



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 ab : 2 \cdot 7^{15 \cdot 11} \\
 bc : 2 \cdot 7^{17 \cdot 18} \\
 ac : 2 \cdot 7^{23 \cdot 39}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 ab \geq 2 \cdot 7^{15 \cdot 11} \\
 bc \geq 2 \cdot 7^{17 \cdot 18} \\
 ac \geq 2 \cdot 7^{23 \cdot 39}
 \end{array}
 \Rightarrow (abc)^2 \geq 2 \cdot 7^{55 \cdot 68}$$

$$\Rightarrow \sqrt[2]{abc} \geq 2 \cdot 7^{28 \cdot 34} \Rightarrow abc \geq 2 \cdot 7^{28 \cdot 39}$$

(в abc содержится хотя бы $7^{35} \Rightarrow$ в abc тоже содержится хотя бы 7^{39})

Тогда $\min \{abc\} = 2 \cdot 7^{28 \cdot 39}$

Пример:

$$a = 2 \cdot 7^{11 \cdot 14}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{25}$$

Предположим, что abc в abc меньше \Rightarrow

\Rightarrow 1) уменьшаем кол-во двоек в a :

Пусть $a = 2^{10} \cdot 7^{14}$, тогда

(расшифруем для минимизации) $c = 2^{13} \cdot 7^{25}$, тогда, если $bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$

$$b = 2^4 \cdot 7^0, \text{ но тогда } ab \not\geq 2 \cdot 7^{15 \cdot 11} \text{ т.к. содержит } 7^0 \Rightarrow$$

только 2^{14}

$\Rightarrow b = 2^5 \Rightarrow$ Таким образом кол-во двоек все равно $= 28$.

Если мы уменьшаем кол-во двоек в каком-либо из трех чисел \Rightarrow увеличиваем кол-во двоек в других числах. Следовательно, минимизируя 39 , тогда $ac : 7^{39}$.

Ответ: $\min \{abc\} = 2 \cdot 7^{28 \cdot 39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Известно: $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{ab}{(a+b)^2 - 9ab}, \text{ так как при}$$

ищем наиб. m , тогда найдем наибольший общий делитель числителя и знаменателя $\Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 9ab)$,

т.к. $(a+b)^2 : a+b \Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; -9ab)$, \Rightarrow
 a и b - взаимнопростые числа

$$\Rightarrow a+b \nmid ab \Rightarrow \text{так как } -9ab : 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \text{ тоже должно делиться на } 9 \Rightarrow m = 9$$

Пример: $a = 7$, $b = -11$ $\Rightarrow \frac{7 + (-11)}{49 - 7 \cdot 7 \cdot (-11) + 121} =$

$$= \frac{18}{18^2 - 9 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{9 \cdot 2}{9(2 \cdot 18 - 7 \cdot 11)} = \frac{2}{-41}$$

Ответ: $m = 9$

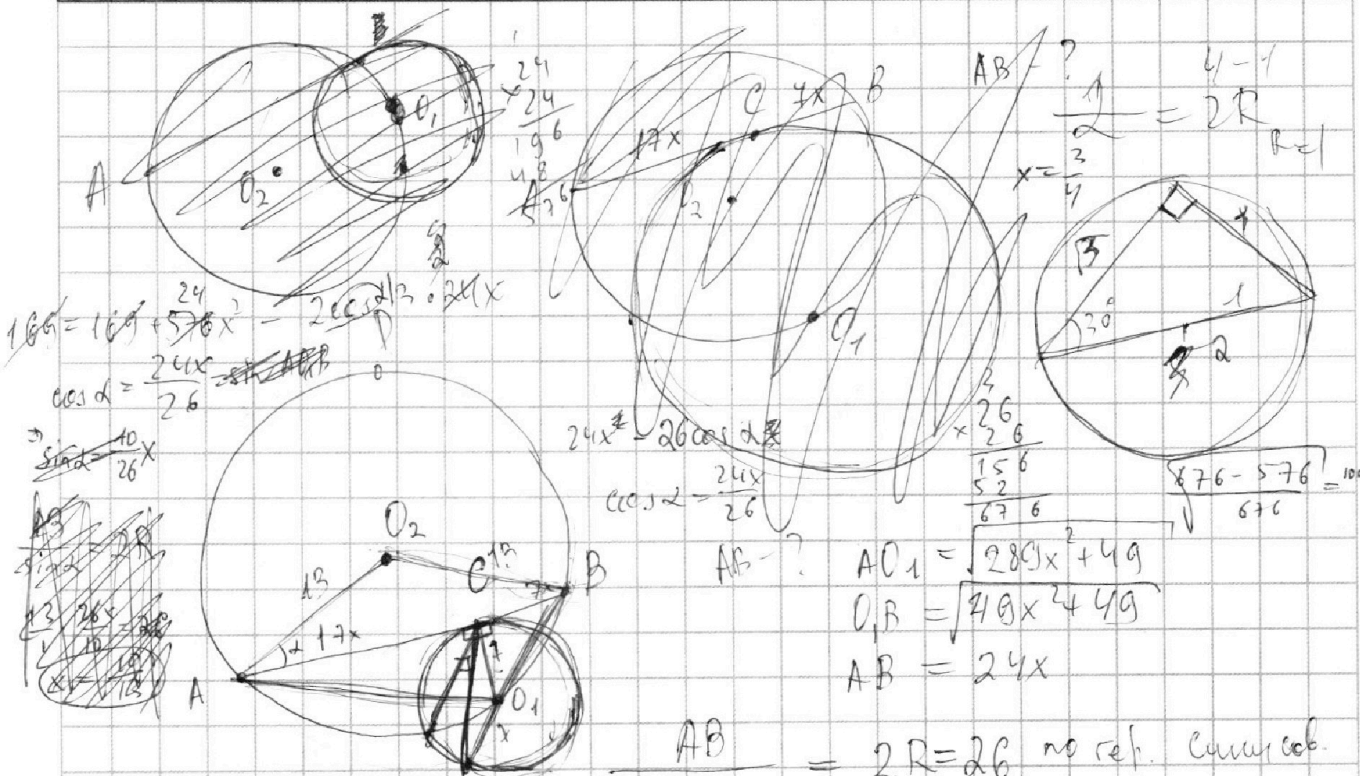
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$169 = 169 + 576x^2 - 2 \cdot 26 \cdot 24x \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{24x}{26}$$

$$\sin \alpha = \frac{10}{26x}$$



$$12 \cdot 24x^2 = 2 \cdot 169 - 2 \cos \angle A O_2 B \cdot 169$$

$$\cos \angle A O_2 B = 1 - \frac{12 \cdot 24x^2}{169}$$

$$\Rightarrow \sin \angle A O_2 B = \sqrt{1 - \cos^2 \angle A O_2 B} = \frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\angle A O_1 B = \frac{1}{2} \angle A O_2 B = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle A O_2 B) = 180^\circ - \frac{\angle A O_2 B}{2} = \frac{360^\circ - \angle A O_2 B}{2}$$

$$\angle A O_2 B = \angle A O_1 B$$

$$\sin \angle A O_2 B = \sin 2 \angle A O_1 B = 2 \cdot \frac{24x}{26} \cdot \cos \angle A O_1 B$$

$$24x^2 = 289x^2 + 49 + 49x^2 + 49 - 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$-239x^2 + 98 = 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$\frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}}{(14 - 34x^2)^2}$$

$$169 - 144x^2 = \frac{(289x^2 + 49)(x^2 + 1)}{(14 - 34x^2)^2}$$

$$AB = 2R = 26 \text{ no ref. since conv.}$$

$$\frac{24x}{\sin \angle A O_1 B} = 26$$

$$\sqrt{169^2 - (169 - 24 \cdot 12x^2)^2} = \frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$2 \angle A O_1 B = 360^\circ - \angle A O_2 B$$

$$\sin \angle A O_2 B = \sin 2 \angle A O_1 B = 2 \cdot \frac{24x}{26} \cdot \cos \angle A O_1 B$$

$$24x^2 = 289x^2 + 49 + 49x^2 + 49 - 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$-239x^2 + 98 = 2 \cos \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}$$

$$\frac{24x}{13} \sqrt{169 - 144x^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{289x^2 + 49} \sqrt{49x^2 + 49}}{(14 - 34x^2)^2}$$

$$169 - 144x^2 = \frac{(289x^2 + 49)(x^2 + 1)}{(14 - 34x^2)^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - 9x + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = ((1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})^2 \quad (1)$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad (2)$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad (3)$$

$$(1) \quad 3x^2 - 6x + 2 = 1 - 18x + 81x^2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x - 81x^2 = 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

При $x \neq \frac{1}{9}$:

$$\frac{9x(1 - 9x)}{2(1 - 9x)} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\frac{9x}{2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{возводим} \\ \text{в квадрат} \end{array} \right.$$

$$9x^2 + 3x + 1 = \frac{81x^2}{4} \quad | \cdot 4$$

$$12x^2 + 12x + 4 - 81x^2 = 0$$

$$-69x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$D = 12^2 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 144 + 1104 = 1248 =$$

$$= 3 \cdot 16 \cdot 26$$

$$x = \frac{-12 \pm 4\sqrt{3 \cdot 26}}{-138} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69}$$

Возвращаемся к системе уравнений:

$$\begin{cases} x = \frac{-6 + 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69} \\ x = \frac{-6 - 2\sqrt{3 \cdot 26}}{-69} \\ x \leq \frac{3 - \sqrt{3}}{3} \\ x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Сравним:

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{3} > \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69 \cdot 23}$$

$$69 + 23\sqrt{3} > 6 + 2\sqrt{26 \cdot 3}$$

$$\sqrt{3}(23 - 2\sqrt{26}) > -63$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} < \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69 \cdot 23}$$

$$69 - 23\sqrt{3} < 6 + 2\sqrt{26 \cdot 3}$$

$$63 < \sqrt{3}(\sqrt{104} + 23) \quad | \cdot 2$$

$$126 < \sqrt{3}(104 + 529 + 46\sqrt{104})$$

$$1323 < 633 + 92\sqrt{26}$$

$$690 < 92\sqrt{26} \quad \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} < \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69}$$

$$\frac{\sqrt{37}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{37}}{\sqrt{27}} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ - корень уравнения}$$

Ответ: $x \in \left\{ \frac{3 - \sqrt{3}}{3}, \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \right\}$

$$(2) \quad 3x^2 - 6x + 2 > 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{3 - \sqrt{3}}{3} \\ x \geq \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$(3) \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow г.к. неэф. неэф. $x^2 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1$ всегда ≥ 0 .

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Найти все значения a , для которых из системы Γ система имеет два решения.

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \\ -ax + 8b = y \end{cases}$$

Изобразим на координатной плоскости:

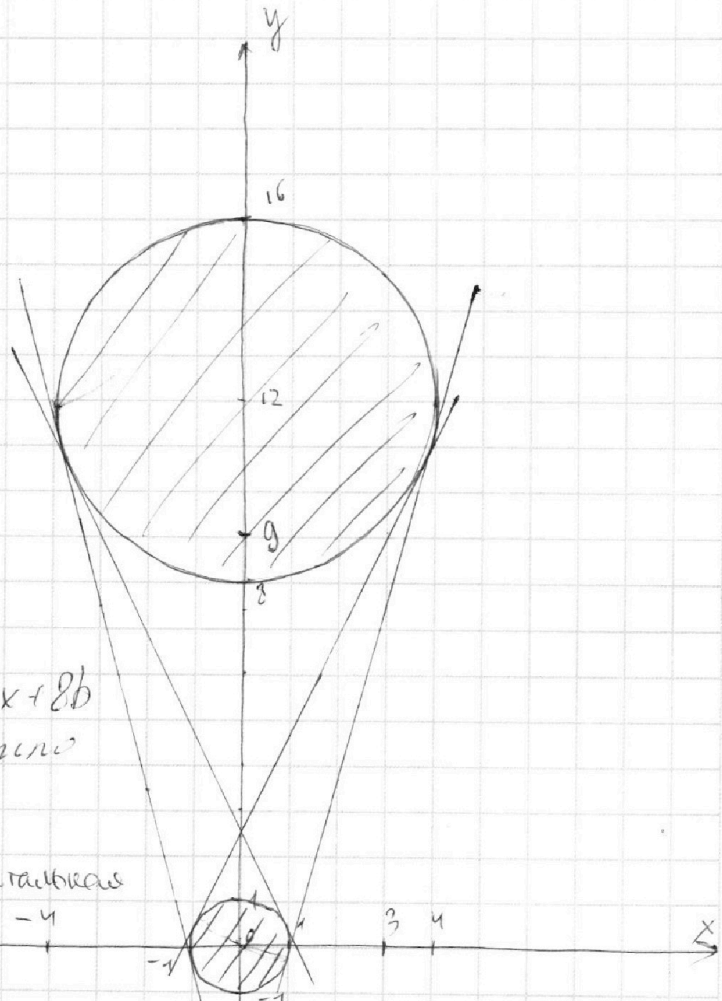
Тогда система имеет ровно два решения при пересечении

прямой и кривой $y = -ax + 8b$ там, где обе окружности имеют только две.

1) При $a=0 \Rightarrow y=8b$ — горизонтальная прямая.

Она может иметь либо множество точек, либо одну точку $\Rightarrow a=0$ не подходит.

2) Пусть прямая и пересекающие области имеют только две общие точки, прямая не должна пересекать эти области, только касаться \Rightarrow где пересекает такие прямые, которые являются общими касательными для обеих окружностей, изобразим их на чертеже. Таких касательных может быть только две.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

треугольнике: две касательные внешним окружностям и две
внутренними обеих окружностей.

Тогда для внутренних касательных:

$$a = \frac{9}{4}$$

$$a = -\frac{9}{4}$$

Для внешних:

$$a = \frac{5}{2}$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

Можно при касании
показ. касат. крест -
где касат. касат.
прямая. Они попарно
симметричны.

Ответ: $a \in \left\{ \frac{9}{4}, -\frac{9}{4}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \right\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \sqrt{9x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\frac{a^2}{m} - \frac{7ab}{m} + \frac{b^2}{m} = \sqrt{9x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$\Delta_1 = 36 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = 108$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{108}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$9x^2 + 9x + 1 = \frac{81x^2(1 - 9x)^2}{4(1 - 9x)^2} \cdot 4$$

$$12x^2 - 81x^2 + 9x + 1 = 0 \quad -69x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 69 = 5 \cdot 19$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{-138} = \frac{3 \pm \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{138}$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} < \frac{3 + \sqrt{3}}{3} < \frac{3 + \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{138} < \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3 + \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{46} < \frac{3 - \sqrt{3}}{3} < \frac{3 + \sqrt{5 \cdot 19 \cdot 3}}{138} < \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$95 + 46^2 + 92\sqrt{95} < 195 \cdot 45$$

$$92\sqrt{95} < 6075 - 2211$$

$$\sqrt{95} < 42$$

Пусть $x = \frac{1}{9}$

$$\sqrt{9 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{3}{9} + 1} = \frac{1}{9} - 1$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} - \frac{18}{27} + 2} = \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{9}{27} + 1}$$

$$\sqrt{\frac{54 - 18}{27}} = \sqrt{\frac{27 + 10}{27}}$$

$$\frac{34}{27} = \frac{37}{27}$$

$$23 \cdot 23 > 2 \cdot 26$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\
 bc &: 2^{17} \cdot 7^{18} \\
 ac &: 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc \cdot b &= k \cdot 2^{32} \cdot 7^{29} \\
 abc \cdot c &= m \cdot 2^{40} \cdot 7^{57} \\
 abc \cdot a &= p \cdot 2^{38} \cdot 7^{50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \max \{ab, bc, ac\} &= ac \\
 \min \{ab, bc, ac\} &= ab
 \end{aligned}$$

Предположим, что $c = \max\{a, b, c\}$ тогда $a = \min\{a, b, c\}$

$$\begin{aligned}
 abc(c-b) &= 2 \cdot 7 \cdot (2^8 \cdot 7^8 m - k) \\
 abc(c-a) &= 2^{38} \cdot 7^{50} (2^2 \cdot 7^2 m - p)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc &\leq 2^{32} \cdot 7^{29} \\
 ab &\leq 2^{15} \cdot 7^{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 bc &\geq 2^{17} \cdot 7^{18} \\
 ac &\geq 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (abc)^2 &\geq 2^{55} \cdot 7^{68} \\
 abc &= m \cdot 2 \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\min \{abc\} = 2^{39} \cdot 7^{41}$$

$a = 2^{14} \cdot 7^{14}$
 $b = 2^4 \cdot 7^0$
 $c = 2^{12} \cdot 7^{18}$
 Non-ko glucca? $a = 2^7$
 $b = 2^7$
 $c = 2^7$
 $a = 2^{10} \cdot 7^{14}$
 $b = 2^4 \cdot 7^0$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{25}$

$a = 2^7$
 $b = 2^5$
 $c = 2^{12} \cdot 7^{26}$
 $a = 2^{11}$
 $b = 2^5 \cdot 7^0$
 $c = 2^{12} \cdot 7^{26}$

$\min = 2 \cdot 7$

$\frac{a}{b}$ - монотонность $a+b$ $(\cdot b)$
 $\max f(m) = a^2 - 7ab + b^2 = (2a - 7 - 3\sqrt{5}b)(2a - 7 + 3\sqrt{5}b) \cdot \frac{1}{1 + 9(\frac{a}{b})^2}$
 $\Delta = 49b^2 - 4b^2 = 45b^2 = 15 \cdot 3 = 45$
 $a = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}b}{2}$
 $\geq \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$
 $(2 - \frac{7}{a} - 3\sqrt{5} \frac{b}{a}) (2 \frac{a}{b} - 7 + 3\sqrt{5})$
 $\frac{a+b}{1} : ((a+b) + \frac{ab^2}{a+b}) = 1 + \frac{(a+b)^2}{9b^2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$16g - 144x^2 = \frac{4(7-47x^2)^2}{(289x^2+49)(x^2+1)}$$

$$-8cb$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) = 0$$

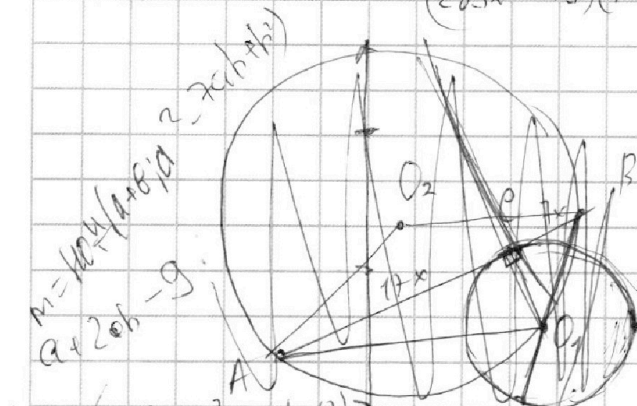
$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 > 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 > 0$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 < 0$$

$$\frac{a+b}{-2ab} = \frac{1}{2b} - \frac{1}{2a} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$



$\cos(\alpha + \beta; a^2 + 2ab + b^2) =$
 $= \cos(\alpha + \beta; (a+b)^2) =$
 $= \cos(\alpha + \beta; -2ab) = m$ *наиб. вместе*
 a и b - *векторы*
 $m =$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$OB^2 = BK \cdot BM = 49x^2 =$$

При $a = 0$ - *вертикальная линия*

При $a, b = 0$ - *вертикальная линия*

Для $a \in [0, 1]$

$$(y-1)^2 = 16 - 4^2 - 1 \quad x^2 + (y-12)^2 = 16$$

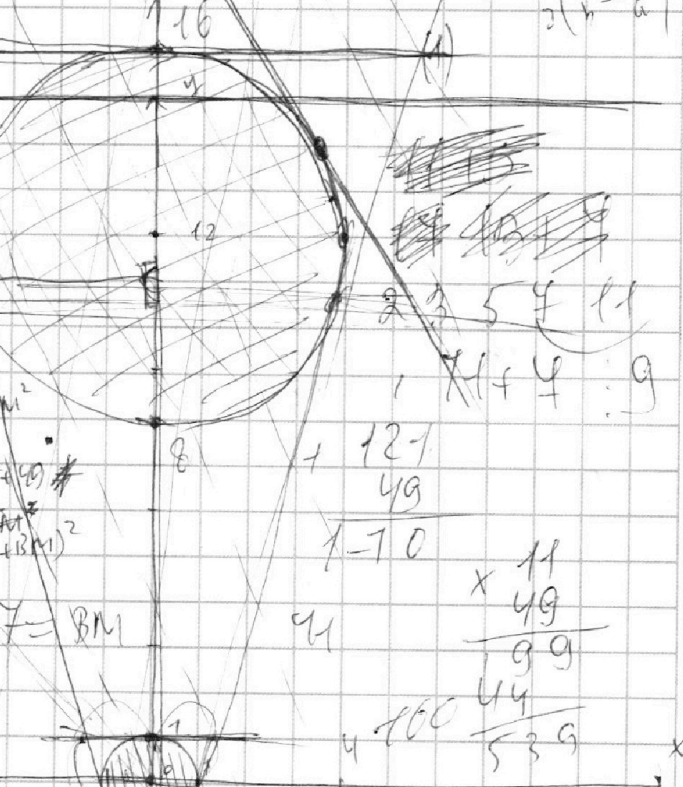
$$4^2 - 12^2 - 4^2 = 15 \quad x^2 + (y')^2 = 1$$

$$-24y + 144 = 15 \quad y = \frac{129}{24} \Rightarrow x =$$

$$1-x = \sqrt{16-x^2} + 12$$

$$1-x^2 = 16-x^2 + 144 + 2\sqrt{16-x^2}$$

$$-159 = 2\sqrt{16-x^2}$$



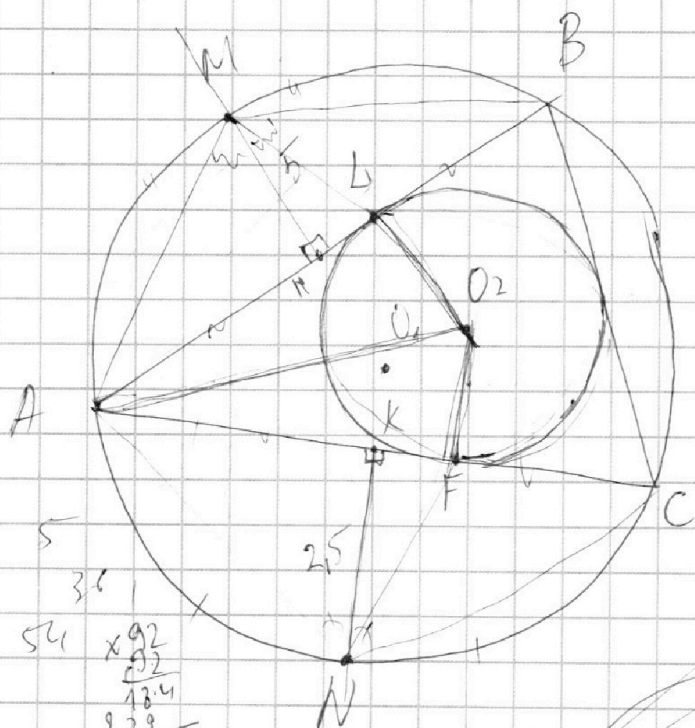
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AO_2 - ?$

$$AL = AF$$

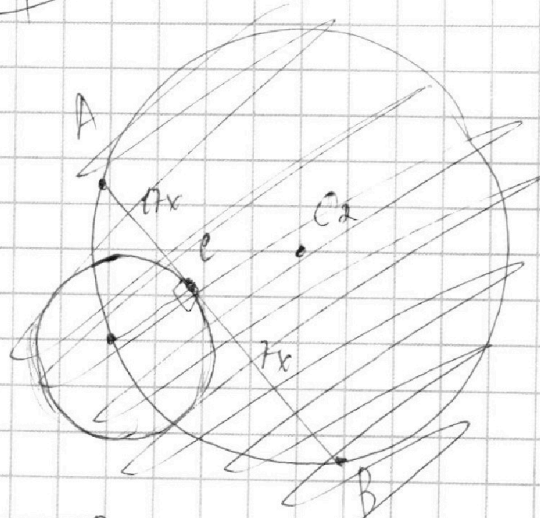
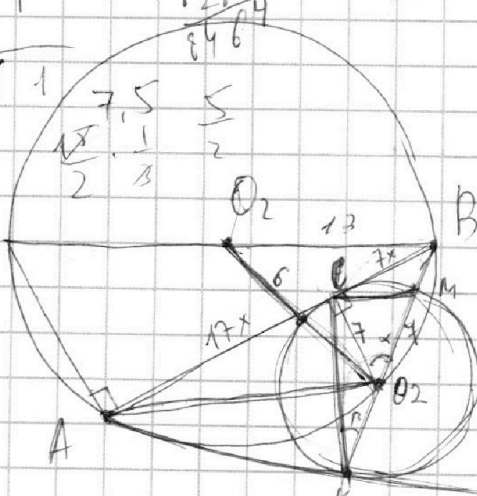
$$S_{AML} = 2 S_{ANF}$$

$$\sqrt{16 - x^2} \cdot 12$$

$$x^2 + (12 - x)^2 = 16$$

$$= 2x + 18$$

$$\begin{array}{r} 869 \\ \times 69 \\ \hline 621 \\ 4761 \\ \hline 59761 \end{array}$$



$$\frac{24x}{\sin \angle AC_2B} = 26$$

$$\cos \alpha = \frac{AO_2}{BO_2} = \frac{\sqrt{49 - 20x}}{7} = \sqrt{x^2 + 11}$$

$$CM^2 = 98 - 2\sqrt{49 - 20x} \cdot 49$$

$$\sin \beta = \frac{7 \cdot 49 (49 - 2\sqrt{49 - 20x})}{2 \cdot 7}$$

