



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Л МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть $ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$, $bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$, $ac = n \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$,

где $k, m, n \in \mathbb{N}$, тогда $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = k \cdot m \cdot n \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$

Чем меньше $k \cdot m \cdot n$, тем меньше произведение

$(abc)^2$, т.е. тем меньше abc .

М.к. в левой части равенства стоит квадрат натурального числа, то в правой части все степени простых чисел должны быть чётны, а т.к. 5^1 -неч. число, то

~~каким образом~~ в произведении $k \cdot m \cdot n$ входит хотя бы одна двойка

~~так как~~ ~~каким образом~~ ~~каким образом~~

Пусть α, β, γ - степени вхождения 7 в числа a, b, c соответственно, а x, y, z - степени вхождения 7 в числа ~~каким образом~~ k, m, n соответственно, тогда

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 10 + x \\ \beta + \gamma = 17 + y \\ \alpha + \gamma = 37 + z \end{cases}$$

$x + y + z$ должно быть чётно и минимально

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 27 + x + y$$

(продолж. №1)

$$\alpha + \gamma = 37 + z$$

$$\alpha + 2\beta + \gamma \geq \alpha + \gamma, \text{ m.k. } \alpha, \beta, \gamma \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + y \geq 10 + z \Rightarrow \text{минимальная сумма}$$

$$x + y + z = 10 \quad (\beta = 0, z = 0) \quad (x + y + z \geq 10 + z) \Rightarrow$$

\Rightarrow минимальное произведение abc =

$$= \sqrt{2^{52} \cdot 7^{74}} = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Пример:

$$a = 2^9 \cdot 7^{20} \quad b = 2^6 \quad c = 2^{11} \cdot 7^{17}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{20} : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} : 2^{17} 7^{14}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^{20} 7^{37}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\underline{2} \quad \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

Чтобы дробь можно было сократить на
м $a+b$ должно быть кратно m и
 $(a+b)^2 - 8ab$ должно быть кратно m

$$a+b : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow 8ab : m$$

$$(a+b)^2 - 8ab : m$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b : m \\ 8ab : m \end{array} \right\}$$

П.к. $\frac{q}{b}$ - несократимая дробь,

у a и b нет общих делите-

лей \Rightarrow если $a = p_1^{d_1} \cdot p_2^{d_2} \cdots p_n^{d_n}$,
 $a, b = q_1^{\beta_1} \cdot q_2^{\beta_2} \cdots q_m^{\beta_m}$, то
 $(p_i, \forall i \in [1, n] \text{ и } q_j, \forall j \in [1, m] -$
 $a+b / p_1, p_2, \dots, p_n, q_1, q_2, \dots, q_m)$

$$\Rightarrow m / (p_1, p_2, \dots, p_n, q_1, q_2, \dots, q_m)$$

$$\Rightarrow ab / m, \text{ а т.к. } 8ab : m, \text{ то}$$

максимальное m , подхо-

дящее под условие равно 8

~~8~~

Ответ: 8



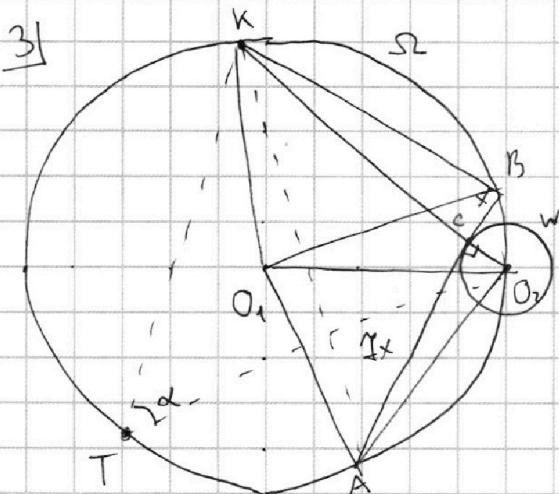
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$KA = \sqrt{4x^2 + 4x^2} = \\ = 4x\sqrt{x^2 + 1}$$

(но м. к. касательная)

$$3) \angle KO_1O_2 = 2 \angle KFO_2 \text{ (как истр.)} \\ \text{и вписан. угол} \Rightarrow \\ \Rightarrow 1 - (4x^2 + 1)^2 = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{5}$$

$$2) \text{м.к. } AB \text{- касательная к } \\ w, \angle O_2CA = 90^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow KBO_2A \text{- четырёхугольник с 1 диагональю}$$

1) Четырёхугольник

O_2BKA вписан в

$$\text{окр.-тв } \Omega \Rightarrow O_2C \cdot CK = \\ = BC \cdot AC = 4x^2 \cdot CK = 4x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow CK = 4x^2 / 4x^2$$

окр.-тв

окр.-тв

найдено

$$\angle KO_1O_2 = 2 \alpha$$

но м. к. косинусов

$$(KO_2)^2 = (KO_1)^2 + (O_1O_2)^2 - 2 \cdot KO_1 \cdot \\ \cdot O_1O_2 \cdot \cos \angle KO_1O_2 = \\ = (4x^2 + 1)^2 - 2 \cdot 50 \cdot \frac{(4x^2 + 1)}{50}$$

$$\Rightarrow \cos \angle KO_1O_2 = 1 - \frac{(4x^2 + 1)^2}{50}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = -\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\cancel{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}} = \cancel{(2-7x)} \cancel{\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}$$
$$\cancel{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}} = \cancel{(2-7x)}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - (2 - 7x)$$

$$2x^2 + 2x + 1 = \cancel{2x^2 - 5x + 3} (2-7x) = 2x^2 + 2x + 1 + (2-7x) +$$
$$+ (2-7x)^2 - 2(2-7x)\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$2(2-7x)\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = (2-7x)(3-7x)$$

$$\begin{cases} 2-7x=0 \\ 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3-7x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 + \end{cases} \Rightarrow$$
$$+ 9 - 42x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \end{cases} \leftarrow D = 22^2 + 12 \cdot 41 = 976 = 4 \cdot \sqrt{61} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$Q3: \begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \leftarrow D < 0, \text{ парабола с ветвями вверх} \\ 2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)(2x-3) \geq 0 \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ 1 \\ \searrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ 1,5 \\ \searrow \end{array} \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 1,5 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{все 3 полученных корня подходит}$$

но Q3

$$\text{Одн.р.: } \begin{cases} \frac{2}{7}, \frac{11+2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

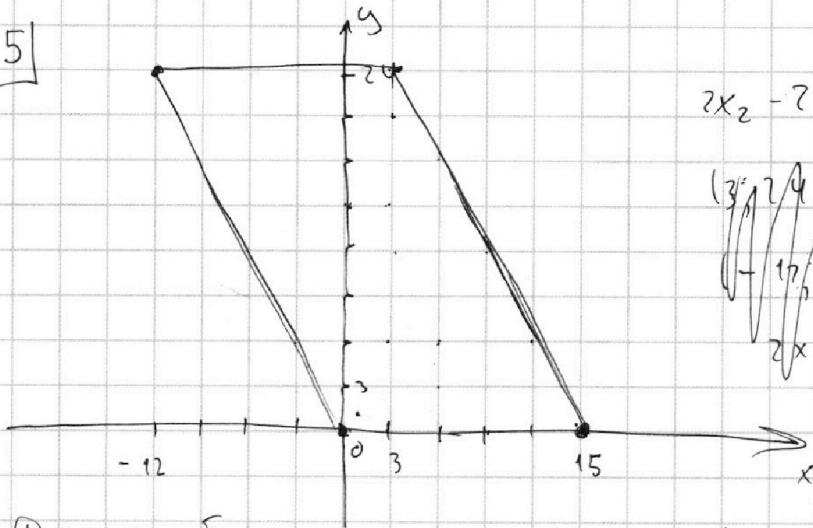
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5]



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$(3, 12) \quad (18, 18)$$

$$(-12, 12) \quad (3, 18)$$

$$2x_2 - 2x_1 = 12$$

$$x_2 - x_1 = 6$$

Два любых точек с линии с одинаковой
($y_1 - y_2 = 2$) можно подобрать

Равноть координат точек по оси y должна
быть линии, иначе $2x_2 - 2x_1 = \text{какое-либо} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_2 - x_1$ не целое, что противоречит

условию

Либо $y_1 > y_2$:

$$\Delta x = 6$$

$|y_1 - y_2| = 0$: подбираем любые точки с разностью
6 по оси x ; таких парокий пар точек 10 (две каждо-
го $y_2 \geq$ всего $25 \cdot 10 = 250$)

$$y_1 - y_2 = 2: \Delta x = 5 \Rightarrow \text{всего } 23 \cdot 11 = 253$$

$$y_1 - y_2 = 4: \Delta x = 4 \Rightarrow \text{всего } 21 \cdot 12 = 252$$

$$y_1 - y_2 = 6: \Delta x = 3 \Rightarrow \text{всего } 19 \cdot 13 = 247$$

$$y_1 - y_2 = 8: \Delta x = 2 \Rightarrow \text{всего } 17 \cdot 14 = 238$$

$$y_1 - y_2 = 10: \Delta x = 1 \Rightarrow \text{всего } 15 \cdot 15 = 225$$

$$y_1 - y_2 = 12: \Delta x = 0 \Rightarrow \text{всего } 13 \cdot 16 = 208$$

$$\text{Итого: } 250 + 253 + 252 + 247 + 238 + 225 + 208 = 1673$$

Ответ: 1673

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

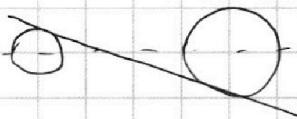
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4)



(проверка №6)

Аналогично п. 3

$$\begin{cases} \frac{16}{3}a = 10b \\ \frac{\sqrt{55}}{8} = a\left(-8 + \frac{3}{8}\right) + 10b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{16}{3}a = 10b \\ \frac{\sqrt{55}}{8} = -\frac{55}{24}a + 10b \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -\frac{3}{\sqrt{55}}, -\frac{1}{\sqrt{63}}, \frac{1}{\sqrt{63}}, \frac{3}{\sqrt{55}} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

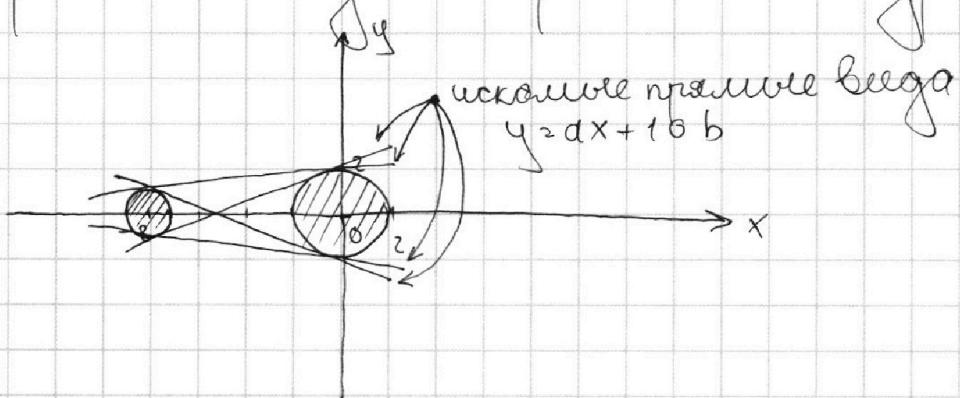
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6] $\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

Рассмотрим лежащее неравенство:

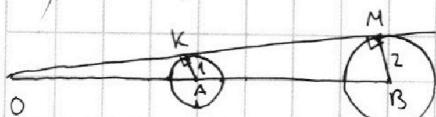
каждая из скобок представляет собой уравнение окр.-ти, лежащие на ней, если точка с коорд. $x; y$ лежит внутри окр.-ти, равна нулю если на окр.-ти, дальше лежащие на ней, если все окр.-ти \Rightarrow их произведение ≤ 0 , если точка $x; y$ лежит внутри или на одной окр.-ти и вне другой



Верхнее ур.-ти системы представляем собой ур.-ти прямой $y = ax + b \Rightarrow$

\Rightarrow система имеет ровно два реш., если прямая, описанная верхним ур.-ти, является общей касательной к двум окр.-ти

1)



$\triangle OKA \sim \triangle OMN$ по 2-му признаку с котр. 1:2 $\Rightarrow OA = \frac{OB}{2} = \frac{OA + AB}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow OA = AB = 8 \Rightarrow$ прямая проходит через точку $(-16; 0) \Rightarrow 16a = 10b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

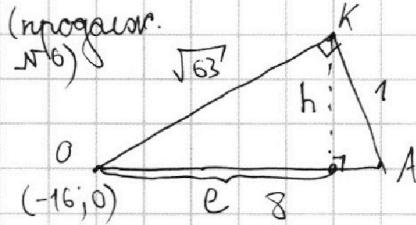
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$h \cdot 8 = \sqrt{63} \cdot 1 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

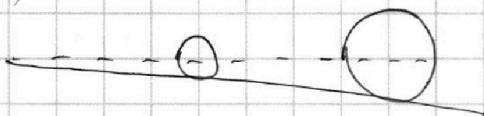
$$l = \sqrt{63 - \frac{63}{64}} = \sqrt{\frac{63 \cdot 64 - 63}{64}} =$$

$$\text{Ж.к. прямая проходит через } m. K \Rightarrow \frac{\sqrt{63}(64-1)}{8} = \frac{63}{8}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 16a = 10b \\ \frac{\sqrt{63}}{8} = a \left(-16 + \frac{63}{8} \right) + 10b \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{63}{8}a \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{63}}$$

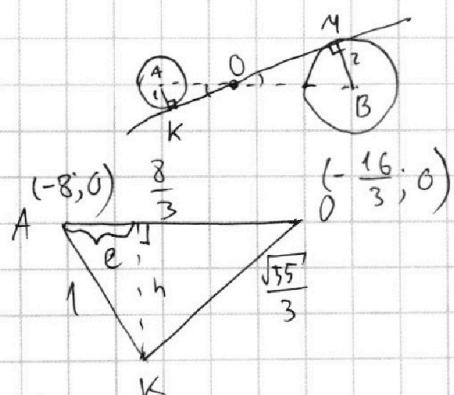
?)



Аналогично n. 1

$$\left\{ \begin{array}{l} 16a = 10b \\ -\frac{\sqrt{63}}{8} = a \left(-16 + \frac{63}{8} \right) + 10b \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{63}{8}a \Rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$$

3)



$\triangle OAK \sim \triangle OMB$ по 2-му признаку

$$\Rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{2}{1}, OB + OA = 8 \Rightarrow OA = \frac{8}{3} \Rightarrow$$

$$OK = \sqrt{\frac{64}{9} - 1} = \frac{\sqrt{55}}{3}$$

$$h \cdot \frac{8}{3} = \frac{\sqrt{55}}{3} \cdot 1 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$l = \sqrt{1 - \frac{55}{64}} = \frac{3}{8}$$

Ж.к. прямая проходит через m. K

$$-\frac{\sqrt{55}}{8} = -\frac{61}{8}a + \frac{16}{3}a \Rightarrow -\frac{\sqrt{55}}{8} = -\frac{55}{24}a \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 16a = 10b \\ -\frac{\sqrt{55}}{8} = a \left(-8 + \frac{3}{8} \right) + 10b \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$a = \frac{3}{\sqrt{55}}, a = -\frac{3}{\sqrt{55}}, a = -\frac{3}{62}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

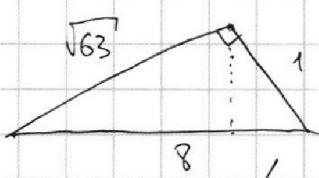
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1. ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \quad ac : 2^{30} \cdot 7^{37}$$

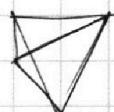
$$\frac{k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}}{m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}} = \frac{a}{c} = \frac{k}{m \cdot 2^3 \cdot 7^7} \quad \frac{a}{b} = \frac{n \cdot 2^{30} \cdot 7^{37}}{m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}} = \frac{n \cdot 2^{13} \cdot 7^{20}}{m}$$

$$h \cdot 8 = \sqrt{63} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}}{n \cdot 2^{30} \cdot 7^{37}} = \frac{k}{n \cdot 2^{16} \cdot 7^{27}}$$



$$a^2 b^2 c^2 = 2^{61} \cdot 7^{64} \cdot k \cdot m \cdot n$$



0 6
1 7
2 8
3 9
4 10

$$2. \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$a+b : m \ 5 \ 11 \\ 8ab : n \ 6 \ 12 \\ \pm 13$$

$$\begin{array}{r} \times 71 \\ \overline{+ 12} \\ \hline 42 \\ \overline{+ 21} \\ \hline 2842 \end{array} \quad - \frac{61}{8} + \frac{16}{3} = a, b \text{ булам. ураст.} \\ \frac{128}{24} - \frac{183}{24} = \frac{55}{24} a+b : a, a+b : b \quad \text{ес 15} \\ m_{\max} = 8 \quad 0 \ 5$$

$$3. 4. \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad \frac{14}{68}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+(2-7x)} = 2 - 7x \quad \begin{array}{r} \times 19 \\ \overline{+ 13} \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 750 \\ \downarrow 253 \\ 503 \\ \downarrow 252 \\ 455 \\ \downarrow 244 \\ 1002 \\ \downarrow 238 \\ 1240 \\ \downarrow 225 \\ 1465 \\ \downarrow 208 \\ 1673 \end{array} \quad \begin{array}{l} (1-1)(2x^2-3) = 2x^2 - \\ (2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1) = 4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + \\ + 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2x^2 - 5x + 3 = 4x^4 + 6x^3 - 2x^2 + x + 3 \end{array}$$

$$4x^4 + 6x^3 - 2x^2 + x + 3 = (2-7x-1)(2-7x) \quad \begin{array}{r} \times 16 \\ \downarrow 13 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$2 - 7x - 2 \sqrt{a(a+2-7x)} = (2-7x)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

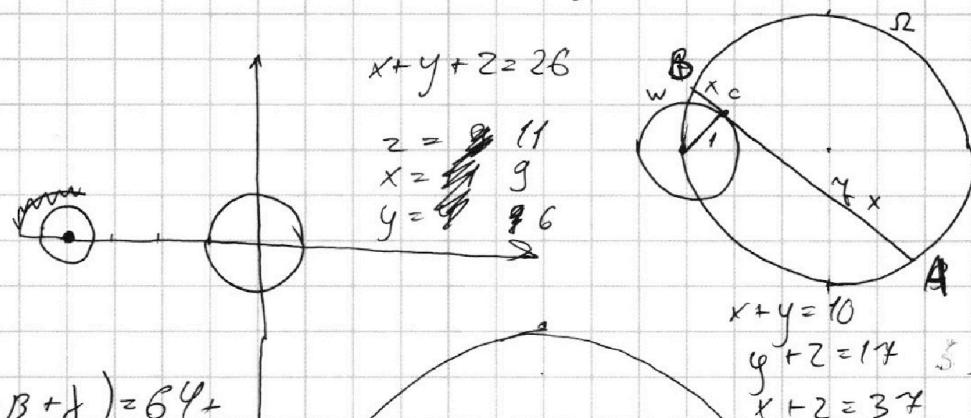
$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \quad \begin{cases} x+y=15 \\ y+z=17 \\ x+z=20 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 63 + 16x = x^2 + y^2 - 4 + 16x + 6z$$

$$a = ab = 2 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 10$$

$$bc = 2 \cdot 17 \cdot 7 \cdot 17$$

$$ac = 2 \cdot 20 \cdot 7 \cdot 37$$



$$2(\alpha + \beta + \gamma) = 64 +$$

$$+ x + y + z$$

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 27$$

$$2\beta = x + y - 10$$

$$2x^2 + 2x + 1 +$$

$$+ (2-4x) +$$

$$+ (2-4x)^2 =$$

$$= 2x^2 + 2x + 1 +$$

$$+ 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2-4x)} = 2-4x$$

$$(2-4x)(1-4x) =$$

$$= 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2-4x)}$$

$$1) x = \frac{2}{7}$$

$$50-42$$

$$(1-4x) = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 4(x-1)(2x-3)$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 - 20x + 12$$



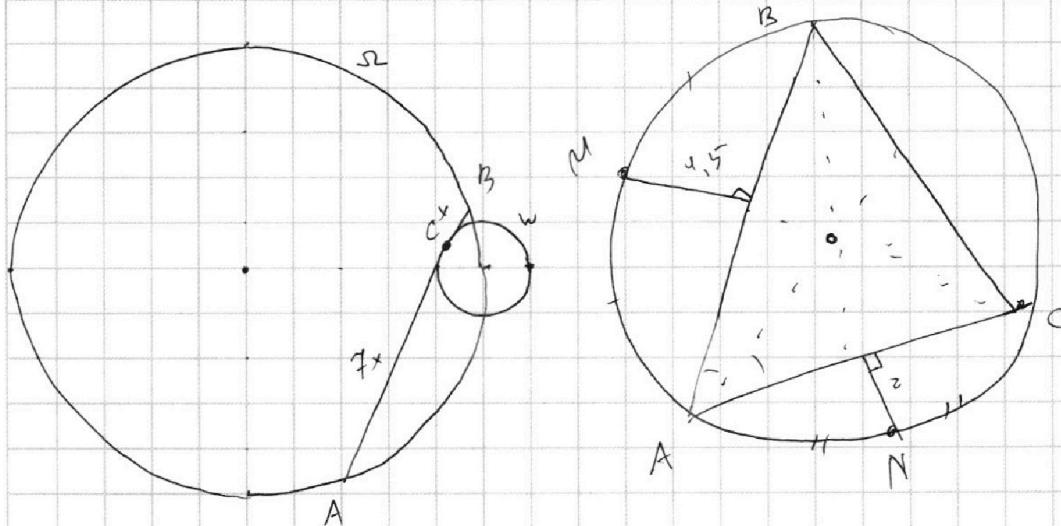
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

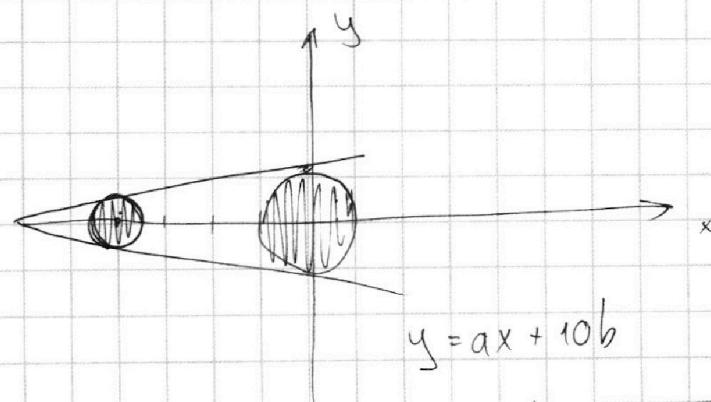
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax - y + 10b = 0$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$



$$y = ax + 10b$$

$$\begin{cases} ax + 10b = \sqrt{4 - x^2} \\ ax + 10b = \sqrt{1 - (x+8)^2} \end{cases}$$

$$0 = -16a + 10b$$

