



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ.**

⑦ Пусть  $a = 2^x \cdot 4^y$ ,  $\{x; y\} \in \mathbb{N}$

$$20-x \quad 34-y$$

Тогда  $c = 2^{14} \cdot 4^y$

$$b = 2^{14} \cdot 4^y$$

$$34-2x \quad 44-2y$$

$$abc = 2^{14} \cdot 4^y$$

Число 2 не делит, что

$$abc : 2^{14} \cdot 4^y$$

Тогда  $34-2x \geq 14 \quad x \leq 8,5$

$$44-2y \geq 14 \quad y \leq 15$$

$$14-x \geq 0$$

$$x \leq 14$$

$$x \leq 8,5$$

$$10-y \geq 0$$

$$y \leq 10$$

$$\begin{cases} x \leq 8,5 \\ y \leq 10 \end{cases}$$

$$20-x \geq 0$$

$$x \leq 20$$

$$34-y \geq 0$$

$$y \leq 34$$

$$(x+20-x+14-x) \quad (y+34-y+10-y)$$

$$abc = 2$$

$$34-x \quad 44-y$$

$$abc = 2 \cdot 4^y$$

- макс  $\Rightarrow \{x; y\}$  макс.

Макс.  $x = y = 8$

$$y = 10$$

$$26 \quad 34$$

$$abc = 2 \cdot 4^y$$

$$26 \quad 34$$

$$abc = 2 \cdot 4^y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2)  $\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} \cdot \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} =$

Пусть  $x = a+b$   
 $y = ab$

$$\frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$\text{MOD}( (a+b); (a+b)^2 - 8ab ) - \text{max}$$

Тогда  $a+b : 8$        $\frac{a}{b} - \text{нечет.}$   
 ~~$a+b : 8$~~

Но такие пары. подходит  $a=1$

$$b=4$$

$$\text{MOD}( 1+4; (1+4)^2 - 8 \cdot 1 \cdot 4 ) = \text{MOD}( 8; 64 - 56 ) = 8$$

След., максимальное  $m = 8$ .

Общий 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

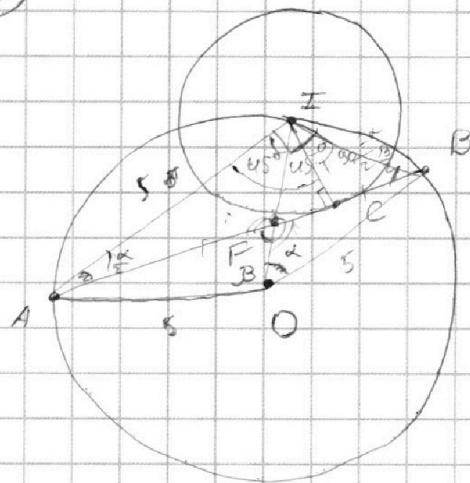
- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(3)



1)  $\angle AIB = \alpha$

$\angle AIB = \beta$

$\angle AIB = \alpha$  (отвр. на

угол  $AIB$ )

Пуск  $\angle AIB = \alpha$

$\angle AOB = \beta$

$\angle AIB = \frac{\beta}{2}$

$\angle AIB = \frac{\beta}{2}$  (угол

между ради

2)  $\angle AIB = \frac{\beta}{2} = \alpha$  ( $\angle AOB$  (отвр. на одну из угл.)

$\angle AIB = \alpha$ :

сумма углов  $180^\circ$

$$180^\circ = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \alpha - \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ - 180^\circ$$

2)  $\angle AIO = 45^\circ$  (р.к. отвр. на радиус.)

$\angle OIB = 45^\circ$  (р.к. отвр. на радиус.)

согл.,  $\angle AIB = 90^\circ$

$\frac{\beta}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$  (р.н. IF доказ.)

$AI = 5$

по п. Пифагора  $AC = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$$\text{Тогда } BC = \frac{AC}{\sin 8^\circ} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin 8^\circ} = \frac{6\sqrt{6}}{4}$$

$16\sqrt{6}$

ответ  $\frac{16\sqrt{6}}{4}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$

Замена  $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ ,  $a \geq 0$

$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}, b \geq 0$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(b - b^2) = 1 - 4b + 4b^2 = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$a = \frac{1+2b-1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1+2b+1}{2} \Leftrightarrow a = b$$

Оп. замена

1)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

2)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

3)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 2 = 0 \\ (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

2)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \left[ x \in (-\infty; 1] \cup \left[ \frac{3}{2}; +\infty \right) \right]$$

$$4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$4x - 1 \geq 0$$

$$(4x - 1)^2 = 4(2x^2 + 2x + 1)$$

$$\begin{aligned} 4x &\geq 1 \\ x &\geq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$4x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 11^2 + 3 \cdot 41 = 121 + 123 = 244$$

$$D = \sqrt{244}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{244}}{41} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{244}}{41} \\ x = \frac{11 - \sqrt{244}}{41} \end{cases}$$

$$x = \frac{11 + \sqrt{244}}{41}; \quad x = \frac{11 - \sqrt{244}}{41}.$$

Ответ

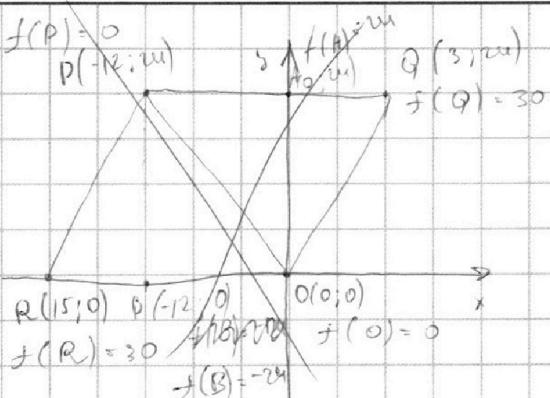
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

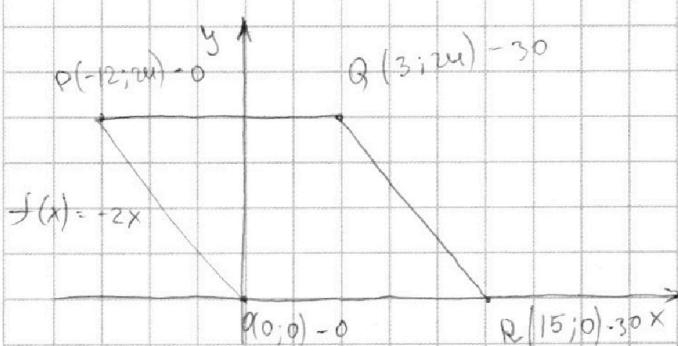
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

График  $f(p) = 2x + y$   
p-точка

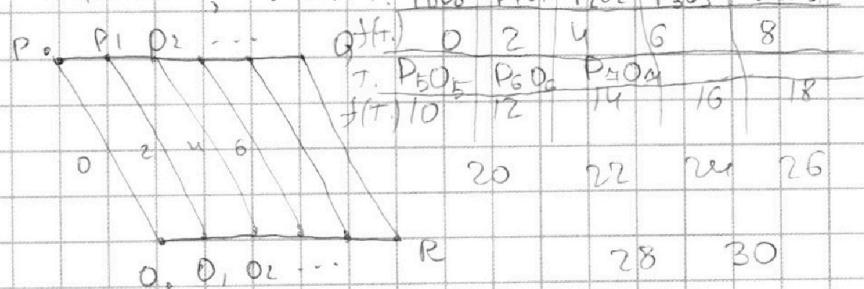


$$\begin{aligned}f(P) &= 0 \\f(O) &= 0 \\f(R) &= 30 \\f(Q) &= 30\end{aligned}$$

Значение  $f$  убывающее ма 2

с каждым следующим отрезком OP вед парал.

Вправо, т.е.: Т.  $P_0O_0 | P_1O_1 P_2O_2 P_3O_3 P_4O_4$



Все члены члены ма

$$O_nP_n \text{ имеет } f(P) = 30 + 2 \cdot n$$

Тогда для каждой точки ма  
принадлежит  $P_nO_n$  будет находить  
пара  $P_{n+6}O_{n+6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На огней пресной лесах 13 человек.

так как ур-ие пресной -  $y = -2x$

То две из них одного пола  $x$ , будем называть  $y$ .

След., каждая точка на пресной ~~и~~ имеет  
13 подходящих для нее "грузей".

$13 \cdot 13 = 169$  пар точек с на каждые

пресной. Всего пресных, подходящих  
шам - 10 (от  $P_{\text{одн}} = P_{\text{друг}}$ ).

След., всего пар точек -  $169 \cdot 10 = 1690$

Очень 1690.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

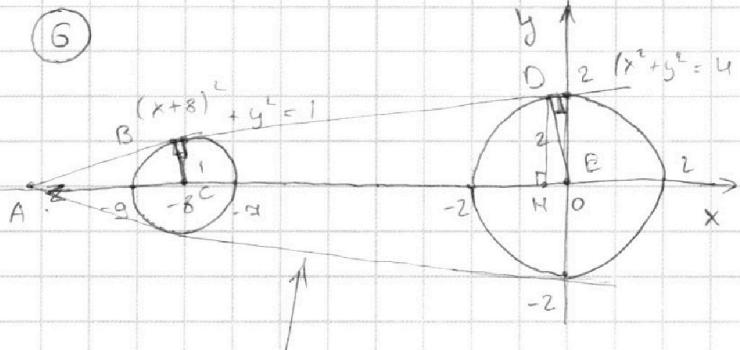
- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(6)



$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 4 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0$$

Чаше подходит все т.  
внештре окр.

Частичное чаше пресече - это касательшее  
к этим окр.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$  по гипот. ул.

$$\text{Черг. } \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Черг. } AC = x \Rightarrow \frac{x}{8+x} = \frac{1}{2}$$

$$8+x = 2x$$

$$x=8$$

Черг. коорд. т. А  $\rightarrow (-16; 0)$

Найдем коорд. т. D.

По т. Пифагора  $B \perp ADE$

$$AD = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{252} = 2\sqrt{63}$$

DW - Генсова.

$$\text{Диаг. } \frac{AD \cdot DE}{AE} = \frac{2\sqrt{63} \cdot 2}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$$

По т. Пифагора  $B \perp ADH$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DW^2} = \sqrt{252 - \frac{53}{16}} = \sqrt{\frac{3969}{16}} = \frac{3969}{4} = \frac{3964}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3964}}{4} = \frac{63}{4}$$

$$-16 + \frac{63}{4} = -\frac{1}{4}$$

Черг. коорд.  $D(-16 + \frac{3964}{4}; \frac{63}{4})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{u} = \left( \frac{3 + \sqrt{105}}{u} - 16 \right) k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} = (3 + \sqrt{105} - 64)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = (\sqrt{105} - 61)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = k\sqrt{105} - 45k$$

$$k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} = \frac{\sqrt{63}(\sqrt{105} + 45)}{105 - 45^2}$$

Мы получаем 2 прямые

$$(1) y = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} x + \frac{16\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}$$

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} x + \frac{16\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}$$

(Это и есть эти 2 кас.)

Получим 3 наш прямой

$$y = ax + 10b$$

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{u} = -\frac{1}{u} k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{16\sqrt{63}}{63} \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} = -k + 64k \Rightarrow \sqrt{63} = -63k \Rightarrow k = -\frac{\sqrt{63}}{63}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Имеем получаем 2 решения:

$$(1) y = -\frac{\sqrt{63}}{63}x - \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{63}x + \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

(Это решения 2 дас.)

Поставим в параллель.

$$ax + 10b = y$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

$$\text{При } a = \frac{\sqrt{63}}{63}$$

$$b = \frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

$$a = \frac{-\sqrt{63}}{63} \quad b = -\frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

$$\text{Однако } a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(1) - мисс

$$\text{мис} \neq 0; a^2 + b^2 = 1$$

[1] - мисс

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 + 8 \cdot \text{мис}(a, b)}$$

$$\text{мис}(a, b) = 1 \quad a \cdot b \leq 0 \quad \text{мис} \cdot \text{мис} = a \cdot b$$

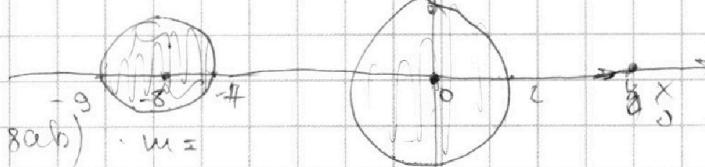
$$\text{мис}(a, b) = ab$$

$$\text{мис}(a+b; a^2 - ab + b^2) =$$

$$\text{мис}(a+b; a^2 - ab + b^2) = m$$

$$\text{мис}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) =$$

=



$$\text{мис}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) \cdot m =$$

36

m =

$$\frac{(16)^2 - 8 \cdot 13}{196 - 100} = \frac{92}{92} = 1 \geq 0$$

$$(a+b) = (a, b)$$

$$x = a+b$$

$$y = ab$$

$$\frac{63}{4} = 15 \frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \frac{12}{8} \quad \frac{12}{8}$$

$$\frac{1}{a}$$

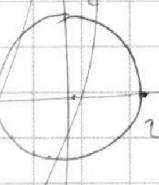
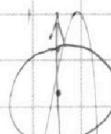
$$\frac{13}{11} \quad \frac{13}{11}$$

$$\frac{1+a}{a^2 - 6a + 1} = -\frac{283}{11}$$

$$\frac{a+1}{(a+1)^2 - 8a} = \frac{230}{281}$$

$$\frac{546}{230}$$

$$(63)$$



$$123 \frac{13}{13} - 13^2 - 8 \cdot 42 = 3969$$

$$1323 \frac{13}{13} - 13^2 - 8 \cdot 42 = 3969$$

$$441 \frac{13}{13} - 13^2 - 8 \cdot 42 = 3969$$

$$256$$

$$1 \frac{16}{16}$$

$$42 \frac{21}{21}$$

$$a \frac{a}{a}$$

$$320 + 16 = 1512$$

$$252 \frac{252}{161}$$

$$4032 \frac{4032}{441}$$

$$63 \frac{63}{63}$$

$$3969 \frac{3969}{3969}$$

$$-\frac{13}{182} \quad \frac{12}{182}$$

$$-\frac{182}{182}$$

$$\frac{659+1}{60^2 - 8 \cdot 59} = \frac{60}{60^2 - 8 \cdot 59}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

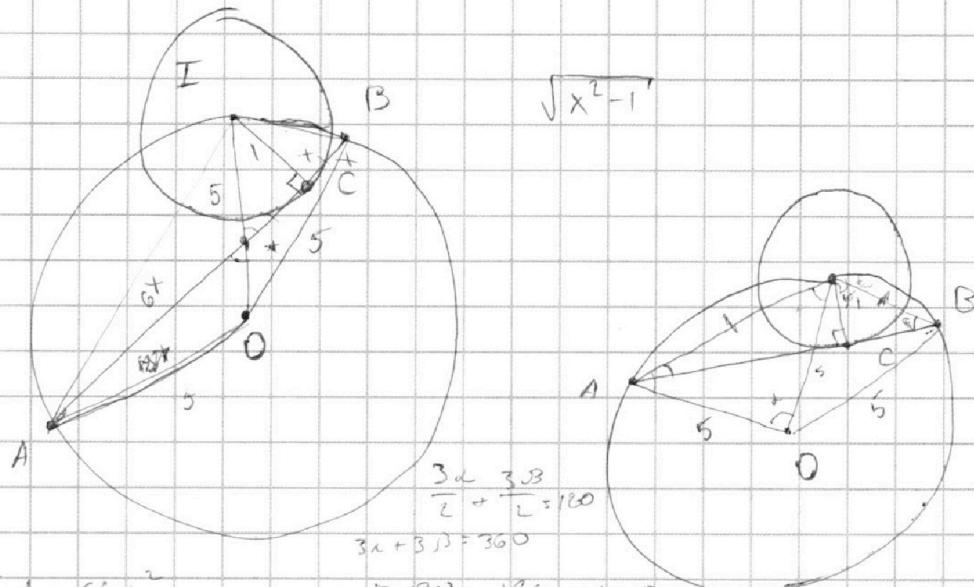
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3\alpha}{2} + \frac{3\beta}{2} = 180$$
$$3\alpha + 3\beta = 360$$

$$\alpha + \beta = 120 \quad 180 = \alpha + \beta$$

$$x^2 + 1 + 4gx^2 + 1 = 6gx^2$$

$$+4x^2 + 2 = 6$$

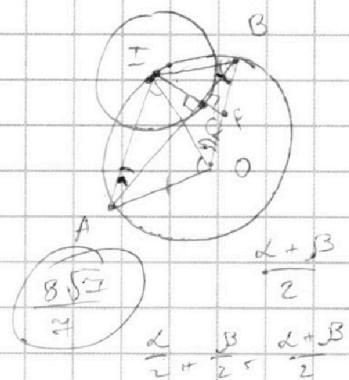
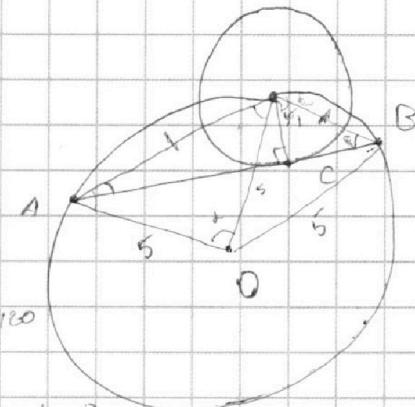
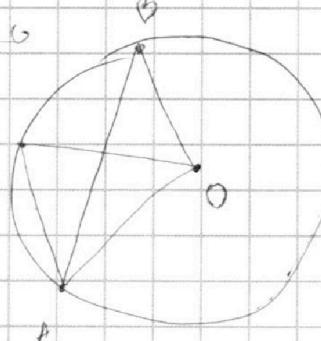
$$\sqrt{x^2 + 1}$$

$$2 = 14x^2$$

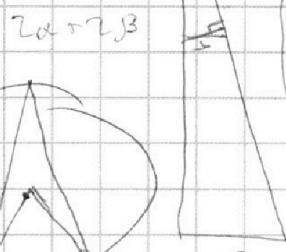
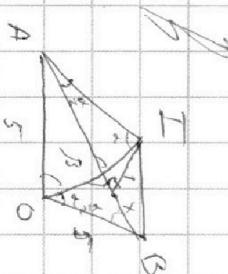
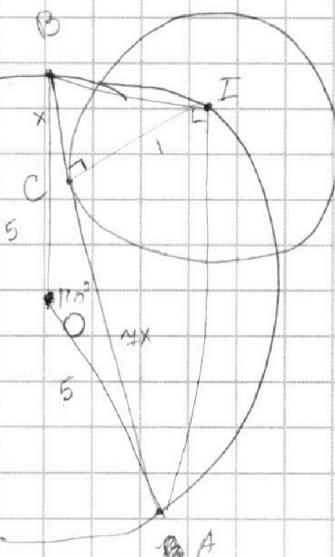
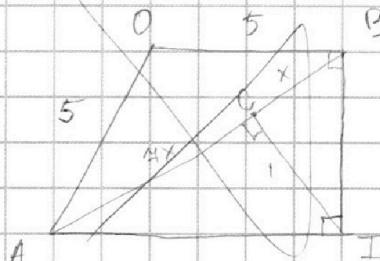
$$\frac{1}{7} = x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{7}}$$

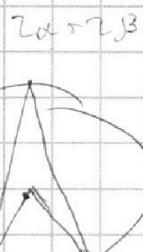
$$x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$



$$S_{BIA} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$



N



N

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(2)  $a+b = mx$

$$a^2 - 6abs + b^2 = my$$

$$(a+b)^2 - 8abs = my$$

$$mx^2 - 3abs = my$$

$$m^2x^2 - my = 8abs$$

$$m(mx^2 - y) = 8abs$$

Замена  $v = a+b$

$$v = abs$$

$$v = mx$$

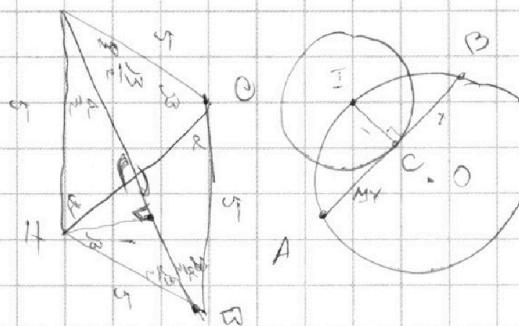
(4)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 < 4x$

Замена  $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}, a \geq 0$

$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}, b \geq 0$$

Реш

$$a - b = a^2 - b^2$$



$$\begin{array}{c|c} 1 & a=1 \\ \hline 2 & b=2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} 3 & 3 & 3 \\ \hline 1-12+4 & -8 & -8 \end{array}$$

$$m^2x^2 - my - 8abs = 0$$

$$D: y^2 + 4x^4 \cdot 8ab^2 -$$

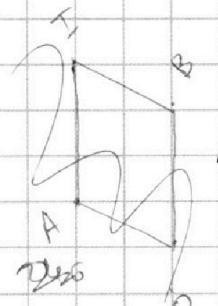
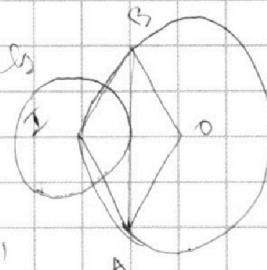
$$= y^2 + 32x^4abs$$

$$4 - 2 \cdot 4 = -9$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$\begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline x & u \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} x = \frac{u}{5} \\ x = \frac{1}{5} \end{array}$$

$$\sqrt{(x-1)(2x+3)} = \sqrt{\dots}$$



$$\begin{array}{c|c} 2 & b \\ \hline 1 & u \\ \hline 5 & 2 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 11+15,6 & 26,6 \\ \hline 41 & 2 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} 26,6 & 26,6 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 61 \\ \hline 2 & 61 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 61 \\ \sqrt{61} \approx 4,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 16,5 \\ \sqrt{16,5} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 25 \\ 5 \\ \hline 20 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 25 \\ 5 \\ \hline 20 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 25 \\ 5 \\ \hline 20 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 25 \\ 5 \\ \hline 20 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 25 \\ 5 \\ \hline 20 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(1)

$$abc = 2^m \cdot 4^{10} \cdot n$$

$\{n, z; x\}$  - нечет

$$bzc = 2^{17} \cdot 4^{17} \cdot z$$

$$x = 14$$

$\checkmark$  нечл.

$$ac = 2^{20} \cdot 4^{34} \cdot x$$

$$y = 10$$

$$a = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$abc \cdot bzc \cdot ac = 2^{(14+17+20)}$$

$$\cdot 4^{(10+17+34)}$$

$$c = 2^6 \cdot 4^{17} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$= 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$x \leq 14$$

$$a = 2^6 \cdot 4^{10}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$y \leq 10 \quad x = 8$$

$$b = 2^2 \cdot 4^0$$

$$2^{14} \geq 2x$$

$$34 - 2x \geq 14$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

$$x \leq 8,5$$

$$y \leq 15$$

$$b = 2^{34-2x} \cdot 4^{14-x-y}$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

$$x \leq 8,5$$

$$y \leq 15$$

$$b = 2^{34-2x} \cdot 4^{14-x-y}$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

$$x \leq 8,5$$

$$y \leq 15$$

$$b = 2^{34-2x} \cdot 4^{14-x-y}$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

$$x \leq 8,5$$

$$y \leq 15$$

$$b = 2^{34-2x} \cdot 4^{14-x-y}$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

$$x \leq 8,5$$

$$y \leq 15$$

$$b = 2^{34-2x} \cdot 4^{14-x-y}$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

$$x \leq 8,5$$

$$y \leq 15$$

$$b = 2^{34-2x} \cdot 4^{14-x-y}$$

$$10 - y \geq 0$$

$$51 - \text{нечелн}, \text{нечл}$$

$$14 - x \geq 0$$

$$y \geq 10$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \cdot ab = 2^{15} \cdot 4^{10} \cdot x \\
 & bc = 2^{17} \cdot 4^{14} \cdot y \\
 & ac = 2^{20} \cdot 4^{34} \cdot z \\
 & a^2 - 6abc + b^2 = m \cdot y \\
 & a^2 - 8abc = my \\
 & \frac{abc}{bc} = \frac{c}{a} = 2^3 \cdot 4 \cdot x \\
 & mx^2 - 8abc = y \\
 & m = \frac{y+8abc}{x^2} \\
 & c = 2^2 \cdot 4^6 \cdot a \\
 & ac = a \cdot 2^3 \cdot 4^4 \cdot \frac{y}{x} a = 2^{20} \cdot 4^{34} \cdot z \\
 & c = 2^2 \cdot 4^6 a \\
 & \frac{a^2 y}{x^2} = 2^{14} \cdot 4^{30} \\
 & a = 2^{14} \cdot 4^{30} \cdot x \cdot z \\
 & a = 2^8 \cdot 4^{15} \cdot \sqrt{\frac{2xz}{y}} \\
 & abc = 2^{25} \cdot 4^{32} \cdot \sqrt{2xyz} \\
 & abc = 2^{25} \cdot 4^{32} \cdot \sqrt{2xyz} - \text{минимум} \quad u \in N \\
 & a^2 b^2 = 2^{28} \cdot 4^{20} \cdot x^2 \\
 & 2^{14} \cdot 4^{30} \cdot x \cdot z \\
 & y \quad b^2 = 2^{28} \cdot 4^{20} \cdot x^2 \\
 & \frac{x^2 b^2}{y} = 2^{11} \cdot 4^{-10} \cdot x^4 \\
 & y = 2^2 \cdot 4^4 \cdot x^4 \\
 & b^2 = 2^2 \cdot 4^4 \cdot \frac{xy}{z} \\
 & b^2 = 2^2 \cdot 4^4 \cdot \frac{8 \cdot 4}{z} = 32 \\
 & b^2 = 2^5 \cdot 4^{24} \\
 & b = 2^5 \cdot 4^{12} \\
 & ac = 2^{40} \cdot 4^{44} \cdot z^2 \\
 & 2^{14} \cdot 4^{30} \cdot x \cdot z \\
 & y \quad c^2 = 2^{40} \cdot 4^{44} \cdot z^2 \\
 & \frac{x \cdot z}{y} \quad c^2 = 2^{23} \cdot 4^{44} \cdot z \\
 & c^2 = \frac{2^{23} \cdot 4^{44} \cdot z \cdot y}{x}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

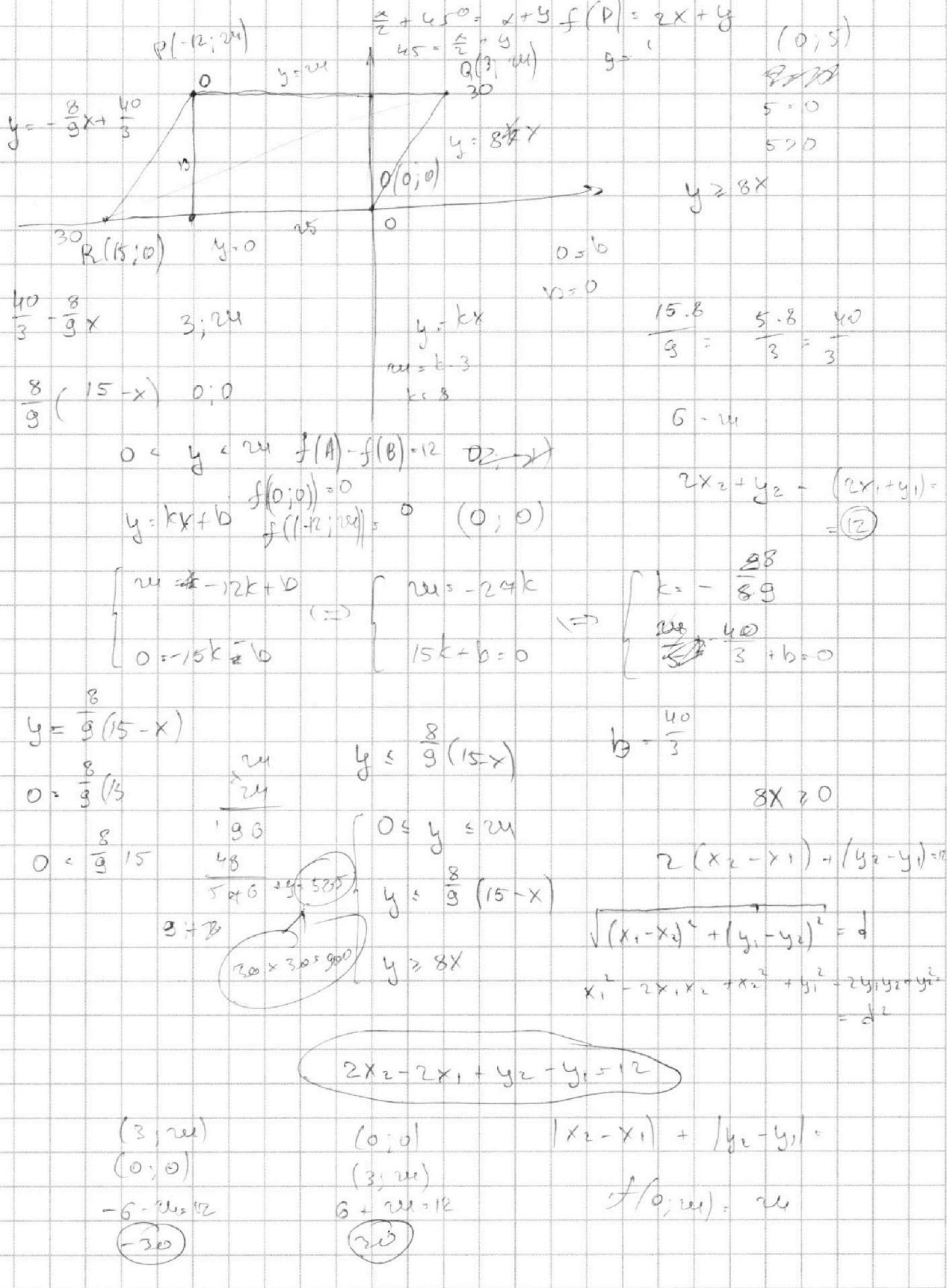
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{work}(a, b) = ab \\ & a \cdot b = \text{work} \\ & a + b = x \quad \text{work}(a, b) = 1 \\ & a^2 - 6ab + b^2 = \\ & D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2 \\ & 6b = 4\sqrt{2}b \\ & a = 2 \Rightarrow a + 3b = 2b\sqrt{2} = b(3 + 2\sqrt{2}) \\ & \frac{a+b}{x} = \frac{x}{b(3+2\sqrt{2})} \\ & (a+b)^2 - 8ab = x^2 - 8y = \\ & = a^2 - 3ab + b^2 - 3ab \\ & = a(a - 3b) + b(b - 3a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a + b \\ & (a+b)^2 - 8ab = x^2 - 8y = \text{work} \\ & a = 3b - 2b\sqrt{2} \\ & \frac{a+b}{(a-b(3+2\sqrt{2}))(a-b(3-2\sqrt{2}))} = (a+b; a^2 - 6ab + b^2) \\ & = (x-2\sqrt{2}y)(x+2\sqrt{2}y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{9}{8} \quad \frac{17}{17} \\ & \frac{17}{17} - 64 \cdot 3 = \frac{8}{8} \\ & = \frac{8}{64 - 128} = -\frac{1}{7} \\ & = \frac{1}{56} \end{aligned}$$

$$x = a + b^2$$
$$x^2 - (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 - a^2 - b^2 = 2ab$$