



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2.) [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3) [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.



[5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

? 6) [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

w 1  
 $ab : 2^{15}7^{11} \Rightarrow$  можно представить  $ab$  как  $2^{15}7^{11}k$  (смк  $a, b, c \in \mathbb{N}$ , то  $k$  тоже  
натуральное)

аналогично тк  $bc : 2^{17}7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17}7^{18}m$ ;  $ac : 2^{23}7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23}7^{39}n$   
 $\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = 2^{15} \cdot 7^{11}k \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}m \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}n = 2^{55} \cdot 7^{68} kmn$  (н-натуральное)

$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{55} \cdot 7^{68} kmn$  (натуральное) / извлечем корень

$$\begin{aligned}abc &= \sqrt{2^{55} \cdot 7^{68} \cdot kmn} \\abc &= \underbrace{2^{27} \cdot 7^{34}}_{\text{натуральное}} \underbrace{\sqrt{2kmn}}_{\text{натуральное}}\end{aligned}$$

$\sqrt{2kmn}$  -натуральное  $\Rightarrow 2kmn$  - квадрат натурального числа  $\Rightarrow$  ~~квадрат~~ число из чисел  $k, m, n$  кратно 2

~~Значит, произведение  $2kmn$  является квадратом натурального (при  $k, m, n$ ) равно  $2^{11} \cdot 7^{11} = 2^{22} \cdot 7^{11}$~~

Пример:

$$\begin{aligned}a &= 2^2 \cdot 7^3 \\b &= 2^5 \cdot 7^4 \\c &= 2^3 \cdot 7^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}ab &= 2^2 \cdot 7^3 \cdot 2^5 \cdot 7^4 \cdot 2^3 \cdot 7^2 \\bc &= 2^5 \cdot 7^4 \cdot 2^3 \cdot 7^2 \cdot 2^2 \cdot 7^1 = 2^{15} \cdot 7^{11}\end{aligned}$$

Решение:

Запишем, что  $ab \cdot bc = 2^{15} \cdot 7^{11}k \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}m = 2^{32} \cdot 7^{29} km$

$ac \cdot b^2 = 2^{32} \cdot 7^{29} km$  при этом  $ac = 2^{23} \cdot 7^{39}n$

$2^{23} \cdot 7^{39}n \cdot b^2 = 2^{32} \cdot 7^{29} km$

$n \cdot b^2 = \frac{2^9}{7^{10}} km$

$\underbrace{n}_{\text{натуральное}} \underbrace{b^2}_{\text{натуральное}} \Rightarrow km : 7^{10}$

$\Rightarrow km : 2^4 : 7^{10} \Rightarrow$  иском значение при  $n$  и  $m$ :  $2 \cdot 7^{10} \approx$

искаемое значение  $abc = 2^{27} \cdot 7^{34} \cdot \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7^{10}} = 2^{27} \cdot 7^{34} \cdot 2^{10} \cdot 7^{39}$

Пример:

$$a = 2^{10} \cdot 7^{21}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^3 \cdot 7^{18}$$

Tогда  $ab = 2^{15} \cdot 7^{21} = 7^{10} \cdot (2^{15} \cdot 7^{11}) : (2^{15} \cdot 7^{11})$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{18} = (2^{17} \cdot 7^{18}) \cdot 2 : (2^{17} \cdot 7^{18})$$

$$ac = 2^{10} \cdot 7^{21} \cdot 2^{13} \cdot 7^{18} = 2^{23} \cdot 7^{39} : (2^{23} \cdot 7^{39})$$

и  $abc = 2^{10} \cdot 7^{21} \cdot 2^5 \cdot 2^3 \cdot 7^{18} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

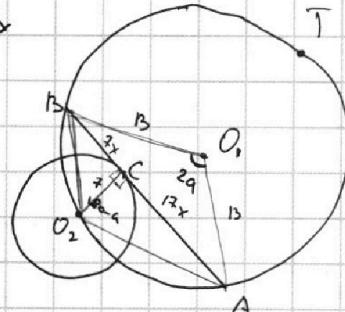
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$Тк BC : AC = 7 : 17$$

то одолжим  $BC \angle 39^\circ$

а  $AC$   $\omega\alpha\beta$ ,  $39^\circ$



одолжим  $\angle AOB = 8a$

$$\text{тогда } \angle AOB = 8a \quad (\text{тк } \angle AOB - \text{ущерб})$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 8a$$

$$\Rightarrow \angle ABC = 360^\circ - 8a$$

$$\angle BOA = \frac{1}{2} \angle AOB \quad (\text{как впис})$$

$$\angle BOA = \frac{360^\circ - 8a}{2} = 180^\circ - 4a$$

но + кошущ в  $\triangle AOB$

$$AB^2 = 13^2 + 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 13 \cdot \cos 8a = 169(2 - 2 \cos 8a)$$

$$(BO_1 = AO_1 = r = 13) = 338(1 - \cos 8a)$$

+ кошущ в  $\triangle AOB$

$$AB^2 = BO_2^2 + AO_2^2 - 2 \cdot BO_2 \cdot AO_2 \cdot \cos(180^\circ - a)$$

но + Пифагор в  $\triangle BO_2O_1$  и  $\triangle ACO_2$

$$BO_2^2 = 49 + 49x^2 \quad AO_2^2 = 49 + 289x^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 49 + 49x^2 + 49 + 289x^2 - 2 \cdot \sqrt{49(1+x^2)(49+289x^2)} \cos(180^\circ - a)$$

$$\cos(180^\circ - a) = -\cos a$$

$$\cos 8a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

, ~~помощь вспомогатель~~

$$\text{но + кошущ в } AB = 2 \cdot R \sin(\angle AOB)$$

$$AB = 26 \cdot \sin(180^\circ - a)$$

$$\sin(180^\circ - a) = \sin a$$

$$AB^2 = 26^2 \cdot \sin^2 a$$

тк  $\angle BOA$  остр в  $\triangle BO_2O_1 < 90^\circ$

тк  $2a < 180^\circ$  и  $a < 90^\circ \Rightarrow \cos a > 0$

$$AB^2 = 98 + 329x^2 - 14\sqrt{(1+x^2)(49+289x^2)}$$

$$(24x)^2 = 98 + 329x^2 + 14\sqrt{(1+x^2)(49+289x^2)} \cdot (-\cos a)$$

~~AB =~~

$$AB^2 = 338(2 - 2\cos 8a)$$

$$AB^2 = 676(1 - \cos^2 a)$$

$$(7x+7x)^2 = 676(1 - \cos^2 a)$$

$$(24x)^2 = 676(1 - \cos^2 a)$$

$$576x^2 = 676 - 676\cos^2 a$$

$$1 - \cos^2 a = \frac{576}{676}x^2$$

$$1 - \cos^2 a = \frac{144}{169}x^2$$

$$\cos^2 a = 1 - \frac{144}{169}x^2$$

$$\cos a > 0 \Rightarrow \cos a = \sqrt{1 - \frac{144}{169}x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Однозначн.

$$a = 3x^2 + 3x + 1$$

$$b = 1 - 9x$$

$$\text{Тогда } a+b = 3x^2 - 6x + 2$$

Рассмотрим в группах

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} + b$$

$$a+b = a+b^2 + 2b\sqrt{a}$$

при  $b=0$

$$1 - 9x = 0$$

$$9x = 1$$

$$b = b(6 + 2\sqrt{a}) \quad | : b$$

$$1 = 6 + 2\sqrt{a}$$

$$2\sqrt{a} = 1 - 6$$

$$4a = 1 - 12x + b^2 \quad \text{Обратная подстановка}$$

$$4(3x^2 + 3x + 1) = 1 - 12x + (1 - 9x)^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 1 - 8 + 18x + 1 - 18x + 81x^2$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D_1 = 36 + 69 \cdot 4 = 36 + 240 + 36 = 472$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69} = \frac{6 \pm \sqrt{312}}{69}$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} = \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69}$$

$$\frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{19}{69} < \frac{17}{69} < \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{18}{69}$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} = \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69}$$

$$\left( \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} \right) - \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{\sqrt{312}}{69} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{63}{69} = \frac{\sqrt{312}}{69} + \frac{29\sqrt{3}}{69} - \frac{63}{69} > \frac{17}{69} + \frac{29 \cdot 1.7}{69}$$

$$-\frac{63}{69} = \frac{17 + 49 \cdot 1.7 - 63}{69} = \frac{66.3 - 63}{69} = \frac{3.3}{69} > 0 \Rightarrow \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} > 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{6}{69} - \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{6}{69} - \frac{17}{69} = -\frac{91}{69} < 0 < 1 - \frac{3}{3} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{6 + 18}{69} = \frac{24}{69} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{6}{69} - \frac{\sqrt{312}}{69} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{не吻合}$$

03

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 12 = -3 < 0 \Rightarrow \text{решений нет}$$

$$3x^2 - 6x + 1 \geq 0$$

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

задача  
выполнена

$$\sqrt{2.84} < \sqrt{3} < \sqrt{3.24}$$

$$1.7 < \sqrt{3} < 1.8$$

$$\frac{2}{3} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{2}{3}$$

$$\left( \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} \right) - \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{\sqrt{312}}{69} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{63}{69} = \frac{\sqrt{312}}{69} + \frac{29\sqrt{3}}{69} - \frac{63}{69} > \frac{17}{69} + \frac{29 \cdot 1.7}{69}$$

$$-\frac{63}{69} = \frac{17 + 49 \cdot 1.7 - 63}{69} = \frac{66.3 - 63}{69} = \frac{3.3}{69} > 0 \Rightarrow \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} > 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{6}{69} - \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{6}{69} - \frac{17}{69} = -\frac{91}{69} < 0 < 1 - \frac{3}{3} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} < \frac{6 + 18}{69} = \frac{24}{69} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{6}{69} - \frac{\sqrt{312}}{69} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{не吻合}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{69} + \frac{\sqrt{312}}{69} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

корень прав. по 03

$$\text{Отв. } \frac{1}{9}; \quad \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{Ek} = \frac{2\sqrt{1,19}}{2,4} \quad Ek = \frac{1,2}{\sqrt{1,19}} \quad \operatorname{tg} \angle EKA = \frac{Ec}{Ek} = \frac{2,4}{\frac{1,2}{\sqrt{1,19}}} = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

~~угловой коэф~~

угловой коэф прямого  $(-a)$  равен  $\operatorname{tg} \angle AKE = -\operatorname{tg}(180^\circ - \angle AKE) = -\operatorname{tg} \angle EKA = -\frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$

$$\Rightarrow a = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

но комне рассуждение

~~некое~~

На второй ~~коэф~~ касательна  $A'D'$  проводим ~~угловой коэф~~  $\operatorname{tg} \angle BAE = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$ ,  $(BA' \sim ED'C')$ , ~~угловой коэф~~  $C'D'E \sim C'EK'$  и ~~угловой коэф~~  $\operatorname{tg} \angle A'KE = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$ .

$C'$  сим  $\sim C$  тк

и  $BC$  и  $BC'$  оканчива

противол

$$\operatorname{tg} \angle A'KE = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19} \Rightarrow (-a) = \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

~~угловой~~

~~коэф~~

$$\cancel{\text{угловой коэф}} \quad \text{Очев.} \quad \frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}; \quad -\frac{2\sqrt{1,19}}{1,19}$$

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н/г

$ax + by - 8b = 0$  можно записать:  $y = -ax + 8b$  - уравнение прямой

Заметим, что  $x^2 + y^2 - 1 = 0$  - уравнение окружности с центром  $(0,0)$  и радиусом 1

если  $x^2 + y^2 - 1 > 0$  то точка с коорд.  $(x,y)$  лежит вне окружности, а если  $x^2 + y^2 - 1 < 0$  то внутри неё

Аналогично  $x^2 + (y - 12)^2 - 16 = 0$  уравнение окружности с центром  $(0,12)$  и радиусом 4

Рассмотрим данное уравнение  $(x^2 + y^2 - 1) (x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$

$\leq 0$  тогда когда одна из скобок  $> 0$ , а другая  $< 0$  или когда сумма в обеих из скобок равна 0

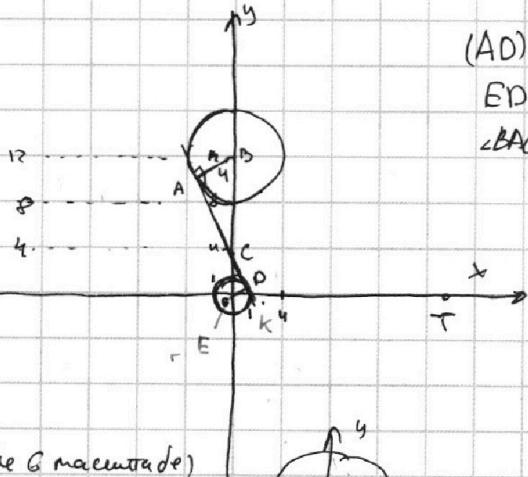
если система имеет 2 решения то прямая пересекает с двумя окружностями или односторонне внутри окружности в двух точках

Если прямая пересекает окружность то она имеет с ней 2 общие точки и еще некоторое множество общих точек с односторонне внутри неё

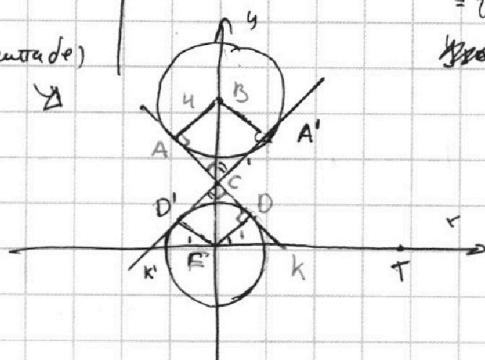
если же она касается их, то имеет сколько не дотронется окружности в двух точках

и тк Решени 2, то она касается сразу двух окружностей

$\Rightarrow$  данная прямая есть касательная касательной



(не в масштабе)



(AD)-одна касай окр-ти с центрами  $B + \beta_4 + E$

$ED, BA$  радиусы  $\perp$  касательно

$\angle BAC = \angle FDC = 90^\circ$ ;  $\angle ACB = \angle DCE$  (внтрт)  $\Rightarrow \triangle BAC \sim \triangle EDC$

$$\frac{ED}{BA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{EC}{BC} = \frac{1}{4}$$

но 2 грна

$$EC + BC = 12 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$12 = EC$$

$$EC = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$BC = 9,6$$

но фигура

$$EC = \sqrt{1^2 + 2,4^2} = \sqrt{1 + 5,76} =$$

$$= \sqrt{6,76} = 2,6$$

но  $\angle ECK = \angle DCE$   
 $\angle CDE = \angle CEK = 90^\circ \Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle CEK$

$$\frac{ED}{CE} = \frac{CD}{EK}$$

но фигура

$$CD = \sqrt{2,4^2 + 1^2} = \sqrt{5,76 + 1} =$$

$$= \sqrt{6,76} = 2,6$$

$$ER = \text{Радиус}$$

$$CD = \sqrt{7,4^2 - 1^2} = \sqrt{5,76 - 1} =$$

$$= 2\sqrt{1,15}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                               |                               |                               |                               |                               |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1<br><input type="checkbox"/> | 2<br><input type="checkbox"/> | 3<br><input type="checkbox"/> | 4<br><input type="checkbox"/> | 5<br><input type="checkbox"/> | 6<br><input type="checkbox"/> | 7<br><input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$a_2 + b_2 = 30$$

$$a_2 + c_2 = 23$$

$$b_2 + c_2 = 17$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) = 70$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = 35$$

$$c_2 = 5; a_2 = 18 \quad b_2 = 12$$

$$a_2 + b_2 = 95$$

$$b_2 + c_2 = 78$$

$$a_2 + c_2 = 83$$

$$\frac{56}{2} = 28$$

$$a_2 + b_2 = 22$$

$$a_2 + c_2 = 39$$

$$b_2 + c_2 = 18$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = 70$$

$$b_2 + c_2 = 35$$

$$a_2 + c_2 = 35$$

$$\frac{56}{2} = 28$$

$$\frac{56}{2} = 28$$

$$a_2 + b_2 = 16$$

$$b_2 = 0$$

$$a_2 = ?$$

$$c_2 = 18$$

$$a_2 + b_2 = 16$$

$$b_2 + c_2 = 16$$

$$c_2 + b_2 = 16$$

$$h_1 = (g_2 - g_1) + (x_2 - x_1) \delta$$

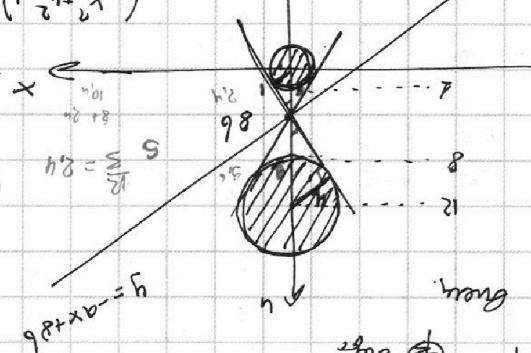
$$C = (91 - (2l - b) + x)(1 - \frac{b}{2}x)$$

C.E.

$$\frac{24}{36} \xrightarrow{1/3} \frac{16}{36} \xrightarrow{1/4} \frac{12}{36} \xrightarrow{1/3} \frac{8}{36} \xrightarrow{1/4} \frac{4}{36} \xrightarrow{1/3} \frac{2}{36} \xrightarrow{1/4} \frac{1}{36}$$

$$mg - 0 \leq$$

$$10 - g \geq$$



$$98 + x^2 = 25$$

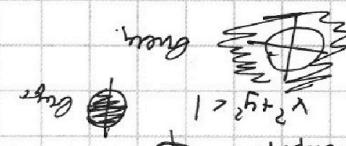
$$(91 - (2l - b) + x)$$

$$(0, 0)$$

$$n=1$$

$$\frac{17}{17} \xrightarrow{\cdot 17} \frac{289}{199}$$

$$91 - (2l - b) + x$$



$$l < \theta_1 < 180^\circ$$

$$l > \theta_2 < 180^\circ$$

$$l = \theta_3 < 180^\circ$$

$$y = -ax + 8x$$

$$\frac{17}{26} \xrightarrow{\cdot 26} \frac{17}{62} \xrightarrow{\cdot 62} \frac{852}{373} \xrightarrow{\cdot 373} \frac{30}{11}$$

$$i = 88$$

$$x \rightarrow 34$$

$$a_2 + b_2 = 15$$

$$a_2 + c_2 = 23$$

$$b_2 + c_2 = 34$$

$$a_2 + b_2 = 15$$

$$a_2 + c_2 = 23$$

$$b_2 + c_2 = 34$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) = 72$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = 36$$

$$a_2 = 2$$

$$b_2 = 13$$

$$c_2 = 21$$

$$a_2 + b_2 = 11$$

$$a_2 + c_2 = 35$$

$$b_2 + c_2 = 36$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = 86 = 43$$

$$b_2 = 4$$

$$a_2 = 7$$

$$c_2 = 32$$

$$\frac{85}{62} \xrightarrow{\cdot 62}$$

$$\frac{3}{2} \xrightarrow{\cdot 2}$$

$$\frac{15}{12} \xrightarrow{\cdot 12}$$

$$\frac{3}{2} \xrightarrow{\cdot 2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 2} = 1 - 9x$$

~~Уравнение~~

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$\sqrt{\frac{3+2}{3}} =$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 + 2 =$$

$$289$$

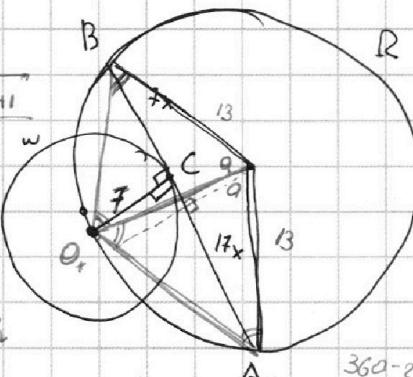
$$OB = \sqrt{x+1}$$

$$OA = 0$$

Из  $\cos$

$$AB^2 = 338 - 2 \cdot 169 \cos 2\alpha$$

$$AB^2 = 49 + (17x)^2 + 49 + 49x^2 - 2\sqrt{(49 + (17x)^2)(49 + 49x^2)} \cdot \cos(180 - \alpha)$$



165 - 338

$$\frac{360 - 2\alpha}{2} = 180 - \alpha$$

$$AB = 8 \cdot 13 \sin(2\alpha)$$

$$AB = 0$$

$$OB = 7 \sqrt{x+1}$$

$$OA = \sqrt{49 + 289x^2}$$

$$4(9 + 69)$$

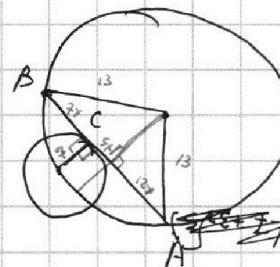
$$48$$

$$39$$

$$13$$

$$-312 \overline{)13} \quad 312 \overline{)104} \quad 12 \overline{)52} \quad 25$$

$$312 \overline{)4} \quad 312 \overline{)78}$$



$$P = 90 - \frac{\alpha}{2}$$

$$AB = 2 \cdot 13 \sin(\frac{\alpha}{2})$$

$$Q = 1 - \sqrt{2x+3} \neq - (1-x)k$$

$$5\sqrt{2x+3} - x = 1 + k$$

$$x(5\sqrt{2x+3} - 1) = 1 + k$$

$$x(\sqrt{2x+3} - 1)(\sqrt{2x+3} + 1) = 1 + k$$

$$0 = x - (\sqrt{2x+3} - 1)$$

$$x(\sqrt{2x+3} + 1) = 1$$

$$x(\sqrt{2x+3} + 1) = 1$$

$$\frac{(\sqrt{2x+3} - 1)(\sqrt{2x+3} + 1)}{(1+k)} = \frac{(\sqrt{2x+3} + 1)(\sqrt{2x+3} - 1)}{9} = \frac{2x+2}{9+k} = 1$$

$$9+$$

$$9 = k$$

$$\frac{2}{\sqrt{2x+3} - 1} = k$$

$$5k = k - 6k = 0$$

$$k = -\frac{9}{6}$$

$$\frac{(\sqrt{2x+3} - 1)(\sqrt{2x+3} + 1)}{9 \cdot (1+k)} = \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{9+k} = \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{9+k}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

• №3

$$\text{Однозначно} \quad a = 3x^2 + 3x + 1$$

$$b = 1 - 9x$$

$$\text{Тогда } a+b = 3x^2 - 6x + 2 \quad \text{Решение в уравн.}$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$a+b = a+b^2 + 2\sqrt{a} \quad b=0 \text{ - решение.} \quad 1-9x=0$$

$$2b\sqrt{a} = b - b^2 \quad | :b \neq 0$$

$$2\sqrt{a} = 1 - b$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$4a = 1 - 2b + b^2$$

обратная подстановка