



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Чистовик

Пусть $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ (1) и $a = 2^x \cdot 7^y$ (4),
 $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ (2)
 $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$ (3)

тогда $b = 2^{14-x} \cdot 7^{10-y}$ (из (1) и (4)) \Rightarrow из (2)
 $c = 2^{20-x} \cdot 7^{37-y}$ (из (3) и (4)) $34-2x=17 \quad 47-2y=17$
 $x = \frac{17}{2} \quad y = 15$
 $x \notin \mathbb{Z} \quad b = \frac{2^{14-x}}{7^{-5}} \notin \mathbb{N}$
 $\Rightarrow b = 2^{14-x} \cdot 7^{10-y} \cdot z,$
где $z = 2^m \cdot 7^n$.

$\Rightarrow 14-x+m+20-x=17$

$$x = \frac{17+m}{2} \in \mathbb{Z}$$

~~14+x+m+20-x=17
28+x+m=17
x+m=17-28=-11~~

Минимальная степень будет, если $14-x+m=0$

$$14 - \frac{17+m}{2} + m = 0$$

$$28 - 17 - m + 2m = 0$$

$$m = -11$$

$$x = 3$$

\Rightarrow из (2) $10-y+n+37-y=17$

$$y = \frac{30+n}{2} \in \mathbb{Z}$$

Минимальная степень будет, если $10-y+n=0$

$$20 - 30 - n + 2n = 0$$

$$n = 10$$

$$y = 20$$

$$abc = 2^x \cdot 7^y \cdot 2^{20-x} \cdot 7^{37-y} \cdot 2^{14-\frac{1}{2}} \cdot 2^{10-\frac{-20}{2}} \cdot 2^{10} \cdot 2^{-11} = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Ответ: $2^{20} \cdot 7^{37}$

стр. 1 из 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)(a-7b) + 8b^2} = \frac{\frac{1}{b} \left(\frac{a}{b} + 1 \right)}{\left(\frac{a}{b} + 1 \right) \left(\frac{a}{b} - 7 \right) + 8} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{b \left(\left(\frac{a}{b} + 1 \right) \left(\frac{a}{b} - 7 \right) + 8 \right)}$$

т.к. $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь

Можно поделить на $\left(\frac{a}{b} + 1 \right)$, если $8 \mid (a+b)$.

$$m = \left(\frac{a}{b} + 1 \right) \cdot b = a+b \quad (\text{т.к. слагаема сократили на } b)$$

m. l. $8 \mid m \Rightarrow$ наибольшее $\leftarrow m$ (при котором
может оказаться, что и числитель, и знаменатель
могут сократить на m).

Численик: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чистовик

$$t = 2x^2 + 2x + 1$$

$$k = 2 - 7x$$

$$t+k = 2x^2 - 5x + 3$$

$$\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k$$

$$\begin{cases} t+k = (k+\sqrt{t})^2 \\ k+\sqrt{t} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t+k = k^2 + 2k\sqrt{t} + t \\ k+\sqrt{t} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k(k+2\sqrt{t}-1) = 0 \\ k+\sqrt{t} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-7x=0 \quad (1) \\ 2-7x+2\sqrt{2x^2+2x+1} - 1 = 0 \quad (2) \\ 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1} \geq 0 \end{cases}$$

$$(1): x = \frac{2}{7} \quad \left(\sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{7} + 1} + 2 - \frac{7 \cdot 2}{7} > 0 \right)$$

$$(2): 2\sqrt{2x^2+2x+1} = 7x - 1 \quad \cancel{\text{Бернко}}$$

$$\begin{cases} 4(2x^2+2x+1) = 49x^2 - 14x + 1 \\ 7x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 41x^2 - 22x - 3 = 0 \\ x \geq \frac{1}{7} \end{cases} \quad \frac{D}{4} = 121 + 123 = 244$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{244}}{41} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \quad x \geq \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{11+2\sqrt{61}}{41} = x$$

$$1 \neq 2x^2 + 2x + 1$$

$$0 \neq 2x^2 + 2x$$

($x > 0$)

$$\Rightarrow 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1} \geq 0 \quad \text{не выполнено}$$

Ответ: $\frac{2}{7}$.

Стр. 2 из 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

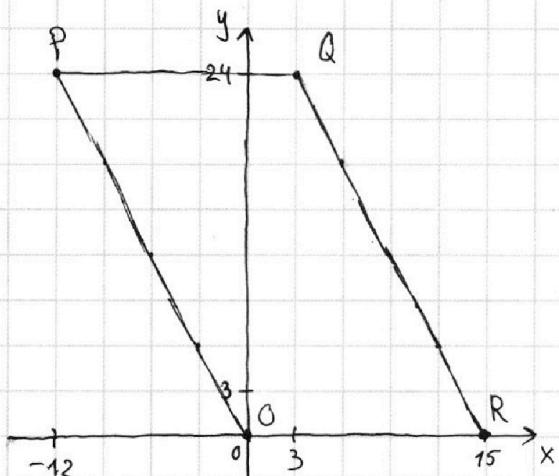
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5



Черновик

Всего целочисленных точек:

$$24 \cdot 15 = 360$$

$$y_1 \in [0; 24] \text{ и } y_2 \in [0; 24]$$

$$x_1 \in [-12; 15] \text{ и } x_2 \in [-12; 15]$$

$$y_2 - y_1 = 12 + 2(x_1 - x_2) \leq 24$$

$$x_1 - x_2 \leq 6$$

стр. 6 из 7



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

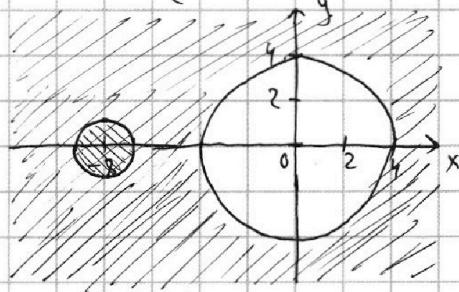
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чистовик

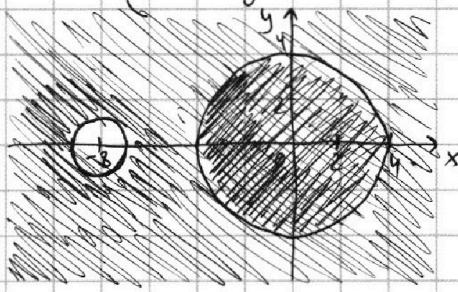
N6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

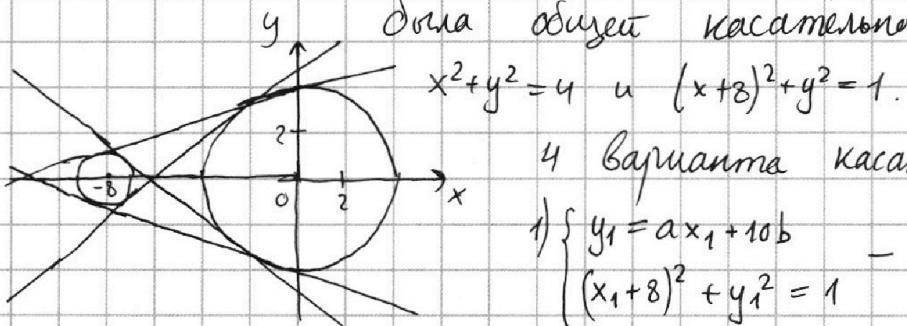
$$(2): \quad 1) \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$



$$2) \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$



Чтобы было у системы ровно 2 решения,
необходимо, чтобы прямая вида $y = ax + 10b$
должа общает касательной 2 ук. окр.



4 варианта касательных

$$1) \quad \begin{cases} y_1 = ax_1 + 10b \\ (x_1 + 8)^2 + y_1^2 = 1 \end{cases} \quad - 1 \text{ реш. (т.е. 1 перес.)}$$

$$x_1^2 + 16x_1 + 64 + a^2x_1^2 + 20abx_1 + 100b^2 = 1$$

$$(a^2 + 1)x_1^2 + 2(8 + 10ab)x_1 + 63 + 100b^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 64 + 160ab + 100a^2b^2 - 63a^2 - 63 - 100a^2b^2 - 100b^2 =$$

$$= 160ab - 63a^2 - 100b^2 + 1 = 0$$

(т.к. 1 реш.)

$$\frac{D}{4} = 6400a^2 - 6300a^2 + 100 = 0$$

$$b = \frac{80a \pm 10\sqrt{a^2 + 1}}{100} = \frac{8a \pm \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

см. продолжение
стр. 3 из 7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Чистовик

$$2) \begin{cases} y_2 = ax_2 + 10b \\ x_2^2 + y_2^2 = 4 \end{cases} \quad \text{1 реш. (1 пересеч)}$$

$$x_2^2 + a^2x_2^2 + 2abx_2 + 100b^2 - 4 = 0$$

$$(a^2 + 1)x_2^2 + 2abx_2 + 100b^2 - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 100a^2b^2 - 100a^2b^2 + 4a^2 + 4 - 100b^2 = 0$$

$$a^2 + 1 = 25b^2$$

$$b = \pm \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5}$$

$$1. \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a + \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$2. \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a - \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 8a$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 64a^2 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$3. -\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a + \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$4. -\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a - \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$3\sqrt{a^2 + 1} = -8a$$

$$\begin{cases} 9a^2 + 9 = 64a^2 \\ a \leq 0 \end{cases}$$

$$a = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = -8a$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 64a^2 \\ a \leq 0 \end{cases}$$

$$a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$\text{Отвем: } \pm \frac{1}{\sqrt{63}} ; \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

Стр. 4 из 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

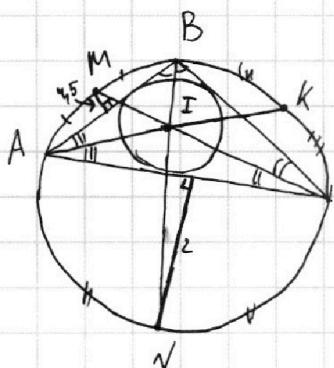
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№?

AI - ?



Чистовик

1) $\angle ABN = \angle NBC$ (м.к. опираются
на равные дуги)

2) $\Rightarrow BN \cap MC = J$ (I - центр
вписанной окр.)

3) $K \in AI$

~~$\angle BAK = \angle KAC$~~

$\Rightarrow BK = KC$ (м.к. равные углы)

снр. 7 из 7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}a &= 2^x \cdot 7^y \\c &= 2^{20-x} \cdot 7^{37-y} \\b &= 2^{14-x} \cdot 7^{10-y}\end{aligned}$$

$$a = 2^x \cdot 7^y$$

$$c = 2^{20-x} \cdot 7^{37-y}$$

$$b = 2^{14-x} \cdot 7^{10-y}$$

$$z = 2^m \cdot 7^n$$

$$2^{20} \cdot 7^{37} \cdot 2^5 \cdot 2^{15} = 2^{26} \cdot 7^{22}$$

Черновик

$$\begin{aligned}bc &= 14^{17} \cancel{ax} \\ab &= 14^{10} \cancel{2^4 y} \\ac &= 14^{20} \cancel{2^{17} z}\end{aligned}$$

$$\cancel{\begin{aligned}34-2x &= 17 \\+m & \\17+m & \\2 & \\m &= 1 \\x &= 9\end{aligned}}$$

$$10-y+37-y=17$$

$$30=2y$$

$$y=15$$

$$\cancel{n=0}$$

$$n=5$$

$$\begin{aligned}a &= 2^x \cdot 7^y \\c &= 2^{20-x} \cdot 7^{37-y} \\bc &= 2^{17} \cdot 7^{17}\end{aligned}$$

$$\cancel{\begin{aligned}34-2x &= 17 \\+m & \\17+m & \\2 & \\m &= 1 \\x &= 9\end{aligned}}$$

$$b = 2^{3+x} \cdot 7^{20+y}$$

$$14-x+m \geq 0$$

$$14 \geq -m + x$$

$$14 \geq -m + \frac{17+m}{2}$$

$$28 \geq -2m + 17 + m$$

$$4+3=7$$

$$5+1=8$$

$$m \cancel{+17} = 8m$$

$$\frac{45+17}{2} = 31$$

$$45+17-31=28$$

$$10-y+n + 37-y = 17$$

$$11 \cancel{+n}$$

$$14-1-8=5$$

$$y = \frac{40-n}{2}$$

$$14+1-9=6$$

$$14-3-7=4$$

$$14-x+m=0$$

$$\cancel{10-y+n}$$

$$20+2n=40-n$$

$$14-\frac{17+m}{2}+m=0$$

$$3n=60 \quad n=20$$

$$\cancel{28-17-m+2m=0}$$

$$10-y+n=0$$

$$11+m=0$$

$$14-3-11=0$$

$$m=-11$$

$$y=10+n$$

$$10-30+20$$

$$2n+20=30+n$$

$$(n=10)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^{\frac{x}{2}} \cdot 7^{\frac{y}{2}} \\ b &= 2^{\frac{y+4}{2}} \cdot 7^{\frac{x+4}{2}} \\ c &= 2^{\frac{x+12}{2}} \cdot 7^{\frac{y+4}{2}} \end{aligned}$$

Черновик

$$x = \frac{12-m}{2} \quad m=1$$

$$y = 15$$

$$2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{12} \cdot 7^{12} = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sin(x+\beta)}$$

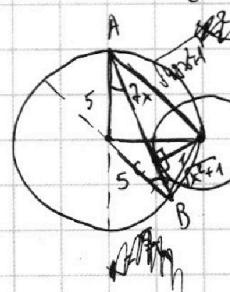
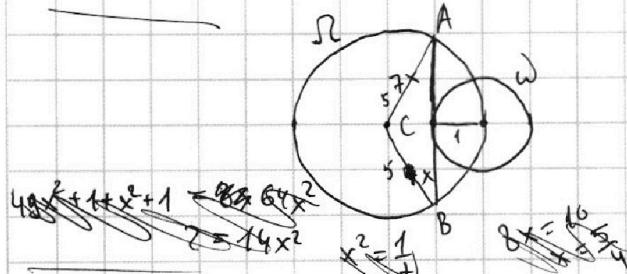
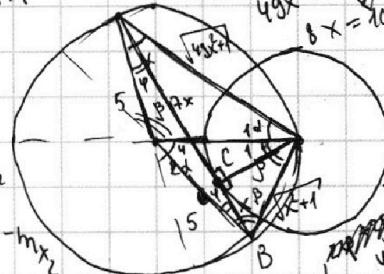
abc - ?

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)(a-b) + 8b^2}$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a^2 + ab} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{-7ab + b^2}{-7ab - b^2} = \frac{a+b}{bb^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{(a+1)b}{(b+1)a} &= \frac{((\frac{a+1}{b}) - (\frac{a-2}{b}) + 2)b}{((\frac{a+1}{b}) + (\frac{a-2}{b}) + 2)a} \\ a^2 + 2ab + b^2 &= m^2 x_1^2 \\ a^2 - 6ab + b^2 &= mx_2 \\ 8ab &= m^2 x_1^2 - mx_2 \end{aligned}$$



$$49x^2 + 1 + x^2 + 1 = 8x^2 \cdot 64x^2$$

$$2 = 14x^2$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\begin{aligned} t &= 2x^2 + 2x + 1 \\ t - 7x &= 2x^2 - 5x \end{aligned}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 7x = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 49x^2 = 2x^2 + 2x + 1 + 4 + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$\sqrt{t - 7x + 2} - \sqrt{t} = 2 - 7x$$

$$t - k = k^2 + 2\sqrt{t}k + t$$

$$\begin{cases} t - k = (k + \sqrt{t})^2 \\ k + \sqrt{t} \geq 0 \end{cases}$$

$$k = 2 - 7x$$

$$\begin{aligned} k^2 + 2\sqrt{t}k + t &= 0 \\ k(k + 2\sqrt{t} + 1) &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

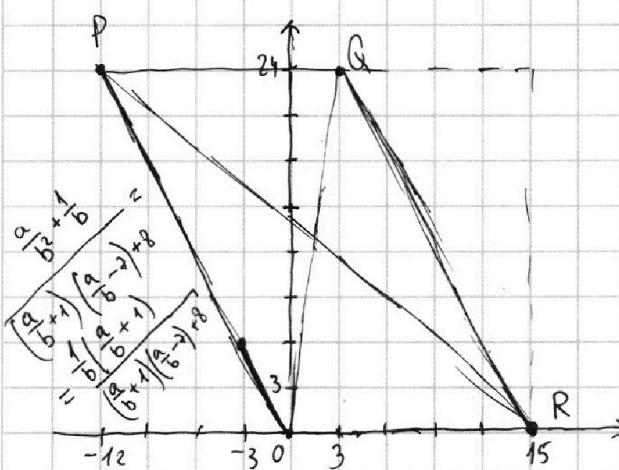
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 - 7x = 0 \\ 2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 1 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = \left\lceil \frac{7}{2} \right\rceil$$



$$\frac{P(x+1)}{P(x)} = -12 \cdot k = 24$$

$$y = -2x$$

$$y = -2x + 30$$

15.24

$$\begin{array}{r} 27 \text{ bap } \\ \times 15 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ -2+2x \\ \hline -2x+4 \end{array} \quad \begin{array}{r} x \\ +15 \\ \hline 120 \\ +24 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$y_2 = -2 + 2 \quad y_1 = -2 + 1$$

~~1000000~~

$$y_2 - y_1 = 12 + 2(x_2 - x_1)$$

$$y_2 - y_1 = 12 + 2(x_2 - x_1) \leq 2.$$

$$2(x_1 - x_2) \leq 12$$

$$x_1 - x_2 \leq 6$$

Черновик

$$2\sqrt{2x^2+7x+1} = 7x - 3$$

$$\begin{cases} 4(2x^2 + 2x + 1) = 49x^2 - 42x + 9 \\ 7x + 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 41x^2 - 50x + 5 = 0 & \frac{D}{4} = 625 - 205 = 420 \\ x \geq -\frac{3}{2} & x = \frac{25 \pm \sqrt{420}}{2} = \end{cases}$$

$$= \frac{25 \pm 2\sqrt{205}}{41}$$

$$y = kx$$

$$2k = -k^3$$

$$y = k(x+3)$$

$$y = \frac{2}{3}k + \frac{40}{3}$$

$$2k = -12k + b$$

$$0 = 15k + b$$

$$b = -15k$$

$$b = \frac{18}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$-27k = 24$$

$$k = \frac{8}{-9}$$

$$(y - 3x) \cdot (y + \frac{3}{3}x - \frac{40}{3}) = 0$$

$$(y - 3x) \cdot (y + \frac{2}{3}x - \frac{40}{3}) = 0$$

$$\begin{aligned}
 y_1 &\leq 2^y & y_2 &\leq 2^y \\
 y_1 &\geq 0 & -y_1 &\leq 0 \\
 2x_1 &\geq -y_1 & y_2 &\geq 2^y \\
 -2x_1 &\leq y_1 & -2x_2 &\leq y_2 \\
 -2x_1 + 30 &\geq y_1 & -2x_2 + 30 &\geq y_2 \\
 2x_1 - 30 &\leq -y_1 & &
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{\text{Step 1: } x_2 - y_1 = -2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 30} \\ \cancel{\text{Step 2: } x_2 - y_1 = -2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 30} \end{array}$$

$$y_2 \geq -2x_2$$

$$\begin{array}{l} \cancel{2x_1 - 2x_2 + 30} \geq y_2 - y_1 \stackrel{?}{=} -2x_2 + 2x_1 - 30 \\ \cancel{+2x_2} \qquad \qquad \qquad 12 = -2x_2 + 2x_1 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

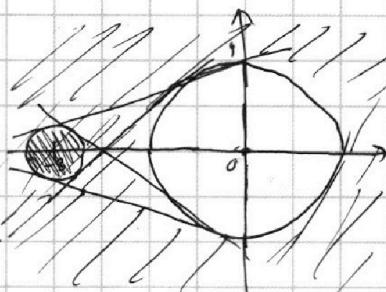
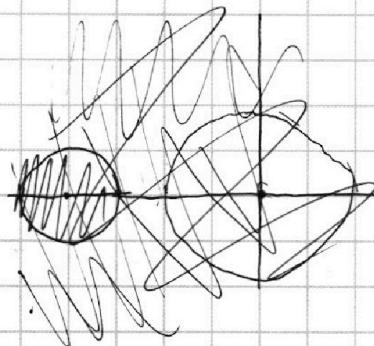
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$



2 реш. \Rightarrow 2 пер.
касам. и 2 окр

4 Вар.

$$(x_1 + 8)^2 + y_1^2 = 1$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 4$$

$$x_1^2 + a^2 x_1^2 + 100b^2 \geq 4$$

$$x_1^2 = \frac{4 - 100b^2}{a^2} \geq 0$$

$$x_1^2 \geq 0$$

$$y_1 = ax_1 + 10b$$

$$y_2 = ax_2 + 10b$$

$$16x_1 + 64 = -3$$

$$16x_1 = -67$$

$$x_1 = -\frac{67}{16}$$

$$x_1 = -\frac{67}{16}$$

$$1) x_1^2 + 16x_1 + 64 + a^2 x_1^2 + 20abx_1 + 100b^2 = 1$$

$$(a^2 + 1)x_1^2 + 2(10ab + 8)x_1 + 63 + 100b^2 = 0$$

1 реш.

$$\frac{D}{4} = 100a^2b^2 + 160ab + 64 - 63 - 100b^2a^2$$

$$-100b^2 =$$

$$-100b^2 + 160ab + 64 - 63 = 0$$

$$100b^2 - 160ab - 1 = 0$$

$$+63a$$

$$2) x_2^2 + a^2 x_2^2 + 20abx_2 + 100b^2 = 4$$

$$(a^2 + 1)x_2^2 + 20abx_2 + 100b^2 = 4$$

$$\frac{D}{4} = 100a^2b^2 - 100b^2a^2 + 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0$$

$$a^2 - 25b^2 + 1 = 0$$

$$a^2 = 25b^2 - 1$$

$$a^2 = 25b^2 - 1</$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$a+b = m \cdot k$$

$$\frac{k}{n} - \text{не супр.}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = m \cdot n$$

$$(a+b)^2 - 8ab = mn$$

$$k^2 \cdot m^2 - n \cdot m - 8ab(mk-a) = 0$$

$$k^2 \cdot m^2 - (n+8ak)m + 8a^2 = 0$$

$$D = (n+8ak)^2 - 32a^2k^2 =$$

$$= n^2 + 16ank + 32a^2k^2 = l^2$$

$$m = \cancel{\frac{n+8ak \pm l}{2k^2}}$$

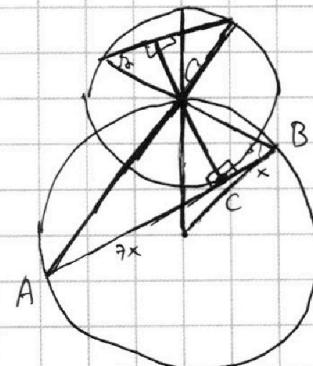
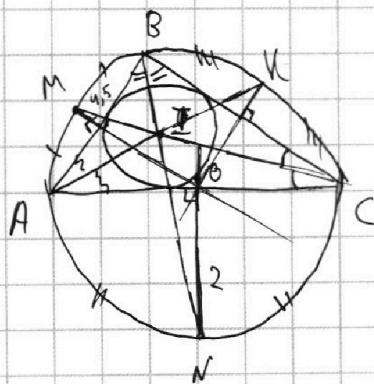
$$a \cdot \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 6$$

$$m = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2} - \frac{6a}{a+b}$$

AI-7.



27-