



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Числовик

№1

$$\begin{aligned} ab &= k \cdot 2^{15} \cdot 7^4 \\ bc &= n \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ca &= m \cdot 2^{23} \cdot 7^{59} \end{aligned}$$

$\min(abc) = ?$

$$a, b, c \in N$$

$$k, m, n \in N$$

$$\min(abc) = X.$$

Числовик

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 2^{23} \cdot 7^{39} \\ x \in N \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{2knm} \cdot 2^{23} \cdot 7^{34} \\ \sqrt{2knm} \in N \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{2knm} \cdot 2^{23} \cdot 7^{34} \\ \sqrt{2knm} \cdot 2^{23} \cdot 7^{34} \geq 2^{23} \cdot 7^{34} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{2knm} \cdot 2^{23} \cdot 7^{34} \\ \sqrt{2knm} \in N \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{2knm} \cdot 2^{23} \cdot 7^{34} \\ 2^4 \cdot \sqrt{2knm} \geq 7^5 \\ \sqrt{2knm} \geq 7^5 \end{array} \right. \Rightarrow knm \geq 2 \cdot 7^{10} \Rightarrow knm \geq 2 \cdot 7^{10}$$

Т.к. мы ищем  $\min(abc)$ , нам нужно  $\min(knm)$

$$\Rightarrow knm = 2 \cdot 7^{10}$$

Тогда  $\min(abc) = X = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7^{10}} \cdot 2^{23} \cdot 7^{34} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

Пример:

$$\begin{aligned} k &= 2 \\ n &= 7^{10} \\ m &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} ab &= 2^{16} \cdot 7^{11} \Rightarrow c = 2^{12} \cdot 7^{28} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{40} \Rightarrow a = 2^{16} \cdot 7^{11} \Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{59} \\ ac &= 2^{13} \cdot 7^{59} \Rightarrow b = 2^5 \end{aligned}$$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{59}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЧАСТОВИК

$$\text{№2} \quad \frac{(a+b) : m}{(a+b)^2 - 9ab : m} \rightarrow \frac{(a+b)^2 - 9ab : m}{(a+b)^2 : m} = a+b - \frac{9ab : m}{(a+b)^2 : m} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$$= a + b + \frac{9ab}{a+b} \quad a \text{ не имеет } \in 8 \text{ никаких}$$

одинаковых множителей (член 1), т. е.  $\frac{b^2}{a+b}$  - не сократить, но  
 $(a+b)$  имеет член одинаковых множителей с  $9$ .

~~Будет ли~~  $\text{т.е. } \max(m) = 9$ .

Пример:

$$\frac{g}{g^2 - g \times 4 \times 5} = \frac{1}{g-20} - \frac{1}{11}$$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Числовик

✓ 4)

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3. \text{П. } A = 3x^2 + 3x + 1 \quad B = 1 - 9x$$

$$\sqrt{A+B} - \sqrt{A} = B \Rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ D = 9 - 4 < 0 \\ 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow A \geq 0 \text{ при } x \neq 0$$

$$\sqrt{A+B} = B + \sqrt{A} ; \quad B + \sqrt{A} \geq 0$$

$$A+B = B^2 + A + 2B\sqrt{A}$$

$$B^2 + B(2\sqrt{A} - B) = 0$$

$$\begin{cases} B=0 \\ B+2\sqrt{A}-B=0 \end{cases}$$

$$1 - 9x \geq 0 \quad \sqrt{A} = \frac{1-B}{2} \quad ; \quad \frac{1-B}{2} \geq 0 \Rightarrow B \leq 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$A = \frac{(1-B)^2}{4}$$

$$1) \frac{1}{9} + \sqrt{A} \geq 0$$

$$(3x^2 + 3x + 1)/4 = 81x^2$$

$$2) \frac{1}{81} \cdot 3 - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 \geq 0$$

$$69x^2 - 12x - 4 \geq 0$$

$$x = \frac{1}{9} - \text{корень}$$

$$\begin{cases} B + \sqrt{A} \geq 0 \\ B \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B \geq -\sqrt{A} \\ B \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-B}{2} \geq -\sqrt{A} \\ B \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B \geq -1 \\ B \leq 1 \end{cases}$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 12^2 + 4^2 \cdot 69 = 4^2 \cdot (3^2 + 69)$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{3^2 + 69}}{2 \cdot 69} = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69} \quad \leftarrow 0 - x = \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} - \text{не корень}$$

$$x = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \Rightarrow \frac{22}{69} \Rightarrow \frac{2}{9} \Rightarrow$$

⇒ не корень

Ответ:  $\frac{1}{9}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

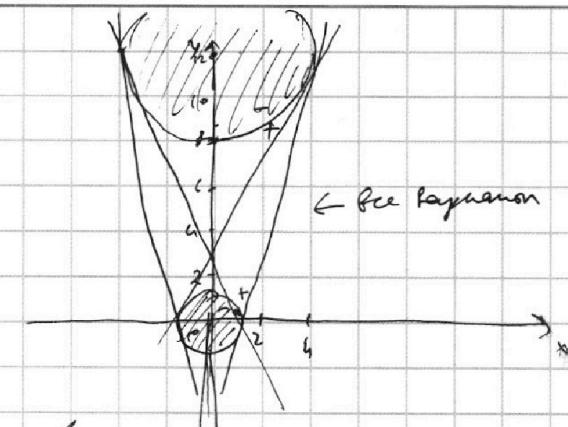
Числовик

№ 6)  $a = ?$  при 2 решениях

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

то есть квадратичные уравнения, 2+0 решений

$$\text{значит } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-12)^2 = 16 \end{cases}$$



← все варианты

Чтобы проверить это, как где сделано.

Чтобы она пересекалась ровно одну точку док. 2 раза

$$\begin{aligned} \text{1) } & x^2 + y^2 = 1 \quad \begin{cases} y = 8b - ax \\ x^2 + (8b - ax)^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 8b - ax \\ x^2 + (8b - 12 - ax)^2 = 16 \end{cases} \\ & -24b + 144 = 15 \quad \begin{cases} x^2(1+a^2) - 16abx + 64b^2 = 1 \\ x^2(1+a^2) - 2(8b-12)ax + (8b-12)^2 = 16 \end{cases} \\ & y = 8b - ax \quad \begin{cases} x^2 = 16 \\ x^2 = 16 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) } & D_1 = 16a^2b^2 - 4(1+a^2)(64b^2 - 1) \\ & D_2 = 4(8b-12)^2a^2 - 4(1+a^2)((8b-12)^2 - 16) \end{aligned}$$

вариант 1,  $D_1 = D_2 = 0$

~~$D_1 = 0$~~   $D_2 = 0$

~~$D_1 = 0$~~   $D_2 = 0$

$$D_1 = 2^6a^2b^2 - 2^6a^2b^2 + 4 + 2^6b^2 + 4a^2 = 4a^2 - 2^6b^2 + 4$$

$$D_2 = 2^6 - 4(8b-12)^2 + 2^6a^2$$

$$\begin{aligned} \text{1) } & 4a^2 - 2^6b^2 + 4 = 0 \quad \begin{aligned} & 2^6 - 4(8b-12)^2 + 2^6(2^6b^2 - 4) = 0 \\ & 2^6 - (8b-12)^2 + 2^6(2^6b^2 - 4) = 0 \\ & (2^6b^2)^2 + 144 - 24ab^2 - 2^6 + 2^6 - 2^6b^2 = 0 \\ & 2^{16}b^2 - 2^{10}b^2 - 2^6b^2 + 144 = 0 \\ & b^2(2^{10} + 2^6 - 2^6) = -144 \end{aligned} \\ & a^2 = \frac{2^6b^2 - 4}{4} \quad \begin{aligned} & b^2 = 0 \\ & a^2 = 0 \end{aligned} \\ & a = 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

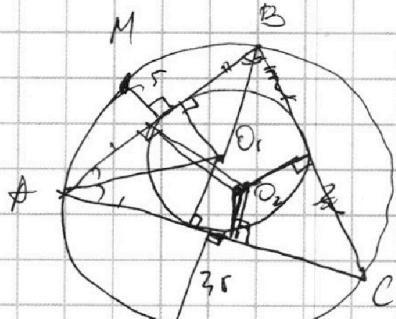
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



Решение

$$\begin{cases} Qx + y - 8b = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-1)^2 = 16 \end{cases}$$

$$y = 8b - ax$$

$$y = 8b - ax$$

$$(8b - ax)^2 + x^2 = 1$$

$$8b - ax = \pm \sqrt{1 - x^2}$$

$$8b \pm \sqrt{1-x^2} = \pm \sqrt{(1+q^2)x^2 - 16bx + 64b^2 - 1} = 0$$

$$\Delta = 16^2 b^2 q^2 - 4(1+q^2)(64b^2 - 1)$$

$$2^8 b^2 q^2 - 2^8 b^2 + 4 - 2^8 b^2 q^2 + q^2 4 \geq 0$$

$$4q^2 \geq 2^8 b^2 + 4$$

$$q^2 \geq 2^6 b^2 + 1$$

$$y(26 - y) = 7x^2 + 7x -$$

$$y^2 - 26y + 7x^2 + 7x = 0$$

$$q^2 = 2^6 b^2 + 1$$

~~$$2^4 \times \sin \angle A_1 B$$~~

$$\frac{2^4}{\sin \angle A_1 B} = 2R$$

$$2^6 \times 4(8b - 1)^2 + 2^6 b^2 + 2^6 = 0$$

$$2^{12} + 2^{12} b^2 = 4(8b - 1)^2$$

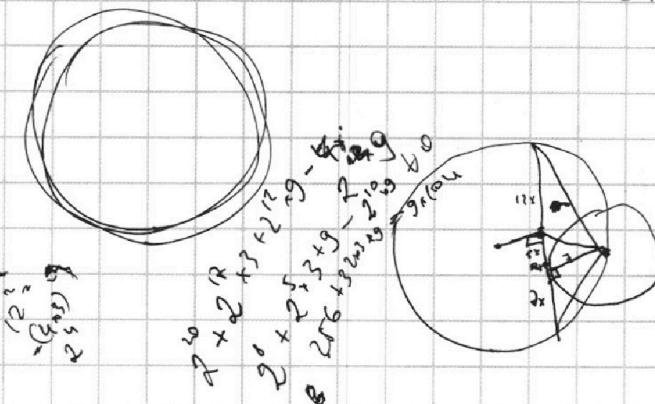
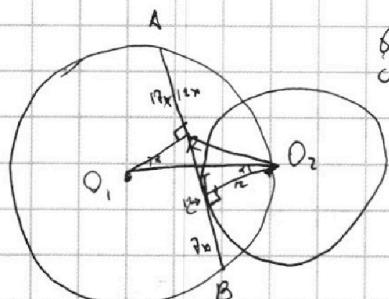
$$2^{10} + 2^{10} b^2 = 2^2 (8b - 1)^2$$

$$2^6 + 2^6 b^2 = (8b - 1)^2$$

$$2^6 + 2^6 b^2 = 4b^2 + 1 - 48$$

$$60b^2 + 48 - 63 = 0$$

$$b = 16 -$$



$$y = k - \frac{x^2}{r^2}$$

$$x^2 + (y - k)^2 = r^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Числовик черновик

14/48

$k, m, n \in \mathbb{N}$  ( $a, b, c \in \mathbb{N}$ )

$$\begin{aligned} ab &= 2^1 7^4 \\ bc &= 2^{12} 7^{18} \\ ca &= 2^{23} 7^{39} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 b^2 c^2 &= 2^{55} 7^{68} \\ ab = k \cdot 2^4 7^4 & \\ bc = n \cdot 2^{12} 7^{18} & \Rightarrow abc = kmn_2 7^{34} \\ ac = m \cdot 2^{23} 7^{39} & \\ abc = \sqrt{kmn_2} 7^{34} & \end{aligned}$$

Т.к. надо найти  $m+n$  ( $abc$ ), то надо спасти  $m+n$  ( $\sqrt{kmn_2}$ ),  
также  $abc \in \mathbb{N}$ , как произведение  $N$  чисел.

$$\Rightarrow abc = \sqrt{2 \times 2^{55} 7^{68}} = 2^{28} 7^{34}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$O(3) \quad a = 1 - 9x \quad t \geq 0 \quad t + 9 \geq 0$$

$$t = 3x^2 + 1 + 3x \quad \sqrt{t}$$

18/46

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{t - 9x + 1}$$

$$\frac{\sqrt{t} + 16}{\sqrt{t - 9x + 1}} = \frac{22}{69} \quad \text{или}$$

$$\sqrt{t + a} - \sqrt{t} = a$$

$$2\sqrt{t + a} - 2\sqrt{t} = a^2$$

$$t + a = (\sqrt{t} + a)^2 = a^2 + 2\sqrt{t}a + t$$

$$a^2 + 2\sqrt{t}a - a = 0$$

$$1 - 6x \geq 0$$

$$b \leq 1$$

$$b \leq \sqrt{a} \leq \sqrt{9}$$

$$\begin{cases} b \leq 1 \\ b + \sqrt{a} \geq 0 \\ \sqrt{a} = \frac{1-b}{2} \end{cases}$$

$$2\sqrt{t} = 1 - a \quad \text{или} \quad \frac{1-a}{2} \geq 0$$

$$t = \frac{(1-a)^2}{4} \geq 0 \quad \frac{1-1+9x}{2} \geq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 = \frac{(1+9x+1)^2}{4}$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 = 4x^2 + 4 \cdot 3 = 22$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{22}}{2 \cdot 69}$$

$$\frac{1-b}{2} \geq -b$$

$$\frac{1}{2} \geq -\frac{b}{2}$$

$$1 - b \geq -b$$

$$b \geq 1$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{13}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{13}}{3}$$

$$1 - 9x \leq 1 \quad 9x \geq 0 \quad x \geq 0$$

$$1 - 9x \geq -1 \quad -9x \geq -2 \quad x \leq \frac{2}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

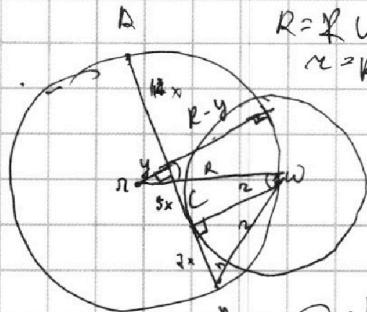
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R = \frac{g}{k}, \omega = \frac{\pi}{3}, r = R \cdot n = 13$$

AB?

$\frac{g}{k+n}$  - окр. отрасль

$$\frac{a+b}{g+b} = \frac{g}{g+b} \cdot \frac{1}{1+n} = \frac{k}{n}$$

$$a+b = m k, g = \frac{m k}{3}$$

$$g b^2 = m n, b = \frac{m n}{3}$$

$$BC : AC = 2 : 17$$

$$2x, \quad \frac{3}{2} \text{ мк}$$

$$12^2 x^2 = 0, n k \times (R - 0, k) - g(R - g)(y + R)$$

$$y^2 - yR + 12^2 x^2 = 0, a = m k \cdot \frac{n}{3}, R^2 - y^2 - 12^2 x^2 = 0$$

$$R^2 = 12^2 x^2 + 4 \cdot \frac{k^2 - k}{3}, y = \sqrt{R^2 - 12^2 x^2}$$

$$q = c^2 - \frac{c}{3}, \quad q = \sqrt{R^2 + 12^2 x^2}$$

$$a+b = c^2, \quad \frac{g}{k+n} = \frac{a+b}{g+b}$$

$$g b^2 = \frac{a+b}{g+b} \cdot \frac{g}{g+b}$$

$$a - g \Rightarrow b; 2 \text{ мк} \quad a = \frac{m k}{3}, b = \frac{m k}{3}$$

$$a^2 - g^2 = \frac{m k^2}{9}, y = \frac{g(R \pm \sqrt{R^2 - 12^2 x^2})}{2}$$

$$(k^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-1)^2 - 16) \leq 0, \quad x^2 + 2y - (7x)^2 = n \times (n+2^2)$$

$$n^2 + 2n^2 - 49x^2 = 0, \quad g b = \frac{g}{g+b}$$

$$y = 8b - ab, \quad \frac{m k}{3} = \frac{m k}{3}$$

$$(12 - g)(12 + g)$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 24y + 16) \leq 0, \quad z^2 + 49x^2 = (z + n)^2$$

$$(z + n)^2 - 9ab \leq 0, \quad (z + n)^2 \leq 9ab$$

$$(1 + \frac{a}{b})b \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$b^2 \left( \frac{a}{b} + 1 \right)^2 \leq m, \quad \frac{a+b}{g+b} \leq \frac{m}{g+b}$$

$$y = 8b - ax$$

$$\frac{m}{8}$$

$$x^2 + 64b^2 - 16b^2 x + 9x^2 = 1$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$x^2 (1 + 9) - 16b^2 x + 16b^2 - 2 = 0$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$4a^2 - 4^4 b^2 + 4 \geq 0$$

$$a^2 - 4^3 b^2 + 1 \geq 0$$

$$\frac{2+3}{2^2 - 7 \cdot 2 \cdot 3 + 3^2} = \frac{\left(\frac{2}{3} + 1\right) 3}{8^2 \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 7 \cdot \frac{2}{3} + 1\right)} = \frac{45}{64}$$

$$13 - 42 = -29$$

$$\frac{3+5}{3^2 - 7 \cdot 3 + 5 + 5^2} = \frac{8}{34 - 10 \cdot 5} = \frac{8}{-91}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Черновик

$$AB : 2^{15}7^4 \text{ mm}(ABC) - ?$$

$$BC : 2^{12}7^{16}$$

$$AC : 2^{23}7^{33}$$

$$AB = k 2^{15}7^{11}$$

$$BC = n 2^{12}7^{18} \Rightarrow ABC = \sqrt{knm^2} 2^{15}7^{34}$$

$$AC = m 2^{23}7^{33}$$

$$22+39=61 \text{ по логарифму}$$
$$-kx+2=3x+1$$
$$-3x=1-2$$
$$-3x=-1$$

$$ABC : 2^{12}7^{16}$$

$$ABC = 2^{56}7^{48}$$

$$(ABC)^2 = 2^{55}7^{68}$$

$$\cancel{7(ABC)}^2 = 2^{56}7^{48}$$

$$\cancel{2ABC}^2 = 2^{28}7^{24}$$

Логарифмы

$$k = 3$$

$$n = 4$$

$$m = 7$$

$$\begin{matrix} a = 2^5 \\ b = 2^2 \\ c = 2^{11} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} AB = 2^{15}7^{11} \\ BC = 2^{12}7^{18} \\ AC = 2^{23}7^{33} \end{matrix}$$

$$C = \frac{X}{2^{15}7^{11}}$$

$$C = \frac{X}{2^{15}7^{11}}$$

$$a = 2^{39}7^{50}$$

$$\begin{matrix} a = 2^{39}7^{50} \\ b = 2^{28}7^{24} \\ c = 2^{11}7^{39} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} AB = 2^67^{11} \\ BC = 7^{28}2^{12} \\ AC = 2^{11}7^{39} \end{matrix}$$

$$ABC = 7^4 \cdot 7^{68}$$

$$ABC = 7^{34}$$

$$a = 7^{39} \quad b = 7^8 \quad c = 7^{18}$$

$$c = \frac{7^{15}}{(7^5)^2 - 9^{10}}$$

$$a + b$$

$$a^2 - 7ab + b^2$$

$$\frac{x}{(x-5)(x+5)}$$
$$a = \frac{7^{39}-7^{28}+7^8}{7^8}$$

$$\begin{matrix} a = 7^{39} \\ b = 7^8 \\ c = 7^{18} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} & C = \frac{X}{7^{23}7^{39}} \\ & X = \frac{7^{39}}{2^{12}7^{18}} \\ & X = \frac{7^{39}}{2^{12}7^{18}} = 7^8 \\ & X = 7^8 \text{ кНм} \\ & X \in N \end{aligned}$$

$$X = \sqrt{2 \text{ кНм}}$$

$$2^{24}2^2$$

$$(\sqrt{2 \text{ кНм}})^2 = 2^{23}7^{39}$$

$$2 \text{ кНм} \geq 7^8$$

$$\sqrt{2 \text{ кНм}} \in N$$

$$(\sqrt{2 \text{ кНм}})^2 \geq 7^8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!