



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

⊕ Пусть $a = 2^x \cdot 7^y$, $\{x; y\} \in \mathbb{N}$

Тогда $c = 2^{20-x} \cdot 7^{34-y}$

$b = 2^{14-x} \cdot 7^{10-y}$

$cb = 2^{34-2x} \cdot 7^{44-2y}$

Мы знаем, что $cb = 2^{14} \cdot 7^{14}$

Тогда $\begin{cases} 34-2x \geq 14 \\ 44-2y \geq 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8,5 \\ y \leq 15 \end{cases}$

$\begin{cases} 14-x \geq 0 \\ 10-y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 14 \\ y \leq 10 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-x \geq 0 \\ 34-y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 20 \\ y \leq 34 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+20-x+14-x) \\ (y+34-y+10-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8,5 \\ y \leq 10 \end{cases}$

$abc = 2^{14} \cdot 7^{14}$

$abc = 2^{34-x} \cdot 7^{44-y} = 2^{14} \cdot 7^{14} \Rightarrow \{x; y\} = \text{max}$

max. x и y - $\begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{34}$

Ответ $2^{26} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} =$$

Пусть $x = a+b$
 $y = ab$

$$\frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$\text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) = \max$$

Тогда $a+b : 8$ $\frac{a}{b} = \text{целое}$
 ~~$a+b : 8$~~

Есть такие пары. Тогда пусть $a=1$
 $b=7$

$$\text{НОД}(1+7; (1+7)^2 - 8 \cdot 1 \cdot 7) = \text{НОД}(8; 64 - 56) = 8$$

След, максимальное $m = 8$.

Ответ 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

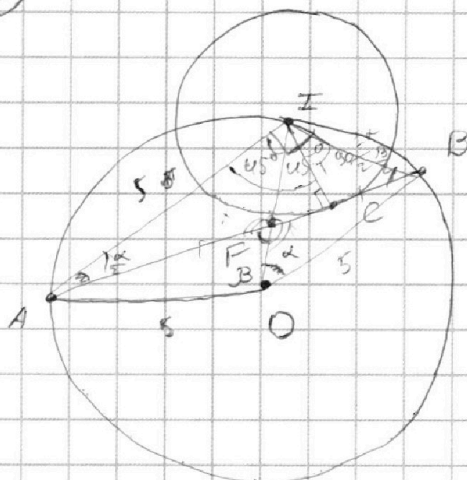
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3



1) $\angle AIB = 90^\circ$

$\angle AIB = \angle IOB$ (опис. на опис. дуге)

Пусть $\angle IOB = \alpha$
 $\angle IOA = \beta$

Тогда $\alpha = \beta$

$\angle AIB = \frac{\alpha}{2}$
 $\angle IOB = \frac{\alpha}{2}$ (β 2 раза меньше α .)

2) $\angle AIB = \frac{1}{2} \angle AOB$ (опис. на опис. дуге)

$\triangle AIB$:

сумма углов 180°

$180^\circ = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \alpha = \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$

3) $\angle AIO = 45^\circ$ (т.к. опис. на радиусе)

$\angle OIB = 45^\circ$ (т.к. опис. на радиусе)

след., $\angle AIB = 90^\circ$

$AI = 5$

$\frac{IB}{AI} = \frac{BF}{FA}$ (т.к. IF - дуга)

По т. Пифагора $AC = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

Тогда $BC = \frac{AC}{\sqrt{4} \cdot 8} = \frac{2\sqrt{6}}{4 \cdot 8} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

Ответ $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

Заменим $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$, $a \geq 0$

$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$, $b \geq 0$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(b - b^2) = 1 - 4b + 4b^2 = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$a = \frac{1 \pm (2b - 1)}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1 + 2b - 1}{2} & a = b \\ a = \frac{1 - 2b + 1}{2} & a = 1 - b \end{cases}$$

Обр. замена

$$1) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 2 = 0 \\ (x - 1)(x - \frac{3}{2}) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{4} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$x = \frac{2}{4}$

$$2) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

$$4x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$4x-1 \geq 0$$

$$(4x-1)^2 = 4(2x^2+2x+1)$$

$$4x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{4}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 11^2 + 3 \cdot 41 = 121 + 123 = 244 \text{ или}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{244} \text{ или}}{41} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \\ x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \\ x \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

Ответ: $\frac{2}{4}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

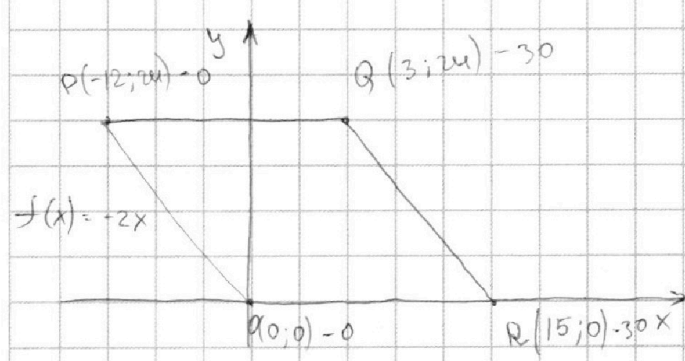


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



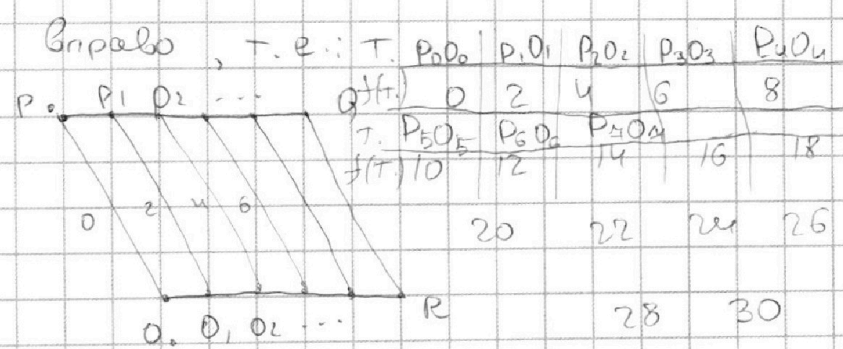
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

Пусть $f(p) = 2x + y$
p-точка



- $f(P) = 0$
- $f(O) = 0$
- $f(R) = 30$
- $f(Q) = 30$

Значения f увеличиваются на 2 с каждым шагом от OP вправо.



Все целые чис. точки на $O_n P_n$ имеют $f(P) = 30 + 2 \cdot n$

Тогда для каждой точки O_n на прямой $P_n O_n$ будет подходить пара $P_n + O_n + G$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной прямой лежит 13 целочисл.
точек. Т.к. ур-ие прямой - $y = -2x$
то для каждого целого x , будет целое y .

След., каждая точка на прямой имеет
13 подходящих для нее "друзей".

$13 \cdot 13 = 169$ пар точек \circ на каждой
прямой. Всего прямых, подходящих
нам - 10 (от $P_0 Q_0$ до $P_9 Q_9$).

След., всего пар точек - $169 \cdot 10 = 1690$

Ответ 1690.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

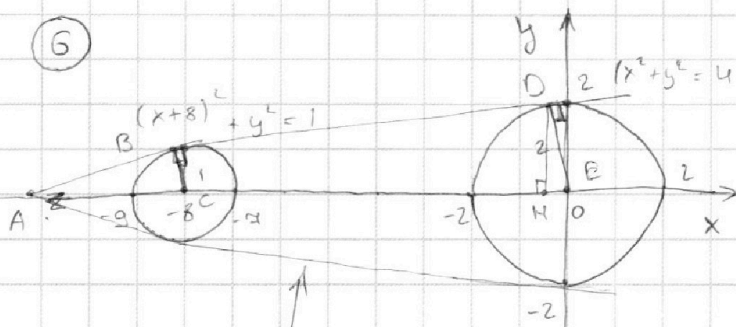
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

нам подходит все т.
внутри окр.

Мысленно нам прямые - это касательные к этим окр.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ по двум угл.

След, $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Пусть $AC = x \Rightarrow \frac{x}{8+x} = \frac{1}{2}$

$$8+x = 2x$$

$$x = 8$$

След, коорд. т. A $\rightarrow (-16; 0)$

Найдём коорд. т. D.

По т. Пифагора в $\triangle ADE$

$$AD = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{252} = 2\sqrt{63}$$

DH - высота.

$$DH = \frac{AD \cdot DE}{AE} = \frac{2\sqrt{63} \cdot 2}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$$

По т. Пифагора в $\triangle ADH$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{252 - \frac{63}{16}} = \sqrt{\frac{405 \cdot 16 - 63}{16}} = \sqrt{\frac{3969}{16}} = \frac{3969}{4}$$

$$-16 + \frac{63}{4} = -\frac{1}{4}$$

След, коорд. D $(-\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{63}}{4})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{4} = \left(\frac{3 + \sqrt{105}}{4} - 16 \right)k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} + (3 + \sqrt{105} - 64)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = (\sqrt{105} - 61)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = k\sqrt{105} - 45k$$

$$k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} = \frac{\sqrt{63}(\sqrt{105} + 45)}{105 - 2025}$$

Мы получаем 2 прямые

$$(1) y = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}x + \frac{16\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}$$

(это и есть эти 2 кас.)

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{45 - \sqrt{105}}x + \frac{16\sqrt{63}}{45 - \sqrt{105}}$$

Подставим в наш параб

$$y = ax + 10b$$

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{4} = -\frac{1}{4}k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{16\sqrt{63}}{63} \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} = -k + 64k \Rightarrow \sqrt{63} = 63k \Rightarrow k = -\frac{\sqrt{63}}{63}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Или получаем 2 прямые:

$$(1) y = -\frac{\sqrt{63}}{63}x - \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

(Это линии 2 кас.)

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{63}x + \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

Подставим в параметр.

$$ax + 10b = y \quad \text{При } a = \frac{\sqrt{63}}{63} \quad b = \frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

$$a = \frac{-\sqrt{63}}{63} \quad b = -\frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

$$\text{Ответ } a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



() - mod

$$\text{MOD}(a+b; a^2+b^2) = 1$$

[1] - mod

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} \cdot \text{MOD}(a; b)$$

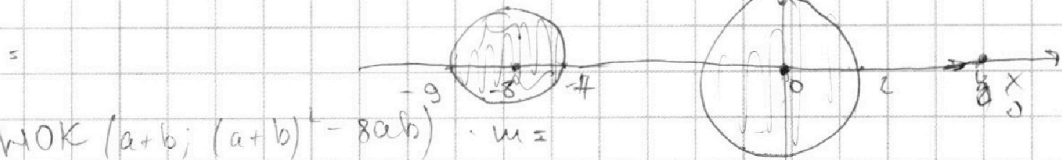
$$\text{MOD}(a; b) = 1 \quad a \cdot b : 8 \quad \text{MOD} \cdot \text{MOD} = a \cdot b$$

$$\text{MOD}(a; b) = a \cdot b$$

$$\text{MOD}(a+b; a^2 - 6ab + b^2) =$$

$$\text{MOD}(a+b; a^2 - 6ab + b^2) = m$$

$$\text{MOD}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) =$$



$$\text{MOD}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) \cdot m =$$

36

m =

$$\frac{m}{(14)^2 - 8 \cdot 12} = \frac{m}{196 - 96} = \frac{m}{100} = \frac{36}{100}$$

3

$$(a, b) = (a; b)$$

$$x = a + b$$

$$y = ab$$

$$\frac{63}{4} = 15 \frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \times \frac{12}{8} = \frac{36}{8} = 4 \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{a}$$

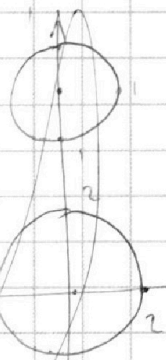
$$\frac{1+a}{a^2 - 6a + 1} =$$

$$= \frac{a+1}{(a+1)^2 - 8a}$$

$$\frac{289}{546} = \frac{289}{289} = 1$$

63

$$\frac{13}{-1824} =$$



41

$$\frac{396}{159} = \frac{396}{159} = 2 \frac{132}{159} = 2 \frac{44}{53}$$

$$\frac{59+1}{60^2 - 8 \cdot 59} = \frac{60}{60^2 - 8 \cdot 59} = \frac{60}{60^2 - 472}$$

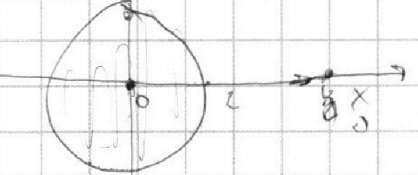
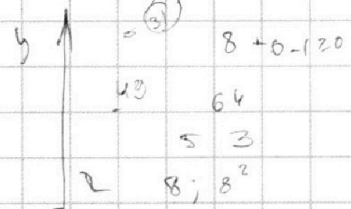
$$\frac{252}{16} = 15 \frac{12}{16} = 15 \frac{3}{4}$$

$$\frac{21}{41} = \frac{21}{41} = a$$

$$\frac{42}{41} = \frac{42}{41} = a+1$$

$$\frac{396}{9} = 44$$

$$\frac{60}{60^2 - 8 \cdot 59} = \frac{60}{60^2 - 472}$$



$$\frac{m}{(14)^2 - 8 \cdot 12} = \frac{m}{196 - 96} = \frac{m}{100} = \frac{36}{100}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 16 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{123}{13} = \frac{123}{13} = 9 \frac{6}{13}$$

$$\frac{1323}{441} = \frac{1323}{441} = 3$$

$$\frac{21}{41} = \frac{21}{41} = a$$

$$\frac{42}{41} = \frac{42}{41} = a+1$$

$$\frac{60}{60^2 - 8 \cdot 59} = \frac{60}{60^2 - 472}$$



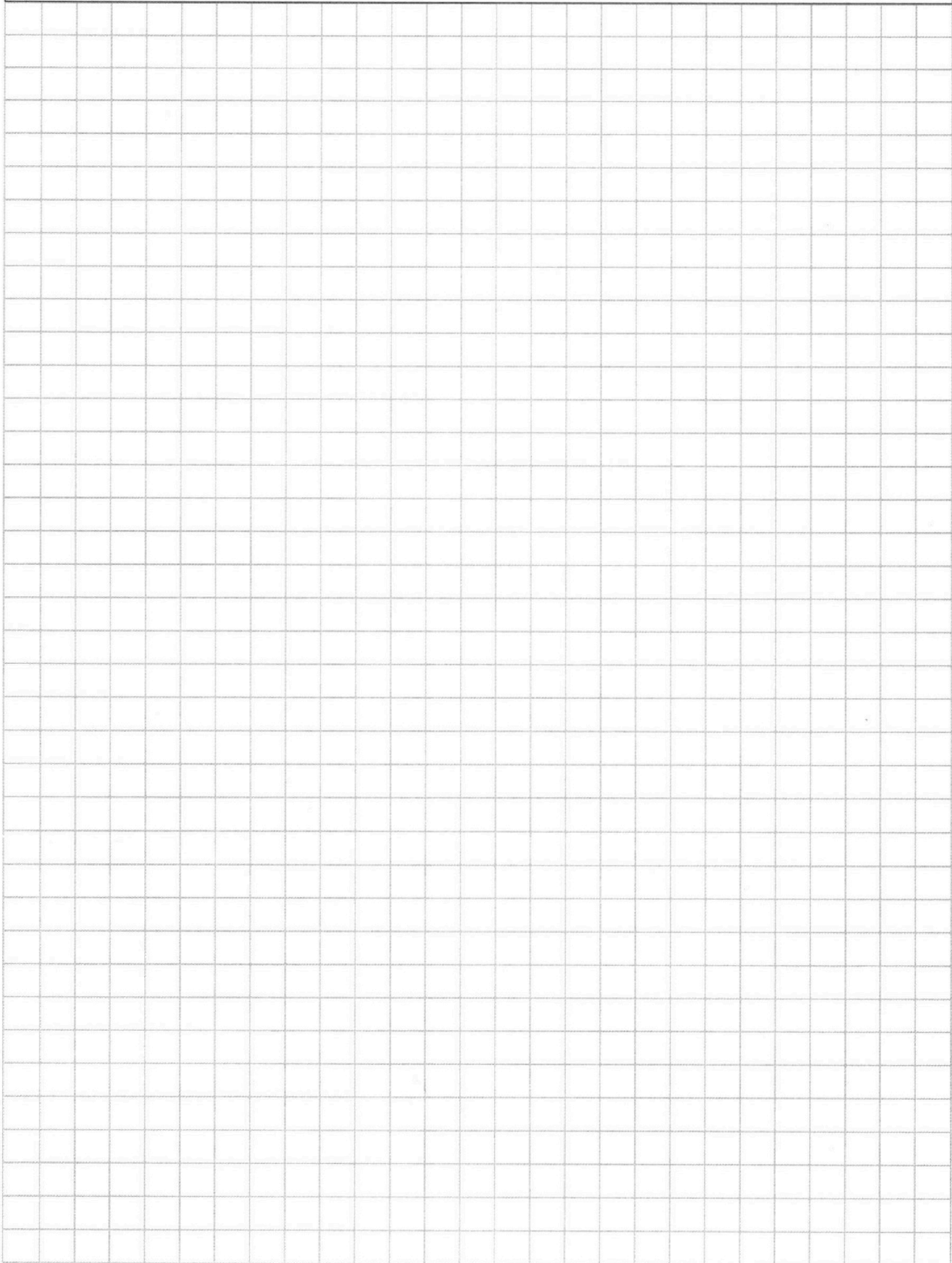
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



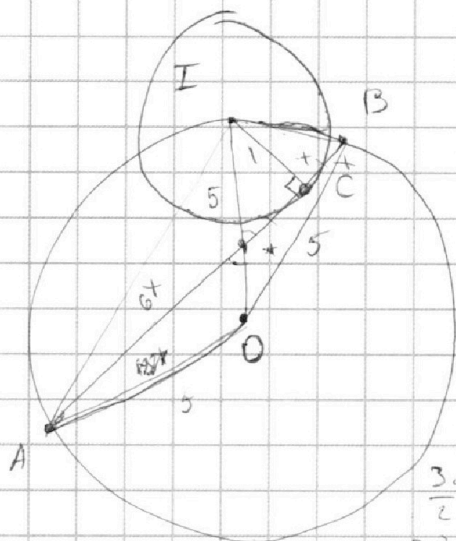
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

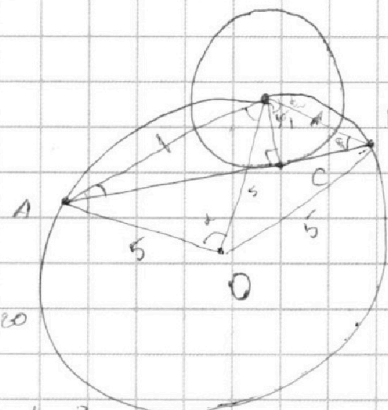
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x^2 - 1}$$



$$\frac{3\alpha}{2} + \frac{3\beta}{2} = 180$$

$$3\alpha + 3\beta = 360$$

$$\alpha + \beta = 120$$

$$180 = \alpha + \beta$$

$$x^2 + 1 + 49x^2 + 1 = 64x^2$$

$$49x^2 + 2 = 64x^2$$

$$2 = 14x^2$$

$$\frac{1}{4} = x^2$$

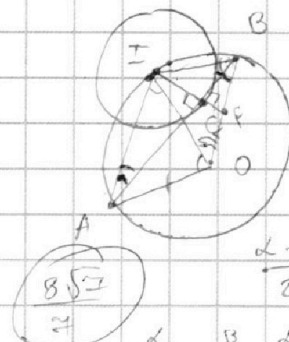
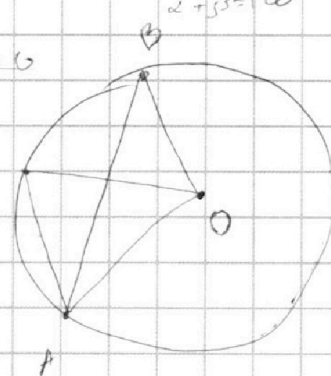
$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x^2 + 1}$$

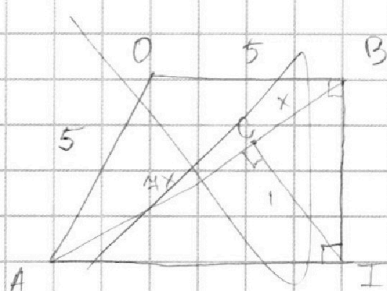
$$\sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\sqrt{}$$



$$\frac{\alpha + \beta}{2}$$

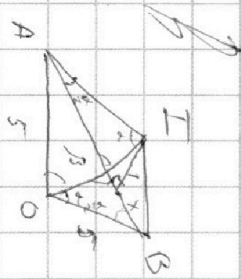
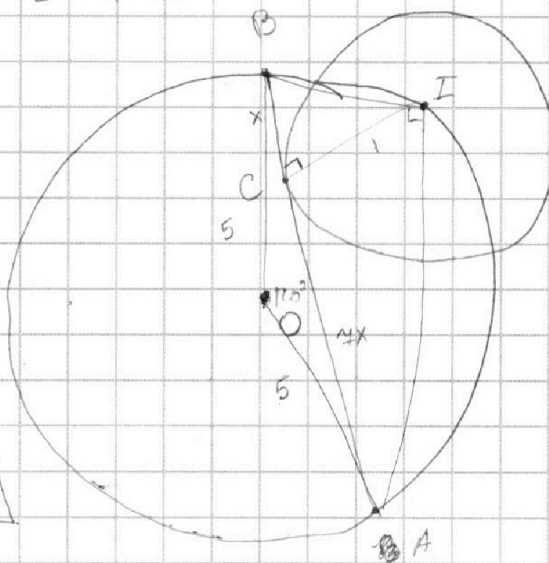
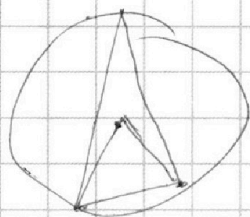
$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



$$S_{BIA} = \frac{1}{2} a \cdot h = 4x$$



$$2\alpha + 2\beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2

$$a + b = mx$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = my$$

$$(a+b)^2 - 8ab = my$$

$$mx^2 - 8ab = my$$

$$m^2x^2 - my = 8ab$$

$$m(mx^2 - y) = 8ab$$

Замеча $v = a + b$

$$v = ab$$

$$v^2 - 8b = my$$

$$v = mx$$

1
2

$$a=1$$

$$b=2$$

$$\frac{3}{1-12+4} = \frac{3}{-8} = -\frac{3}{8}$$

$$m^2x^2 - my - 8ab = 0$$

$$D = y^2 + 4x^4 \cdot 8ab$$

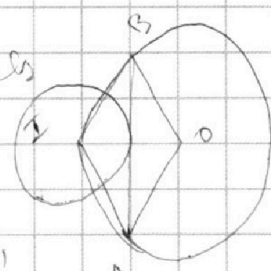
$$= y^2 + 32x^4ab$$

$$4 - 2 \cdot 4 = -4$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)}$$



4

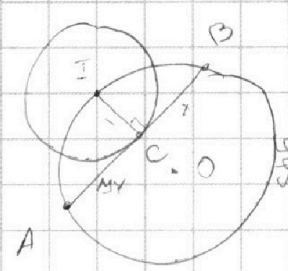
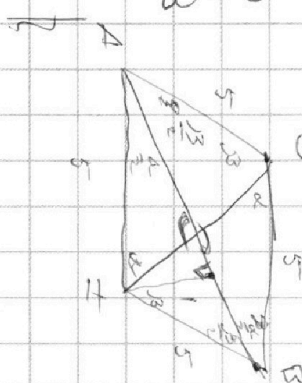
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

Замеча $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$, $a \geq 0$

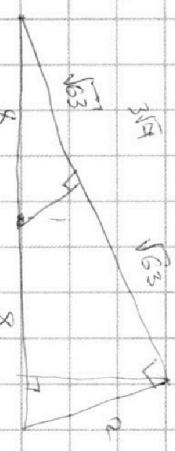
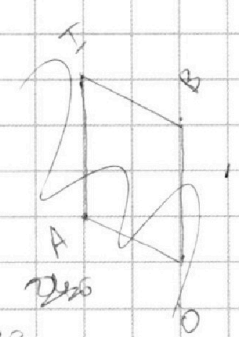
$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$
, $b \geq 0$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$



$11 + 15,6 = 26,6$
 $\frac{26,6}{41} = \frac{266}{410} = \frac{133}{205}$
 $11 - 5 = 6$
 105
 1008
 63
 945
 $16\sqrt{5}$
 $25 - 1 = \sqrt{24}$
 246
 41
 2
 132
 61
 $DM = \sqrt{61}$
 $\sqrt{61} \approx 7,81$
 $\sqrt{53} \approx 7,28$
 $\sqrt{3}$
 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot z$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot x$$

$\{n, z, x\}$ - некие

$x=14$
 $y=10$

√ числа.
 $a=2^{14} \cdot 7^{10}$
 $b=1$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{(14+17+20)} \cdot 7^{(10+17+34)} \cdot n \cdot z \cdot x = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$= 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

51 - нечетное, след. $x \leq 8,5$

Взять корень из $y \leq 15$

Добавим 8 единиц из $bc = 2^{31-2x} \cdot 7^{44-2y}$

Тогда ~~два~~ два из $\{n, z, x\}$ будут

равны единице, а третий двойке.

Тогда $a^2 b^2 c^2$

$$\sqrt{a^2 b^2 c^2} = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot n \cdot z \cdot x}$$

$$abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2 \cdot n \cdot z \cdot x}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} = \frac{2^{20} \cdot 7^{34} \cdot x}{2^{14} \cdot 7^{10} \cdot y} = 2^6 \cdot 7^{24} \cdot \frac{x}{y}$$

$$c = 2^6 \cdot 7^{24} \cdot b$$

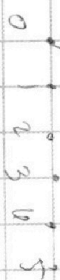
$$bc = 2^6 \cdot 7^{24} \cdot b^2 = 2^{17} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{11} \cdot 7^{-10}$$

$$b =$$

$$180 - x - y = \frac{a}{2} + x + y = a + x + z$$

$$\frac{a}{2} = y - z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several equations and derivations:

- $ab = 2^{15} \cdot 7^{10} \cdot x$
- $bc = 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y$
- $ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$
- $a^2 - 6ab + b^2 = m \cdot x$
- $(a+b)^2 - 8ab = m \cdot y$
- $m \cdot x^2 - 8ab = y$
- $m = \frac{y + 8ab}{x^2}$
- $a^2 y = 2^{14} \cdot 7^{30} \cdot x \cdot z$
- $a = 2^8 \cdot 7^{15} \cdot \sqrt{\frac{2xz}{y}}$
- $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x$
- $a^2 b^2 = 2^{28} \cdot 7^{20} \cdot x^2$
- $\frac{xz b^2}{y} = 2^{11} \cdot 7^{10} \cdot x^2$
- $b^2 = 2^{11} \cdot 7^{10} \cdot \frac{xy}{z}$
- $ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$
- $\frac{x \cdot z}{y} \cdot c^2 = 2^{23} \cdot 7^{44} \cdot z$
- $c^2 = 2^{23} \cdot 7^{44} \cdot z \cdot y$
- $a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^2$
- $abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2xyz}$
- $\sqrt{2xyz} = \text{max}$ и N
- $xyz = 2$
- $\sqrt{2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{128}$
- $\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 4$
- $8 \cdot 4 = 32$
- $b = 2^5 \cdot 7^{24}$
- $c = 2^5 \cdot 7^{24} \cdot b$
- $b^2 = 2^{10} \cdot 7^{48} = 2^{17} \cdot 7^{14}$
- $bc = 2^{14} \cdot 7^{14}$
- $ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{x}{2} + 4.5 = x + y$
 $4.5 = \frac{x}{2} + y$
 $9 = x + 2y$

$f(D) = 2x + y$
 $g = 1$
 $(0; 5)$
 $8 > 10$
 $5 > 0$
 $5 > 0$

$P(-12; 24)$
 $Q(3; 24)$
 $R(15; 0)$
 $O(0; 0)$

$y = 2x$
 $y = -\frac{8}{9}x + \frac{40}{3}$
 $y = 0$
 $0 = 6$
 $0 = 0$

$y = kx$
 $24 = k \cdot 3$
 $k = 8$

$\frac{15 \cdot 8}{9} = \frac{5 \cdot 8}{3} = \frac{40}{3}$
 $6 = 24$

$0 < y < 24$
 $f(A) - f(B) = 12$
 $f(0; 0) = 0$
 $f(12; 24) = 0$
 $(0; 0)$

$2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$

$\begin{cases} 24 = -12k + b \\ 0 = -15k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24k = -12k + b \\ 15k + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{24}{8} \\ \frac{40}{3} + b = 0 \end{cases}$

$y = \frac{8}{9}(15 - x)$
 $0 = \frac{8}{9} \cdot 15$
 $0 < \frac{8}{9} \cdot 15$

$y \leq \frac{8}{9}(15 - x)$
 $b = \frac{40}{3}$
 $8x \geq 0$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$
 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = d$
 $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 = d^2$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$(3; 24)$
 $(0; 0)$
 $-6 - 24 = 12$
 (-30)

$(0; 0)$
 $(3; 24)$
 $6 + 24 = 12$
 (24)

$|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| =$
 $f(0; 24) = 24$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a \cdot b = \text{НОК}$$

$$a + b = x$$

$$\text{НОК}(a, b) = ab$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$a^2 - 6ab + b^2 =$$

$$D = 35b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$6b \pm 4\sqrt{2}b$$

$$a = \frac{6b \pm 4\sqrt{2}b}{2} \Rightarrow a = 3b \pm 2b\sqrt{2} = b(3 \pm 2\sqrt{2})$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$= \frac{a^2 - 3ab + b^2 - 3ab}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$= \frac{a(a-3b) + b(b-3a)}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$x = mf$$

$$x^2 - 8y = md$$

$$a = 3b - 2b\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{(a-b(3+2\sqrt{2})) (a-b(3-2\sqrt{2}))} = \frac{a+b}{(a+b)(a^2 - 6ab + b^2)}$$

$$\frac{9}{8} = \frac{14}{14^2 - 64 \cdot 9} = \frac{14}{14} = \frac{8}{8^2 - 8 \cdot 15} = \frac{8}{54 - 120} = \frac{8}{-66} = -\frac{1}{7}$$

$$x = a + b^2$$

$$x^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 - a^2 - b^2 = 2ab$$