



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итого $ab : 2^{15} 7^{11}$ $bc : 2^{17} 7^{10}$ $ac : 2^{23} 7^{39}$

||

$2/12$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{15+17+23} 7^{11+10+39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} 7^{68}$$

||

м.к. abc, c, a

$$abc : 2^{27} 7^{34}$$

$$\Rightarrow abc : 2^{28} 7^{34}$$

$$\Downarrow \text{м.к. } ac : 2^{23} 7^{39}$$

Наименьшее

$$\Leftarrow abc : 2^{28} 7^{39}$$

Отв: $abc = 2^{28} 7^{39}$

Пример:

$$a = 2^{10} 7^{11}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{13} 7^{28}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ сократима на $m, m \in \mathbb{N}$

и $\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}$ сократима на m

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$\frac{9ab}{a+b}$ сократима на m .

Итак, рассмотрим НОД

~~$(ab, a+b) =$~~

$$(a, a+b) = (a, b) = 1$$

$$(b, a+b) = (a, b) = 1$$

$$(ab, a+b) = 1$$

Значит $\frac{9ab}{a+b}$ сократима максимум на 9

пример $a=4, b=5$

$(ab, a+b) = 9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

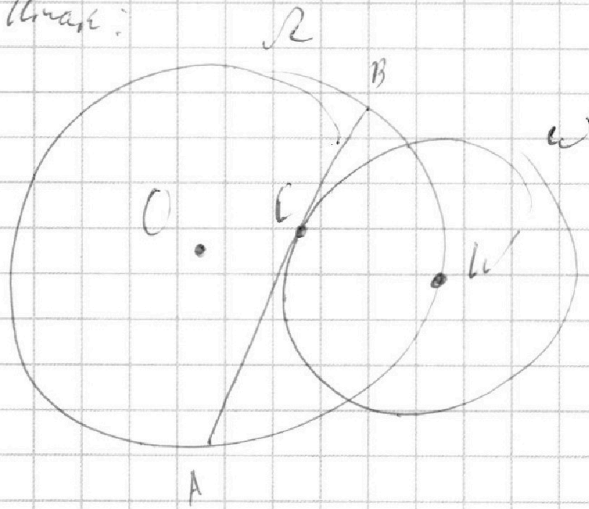
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Итак:



$\frac{3}{2}$
Пусть центр $R-O$

$A \in \omega - \omega$

Пересечем BC на BC

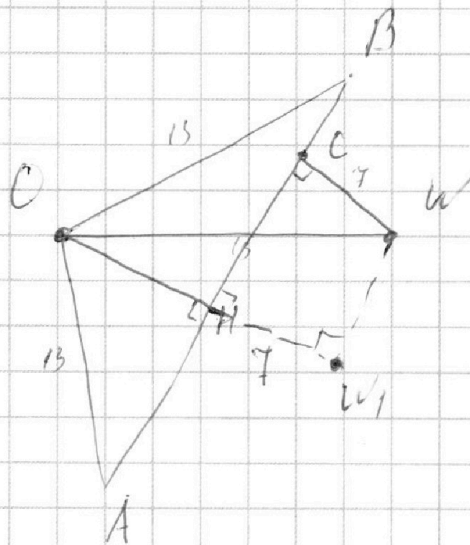
$$OB = OW = OA = 13$$

$$WC = 7 \text{ — радиус}$$

$$\text{Пусть } AC = 17x$$

$$\text{тогда } CB = 7x$$

из условия



Итак выучим из $C \perp K AB - CH -$

выс в $\triangle ACB$, $CH \perp AB$ по опр

$$CH \text{ — медиана} \Rightarrow AH = HB = \frac{17x \cdot 7x}{2} = 12x$$

Тогда по теореме Пифагора в $\triangle CHB$

$$CH^2 = 13^2 - 12x^2$$

$$HC = HB - CB = 12x - 7x = 5x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда по формуле для косинусов

4/12

Тогда $\cos \angle H$ на 7 тогда.

$\triangle H W W_1 H$ - прямоугольный по

формуле

$$\angle O W_1 W = 90^\circ \quad W W_1 = CH$$

По теореме Пифагора для $\triangle O W W_1$

$$O W^2 = O W_1^2 + W W_1^2$$

$$13^2 = \left(7 + \sqrt{13^2 - 12^2 x^2}\right)^2 + 25x^2$$

$$13^2 = 49 + 14\sqrt{13^2 - 12^2 x^2} + 13^2 - 12^2 x^2 + 25x^2$$

$$(12^2 - 25)x^2 = 7 \cdot 17x^2 = 14\sqrt{13^2 - 12^2 x^2} + 49$$

$$17x^2 = 2\sqrt{13^2 - 12^2 x^2} + 7$$

$$17x^2 - 7 = 2\sqrt{13^2 - 12^2 x^2}$$

$$17^2 x^4 - 2 \cdot 17 \cdot 7 x^2 + 7^2 = 26^2 - 24^2 x^2$$

$$17^2 x^4 + (24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7) x^2 - 19 \cdot 33 = 0$$

Тогда $x = 1$

$$17^2 + 24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 - 26^2 + 7^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2 (17 - 7)^2 = 20 - 24^2$$

3/12

$$100 = 100$$

верно

$$x = 1$$

||

Длина 24

Объём: 24

видно из ур., что по теор
Вторая координата < 0

$$\text{но } x \geq 0$$

||
не разрешено

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad 6/12$$

Решим:

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 36 - 6 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$

$$D = 9 - 12 < 0$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} > 0$$

$$\frac{(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1})(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 1 - 9x$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 1 - 9x$$

$$\frac{(1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} - 1)}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 1 = 9x \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad (*) \end{array} \right.$$

$$(*) \quad 3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 3x^2 + 3x + 1 = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{\quad}\sqrt{\quad} \geq 6x^2 - 3x + 2 \quad \frac{7}{12}$$

Д-м $6x^2 - 3x + 2 = 0$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 6 < 0$$

⇓

решений нет.

⇓

Ответ: $\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

8/12

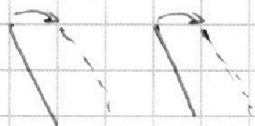
$$2x_2 + y_2 = 14 + (y_1 + 2x_1)$$

Если $y_2 + 2x_2 = \text{const}$ то $y_1 + 2x_1$ - тоже
при том же значении const , где

$y_2 + 2x_2 = \text{const}$ - это прямая с углов.

коэф. -2 , при том если $y_2 + 2x_2 \uparrow$
на какую-то величину то и $y_1 + 2x_1$ увели-
на эту же величину т.е.

фактически мы двигаем две параллельные
прямые.



при том

у параллелограмма боковые стороны по-

услонно $-\frac{26}{13} = -2$ тогда можно

рассчитать каково такое const .

Итак при $y_1 + 2x_1 = 0 \Rightarrow y_2 + 2x_2 = 14$

т.е. проходит прямая через $(0;0)$ и $(7;0)$

Итак когда $y_1 + 2x_1$ прямая проходит через

точку $(n;0)$, где если $n \in \mathbb{Z}$ то
вариантов не бывает только -14 , если

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Через точку (м/с) $m = 7 + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{12}$

то 13 или через (к/с) то

она же на ней ползу означив точку

Можно кол-во верных ответов

$$\text{очки} = 14 \cdot 10 + 13 \cdot 9 =$$

$$= 1980 + 169 \cdot 9 = 1980 + 1521 =$$

$$= 3501$$

ОТВ: 3501.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 2b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases} \quad 10/12$$

Вназ (1) ур. задают множество
различных прямых на плоскости,
а ~~(2)~~ (2) ~~с условием~~ ~~прямых~~

$$x^2 + y^2 = 1 \quad - \text{окр. с рад } 1 \text{ и ц. } b(0)0$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16 \quad - \text{окр. с рад } 4 \text{ и ц. } b(0)12$$

видно, что они не пересекаются

$$\text{при том для } x^2 + y^2 - 1 \text{ или}$$
$$x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \text{ внутри}$$

соответствующей окр., а с наружи

> 0 . В результате не могут

прямой которая не имеет точек

окружностей - решений

либо \Downarrow было 2 разных точки
2 точки в ней на окр.

очевидно, что единственной
случай когда это возможно -
общи касательная к окр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

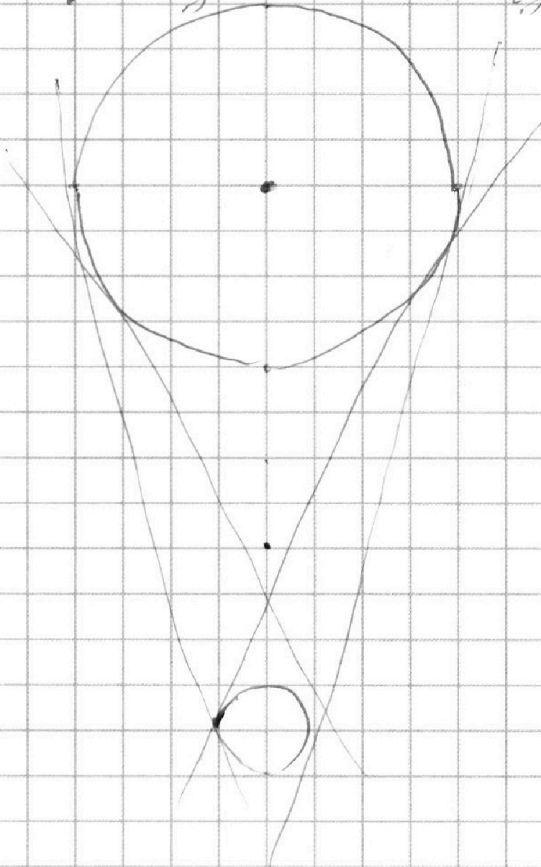
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



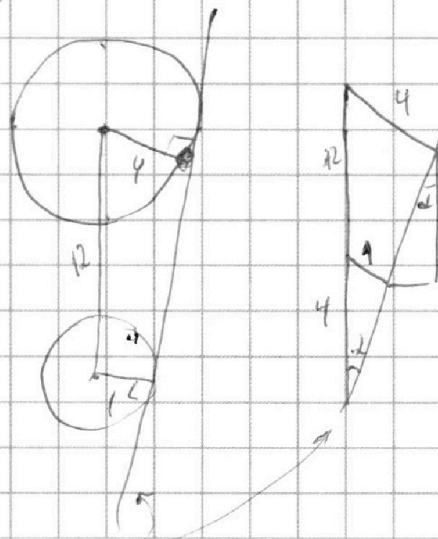
Определить наименьший угол γ при $\alpha = 11^\circ 12'$



они симметричны.

Рассмотрим новый

случай:

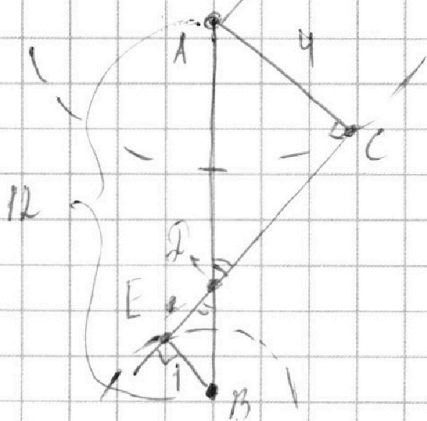


коэф наклона = $\text{ctg} \alpha = -a$

$\text{ctg} \alpha = \sqrt{16-1} = \sqrt{15}$

из симметрии второй $-\sqrt{15}$

Рассмотрим другой случай



из подобия $\triangle BED$ и $\triangle ACD$

$BD = 2,4$

по теореме Пифагора $ED = \sqrt{2,4^2 - 1} =$
 $= \sqrt{4,76} = \frac{4}{100} \sqrt{119}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

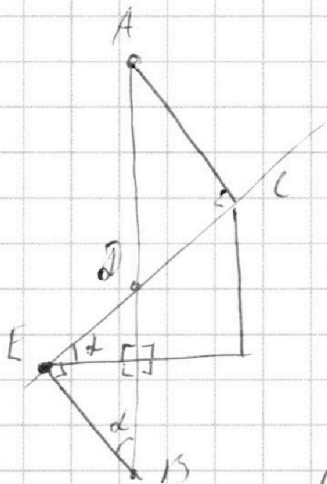
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\lg(\angle C \text{ в } \triangle BCD) = \frac{4\sqrt{119}}{100}$$

12/12



Важно, что $-\alpha = \lg d =$

$$= \lg \angle C \text{ в } \triangle BCD = \frac{4\sqrt{119}}{100}$$

и следовательно еще будет вар
C -

ОТВ:

$$\begin{cases} a = \pm \sqrt{15} \\ a = \pm \frac{\sqrt{119}}{15} \end{cases}$$



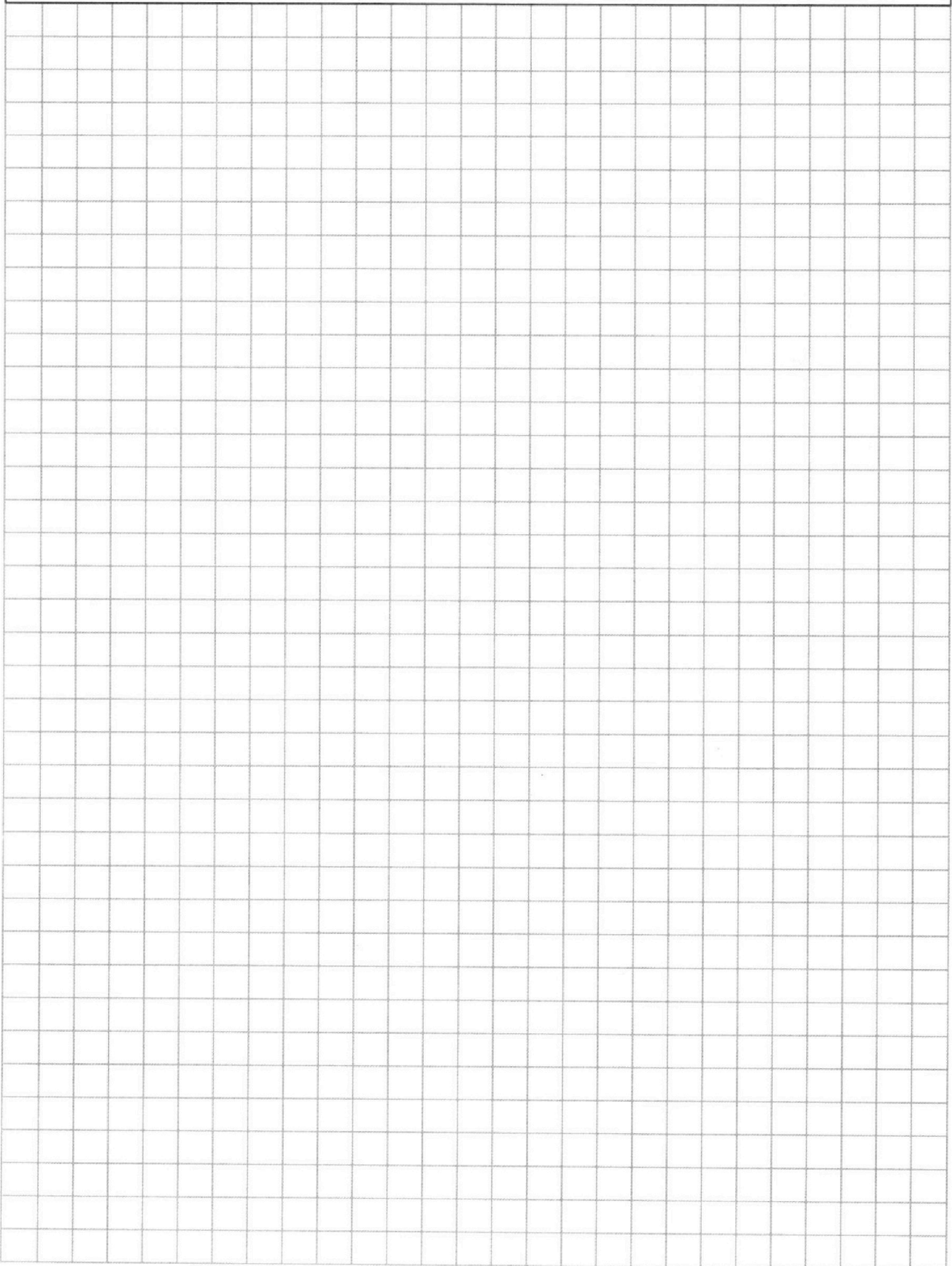
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





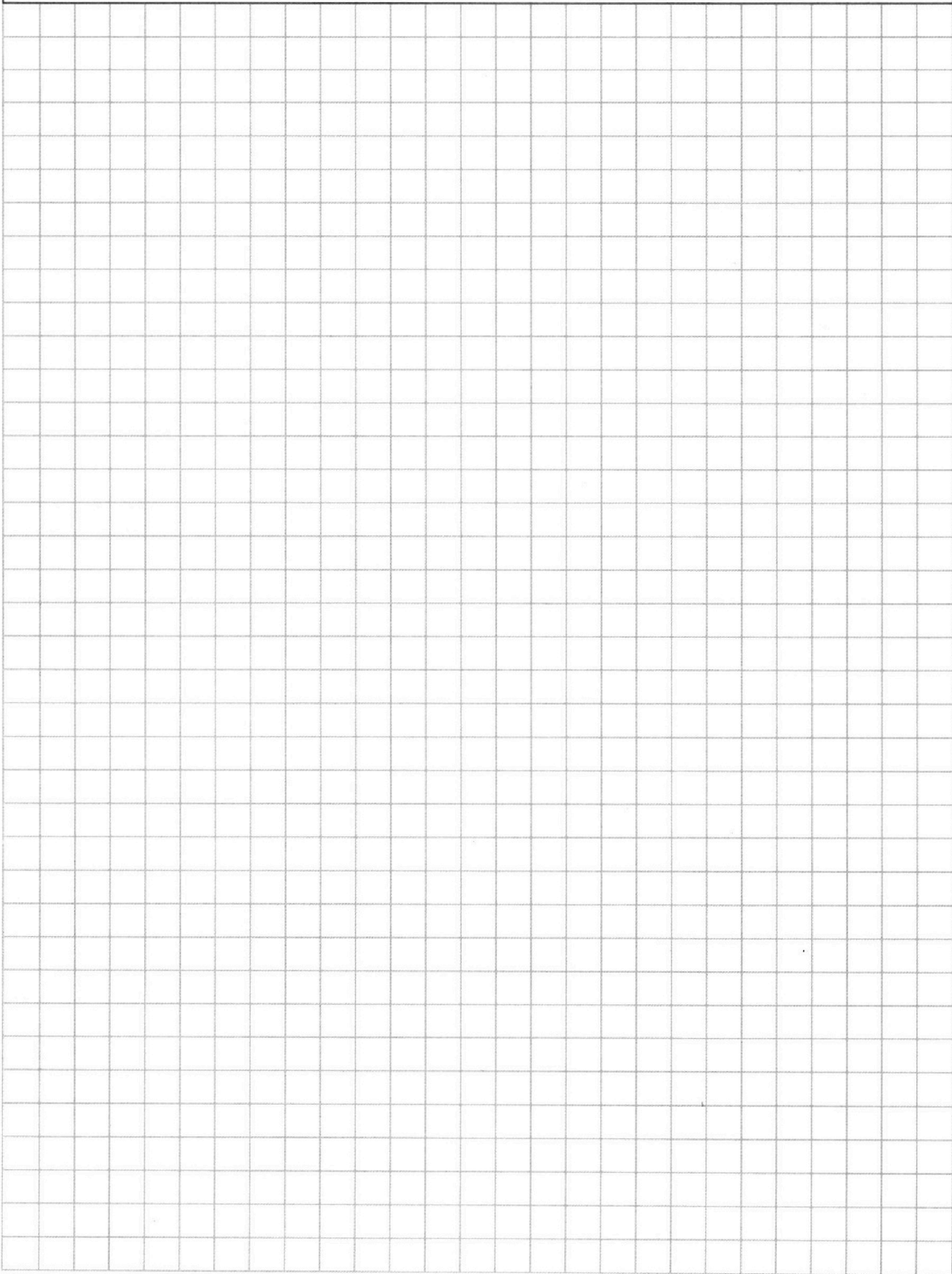
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



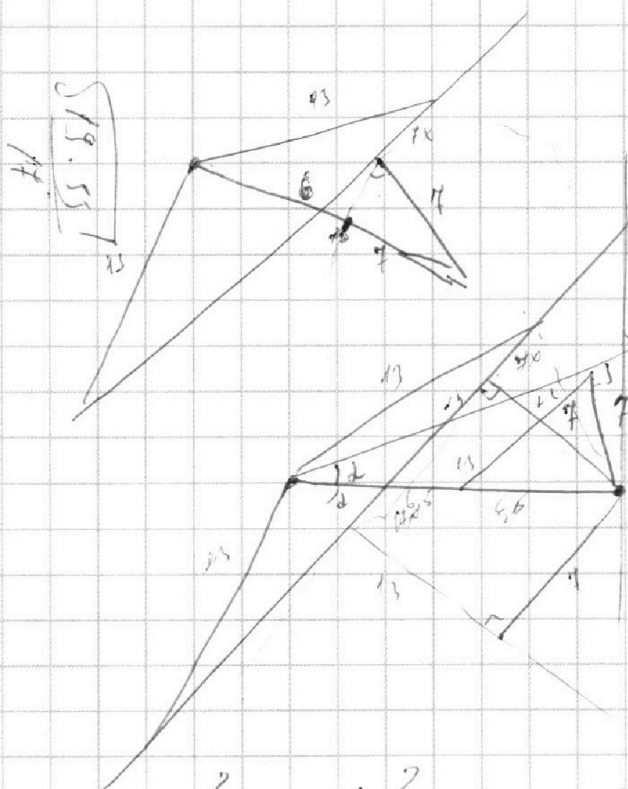
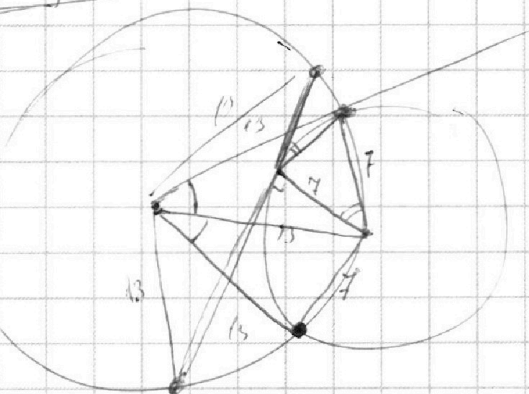
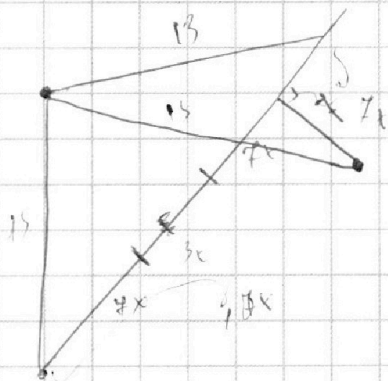
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$13^2 - 12^2 t^2 = 25$$

$$144t^2 = 169 - 144 = 25$$

$$t = \frac{5}{12}$$



$$17^2 + 24^2 = 26.5^2$$

$$289 + 576 = 702.25$$

$$(24 + 17.5)t^2 = 19.55^2$$

$$17^2 + 24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 = 26^2 + 7^2$$

$$17^2 + 24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 = 26^2 + 7^2$$

$$100 = 2 \cdot 50$$

$$\frac{26^2 - 7^2}{17}$$

$$\frac{17^2 - 1}{19.55}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$17x^2 + (29^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7)x - 19 \cdot 33 = 0$$

$$17x^2 + (29^2 - 2 \cdot (12^2 - 5^2))x - 267x^2 = 0$$

$$17x^2 + 24x^2 - 2 \cdot 12x^2 + 25x^2 - 267x^2 + 7^2 = 0$$

288

23

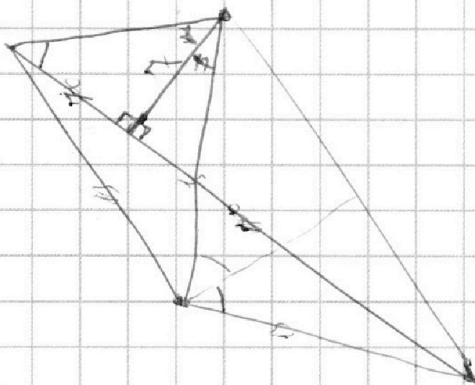
$$(17x^2 - 9)^2 = 26^2 - 24x^2$$

$$(17x^2 - 33)(17x^2 + 19) = 24x^2$$

$$\frac{(17x^2 - 33)(17x^2 + 19)}{x^2} = 24$$

$$(17 \cdot 9 - 33) \cdot (17 \cdot 9 + 19) = 24^2$$

$$(9 \cdot 17 - 33) \cdot (17 \cdot 9 + 19)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper, including calculations, a geometric diagram, and algebraic derivations.

Calculations:

$$\frac{a}{b} = 10 \text{ const.}$$

$$D = 33^2 + \frac{18^2}{11} + 9229 \cdot 64$$

$$= 4(169 - 19 \cdot 33 \cdot 17)$$

$$= 4(169 - (26 - 7) \cdot 17)$$

$$= 4(169 - 442)$$

Geometric Diagram:

Algebraic Derivations:

$$273 \cdot 611$$

$$3 \cdot 91$$

$$492$$

$$169$$

$$611$$

$$144524$$

$$14459$$

$$14450$$

$$26 \cdot 295$$

$$49$$

$$14450$$

$$D = 36 - 2 \cdot 3 \cdot 4 =$$

$$= 4 \cdot 9 - 6 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2 \cdot 3} = 3 \mp \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{3}{2} - 1 =$$

$$= \frac{1}{7}$$

$$120$$

$$13^2 = 25x^2 + (\sqrt{15^2 - 12x^2} + 7)^2$$

Final Algebraic Steps:

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{5x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$203$$

$$0.3(x-1)^2 = 1$$

$$-9x = 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 5x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$= 1 - 9x$$

$$\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad} = 1$$

$$\sqrt{\quad} - \sqrt{\quad} = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик!

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab : 2^{15} 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} 7^{18}$$

$$ac : 2^{21} 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{5+11+23} 7^{11+18+39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} 7^{68}$$

$$\begin{array}{r} 166203 \\ 14450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 166203 \\ 14450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22303 \\ 14450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7853 \end{array}$$

$$abc : 2^{27} 7^{39}$$

$$\begin{array}{r} 28 \quad 34 \\ \hline 2 \quad 7 \end{array}$$

$$abc = 2^{27} 7^{39}$$

$$c = 2^{24-15} 7^{39-11} = 2^{29} 7^{28}$$

$$b = 2^5 7^5$$

$$abc : 2^{15+11+23} 7^{11+18+39}$$

$$abc \equiv 2^{28} 7^{19}$$

$$b = 2^5 7^5$$

$$c = 2^{13} 7^{23}$$

$$a = 2^{10} 7^{11}$$

$$b^2 + c^2 = (2^5 7^5)^2 + (2^{13} 7^{23})^2 = 2^{10} 7^{10} + 2^{26} 7^{46} = 2^{10} (7^{10} + 2^{16} 7^{36})$$

$$b^2 + c^2 = 2^{10} (7^{10} + 2^{16} 7^{36}) = 2^{10} 7^{10} (1 + 2^{16} 7^{26})$$

$$b^2 + c^2 = 2^{10} 7^{10} (1 + 2^{16} 7^{26}) = 2^{10} 7^{10} \cdot 2^{16} 7^{26} (1 + 2^{-16} 7^{-16}) = 2^{26} 7^{36} (1 + 2^{-16} 7^{-16})$$

$$\frac{(1-2^2)^2 - 1}{2} \cdot \frac{(1+2^2)^2 - 1}{2} + \frac{(1+2^2)^2 - 1}{2} \cdot \frac{(1-2^2)^2 - 1}{2}$$

$$= \frac{2^2 - 1}{2} \cdot \frac{2^2 + 1}{2} - \frac{2^2 + 1}{2} \cdot \frac{2^2 - 1}{2} = 2^2 - 1 - 2^2 + 1 = 0$$

$$= \frac{2^2 + 1}{2} \cdot \frac{2^2 - 1}{2} - \frac{2^2 - 1}{2} \cdot \frac{2^2 + 1}{2} = 2^2 - 1 - 2^2 + 1 = 0$$

$$2^{2^2+2^2} = (2^2 - 2^2) \cdot (2^2 + 2^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

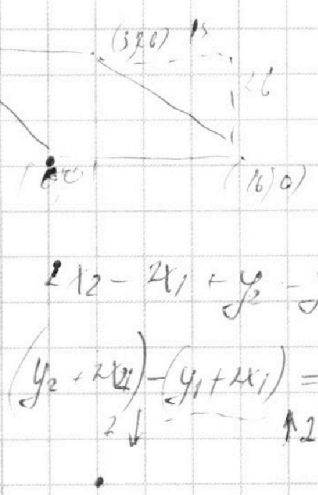
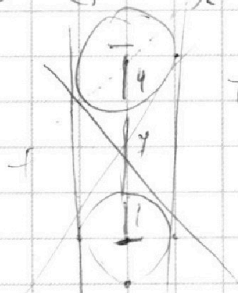
$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 6x + 2} + 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = x$$

$$6x^2 - 6x + 2 = 0$$

1, 5

$$3x^2 - 3x - 2 = 1$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)$$



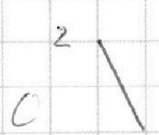
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$(y_2 + 2x_2) - (y_1 + 2x_1) = 14$$

$$y_1 = -2x_1 + (y_2 + 2x_2) - 14$$

$$y_2 + 2x_2 = \text{const}$$

$$y_2 = -2x_2 + \text{const}$$

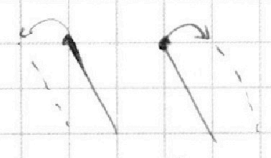


28 14

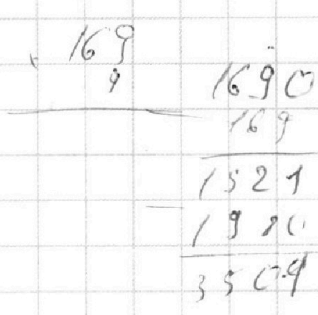
7 29 10 11 12 13

1 16

10 6 1/2 7 1/2
C 1



15 1/2



9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{D}{4} = \frac{(24^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7)^2}{4} + 19 \cdot 33 \cdot 17^2 =$$

$$= \frac{(144 - 119)^2}{4} + 19 \cdot 33 \cdot 17^2 =$$

$$= 35^2 + 26 \cdot 17^2 - 7^2 \cdot 17^2 =$$

$$= 26 \cdot 17^2 - 7^2 \cdot 12 \cdot 22 =$$

$$= 4(13 \cdot 17^2 - 7^2 \cdot 66) =$$

$$= 4((13^2 - 2^2)^2 - 7^2 \cdot 66)$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

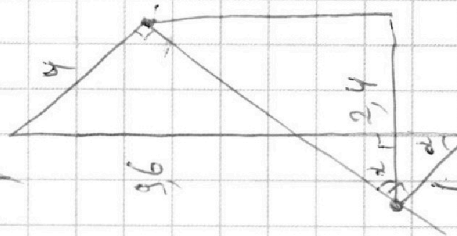
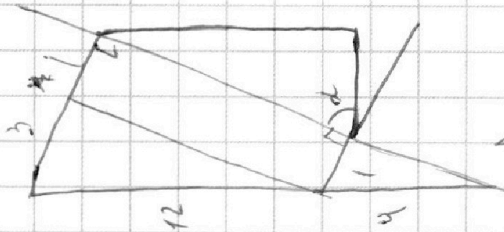
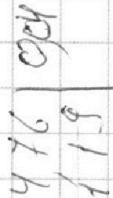
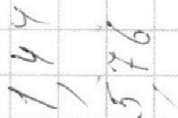
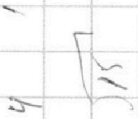
$$\begin{array}{r} 144 \\ - 119 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 72 \\ \hline 450 \\ 4500 \\ \hline 16200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 442 \\ \times 442 \\ \hline 1768 \\ 17680 \\ \hline 195964 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \cdot 66 \\ 3300 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48844 \\ - 3234 \\ \hline 45610 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} \quad \frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{a+b}{9ab} = \frac{1}{9b}$$

$$\frac{a}{a} + \frac{b}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$$

$$ka + mb$$

$$\frac{ka+mb}{9ab} \quad \left(\frac{m}{k}\right)$$

$$\frac{(a+b)^2; ab}{(a+b; ab)} = \frac{(a^2+b^2; ab)}{(a+b; ab)}$$

$$(a+b) = 1$$

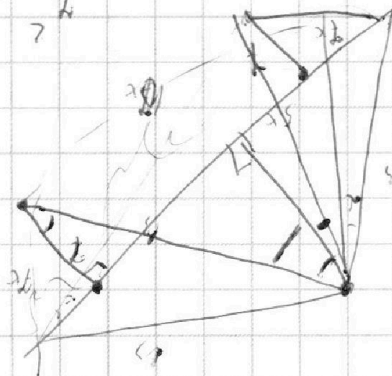
$$\frac{(a^2+ab; ab)}{(a+b; ab)} = \frac{(a^2; ab)}{(a+b; ab)}$$

$$1 = \frac{2^2 \cdot 2 + 2k}{2^2 \cdot 2} + \frac{(1+2k) \cdot 2 \cdot 2}{2k}$$

$$\frac{1+2k}{2k} = 1 + \frac{1}{2k}$$

$$1 = \frac{1+2k}{k} = 1 + \frac{1}{k}$$

$$\frac{1+2k}{k} = 1 + \frac{1}{k}$$



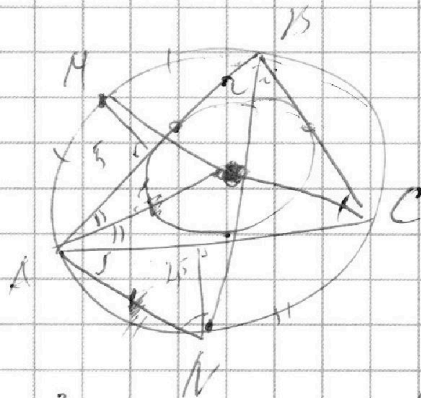
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10(70^2 - 24^2)x^2 =$$

$$= 49 \cdot 168 - 19 \cdot 33$$

$$34 \cdot 14x^2 =$$

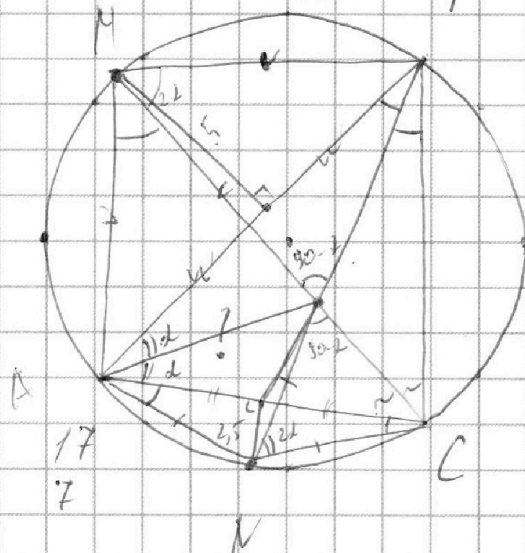
$$1 = x^2$$

$$\begin{array}{r} 8400 \\ - 168 \\ \hline 8232 \end{array} \quad 13$$

$$\begin{array}{r} 162 \quad 4 \\ 42 \quad 2 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 660 \\ - 33 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8232 \\ - 627 \\ \hline 7605 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1605 \quad 5^2 \\ 1521 \quad 3 \\ \hline 504 \quad 0 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$\frac{7}{\sqrt{x^2-1}} \cdot 13 = \sqrt{7^2 + 14x^2}$$

$$7 \cdot 13 = (7 + 17x^2) \cdot (x^2 - 1)$$

$$7 \cdot 13 = 7^2 + (7 + 17x^2)x^2 - 7x^2 - 17x^4$$

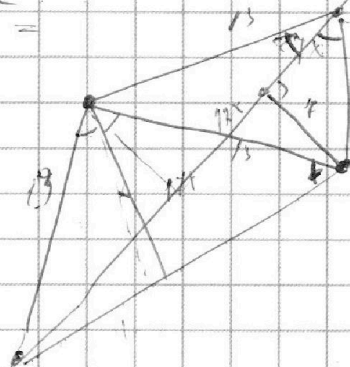
$$17x^4 + (7 + 17)x^2 - 7(13 - 1) = 0$$

$$17x^4 + (24 - 7 \cdot 17)x^2 -$$

$$- 19 \cdot 33 = 0$$

$$(7 + 17 - 2 \cdot 17 \cdot 7 - 24)x^2 =$$

$$= 7(13 - 1) - 19 \cdot 33$$



$$x = \sqrt{\frac{7605}{19 \cdot 14}}$$