



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓ 1.  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ ,  $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ ,  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$ , мин  $abc$  - ?

произведение  $abc$  минимально когда числа  $a, b$  и  $c$  минимальны  
тогда, чтобы  $a, b$  и  $c$  были минимальными, возьмем

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{17}, \quad ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\frac{ab}{bc} = \frac{a}{c} = \frac{2^{14} \cdot 7^{10}}{2^{17} \cdot 7^{17}} = \frac{1}{2^3 \cdot 7^7} \Rightarrow c = 2^3 \cdot 7^7 a$$

$$\frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} = \frac{2^{17} \cdot 7^{17}}{2^{20} \cdot 7^{37}} = \frac{1}{2^3 \cdot 7^{20}} \Rightarrow a = 2^3 \cdot 7^{20} b \text{ и } c = 2^6 \cdot 7^{27} b$$

тогда  $bc = b^2 \cdot 2^6 \cdot 7^{27} = 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow b^2 \cdot 7^{20} = 2^{11}$

$$b = \sqrt{\frac{2^{11} \cdot 7^{20}}{7^{20}}}$$

$$a \cdot b \cdot c = b \cdot 2^3 \cdot 7^{20} \cdot b \cdot 2^6 \cdot 7^{27} \cdot b = 2^9 \cdot 7^{47} \cdot \sqrt{\frac{2^{11} \cdot 7^{20}}{7^{20}}} = 7^{17} \cdot 2^{25,5}$$

Ответ:  $7^{17} \cdot 2^{25,5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2} \cdot \frac{a}{b}$  - несократима  $\max m$  такое, что  $\left(\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}\right) : m = ?$

заменим, что  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{(a+b)}{(a+b)^2 - 8ab}$

пусть  $(a+b) : m$ , тогда  $(a+b)^2 : m$

по условию,  $((a+b)^2 - 8ab) : m \Rightarrow 8ab : m$

рассмотрим 3 случая:

1)  $a$  и  $b$  четные - это невозможно т.к. иначе дробь  $\frac{a}{b}$  - сократима

2)  $a$  - нечетное,  $b$  - четное (или наоборот); т.к. дробь  $\frac{a}{b}$  - несократима, у  $a$  и  $b$  нет общих делителей, но  $(a+b) : m$ ,

значит  $\begin{cases} a \equiv x \pmod{c} \\ b \equiv y \pmod{c} \end{cases}$  - тогда сумма  $(a+b)$  будет делиться на  $c$   
 $x+y=c$

но если  $x+y=c$ , то  $y=c-x$ ,  $b \equiv (c-x) \pmod{c} \Leftrightarrow b \equiv -x \pmod{c}$

если  $a \equiv x \pmod{c}$  и  $b \equiv -x \pmod{c}$ , то  $a$  и  $b$  одной четности - противоречие

3)  $a$  и  $b$  нечетные и у них нет общих нечетных делителей  $\Rightarrow$

$\Rightarrow (a+b) : m$ , где  $m$  - четное т.к. нечетное + нечетное = четное

т.к.  $(8ab) : m$ , где  $m$  - четное, а  $a \cdot b$  - нечетное, то  $\max m = 8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

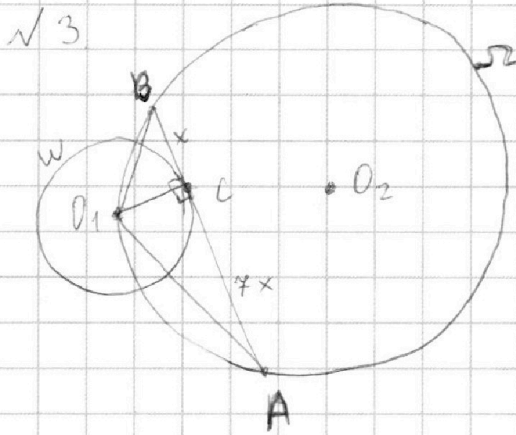
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = 7$$

$$R_w = R_1 = 1$$

$$R_\Omega = R_2 = 5$$

AB-?

$O_1$  - центр  $w$ ,  $O_2$  - центр  $\Omega$

пусть  $BC = x$ , тогда  $AC = 7x$

$\triangle ABO_1$  вписан в окружность  $\Omega$ , тогда по Th синусов

$$\frac{AB}{\sin \angle AO_1B} = 2R_2 = 10 \quad \sin \angle AO_1B = \frac{AB}{10} = \frac{8x}{10}$$

$O_1C \perp AB$  т.к.  $AB$  - касательная к  $w$ ,  $O_1C = R_1 = 1$

по Th Пифагора в  $\triangle O_1CB$ :  $O_1B = \sqrt{O_1C^2 + CB^2} = \sqrt{x^2 + 1}$

по Th Пифагора в  $\triangle O_1CA$ :  $O_1A = \sqrt{O_1C^2 + AC^2} = \sqrt{49x^2 + 1}$

$$S_{\triangle ABO_1} = \frac{1}{2} \cdot O_1A \cdot O_1B \cdot \sin \angle BO_1A = \frac{1}{2} \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)} \cdot \frac{8x}{10}$$

$$S_{\triangle ABO_1} = \frac{1}{2} O_1C \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 8x$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} \cdot \frac{8x}{10} = \frac{1}{2} \cdot 8x \quad \sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10 \text{ т.к. } x > 0$$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$ , пусть  $x^2 = a \geq 0$ , тогда

$$49a^2 + 50a - 99 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 & - \text{подходит} \\ a = \frac{-50}{49} & - \text{не подходит} \end{cases}$$

$$x^2 = a = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ т.к. } x > 0, \text{ тогда } AB = 8x = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$D. P. 3.: \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \\ (x+1)^2 + x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

пусть  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a$  и  $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b$ , ~~тогда~~  $a, b \geq 0$ , тогда

$$a - b = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad \text{рассмотрим 2 случая:}$$

1)  $a - b = 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2$ , сделаем обратную замену:

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 - 7x = 0 \quad x = \frac{2}{7} \quad \text{подходит}$$

2)  $a - b \neq 0 \Rightarrow$  ~~получим~~ поделив уравнение  $a - b = (a - b)(a + b)$  на

$(a - b) \neq 0$ , получим, что  $a + b = 1$ , сделаем обратную замену:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$-(7x + 3) = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$49x^2 + 42x + 9 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 + 34x + 5 = 0 \quad D = 34^2 - 4 \cdot 5 \cdot 41 = 336$$

$$x_1 = \frac{-34 + \sqrt{336}}{82} = \frac{-34 + 4\sqrt{21}}{82} = \frac{-17 + 2\sqrt{21}}{41}$$

$$x_2 = \frac{-34 - \sqrt{336}}{82} = \frac{-17 - 2\sqrt{21}}{41}; \quad 2\sqrt{21} < 17 \Rightarrow x_1, x_2 < 0 \Rightarrow \text{они}$$

$$\text{Вывод: } x = \frac{2}{7}, x = \frac{-17 + 2\sqrt{21}}{41}, x = \frac{-17 - 2\sqrt{21}}{41}$$

подходят  
по Д. П. 3.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓ 6. все значения  $a$ , при которых  $y$  системы

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \text{ равно 2 решениям?}$$

заменим, что  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$  когда

$$1) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$

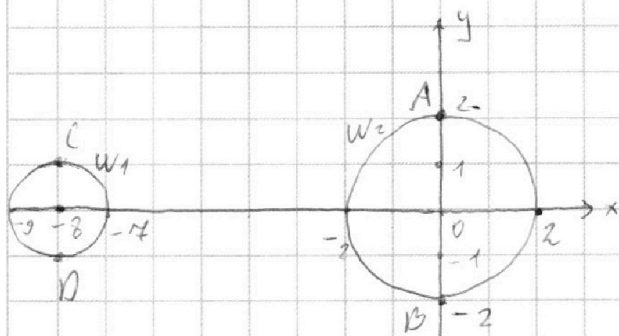
$$2) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

заменим, что данные неравенства соответствуют графикам

окружностей  $W_1$  с центром  $(-8; 0)$  и радиусом 1 и

окружности  $W_2$  с центром  $(0; 0)$  и радиусом 2

изображен на графике.



решению 1) системы неравенств

соответствует область

внутри  $W_1$  (включая её

границы), а решение сис-

темы 2) -  $W_2$  (включая её границы)

заменим, что выражение  $ax - y + 10b = 0$  - это

уравнение прямой  $y = ax + 10b$

Чтобы данная система имела равно 2 решения, прямая

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y = ax + 10b$  должна касаться каждой окружности в  
1 точке. Всего есть 4 варианта касательной. Пусть есть

точки  $A(0; 2)$ ,  $B(0; -2)$ ,  $C(-8; 1)$ ,  $D(-8; -1)$

1) касательная AC, подставим координаты точек в

уравнение прямой  $y = ax + 10b$

$$\begin{aligned} 2 &= 0 + 10b & b &= \frac{1}{5} \\ 1 &= -8a + 2 & a &= \frac{1}{8} \end{aligned} \Rightarrow y = \frac{1}{8}x + 2$$

2) касательная AD:

$$\begin{aligned} 2 &= 0 + 10b & b &= \frac{1}{5} \\ -1 &= -8a + 2 & a &= \frac{3}{8} \end{aligned} \Rightarrow y = \frac{3}{8}x + 2$$

3) касательная BD:

$$\begin{aligned} -2 &= 0 + 10b & b &= -\frac{1}{5} \\ -1 &= -8a - 2 & a &= -\frac{1}{8} \end{aligned} \Rightarrow y = -\frac{1}{8}x - 2$$

4) касательная BC:

$$\begin{aligned} -2 &= 0 + 10b & b &= -\frac{1}{5} \\ 1 &= -8a - 2 & a &= -\frac{3}{8} \end{aligned} \Rightarrow y = -\frac{3}{8}x - 2$$

Ответ:  $\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, -\frac{3}{8}$

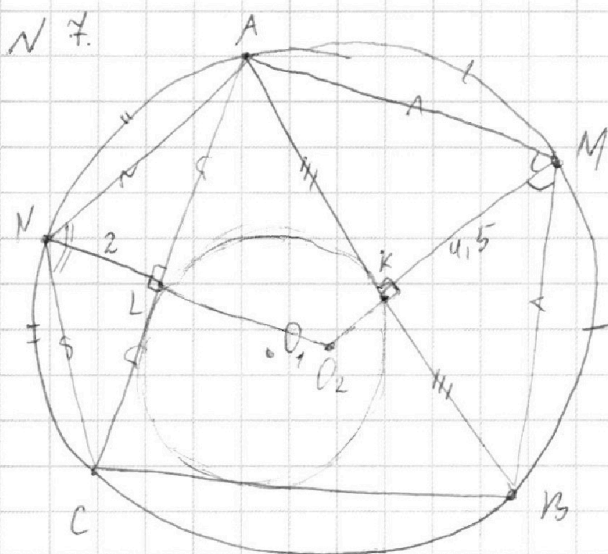
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sphericalangle MA = \sphericalangle MB$$

$$\sphericalangle NA = \sphericalangle NC$$

$$MK = 4,5 \quad NL = 2$$

~~Найти~~  $AO_1$ ? ( $O_1$  - центр впис. окружности  $\triangle ABC$ )

т.к.  $\sphericalangle MA = \sphericalangle MB$ , то  $AM = MB$ , аналогично  $CN = AN$

т.к.  $MK$  - высота в равнобедренном треугольнике, то

$$AK = KB \quad \text{и} \quad \sphericalangle AMK = \sphericalangle B MK$$

аналогично  $AL = CL$  и  $\sphericalangle ANL = \sphericalangle CNL$

центр описанной вокруг треугольника окружности - пересечение серединных перпендикуляров  $\Rightarrow MK$  пересечет  $NL$  в

центре описанной около  $\triangle ABC$  окружности  $O_1$ ,  $O_1 M = O_1 N$

центр вписанной окружности - пересечение биссектрис,

$$AO_2 = \frac{3}{4} \text{ биссектрисы угла } A$$





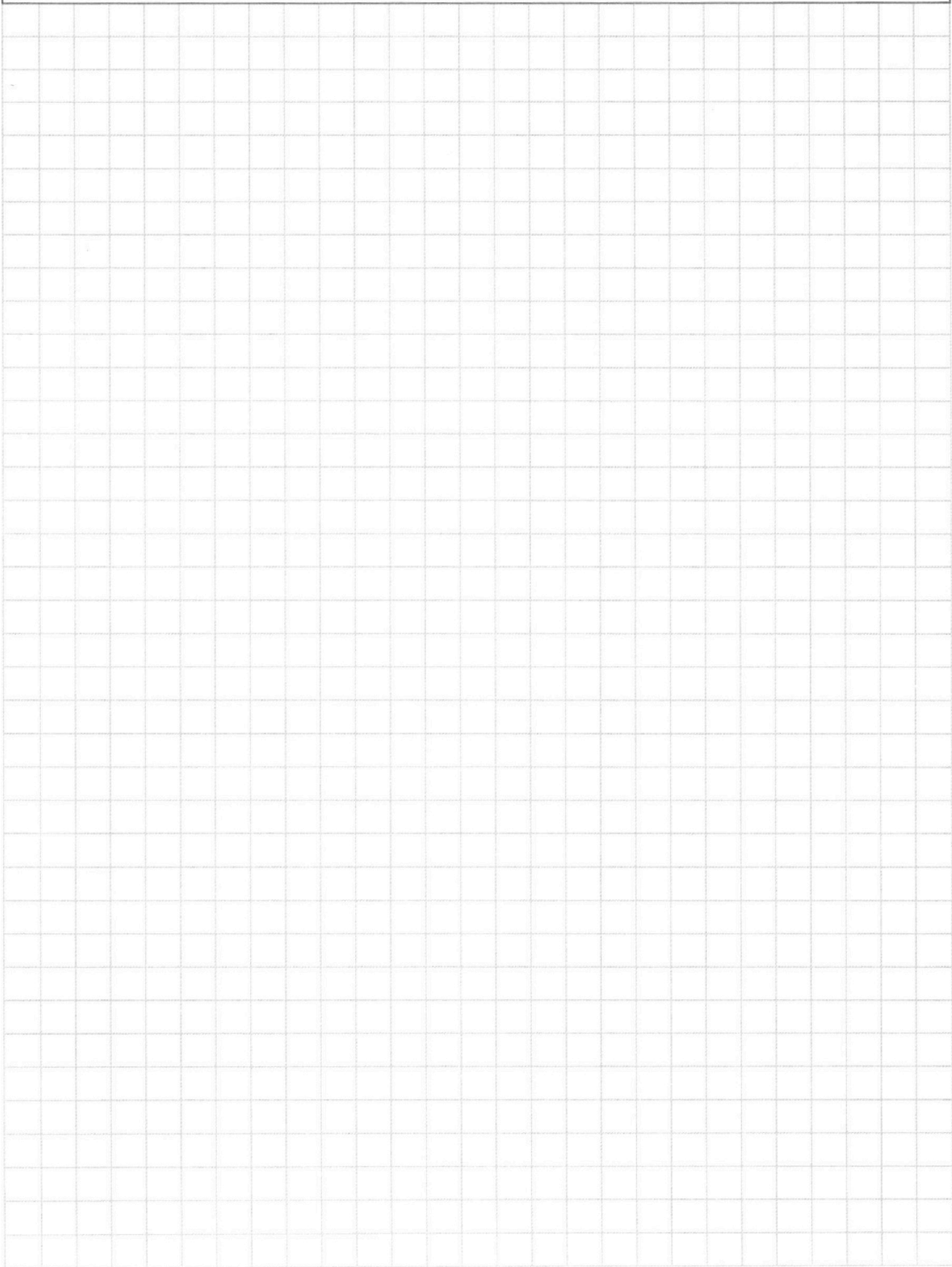
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



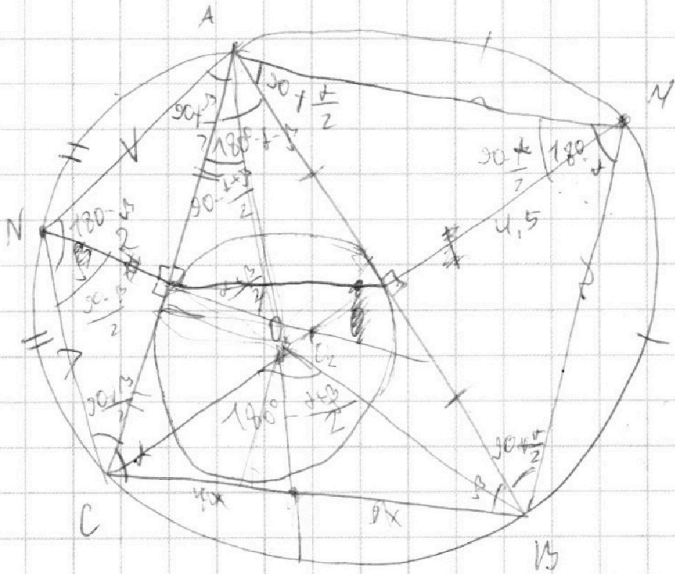
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$VMA = VMNB$$

$$VNA = VNC \quad \frac{AB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$AD = ? \quad S = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot AB = 4,5R \cdot AB \sin \alpha$$

$$M \text{ го } AB = 4,5$$

$$S = \frac{1}{2} AM^2 \sin \alpha$$

$$N \text{ го } AC = 2$$

$$AB = 9 \quad AC = 4$$

$$4,5 AB = AM^2 \sin \alpha$$

$$NO_2 = MO_2$$

$$640 = 2 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 10$$

$$= 2^2 \cdot 2^4 \cdot 10 = 2^6 \cdot 10$$

$$= 2 \cdot 26 \cdot 5$$

$$lc = \frac{2bc \cos \alpha}{b+c}$$

$$ax - y + 10b = 0$$

$$(x+b)^2 + y^2 - 1 = 0 \quad (x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$(x+b)^2 + y^2 = 1 \quad x^2 + y^2 = 4$$

$$1) (x+b)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 \geq 0$$

$$(x^2 + b)^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + y^2 \geq 4$$

объем: маленькое

существование XE

$$X \in (-3; -1) \quad Y \in (-1; 1)$$

$$2) (x^2 + b)^2 + y^2 - 1 > 0$$

$$x^2 + y^2 < 0$$

объем: большая

существование

$$X \in (-2; 2) \quad Y \in (-2; 2)$$

$$2 = 10b \quad b = \frac{1}{5}$$

$$1 = -2a + 2 \quad a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$$

$$1) (x+b)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + (ax + 10b)^2 - 4 \geq 0$$

$$(x+b)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$(x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1) \leq 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (20ab + 16)x + 100b^2 + 63 \leq 0$$

$$D = 400a^2b^2 + 40 \cdot 16ab + 256 - 4(a^2 + 1)(100b^2 + 63) =$$

$$= 4(100a^2b^2 + 100b^2 + 63a^2 + 63) = 640ab + 400b^2 + 256a^2 + 4 \cdot 4a^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab} \quad a+b \equiv m \quad (a+b)^2 \equiv m \quad 2ab \equiv m$$

- 1)  $a, b$  - четн  $b$
- 2)  $a$  - четн,  $b$  - нечетн - не подходит делителю
- 3)  $a$  - четн,  $b$  - четн  $a+b \equiv m$   
 $a$  - нечетн,  $b$  - нечетн

$$a \equiv x \pmod{c} \quad b \equiv y \pmod{c} \quad x+y \equiv c \pmod{c} \Rightarrow b \equiv -x \pmod{c} \Rightarrow \text{они имеют четность}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

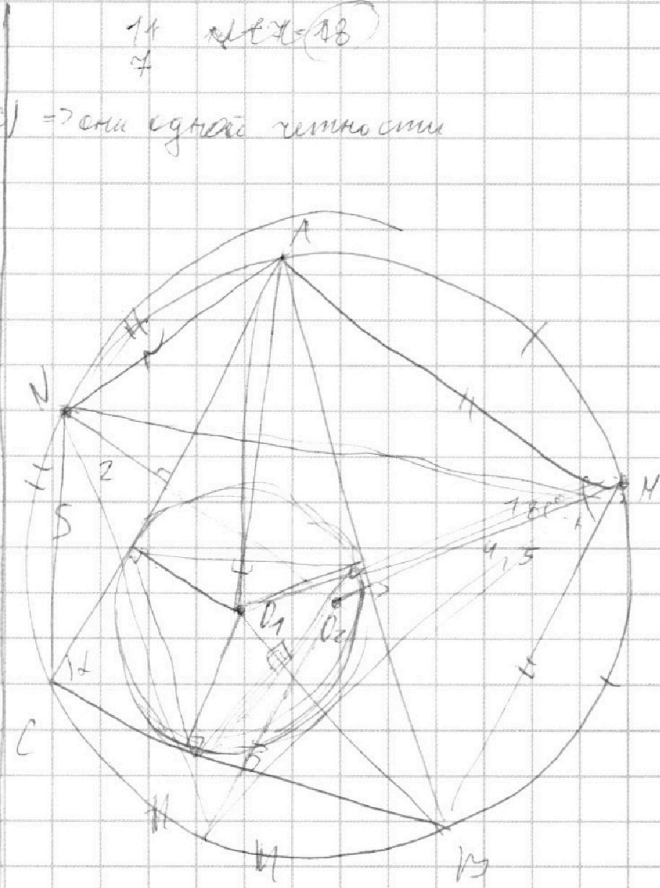
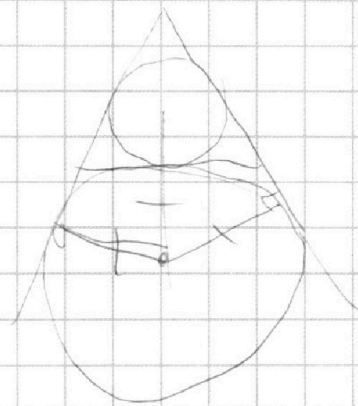
$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$y_2 = 12 + y_1 - 2(x_2 - x_1)$$

$$x_2 = \frac{12 - (y_2 - y_1)}{2} + x_1$$

$$y_2 = 12 + y_1 - 2x_2 + y_1$$

$$2x_1 - y_1 = 12 - 2x_2 + y_2$$



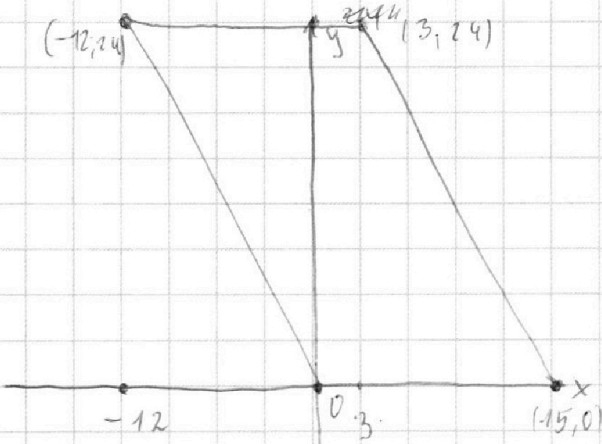
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$

$$A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$a = x_2 - x_1 \quad b = y_2 - y_1$$

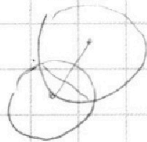
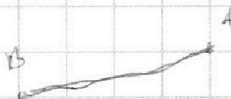
$$2a + b = 12$$

$$144 = 4(x_2 - x_1)^2 + 4(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) + (y_2 - y_1)^2$$

1) на 1 вершине  $\Rightarrow$  x-ординатный

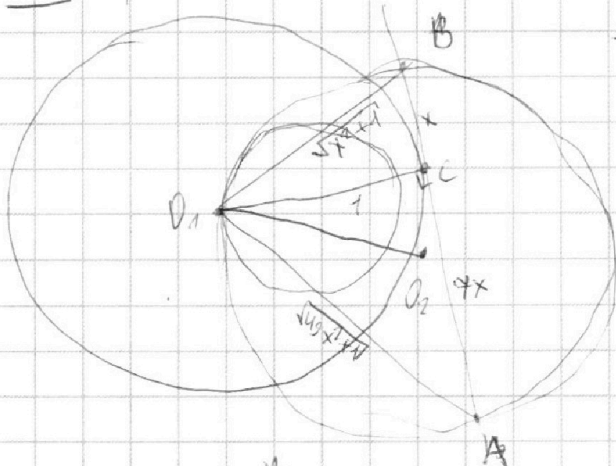
$$y_2 = 12y_1$$

$$A(5, 3) \quad B(1, 2)$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ 49 \\ \hline 147 \\ 147600 \\ \hline 14764 \\ 14764 \\ \hline 15404 \end{array}$$

$\sqrt{43}$



$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad AC = 7BC$$

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = 5$$

$$AB = ?$$

$$\frac{8x}{\sin \alpha} = 10 \quad \sin \alpha = \frac{8x}{10}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sin \alpha = \frac{7}{2} 8x$$

$$\sqrt{(x^2 + 1)(49x^2 + 1)} \cdot \frac{8x}{10} = 8x$$

$$\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$49a^2 + 50a - 99 = 0$$

$$a_1 + a_2 = -\frac{50}{49}$$

$$a = 1 \text{ или } a = -\frac{99}{49}$$

$$D = 2500 - 4 \cdot 49 \cdot 99$$

$$D = 2500 - 19602 = -17102$$

$$a = 1 \quad a = -\frac{99}{49} \quad x = 1$$

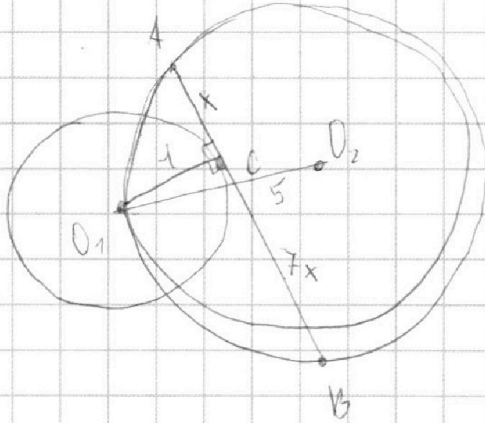
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = ax + 10b$$

$$\begin{aligned} 1) \quad 2 &= 0 + 10b & b &= \frac{1}{5} \\ 1 &= -8a + 2 & a &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{8}x + 2$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 2 &= 0 + 10b & b &= \frac{1}{5} \\ -1 &= -8a + 2 & a &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

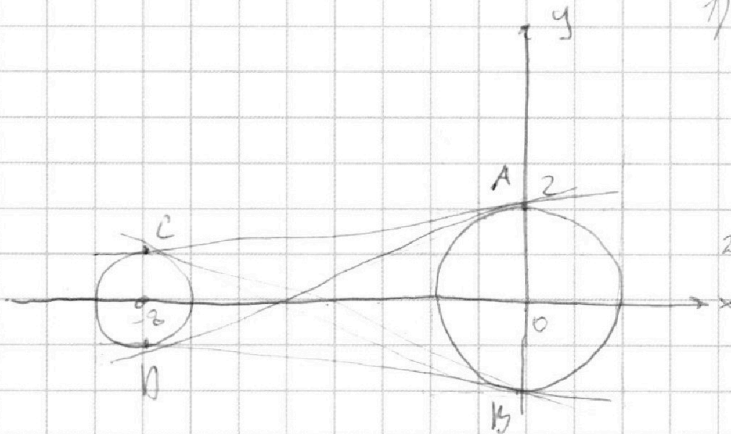
$$y = \frac{3}{8}x + 2$$

$$\begin{aligned} 3) \quad -2 &= 0 + 10b & b &= -\frac{1}{5} \\ -1 &= -8a - 2 & a &= -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$y = -\frac{1}{8}x - \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad 2 &= 0 + 10b & b &= \frac{1}{5} \\ 1 &= -8a + 2 & a &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{8}x + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4.  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$a - b = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$     1)  $a - b = 0$

1)  $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$

$a^2 - b^2 = 0$

$2 - 7x = 0 \quad x = \frac{2}{7}$

$4 \frac{1}{4} = 164$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 34 \\ \hline 34 \\ 136 \\ \hline 102 \\ 1156 \\ \hline 820 \\ \hline 336 \end{array}$$

2)  $a + b = 1$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 38 \\ \hline 38 \\ 304 \\ \hline 114 \\ \hline 1444 \\ \hline 1180 \\ \hline 264 \end{array}$$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$

$-7x - 2 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad -7x - 3 = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$49x^2 + 42x + 9 = 8x^2 + 8x + 4$

~~$45x^2 + 38x + 5 = 0$~~

~~$D = 38^2 - 20 \cdot 45 = 1444 - 900 = 544$~~

~~$x = \frac{-38 \pm 2\sqrt{136}}{90}$~~

~~$264 \cdot 22 \cdot 132 \cdot 4 \cdot 04$~~

$$\begin{array}{r} 28 \\ 45 \\ \hline 140 \\ 112 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$41x^2 + 34x + 5 = 0$

$D = 34^2 - 20 \cdot 41 = 1156 - 820 = 336$

$x = \frac{-34 \pm 4\sqrt{21}}{82} = \frac{-17 \pm 2\sqrt{21}}{41}$

$x = \frac{-17 - 2\sqrt{21}}{41} > \ast$     *не подходит*

3)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$D = 25 - 24 = 1$

$x = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow x = 1 \text{ or } x = \frac{3}{4}$      $x \in (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$

$2x^2 + 2x + 1 = 0$

$D = 4 - 8 = -4 < 0$

$\frac{\pm 2 \pm \sqrt{4 - 8}}{4} = \frac{\pm 2 \pm 2i}{4} = \frac{\pm 1 \pm i}{2}$

$x^2 - 2.5x + 1.5 = 0$

$x \pm 2.5 = 0$

$\frac{\pm 2.5 \pm \sqrt{6.25 - 6}}{2} = \frac{\pm 2.5 \pm 0.5}{2} = 1 \text{ or } 1.5$

~~$\sqrt{2.5 \pm 0.5} = 0$~~

~~$\sqrt{2.5 \pm 0.5} = 2 \cdot 2.0$~~

~~$\sqrt{2.5 \pm 0.5} = 2.0$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1.  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$      $bc = 2^{14} \cdot 7^{14}$      $ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$

$$\frac{ab}{bc} = \frac{a}{c} = \frac{2^{14} \cdot 7^{10}}{2^{14} \cdot 7^{14}} = \frac{1}{2^3 \cdot 7^4}$$

$$c = 2^3 \cdot 7^4 a \qquad 33 = 2 \cdot 16,5 + 0,5 = 25,5$$

$$\frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} = \frac{2^{14} \cdot 7^{14}}{2^{20} \cdot 7^{34}} = \frac{1}{2^6 \cdot 7^{20}} \qquad a = 2^3 \cdot 7^{20} b \qquad c = 2^6 \cdot 7^{24} b$$

$$b^2 \cdot 2^6 \cdot 7^{24} = 2^{14} \cdot 7^{14}$$

$$b^2: 2^{14} \Rightarrow b^2: 2^{12} \Rightarrow b = 2^6 \qquad c = 2^{12} \cdot 7^{24} \qquad a = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$abc = 2^{27} \cdot 7^{44} \qquad \sqrt{\frac{2^{11} \cdot 2^{11} \cdot 2^{11}}{7^{20} \cdot 7^{20} \cdot 7^{20}}} = \sqrt{\frac{2^{33}}{7^{60}}}$$

2.  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-4ab} = \frac{a+b}{a^2-6ab+9b^2-6b^2} = \frac{a+b}{(a-3b)^2-6b^2}$

$$= \frac{a+b}{(a-(3+2\sqrt{2})b)(a+(2\sqrt{2}-3)b)}$$

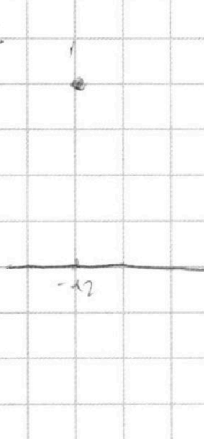
$$\frac{a}{b} = k \quad a = kb \qquad \frac{kb+b}{k^2b^2-6kb^2+b^2} = \frac{b(k+1)}{b^2(k^2-6k+1)} = \frac{k+1}{b(k^2-6k+1)}$$

$$\begin{array}{r} k^2-6k+1 \mid k+1 \\ -k^2+k \quad \mid k+7 \\ \hline -7k+1 \\ -7k+7 \\ \hline -6 \end{array}$$

$$k^2-6k+1 = (k+1)(k+7) - 6$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{9+7}{8+10}$$



max 1 минута  
1)  $m, m \times a+b = m$   
 $a \cdot b = m$

2)  $m, m \quad a+b = m$   
 $a \cdot b = m$   
 $m, m = m$

$$a+b = m \qquad a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab = m$$

$$8ab = m \qquad ab = \frac{m}{8}$$

$$8ab = c \cdot m$$

$$a = \frac{c \cdot m}{8b}$$

$$\frac{cm}{8b^2} = \frac{a}{b}$$

$$m = 8$$