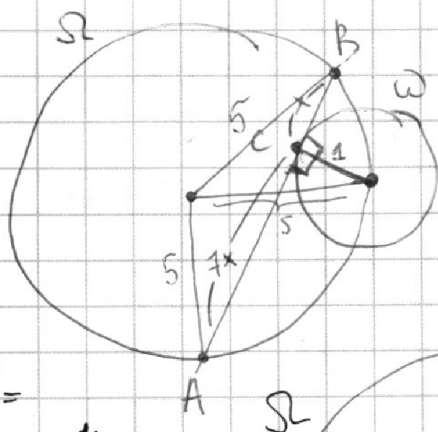
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{5}{13-36} = \frac{5}{23}$$

$$\frac{8}{49} + \frac{28}{49} + \frac{49}{49} = 1$$

$$\frac{64p-50}{50} = \frac{1-7p}{\sqrt{(1+p)(1+49p)}} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{(a+b)^2 - 4ab} \sim \frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b}$$

$$\frac{64p-50}{50^2} = \frac{(1-7p)^2}{(1+p)(1+49p)} a+b - \frac{8ab}{a+b}$$

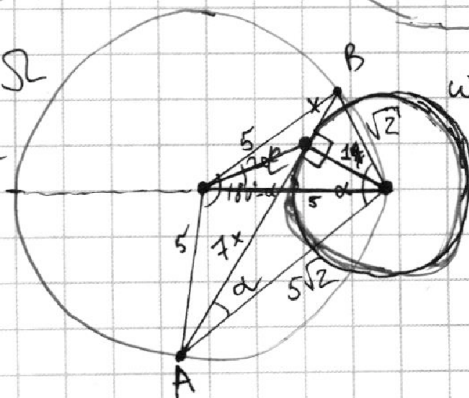
③



$$\frac{64x^4 - 50}{50} =$$

$$= \frac{1 - 7x^4}{(1+x^2)(1+49x^4)} = k$$

~~$$\frac{64 \times 2^2}{50} - K = 1678^2$$~~



$$\begin{aligned} -\cos \alpha &= \frac{50 - 64x^2}{50} \\ \cos \alpha &= \frac{64x^2 - 50}{50} \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{1+x^2+49x^2+1-64x^2}{2\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}}$$

$$= \left(\frac{1-7x^2}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}} \right)$$