МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A\,(x_1;y_1)$ и $B\,(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right)\leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1.) Пусть $ab = k\cdot 2^{14}\cdot 7^{10}$, $bc = \cancel{\quad} m\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}$, $ac = n\cdot 2^{20}\cdot 7^{37}$, где $k, m, n \in \mathbb{N}$, тогда $ab\cdot bc\cdot ac = (abc)^2 = k\cdot m\cdot n\cdot 2^{51}\cdot 7^{64}$

Чем меньше $k\cdot m\cdot n$, тем меньше произведение $(abc)^2$, т.е. тем меньше abc.

Т.к. в левой части равенства стоит квадрат натурального числа, то в правой части все степени простых чисел должны быть чётны, а т.к. 51 - неч. число, то ~~хотя бы~~ ~~abc хотя бы $\sqrt{2^{52}\cdot 7^{64}}$, т.е. $2^{26}\cdot 7^{32}$~~ в произведение $k\cdot m\cdot n$ входит хотя бы одна двойка.

~~abc хотя бы $2^{26}\cdot 7^{32}$~~

Пусть α, β, γ - степени вхождения 7 в числа a, b, c соответственно, а x, y, z - степени вхождения 7 в числа ~~чис~~ k, m, n соответственно, тогда

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 10 + x \\ \beta + \gamma = 17 + y \\ \alpha + \gamma = 37 + z \end{cases}$$

$x+y+z$ должно быть чётно и минимально

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\alpha + 2\beta + \gamma = 27 + x + y$ (продолж. №1)

$\alpha + \gamma = 37 + z$

$\alpha + 2\beta + \gamma \geq \alpha + \gamma$, т.к. $\alpha, \beta, \gamma \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x + y \geq 10 + z \Rightarrow$ минимальная сумма

$x + y + z = 10$ $(\beta = 0, z = 0)$ $(x + y + z \geq 10 + 2z) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ минимальное произведение $abc =$

$= \sqrt{2^{52} \cdot 7^{74}} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:

$a = 2^9 \cdot 7^{20}$ $b = 2^6$ $c = 2^{11} \cdot 7^{17}$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{20} \vdots 2^{14} 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \vdots 2^{17} 7^{17}$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \vdots 2^{20} 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2) $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$

Чтобы дробь можно было сократить на m $a+b$ должно быть кратно m и $(a+b)^2-8ab$ должно быть кратно m

$a+b \vdots m \Rightarrow (a+b)^2 \vdots m$
$(a+b)^2 - 8ab \vdots m$ $\Big\} \Rightarrow 8ab \vdots m$

$\begin{cases} a+b \vdots m \\ 8ab \vdots m \end{cases}$

Т.к. $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, у a и b нет общих делителей $\Rightarrow$ если $a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n}$,

$a+b \not\vdots a, b$

а $b = q_1^{\beta_1} \cdot q_2^{\beta_2} \cdot \ldots \cdot q_m^{\beta_m}$, то
(p_i, где $i \in [1;n]$ и q_j, где $j \in [1;m]$ - простые)
$a+b \not\vdots p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n \Rightarrow$
$\Rightarrow m \not\vdots p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots q_n \Rightarrow$
$\Rightarrow ab \not\vdots m$, а т.к. $8ab \vdots m$, то максимальное m, подходящее под условие равно 8

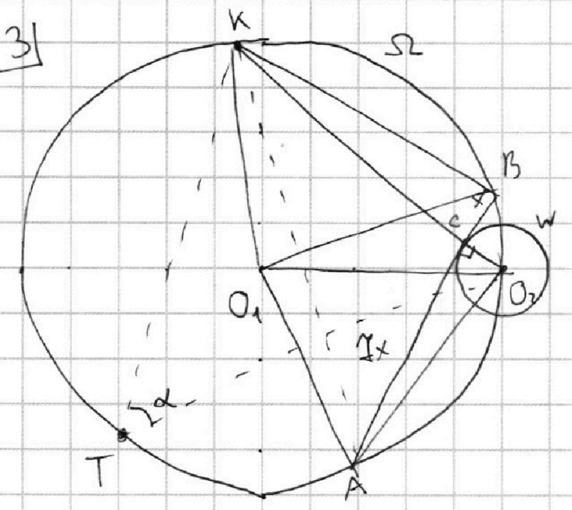
Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



1) Четырёхугольник O_2BKA вписан в окр-ть $\Omega \Rightarrow O_2C\cdot CK =$
$= BC\cdot AC = 1\cdot CK = 7x^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow CK = 7x^2$

~~т.к. O_2BKA вписан в окр-ть~~

~~$\triangle BKO_2$~~

~~$KA = \sqrt{49x^4+49x^2} = 7x\sqrt{x^2+1}$ (по т. Пифагора)~~

~~2) $KO_2 = 7x^2+1$~~

~~По т. косинусов~~
~~$(KO_2)^2 = (KO_1)^2 + (O_1O_2)^2 - 2\cdot KO_1\cdot O_1O_2\cdot\cos\angle KO_1O_2 \Rightarrow$~~
~~$\Rightarrow \cos\angle KO_1O_2 = 1-\frac{(7x^2+1)^2}{50}$~~

3) $\angle KO_1O_2 = 2\angle KTO_2$ $(=2\alpha)$ (как центр. и вписан. углы) $\Rightarrow$
~~$\Rightarrow 1-\frac{(7x^2+1)^2}{50} = 1-2\sin^2\alpha \Rightarrow$~~
~~$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{7x^2+1}{5}$~~

2) т.к. AB - касательная к ω, $\angle O_2CA = 90^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow KBO_2A$ - четырёхугольник с $\perp$ диагоналями

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

4) $\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

$\cancel{\sqrt{2x^2-5x+3}=(2-7x)+\sqrt{2x^2+2x+1}}$

[illegible]

$\sqrt{2x^2+2x+1}=\sqrt{2x^2-5x+3}-(2-7x)$

$2x^2+2x+1=2x^2+2x+1+(2-7x)+$

$+(2-7x)^2-2(2-7x)\sqrt{2x^2-5x+3}$

$2(2-7x)\sqrt{2x^2-5x+3}=(2-7x)(3-7x)$

$\left[\begin{array}{l}2-7x=0\\2\sqrt{2x^2-5x+3}=3-7x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{7}\\8x^2-20x+12=49x^2+9-42x\end{array}\right.\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{7}\\41x^2-22x-3=0\end{array}\right.\leftarrow D=22^2+12\cdot41=976=4\cdot\sqrt{61}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{11\pm2\sqrt{61}}{41}$

ОДЗ: $\left\{\begin{array}{l}2x^2+2x+1\geq0\leftarrow D<0,\text{ парабола ветвями вверх}\Rightarrow\text{ всегда}>0\\2x^2-5x+3=(x-1)(2x-3)\geq0\end{array}\right.\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow(x-1)(2x-3)\geq0$ 1 1,5 $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\geq1{,}5\\x\leq1\end{array}\right.\Rightarrow$ все 3 полученных корня подходят под ОДЗ

Ответ: $\left\{\frac{2}{7};\ \frac{11\pm2\sqrt{61}}{41}\right\}$

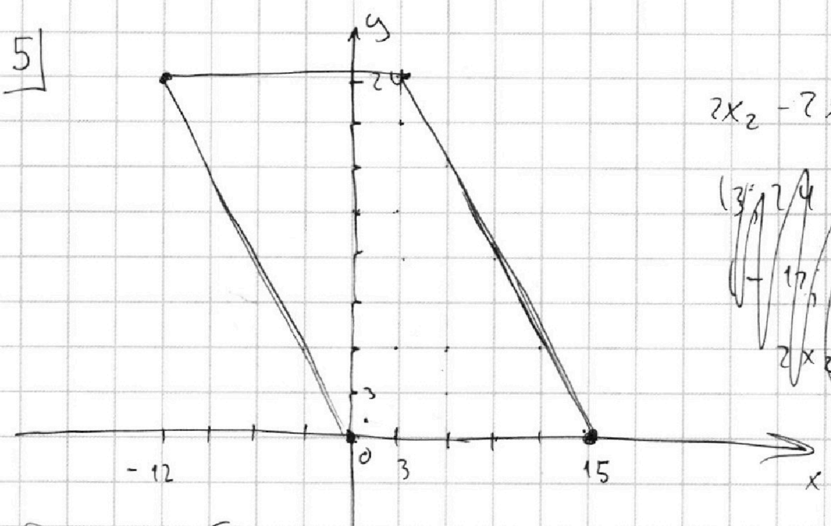
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

5



$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

~~(3; 24) (15; 0)~~

~~(-12; 24) (3; 24)~~

~~$2x_2 - 2x_1 = 12$~~

~~$x_2 - x_1 = 6$~~

~~Для любых точек с чётной разностью по y ($|y_1 - y_2| \vdots 2$) можно подобрать~~

Разность координат точек по оси y должна быть чётной, иначе $2x_2 - 2x_1 =$ нех. числу $\Rightarrow$

$\Rightarrow x_2 - x_1$ не целое, что противоречит условию

Пусть $y_1 \geq y_2$:

$y_1 - y_2 = 0$: подходят любые точки с разностью 6 по оси x ($\Delta x = 6$); таких пар точек 10 для каждого $y_2 \Rightarrow$ всего $25 \cdot 10 = 250$

$y_1 - y_2 = 2$: $\Delta x = 5 \Rightarrow$ всего $23 \cdot 11 = 253$

$y_1 - y_2 = 4$: $\Delta x = 4 \Rightarrow$ всего $21 \cdot 12 = 252$

$y_1 - y_2 = 6$: $\Delta x = 3 \Rightarrow$ всего $19 \cdot 13 = 247$

$y_1 - y_2 = 8$: $\Delta x = 2 \Rightarrow$ всего $17 \cdot 14 = 238$

$y_1 - y_2 = 10$: $\Delta x = 1 \Rightarrow$ всего $15 \cdot 15 = 225$

$y_1 - y_2 = 12$: $\Delta x = 0 \Rightarrow$ всего $13 \cdot 16 = 208$

Итого: $250 + 253 + 252 + 247 + 238 + 225 + 208 = 1673$

Ответ: 1673

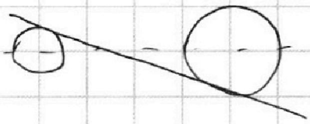
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

(продолж. №6)

4) 

Аналогично п. 3

$$\begin{cases} \frac{16}{3}a = 10b \\ \frac{\sqrt{55}}{8} = a\left(-8 + \frac{3}{8}\right) + 10b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{55}}{8} = -\frac{55}{24}a \Rightarrow a = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$

Ответ: $\left\{ -\frac{3}{\sqrt{55}}; -\frac{1}{\sqrt{63}}; \frac{1}{\sqrt{63}}; \frac{3}{\sqrt{55}} \right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

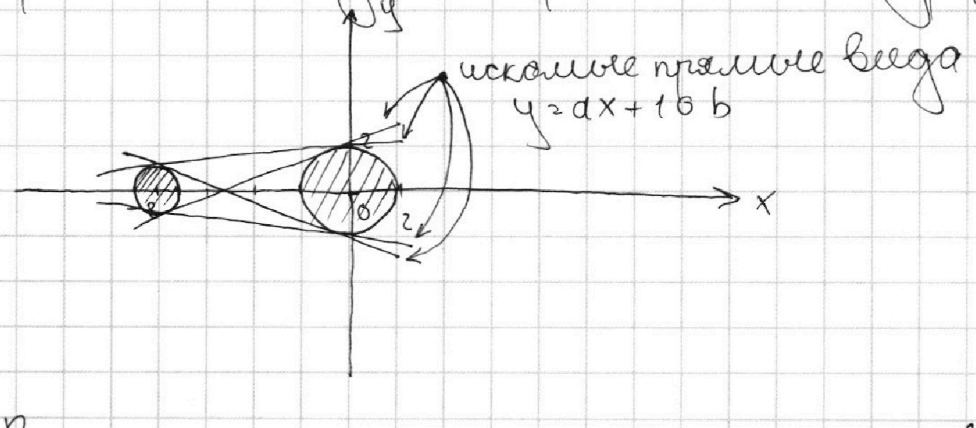
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

6) $\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

Рассмотрим нижнее неравенство:

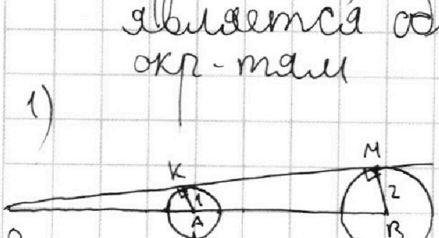
каждая из скобок представляет собой уравнение окр-ти, меньше нуля, если точка с коорд. $x; y$ лежит внутри окр-ти, равна нулю если на окр-ти, больше нуля, если вне окр-ти $\Rightarrow$ их произведение ≤ 0, если точка $x; y$ лежит внутри или на одной окр-ти и вне другой



Верхнее ур-ние системы представляет собой ур-ние прямой $y = ax + b$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ система имеет ровно два реш., если прямая, описанная верхним ур-нием является общей касательной к двум окр-тям

1)



$\triangle OKA \sim \triangle OMB$ по 2-ум углам с коэф. $1:2 \Rightarrow OA = \frac{OB}{2} = \frac{OA + AB}{2} \Rightarrow$

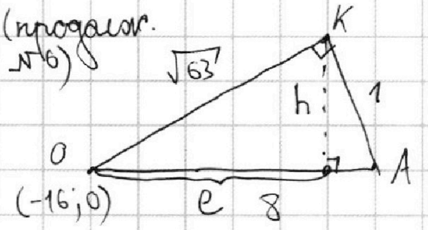
$\Rightarrow OA = AB = 8 \Rightarrow$ прямая проходит через точку $(-16; 0) \Rightarrow 16a = 10b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(продолж. №6)



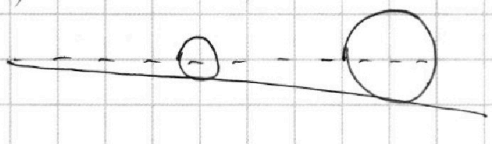
$h\cdot 8=\sqrt{63}\cdot 1 \Rightarrow h=\frac{\sqrt{63}}{8}$

$e=\sqrt{63-\frac{63}{64}}=\sqrt{\frac{63\cdot 64-63}{64}}=\frac{\sqrt{63(64-1)}}{8}=\frac{63}{8}$

Т.к. прямая проходит через т. K

$\begin{cases} 16a=10b \\ \frac{\sqrt{63}}{8}=a\left(-16+\frac{63}{8}\right)+10b \end{cases} \Rightarrow \frac{\sqrt{63}}{8}=\frac{63}{8}a \Rightarrow a=\frac{1}{\sqrt{63}}$

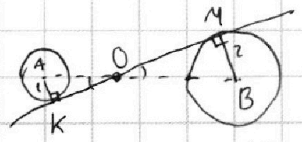
2)



Аналогично п. 1

$\begin{cases} 16a=10b \\ -\frac{\sqrt{63}}{8}=a\left(-16+\frac{63}{8}\right)+10b \end{cases} \Rightarrow -\frac{\sqrt{63}}{8}=\frac{63}{8}a \Rightarrow a=-\frac{1}{\sqrt{63}}$

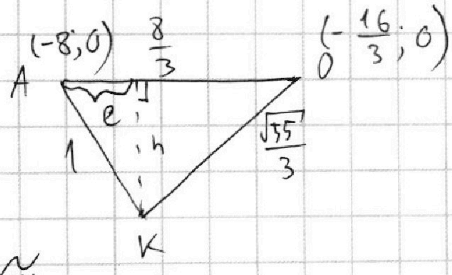
3)



$\triangle OKA \sim \triangle OMB$ по 2-ум углам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{OB}{OA}=\frac{2}{1}$, $OB+OA=8 \Rightarrow OA=\frac{8}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow OK=\sqrt{\frac{64}{9}-1}=\cancel{\frac{\sqrt{46}}{3}}\ \frac{\sqrt{55}}{3}$



$h\cdot\frac{8}{3}=\frac{\sqrt{55}}{3}\cdot 1 \Rightarrow h=\frac{\sqrt{55}}{8}$

$e=\sqrt{1-\frac{55}{64}}=\frac{3}{8}$

Т.к. прямая проходит через т. K

$\begin{cases} \frac{16}{3}a=10b \\ -\frac{\sqrt{55}}{8}=a\left(-8+\frac{3}{8}\right)+10b \end{cases} \Rightarrow \cancel{-\frac{\sqrt{55}}{8}=\frac{61}{8}a \Rightarrow a=-\frac{\sqrt{55}}{64}}$

$-\frac{\sqrt{55}}{8}=-\frac{61}{8}a+\frac{16}{3}a \Rightarrow -\frac{\sqrt{55}}{8}=-\frac{55}{24}a \Rightarrow$

$\Rightarrow a=\frac{3}{\sqrt{55}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

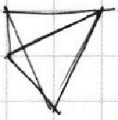
МФТИ

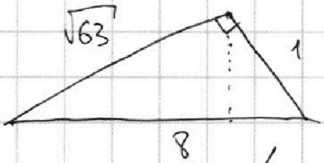
1. $ab \vdots 2^{14}7^{10}$ $bc \vdots 2^{17}7^{17}$ $ac \vdots 2^{30}7^{37}$

$\frac{k\cdot 2^{14}\cdot 7^{10}}{m\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}} = \frac{a}{c} = \frac{k}{m\cdot 2^3\cdot 7^7}$ $\frac{a}{b} = \frac{n2^{30}\cdot 7^{37}}{m2^{17}\cdot 7^{17}} = \frac{n2^{13}\cdot 7^{20}}{m}$

$h\cdot 8 = \sqrt{63} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{63}}{8}$

$\frac{b}{c} = \frac{k2^{14}7^{10}}{n2^{30}7^{37}} = \frac{k}{n2^{16}7^{27}}$





$a^2b^2c^2 = 2^{61}\cdot 7^{64}\cdot k\cdot m\cdot n$

$\sqrt{2^{31}\cdot 7^{32}}$

0	6
1	7
2	8
3	9
4	10
5	11
6	12
7	13
8	14
9	15
0	5

$a+b \vdots m$

$8ab \vdots m$

2. $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$

$21 \times 12 = 42 + 21 = 252$

$-\frac{61}{8} + \frac{16}{3} =$ a, b взаим. прост.

$\frac{128}{24} - \frac{183}{24} = \frac{55}{24}$ $a+b \vdots a$, $a+b \vdots b$

$m\ max = 8$

$17 \times 14 = 68$

~~3~~ 4. $\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$\sqrt{a} - \sqrt{a+(2-7x)} = 2-7x$

$19 \times 13 = 57, 19, 247$ $17, 238$

250, 503, 755, 1002, 1240, 1465, 1673; 253, 252, 247, 238, 225, 208

$\cancel{(x-1)(2x-3)}$ $2x^2-$

$(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1) = 4x^4 - 10x^3 + 6x^2 +$

$+ 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2x^2 - 5x + 3 =$

$= 4x^4 + 6x^3 - 2x^2 + x + 3$

$16 \times 13 = 48$

$2-7x + \ldots = (2-7x)^2$

$4x^4+6x^3-2x^2+x+3 = (2-7x-1)^2(2-7x)^2$

$2-7x - 2\sqrt{a(a+2-7x)} = (2-7x)^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a=$

$((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0$

$ab=2^{15}\cdot 7^{10}$

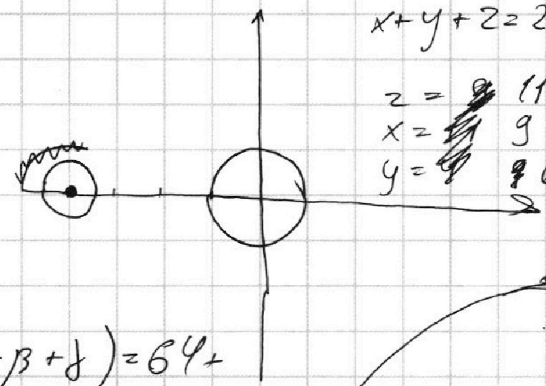
$bc=2^{17}7^{17}$

$ac=2^{20}7^{37}$

$(x+8)^2+y^2-1$

$\begin{cases} x+y=15 \\ y+z=17 \\ x+z=20 \end{cases}$

$x^2+y^2+63+16x=x^2+y^2-4+16x+67$

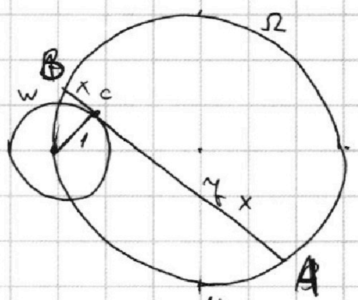


$x+y+z=26$

$z=$ ~~9~~ 11

$x=$ ~~11~~ 9

$y=$ ~~4~~ 6



$\times\begin{array}{r}36\\36\\\hline 216\\8\end{array}$

$x+y=10$

$y+z=17$

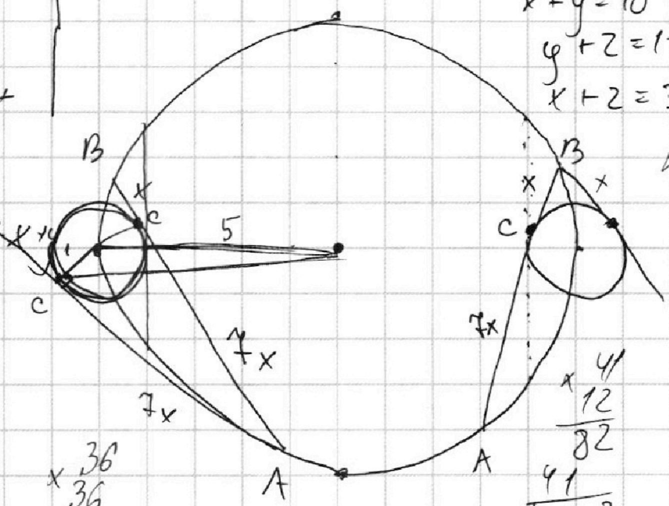
$x+z=37$

$\times\begin{array}{r}34\\34\\\hline 36\end{array}$

$2(\alpha+\beta+\gamma)=64+$
$+x+y+z$

$\alpha+2\beta+\gamma=27+x+y$

$2\beta=x+y-z-10$



$x+y+z=32$

$z=22$

$x=15$

$\times\begin{array}{r}41\\12\\\hline 82\\41\\\hline 492\end{array}$

$\times\begin{array}{r}22\\22\\\hline 44\\44\\\hline 484\end{array}$

$2x^2+2x+1+$
$+(2-7x)+$
$+(2-7x)^2=$
$=2x^2+2x+1+$
$+2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2-7x)}$

$\times\begin{array}{r}36\\36\end{array}$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

976

~~$2x^2-5x+3=(2-7x)^2$~~

$2x+2x+1+(2-7x)^2=2x^2+2x+1$
$+2-7x$

$2\cdot\sqrt{244}$
$4\cdot\sqrt{61}$

$(2-7x)(1-7x)=$
$=2\sqrt{(x-1)(2x-3)}(2-7x)$

1) $x=\frac{2}{7}$

$(1-7x)=2\sqrt{(x-1)(2x-3)}$

$50-42$

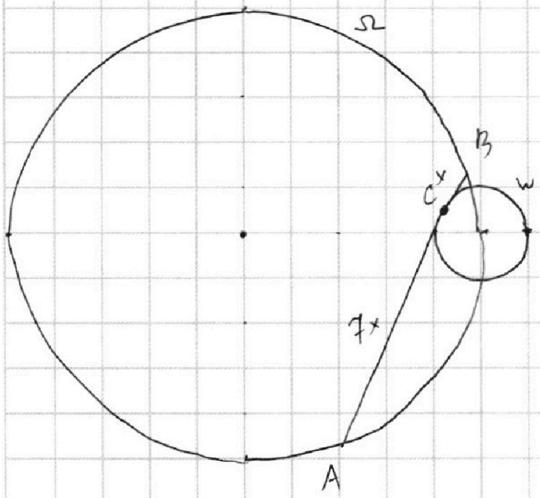
$49x^2-14x+1=4(x-1)(2x-3)$

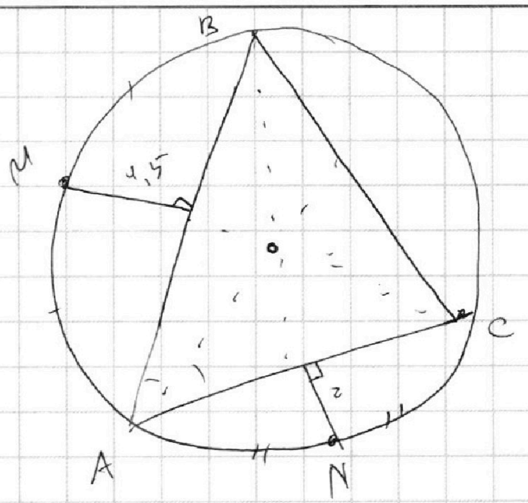
$49x^2-14x+1=8x^2-20x+12$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

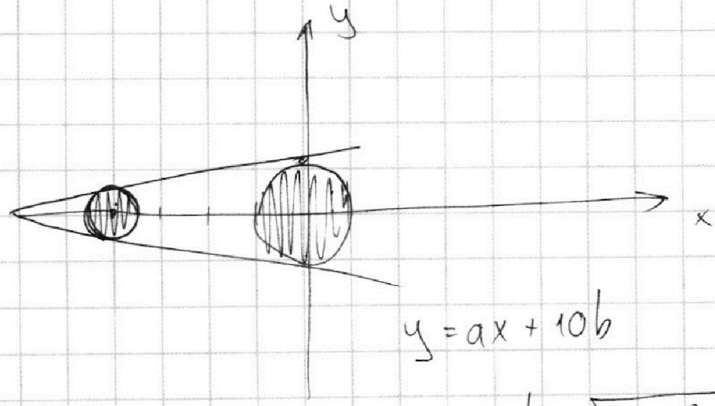
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





$ax - y + 10b = 0$

$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$



$y = ax + 10b$

$\begin{cases} ax + 10b = \sqrt{4 - x^2} \\ ax + 10b = \sqrt{1 - (x+8)^2} \end{cases}$

$0 = -16a + 10b$

$\sqrt{63}$