



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 + X_2 + P_1 + P_2 \geq 10 \\ X_1 + X_3 + P_1 + P_3 \geq 17 \\ X_1 + X_3 + P_1 + P_3 \geq 20 \\ X_1 + X_2 + X_3 = \frac{51 + P_1 + P_2 + P_3}{2} = 26 \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 + y_2 + p'_1 + p'_2 \geq 10 \\ y_2 + y_3 + p'_1 + p'_3 \geq 17 \\ y_1 + y_3 + p'_1 + p'_3 \geq 34 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 32 + \frac{p'_1 + p'_2 + p'_3}{2} \end{array} \right.$$

Нетрудно заметить, что
вторая система имеет
решение при $p'_1 + p'_2 + p'_3 = 5$,
которое при этом является
одним из возможных.

Пример: $X_1 = 9, X_2 = 11, X_3 = 6$,

$$y_1 = 20, y_2 = 0 \Rightarrow y_3 = 10$$

$$abc = 2^{\frac{26}{2}} \cdot 4^{\frac{34}{4}}$$

$$\text{Ответ: } 2^{\frac{26}{2}} \cdot 4^{\frac{37}{4}}$$



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИЕсли отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$abc = 4^{\frac{14}{2}} \sqrt{K_1 K_2 K_3 \cdot 2^{57}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{2} \cdot 4^{\frac{y_1 + y_2 + y_3}{2}} = 4^{\frac{(32 + p_1 + p_2 + p_3)}{2}} \cdot 2^{\frac{51 + p_1 + p_2 + p_3}{2}}$$

$$M \cdot K \sqrt{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot 2^{57}} \in N \Rightarrow$$

$$\frac{51 + p_1 + p_2 + p_3}{2} \in N \Rightarrow 51 + p_1 + p_2 + p_3 : 2.$$

Без ограничения общности примем, что $p_1 = 1, p_2 = 0, p_3 = 0$

(подобрать праиску (p_1, p_2, p_3) такую, чтобы $\frac{p_1 + p_2 + p_3 + 51}{2} : 2$

и при этом, чтобы сумма $p_1 + p_2 + p_3$ в новой праиске была меньше

$p_1 + p_2 + p_3$ при $p_1 = 1, p_2 = 0, p_3 = 0$

меньше, т.к. ближайшее число к

$p_1 + p_2 + p_3 + 51$ которое будет: 1

при $p_1, p_2, p_3 \geq 0$ будет 52).

$$ab : 2^{14} \cdot 4^{10}, bc : 2^{17} \cdot 4^{14}, ac :$$

$$2^{10} \cdot 4^{34} \Leftrightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$m \cdot K \quad ab : 2^{20} \cdot 4^{34}, \quad bc : 2^{14} \cdot 4^{10}, \\ ac : 2^{14} \cdot 4^{17} \Rightarrow ab = k_1 \cdot 2^{14} \cdot 4^{10}, \\ bc = k_2 \cdot 2^{14} \cdot 4^{17}, \quad ac = k_3 \cdot 2^{20} \cdot 4^{34}$$

т.е. k_1, k_2, k_3 - частное полученные
при делении: ab на $2^{14} \cdot 4^{10}$,
 bc на $2^{14} \cdot 4^{17}$, ac на $2^{20} \cdot 4^{34}$
соответственно. \Rightarrow

$$ab \cdot bc \cdot ac = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{14+14+10} \cdot 4^{10+14+34} \\ \Leftrightarrow (abc)^2 = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{51} \cdot 4^{69} \Leftrightarrow$$

$$abc = \sqrt[k]{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{51}}. \text{ Так как } a, b, c \in N \Rightarrow abc \in N \Rightarrow$$

$\sqrt[k]{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{51}} \in N$. Очевидно,

чтобы abc было минималь-

$$\text{ным, } k_1 = 2^{P_1} \cdot 4^{P_1'}, \quad k_2 = 2^{P_2} \cdot 4^{P_2'},$$

$$k_3 = 2^{P_3} \cdot 4^{P_3'}, \quad \text{т.е. } P_1, P_2, P_3, P_1', P_2', P_3' \in$$

$$P_3' \in N \vee \{0\}, \quad a = 2^{x_1} \cdot 4^{y_1},$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 4^{y_2}, \quad c = 2^{x_3} \cdot 4^{y_3}. \quad \text{Тогда}$$

натуральны, т.е. $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 \in$

$\in N \vee \{0\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Из условия следует, что
 m - это НОД: $(a+b, a^2-6ab+b^2)$
 $a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab \Rightarrow$
 $(a+b, (a+b)^2 - 8ab) = (a+b, -8ab) \Rightarrow$
(m к $\frac{a}{b}$ делится ровно) $\Rightarrow a$ и b взаимопростые
 $\Rightarrow (a+b; -8ab) = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$
 ± 7

Н.к. наименьшее значение $m \Rightarrow m = 8$. Пример: $a=11, b=5$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{11+5}{11^2-6 \cdot 11 \cdot 5 + 5^2} = \frac{16}{184} = \frac{2}{23}$$

Ответ: $m = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

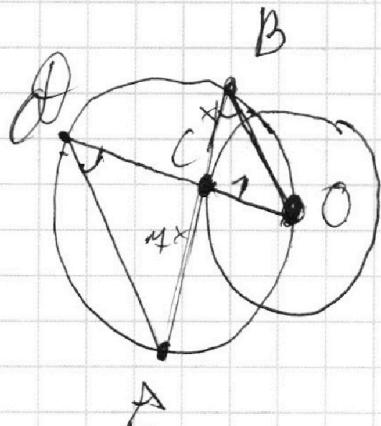
$$\Rightarrow AB = 8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49}}$$

Ответ: $8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49}}$

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3



Дано

$$\text{O} - \text{ч. в}$$

$$\frac{AC}{CB} = 4$$

$$r_w = 1$$

$$r_{\Omega} = 5$$

$$AB = ?$$

Решение: Проведем CO.

Проведем OC до пересечения с Ω в точке D. $\angle ADO = 135^\circ$

Как опирающийся на одну из
из. Пусть $AC = 4x$, $CB = x$.

Пк. к C - это точка касания \Rightarrow

$$\angle OCD = 90^\circ \Rightarrow \angle DCA = \angle OCD = 90^\circ$$

(как вертикальные).

$$\angle ADC = \angle COB, \angle DCA = \angle BCO = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BCO \Rightarrow \frac{AC}{CO} = \frac{DC}{BC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 8x = 8 \sqrt{-504 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}$$

Ответ: $8 \sqrt{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1 \text{ и } \sqrt{2x^2+5x+3} \leq 1$$

не пересекаются $\Rightarrow \sqrt{2x^2+2x+1} + \sqrt{2x^2+5x+3}$
будет больше 1 при всех допу-
тимых $x \Rightarrow x = \frac{2}{7}$ является
единственным корнем.

Ответ: $x = \frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^4 - 5x + 3} - \sqrt{2x^4 + x + 1} = 2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$(\sqrt{2x^4 - 5x + 3} + \sqrt{2x^4 + x + 1})(\sqrt{2x^4 - 5x + 3} - \sqrt{2x^4 + x + 1}) = 2 - 4x$$

$$-\sqrt{2x^4 + x + 1} + \sqrt{2x^4 - 5x + 3}$$

$$\frac{2x^4 - 5x + 3 - 2x^4 - x - 1}{\sqrt{2x^4 - 5x + 3} + \sqrt{2x^4 + x + 1}} = 2 - 4x$$

$$\frac{2 - 4x}{\sqrt{2x^4 - 5x + 3} + \sqrt{2x^4 + x + 1}} = 2 - 4x$$

Зададим, что $x = \frac{2}{4}$ является
решением. Рассмотрим теперь все

$$x \neq \frac{2}{4} : \frac{2 - 4x}{\sqrt{2x^4 - 5x + 3} + \sqrt{2x^4 + x + 1}} = 2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2x^4 - 5x + 3} + \sqrt{2x^4 + x + 1} = 1.$$

Зададим, что $\sqrt{2x^4 - 5x + 3} \leq 1$

при $x \in [\frac{1}{2}, 2]$, а с учетом
того, что $2x^4 - 5x + 3 \geq 0$:

$$\sqrt{2x^4 - 5x + 3} \leq 1 \text{ при } x \in [\frac{1}{2}; 1] \cup [1, 5; 2]$$

А при $x \in [-\frac{1}{2}; 0]$: $\sqrt{2x^4 + x + 1} \leq 1$
т.к. множество x , при которых



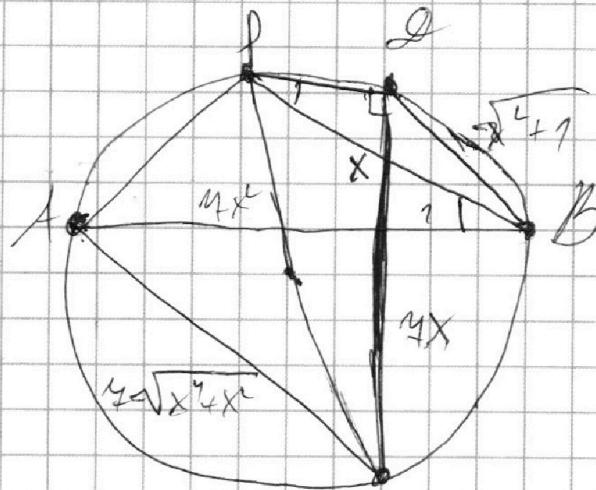
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49(x^4 + x^4) + x^4 + 1 = 100$$

$$49x^8 + 50x^4 + 99 = 0$$

$$x = 50^{1/4} \sqrt{.}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 99 \\ \times 97 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$27904 =$$

$$\begin{array}{r} 977 \\ 4991 \\ \hline 9857 \\ -4 \\ \hline 79404 \\ +25000 \\ \hline 24404 \\ -20 \\ \hline 44 \\ -36 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$9 \cdot 11 \cdot 4^4$$

$$\begin{array}{r} 2190479 \\ -20 \\ \hline 19 \\ -16 \\ \hline 30 \\ \hline \end{array} \quad \sqrt{3476} = 7$$

$$\begin{array}{r} 3476 \\ \times 76 \\ \hline 456 \\ 245 \\ \hline 5738 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

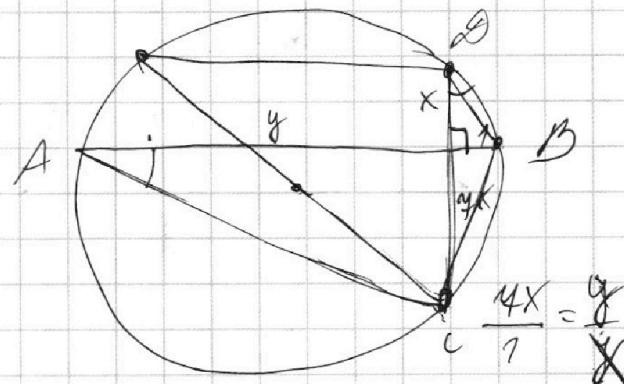
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

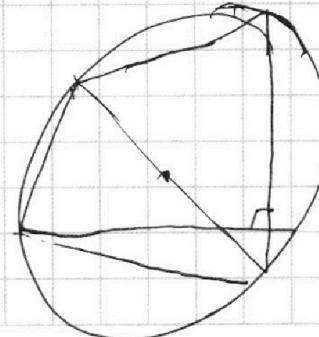
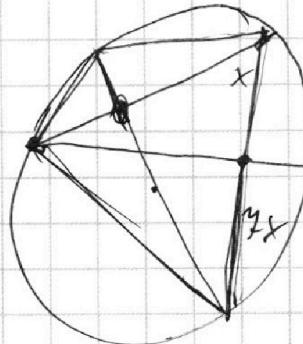
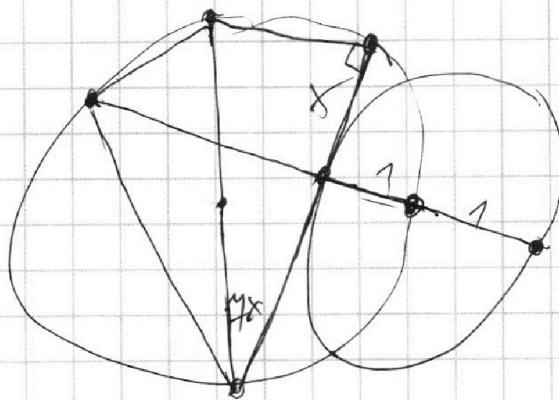
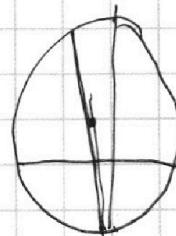
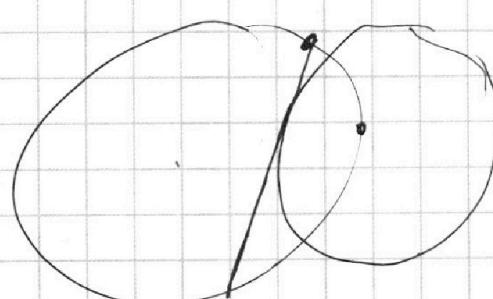
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x_1 + x_1 \geq 14 \\ y_1 + y_1 \geq 10 \\ x_2 + x_3 \geq 14 \\ y_2 + y_3 \geq 14 \\ x_1 + x_3 \geq 10 \\ y_1 + y_3 \geq 34 \end{cases}$$



$$x_1 + x_1 + x_3 = \frac{51 + p_1 + p_2 + p_3}{2} = \frac{5l}{2} = 26$$

$$y_1 + y_1 + y_3 = \frac{32 + p_1' + p_2' + p_3'}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^4 - 5x^3 + 3} - \sqrt{2x^4 + 2x + 1} = 2x - 4$$

$$2x^4 - 5x^3 + 3 - \cancel{2x^4} - 2x - 1 = (2x - 4)$$

$$(\sqrt{2x^4 - 5x^3 + 3} + \sqrt{2x^4 + 2x + 1})$$

$$-7x + 2 = (2x - 4)(\sqrt{2x^4 + 2x + 1} + \sqrt{2x^4 - 5x^3 + 3})$$

$$\frac{ab}{a^2 - 6abc + b^2} = \frac{-7x + 2}{2x - 4} = \frac{-7x + 2}{-\sqrt{2x^4 + 2x + 1} + \sqrt{2x^4 - 5x^3 + 3}}$$

$$y_1 = 0, y_2 = 14, y_3 = 20$$

$$y_1 = 0, y_2 = 20, y_3 = 24$$

$$ab : 2^{14} \cdot 4^{10} \Rightarrow ab \geq k_1 \cdot 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$bc : 2^{10} \cdot 4^{12} \Rightarrow bc = k_2 \cdot 2^{10} \cdot 4^{12}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 4^{32} \Rightarrow ac = k_3 \cdot 2^{20} \cdot 4^{32}$$

$$(abc)^c = k_1 k_2 k_3 \cdot \sqrt[2]{2^{51} \cdot 4^{69}} \Leftrightarrow$$

$$abc = \sqrt{k_1 k_2 k_3 2^{51} \cdot 4^{69}} = 2^{26} \cdot 4^{32}$$

$$k_1 = 2^1$$

$$ab = 2^{35} \cdot 4^{10}$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 20 \\ y_1 + y_3 = 14 \\ y_2 + y_3 = 34 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1 > 19 \\ y_2 > 22 \\ y_3 > 34 \end{matrix}$$

$$a = 2^{x_1} \cdot 4^{y_1}$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 14 \\ x_1 + x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases} \quad \rho_1 = 5$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 4^{y_2}$$

$$x_1 = \underline{15 + 14 - 10} = 6$$

$$c = 2^{x_3} \cdot 4^{y_3}$$

$$x_1 = 15 + 14 - 10 = 6$$

$$x_1 = 6, x_2 = 9, x_3 = 7 \quad x_1 = 6, x_2 = 9, x_3 = 7$$

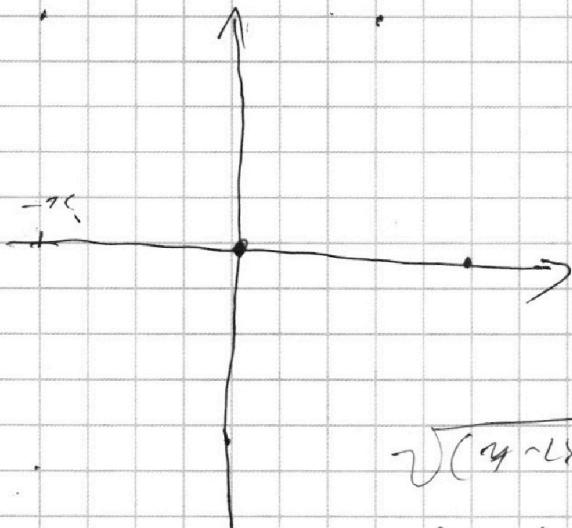
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-\sqrt{2x^4 + 18x^2 + 9} + \sqrt{2x^4 + 28x^2 + 17} = \frac{y - 1}{2 - 4x}$$

$$y - 1 = 0, 2 - 4x = 0$$

$$\sqrt{(y - 1)(2 - 4x)} = 2(x - 1)(x - 1.5)$$

$$a = x - 1, b = x - 1.5$$

$$\sqrt{2x^4 + 18x^2 + 9} + (-4x) \geq 0$$

$$\sqrt{2x^4 + 18x^2 + 9} \geq 4x - 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^4 + 18x^2 + 9 \geq 16x^2 - 18x + 9 \\ 4x - 0 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^4 + 18x^2 + 9 \geq 16x^2 - 18x + 9 \\ 4x - 0 \geq 0 \end{array} \right. \quad \frac{9x - 9}{2} + \frac{4x + 4}{2}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9} - \frac{40}{9} + \frac{99}{9}} = \frac{8}{9}$$

$$\sqrt{2x^4 + 18x^2 + 9} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{28}{9} + \frac{49}{9}} = \frac{9}{3}$$

$$\boxed{x = \frac{9}{4}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

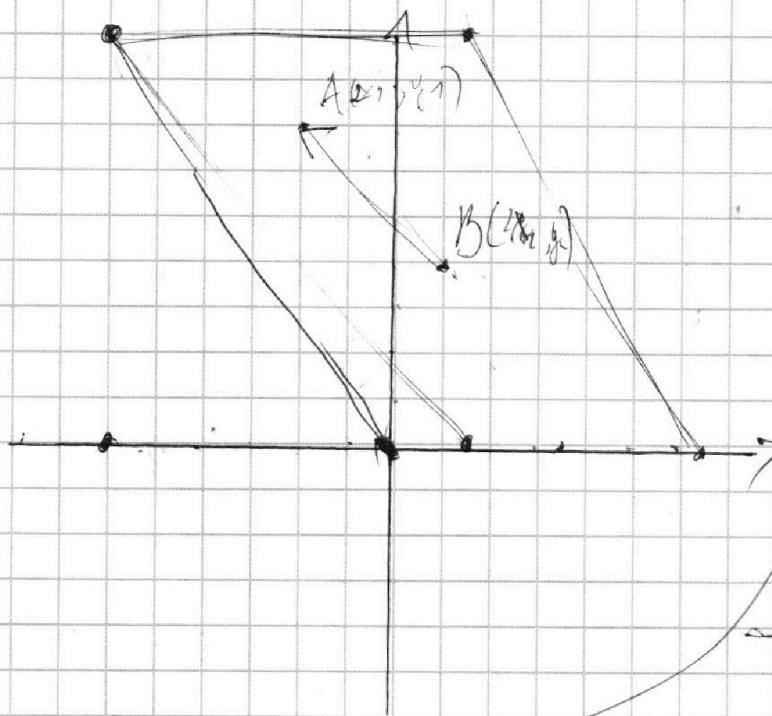
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

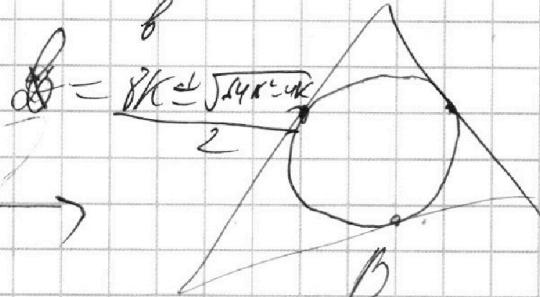
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 3+5 \\ \hline 9+65-60 \\ 8 \\ \hline \alpha+b=kab \end{array}$$
$$\begin{array}{l} abk+a+b=8k \\ (-bk+1)(\alpha+b)= -bk \\ \alpha+b=8k \\ ab=k \end{array}$$

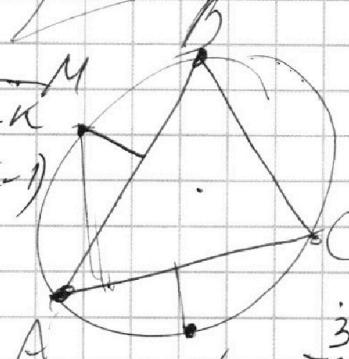
$$g = \alpha x + 10b$$

$$\alpha = \frac{k}{b}, k-8kb+b^2=0$$



$$b = 8k \pm \sqrt{64k^2-k}$$

$$76p_1 = c$$



- 1 - 1
2 - 4
3 - 9
4 - 0
5 - 9
6 - 9
7 - 1
8 - 0

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 736-336 \end{array}$$

8

10

$$\begin{array}{r} 10+5 \\ \hline 161+65-68 \cdot 5 \\ 111 \\ \hline 76 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 330 \\ -196 \\ \hline 134 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 134 \\ +18 \\ \hline 152 \end{array}$$

I-

I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

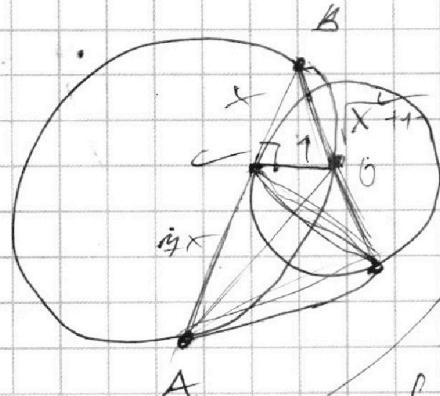
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{pow}(\alpha, w) = R - r = 0$$

$$\text{pow}(\beta, w)$$

$$a^c - 6ab + b^c =$$

$$(a+b)^c - 8ab$$

$$(a+b)^c - 8ab \stackrel{a+b}{=} -8ab \Rightarrow$$

$$((a+b)^c - 8ab; a+b) = (-8ab, a+b)$$

$$\frac{a}{b} - \text{число} \Rightarrow a \perp b \Rightarrow \textcircled{8}?$$

$$a+b = -8ab \Leftrightarrow a(8b+1) + b = 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 2x \Leftrightarrow$$

$$-4x + 2 = 2 - 2x \Rightarrow$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x \Rightarrow$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 = 4x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$f(x) = 2x^2 + t + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x + t; x = -\frac{t}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

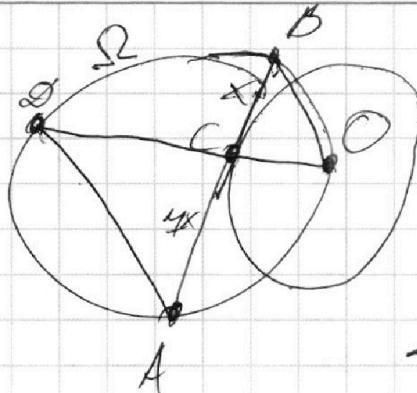
$$\frac{2 \cdot 15}{16} - \frac{5 \cdot 5 \cdot 4}{16} + \frac{48}{16} =$$

$$\frac{90}{16} - \frac{100}{16} + \frac{15}{16} = \frac{5}{16} \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$x = \frac{1}{2} \quad 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{4} + 3$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 1$$

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИЕсли отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Соседними мач.

с мач. O . Пк с-
м. касание \Rightarrow
 $\angle BCO = 90^\circ$. Продолжи OC до пересечения с Ω . Тут OC пресекают Ω в маче D . $\angle BCO = \angle ADO = 90^\circ$ (как верт.). $\angle ADC = \angle ABD$ как отра-
зимся на одну дугу $\Rightarrow \triangle ADC \sim$ $\triangle BCO \Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{DC}{CB}$. Тут

$$AC = 4x, BC = x: DC = \frac{AC \cdot CB}{OC} = \frac{4x \cdot x}{OC} = 4x^2$$

 $\triangle ADC \sim \triangle BOC$ - признак \Rightarrow

$$AD = 4\sqrt{x^2 + x^2}, BC = \sqrt{x^2 + x^2}$$

Пк $OD \perp BA$ ($\angle DCB = \angle ACO = 180 - \angle AOD$

$$= 90^\circ) \Rightarrow AD^2 + OB^2 = 4 \cdot 5^2 \Leftrightarrow$$

$$99x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \cdot 99 \cdot 99}}{2 \cdot 99}$$

Подкоренным быть $x > 0, x > 0 \Rightarrow$

$$x = \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4 \cdot 99 \cdot 99}}{2 \cdot 99}} \Rightarrow$$