



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



приведен пример №1 продолжение

$$\begin{aligned} a &= 2^{11} \cdot 7 \\ b &= 2^{15} \cdot 7 \\ c &= 2^{12} \cdot 7 \end{aligned}$$

Заметим что abc делится
 $3 \cdot 34$ \vee не ac делится на $3 \cdot 34$

$34 \nmid 349$ abc делится на 349

$$abc \geq 2^{28} \cdot 3 \cdot 349$$

приведен пример

$$\begin{aligned} a &= 2^{11} \cdot 3^{27} \\ b &= 2^{15} \\ c &= 2^{13} \cdot 3^{28} \end{aligned}$$

ab делится делится на $2^{16} \cdot 3^{27}$
не делится на $2^{15} \cdot 3^{11}$

~~ac~~ bc делится на $2^{19} \cdot 3^{28}$
на $2^{14} \cdot 3^{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В 1 пункте
 a^2 делит $a^2 \cdot 2^3 \cdot 7^4$ и
 a^2 делит $2^4 \cdot 7^3$
 удовлетворяет условию

Ответ: наименьшее abc
 ~~$2^2 \cdot 7$~~ $= 2^2 \cdot 7^3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что

$$ab - bc \cdot ac \text{ делится на } 2 \quad (25 + 17 + 23) \quad , \quad y \quad (17 + 18 + 39)$$

$$abc = \sqrt{ab \cdot bc \cdot ac}$$

значит $ab - bc \cdot ac$

делится целым

коэффициентом

$$ab \cdot bc \cdot ac \text{ делится на } 2^{55} \cdot y^{68}$$

первоначально $ab \cdot bc \cdot ac$ - делится

$$, \text{ но } z = \frac{abc}{\dots} \text{ делится}$$

вместо z стоит 2^{56}

(потому что 55 - нечетное)

$$\text{значит } ab \cdot bc \cdot ac$$

$$\text{делится на } 2^{56} \cdot y^{68}$$

Заметим abc делится

$$\text{на } 2^{28} \cdot y^{34}$$

$$\text{то есть } abc \geq 2^{28} \cdot y^{34}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{2}{3}$ заметим, что
 $\text{НОД}(a, b) = 1$ потому что

$\frac{a}{b}$ — не сократима

и заметим, что
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 - 2ab$

Также заметим, что

какое-то число $m =$

$\text{НОД}(a+b, a^2 - 2ab + b^2, m) =$

$m = \text{НОД}(a+b, (a-b)^2 - 2ab)$

Значит $a+b$ делит m и $(a-b)^2 - 2ab$

делит m , но $(a-b)^2$ делит m
и $(a-b)^2 - 2ab$

делит m значит

$2ab$ делится на m

Значит что m делит $2ab$

~~$m = \text{НОД}(a+b, m) = m$~~

и $m \neq 0$, но $\text{НОД}(a+b, m) = m$

m делит $a+b$ и $2ab$ значит m делит $2(a+b)ab$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 Продолжить
значит

Но $A(a, b) \geq n$ ~~и~~

ит. продолжение

привести значению

$NDA(a, m) = 1$

$NDA(b, m) = 1$

если a и m взаимно

просты

и b и m взаимно
просты значит a, b и n

взаимно просты \Rightarrow

\Rightarrow значит на 9 не ND

значит $m \leq 9$

приведен пример для $m=9$

$a=2$ $b=5$

$$\frac{a \cdot a \cdot b}{n^2 \cdot a \cdot b \cdot b} = \frac{9}{4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{9}{45}$$

-5- 45 значит на 5 и 9 взаимно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Н n^2 предметов

Но $A(9, 45) = 9$

пример \leftarrow Но $A(2, 2) = 1$

формула удовлетворяет
двумя задачам.

ответ: $n=9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из предметов

матр $S_{AO_1B} = \frac{AO_1 \cdot 0,7 \pi \cdot \sin C}{2}$

$$= \frac{AO_1 \cdot 0,7 \pi}{2} = \frac{0,7 \pi}{2}$$

$$h = \frac{0,7 \pi}{2}$$

$$AO_1 \cdot \frac{0,7 \pi}{2} = \frac{0,7 \pi}{2} = 0,7 \pi$$

$$AO_1 \cdot \frac{0,7 \pi}{2} = \frac{0,7 \pi}{2} = 0,7 \pi$$

$$= 0,7 \pi$$

матр закон

некому конур
проблема

матр

AB

$$AO_1 = \sqrt{h^2 + \frac{AB^2}{4}}$$

$$AO_1 = \sqrt{h^2 + \frac{AB^2}{4}}$$

0,7

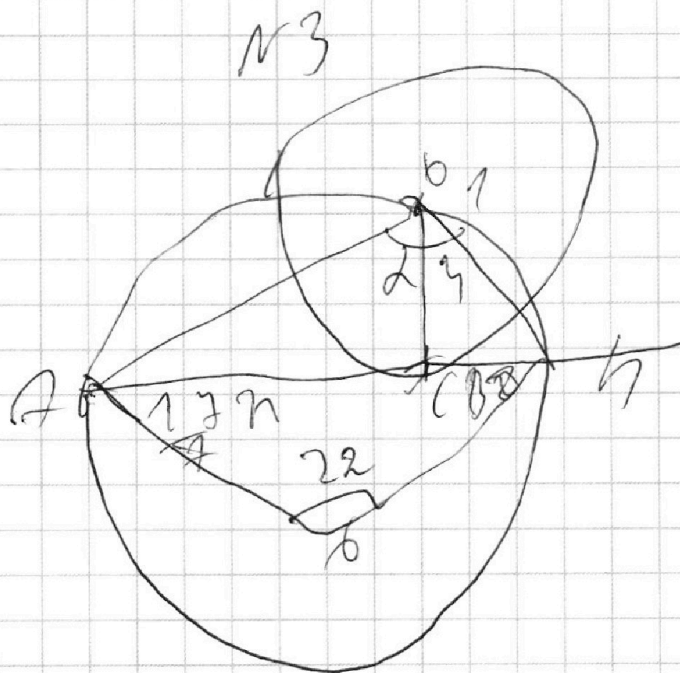
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$AC = 2\gamma n$~~ (1)

поэтому $\angle AOB = 2\angle AOC = 2\gamma$

по теореме $AC = 2\gamma n$

$CO = b$ поэтому $AC = 2\gamma n$

~~$AC = 2\gamma n$~~

— по теореме

$AB = 2b$

по теореме синусов

$$\frac{2\gamma n}{\sin 2\gamma} = 2b$$

$$\sin 2\gamma = \frac{2\gamma n}{2b} \quad \frac{2\gamma n}{2b} = \frac{2\gamma n}{2b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 *проверено*

$$A0_1^n + 0_1^n - 2 \cos 2 A0_1 0_1 =$$

$$5(4n)^n$$

$$(19n^{15} + 7n^7 + 2) - 2 \cos 2 \cdot 169 =$$

$$= 5(4n)^n$$

$$338n^2 + 98 - 2 \cos 2 \cdot 169 =$$

$$2 \cos 2 \cdot 364 =$$

$$= 536n^2$$

$$98 - \cos 2 \cdot 364 =$$

$$= 1982$$

$$338n^2 - \cos 2 \cdot 364 = 498$$

поиск не совсем
219 *проверено*

OAB

$$(24n)^n = 169 \cdot 2 - 2 \cos 2 \cdot 169$$

$$(21n^2) = 169 \cdot 2$$

$$169 \cdot 2 - 2 \cos 2 \cdot 169$$

$$= 2 \cos 2$$

75
 145
 75
 289
 24
 25
 486
 536
 439
 536
 339
 498

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3 продолжение

$$98 - 0,52 \cdot 364 = 198 \pi^2$$

$$836 \pi^2 = 338 - 338 \cdot \cos(\pi \cdot 0,52)$$

$$514 \pi^2 = 338872 \cdot 0,52$$

~~534~~

$$\frac{584 \pi^2}{646} = 0,52$$

$$\cos \alpha = \frac{24 \pi}{26}$$

~~98 - 0,52~~

результат

$$98 - 24 \cdot \pi \cdot 364 = 198 \pi^2$$

$$49 - 6 \cdot \pi \cdot 364 = 99 \pi^2$$

$$49 - 6 \cdot \pi \cdot 28 = 99 \pi^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 продолжение
решить квадратное уравнение

$$99x^2 + 628x - 49 = 0$$

$$D = (628)^2 - 4 \cdot 99 \cdot (-49)$$

$$= 3^2 \cdot 8^2 \cdot 7^2 - 2^2 \cdot 4 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 (8^2 - 4 \cdot 3^2)$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 (64 - 36) =$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 28 =$$

$$= 2^2 \cdot 4^2 \cdot 7^2 \cdot 7 =$$

то есть

$$x_{1/2} = \frac{-628 \pm 42\sqrt{10}}{198}$$

$$x_1 < 0 \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-628 + 42\sqrt{10}}{198}$$

$$x_1 = \frac{-84 + 21\sqrt{10}}{27}$$

$$= 12 -$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 *Медальера*

$$\pi = -28 + 9\sqrt{20}$$

$$33$$

Значит

$$AB \leq \frac{24}{7B} \quad \frac{8}{7A} \quad (9\sqrt{20} - 28)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



NY
гипотенузы на стороне
и поделит катетов между
самых

$$a + \frac{(V_a - V_b)(V_a + V_b)}{(V_a + V_b)} = a + b^2$$

ОДЗ: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq 0$

вообще, б.т.з. $3n^2 - 6n + 220$
 $3n^2 + 3n + 170$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 220} - \sqrt{3n^2 + 3n + 170} = 1 - 9n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3n^2 - 6n + 220 = 3n^2 + 3n + 170 - 2(1 - 9n)\sqrt{3n^2 + 3n + 170} \\ \sqrt{3n^2 - 6n + 220} + \sqrt{3n^2 + 3n + 170} = 2(1 - 9n) \\ \sqrt{3n^2 - 6n + 220} - \sqrt{3n^2 + 3n + 170} = 1 - 9n \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ медальон

$$\text{если } 1 - 9n = 0$$

$$n = \frac{1}{9}$$

тогда

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} =$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 1} + \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{3}{9} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{27} - \frac{18}{27} + \frac{27}{27}} + \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{18}{27} + \frac{27}{27}}$$

$$= \sqrt{\frac{37}{27}} + \sqrt{\frac{34}{27}}$$

> 0 значит второй
случай не возможен
тогда

$$\frac{-9n + 1}{\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1}} = 1 - 9n$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} \neq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ну тогда переносим

$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} = 7$

$1 - 9n = 0 \Rightarrow n = \frac{1}{9}$

то

заметьте что

$\sqrt{3n^2 + 3n + 1} \geq \frac{1}{2}$

переносим $3n^2 + 3n + 1 \geq \frac{1}{4}$

заметьте что

$3n^2 + 3n + 1 \geq 0 \quad D = 9 - 12 = -3 < 0$

и вернее

вернее

коробки $3n^2 + 3n + 1$

$-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

тогда вернее $n = -\frac{1}{2}$

-0-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ну предположим
переходим к каноническому

$$\text{Ка } 3x^2 - 6x + 2$$

$$D = 36 - 24 = 12 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

А вот $x \in (-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \cup [1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$

а вот $x \in (-\infty; 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [1 + \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$

на ОДЗ, то

заменим $u =$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 2 - \frac{1}{2} \quad \text{и } 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$+ 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 3x^2 - 3x + 1 \Rightarrow y \in [0; +\infty)$$

переходим $\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$, что

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} \text{ на ОДЗ}$$

для этого \Rightarrow заменим

$$x \in [1 + \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 Модуль

~~поча~~

расклетками вводом

случаи

~~$x \leq 1 - \frac{1}{x}$~~

~~$1 - \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{x}$~~

~~перенести~~

~~$= \frac{1}{x}$~~

~~$x \cdot (1 - \frac{1}{x}) \leq 0$~~

или $x \leq 0$ или $x \geq 1$

или $\sqrt{x^2 - 1} \geq 0$

значит $x \leq 0$

Расклетками ввода $x \leq 0$

он не равен нулю

Или делити на

~~$1 - \frac{1}{x} =$~~

негатив
и отрицательное
значение

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 9 Прозвонить

Решение

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 1 - 9n$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} = \sqrt{3n^2 + 3n + 11} + 1 - 9n$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} + \sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 9n + 1$$

$$- 2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = -9n + 1$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 9n - 1$$

но $n \leq 0$ значит

$$9n - 1 < 0$$

$$\text{но } 2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} \geq 0 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 0 = 9n - 1$$

$$\text{при } n = 3n^2 + 3n + 11 = 1 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 0 \text{ при } n = 0$$

но проверим

$$\text{значит } \sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 1 - 9n$$

-11- Ответ: $n = 0$ единственное решение

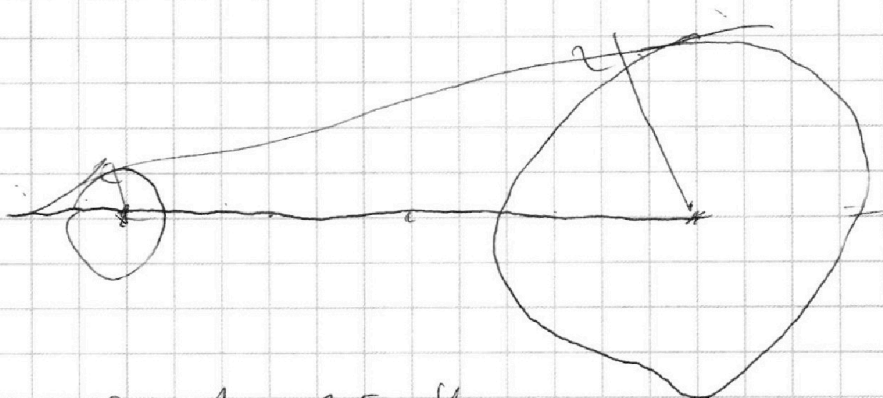
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$am Ay + b = -y$$

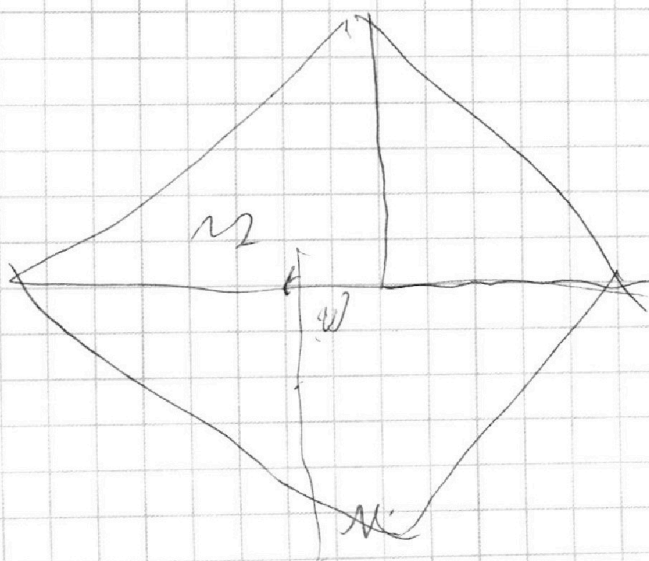
$$-4a + b =$$

$$-4a + 8b = 0$$

$$a = -\frac{8b}{4}$$

$$a = -2b$$

$$-2(2a) + y + b = 0$$



$$165 - 45$$

$$120$$

$$(4 \cdot 30 + 3 \cdot 120)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NS प्रदेशте

Заметки

параллелограмм

он заметки что

сторона параллелограмма

можно поделить по

нашему семейству

красиво

это решение

для всех случаев

где i - начальная точка

$$-2(i+3) + 14 - 3 + 0$$

тогда

~~i - это точка~~

от начала отсчета

то это решение

перемещается

туда где

-25 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5

расстояние

откуда

x, y
летит

са узлом

сервисные
сети

$(x, x+y)$

линии с на пути
проходящей через

$(x, (x+y))$ и $(x+y, y)$

летит от

$-x(x+y) + (x+y)^2$

летит от узла

сети

x, y узлом

время в сети

летит летит на

узла $-2(x-x_0) + x^2 + y^2$

-24-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



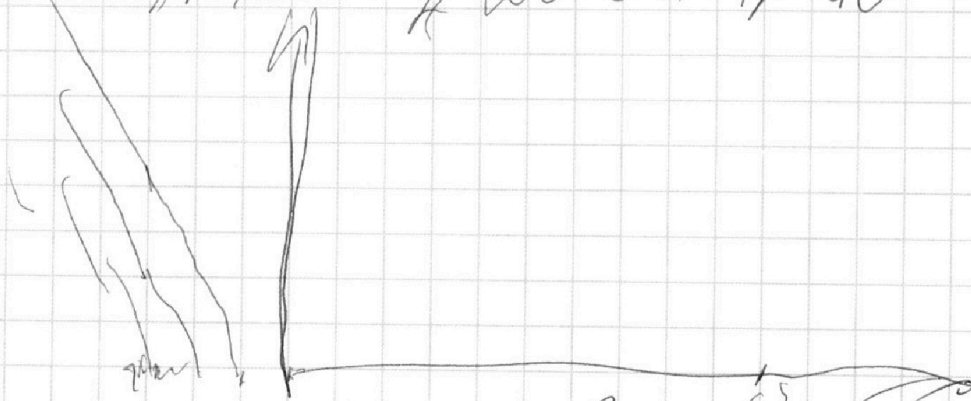
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 предметом

мощь где каждая из них
мерки на дугах
пока пришло
удовлетворения по
каждой из точек
крайней пер
которая удовлетворяет
и другая сторона

то предельно параллельно
график

то параллельно $i_1 - 1$



не от и параллельно
у которых есть пары - }
после пер - }
-26- 14.3.14

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 5 задание
№ 14.3.14

первое задание на ?
было и замечено, что
то есть еще это аргумент
который мы не знаем

(а мы аргументов
где правки аргументов
какой. Когда

где где неужели то это
и правки аргументов
какой неужели

я и неужели к
где неужели правки
1 1 1 1 2

мы взяли между

почка то ? а между
домк на ? что это

образуют пары все между тем
-27- можно



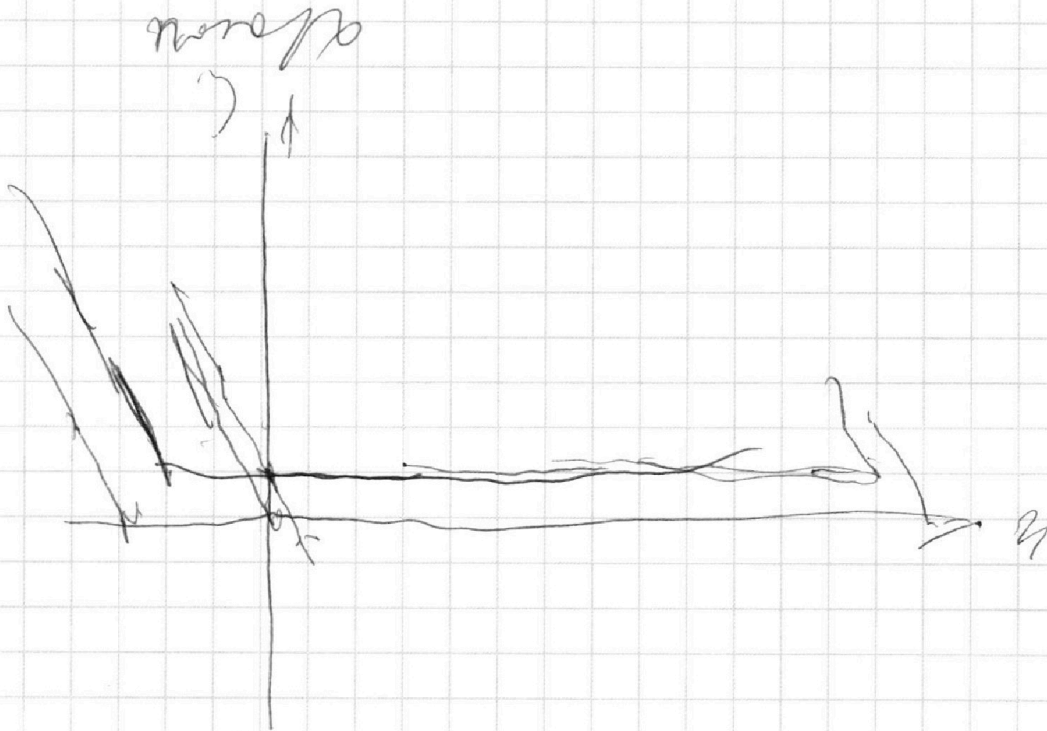
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пер

но эти потери могут
оставить мале
но меньшие потери
на гвс и в враны
на гвс пока
указано пока предмет
одн
и по условию $1.72 \cdot \pi$
= 144

-29



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 Предметы

Значит все пар

$$74 \cdot 3 \cdot 2 \quad 74^2 \cdot 3 \cdot 2^2 =$$

$$= 340$$

Ответ: 340 пар точек

-29-

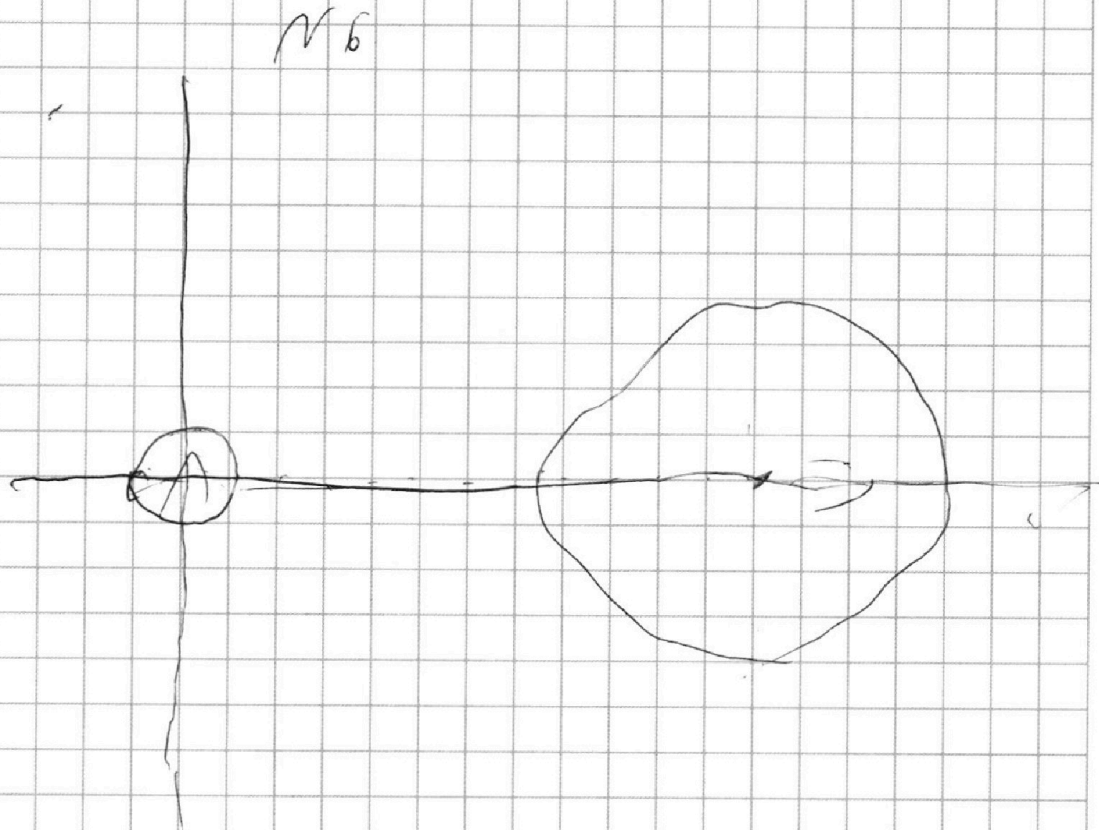
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Вектор A - вертикаль

в центре $O, 0$

и радиус r

$B = 0,1$ элемент

$12,0$ вектор

В элемент A $(2^2 - 1) \leq 0$ а значение > 0

В элемент B 7×12 и элемент

$B = 7 \times 12$ $(7-12)^2 \leq 0$

а элемент $12,0$

- 17 -

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 ~~проделаны~~
~~знания в области~~
~~пользы в области~~

A и B
 $(n^2 - 1)$ и $(n^2 - 1)^2 - 1$
 имеют разность $2n$

не от n ~~пользы~~
~~в области A и B~~
 $(n^2 - 1) | (n^2 - 1)^2 - 16$
 $n^2 - 1 | n^2 - 16$

задача ~~решена~~
 эти ~~данные~~ ~~даны~~
 между ~~зелеными~~
 что ~~лучше~~ ~~лучше~~
 могут ~~разрешить~~

пользу в одной ~~форме~~ ~~или~~

знания ~~декартовых~~
 $n^2 - 16$ ~~свойство~~
 $n^2 - 16$ ~~свойство~~
 $n^2 - 16$ ~~свойство~~

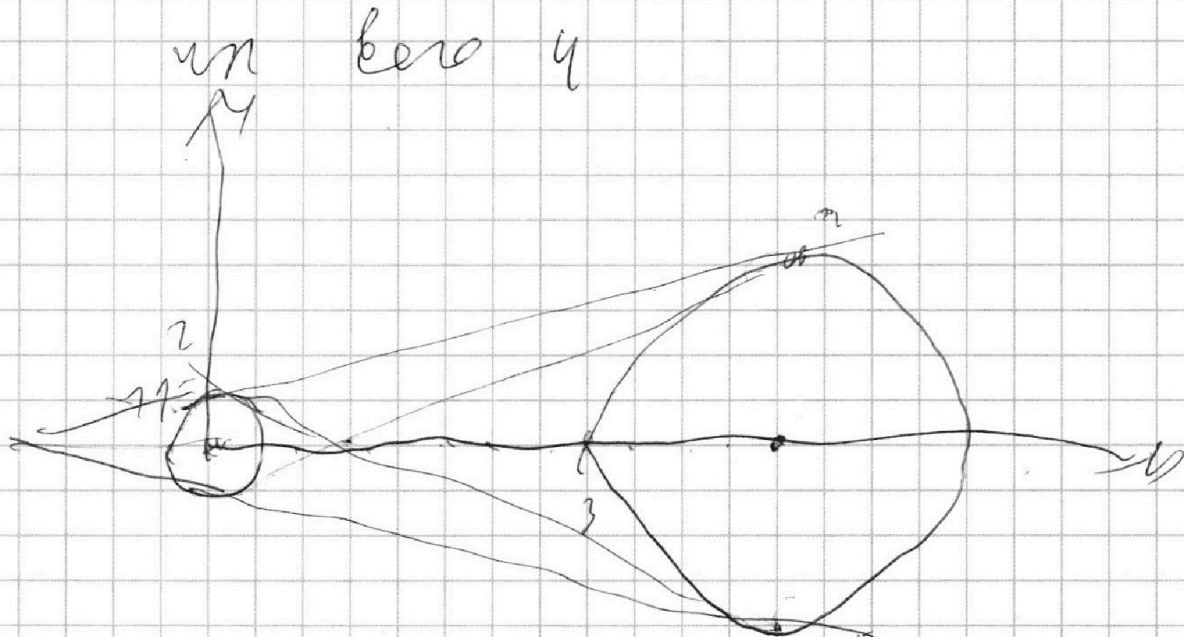
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



часть 4

через точки $(0; 1)$, $(1; 1)$

Зачем она проводится
и через точку

$(0; 0)$ а именно

и точка $(1; 1)$

~~Зачем она проводится~~ а именно

ит $2 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow 2 - 1 = 1$

или $1 - 0$

~~$-4 - 1 = 0$~~

~~$4 - 1 = 3$~~

14-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 ~~прямая~~
прямая \uparrow
прямая $(-4, 0) (0, 8)$

$$\begin{cases} -4a + 0 - 8b = 0 \\ -4 - 8b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a - 8b = 0 \\ 8b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -4 \quad b &= \frac{1}{8} \\ a &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

~~спереди~~ ~~узел~~ ~~прямая~~
прямая \uparrow

прямая $(-4, 0) (0, 8)$

$$\begin{cases} 4a + 0 - 8b = 0 \\ -4 - 8b = 0 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} -4a + 1 \quad b &= -\frac{1}{8} \\ a &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

775-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 представлять

этими же методами

$$n = 3$$

или прояснить

можете же еще (n, b)

решая систему

$$\left(\frac{12}{5}, 0\right) (0, 1)$$

$$\frac{a \cdot 12}{5} + 0 - 8b = 0$$

$$1 - 8b = 0 \quad b = \frac{1}{8}$$

$$a = \frac{5}{12}$$

решая систему

$$\left(\frac{12}{5}, 0\right) (0, -1)$$

$$\frac{a \cdot 12}{5} + 0 - 8b = 0$$

$$-1 - 8b = 0$$

$$b = -\frac{1}{8}$$

$$a = -\frac{5}{12}$$

Ответ: $(a = \frac{5}{12}, b = \frac{1}{8}) | (a =$

$-\frac{5}{12}, b = -\frac{1}{8})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

номер; ~~$a = \frac{1}{2}$~~

$$\left(a = -\frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{2} \right)$$

$$\left(a = \frac{1}{2} \quad b = -\frac{1}{2} \right)$$

~~$$a = \frac{1}{\pi}$$~~

$$\left(a = \frac{1}{\pi} \quad b = \frac{1}{2} \right)$$

$$\left(a = -\frac{1}{\pi} \quad b = -\frac{1}{2} \right)$$

конкретно

номер 1 а ч продел

через точку $(-4, 0)$

ре вариант 2, 3

результат через точку

$$\left(\frac{1}{2}, 0 \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

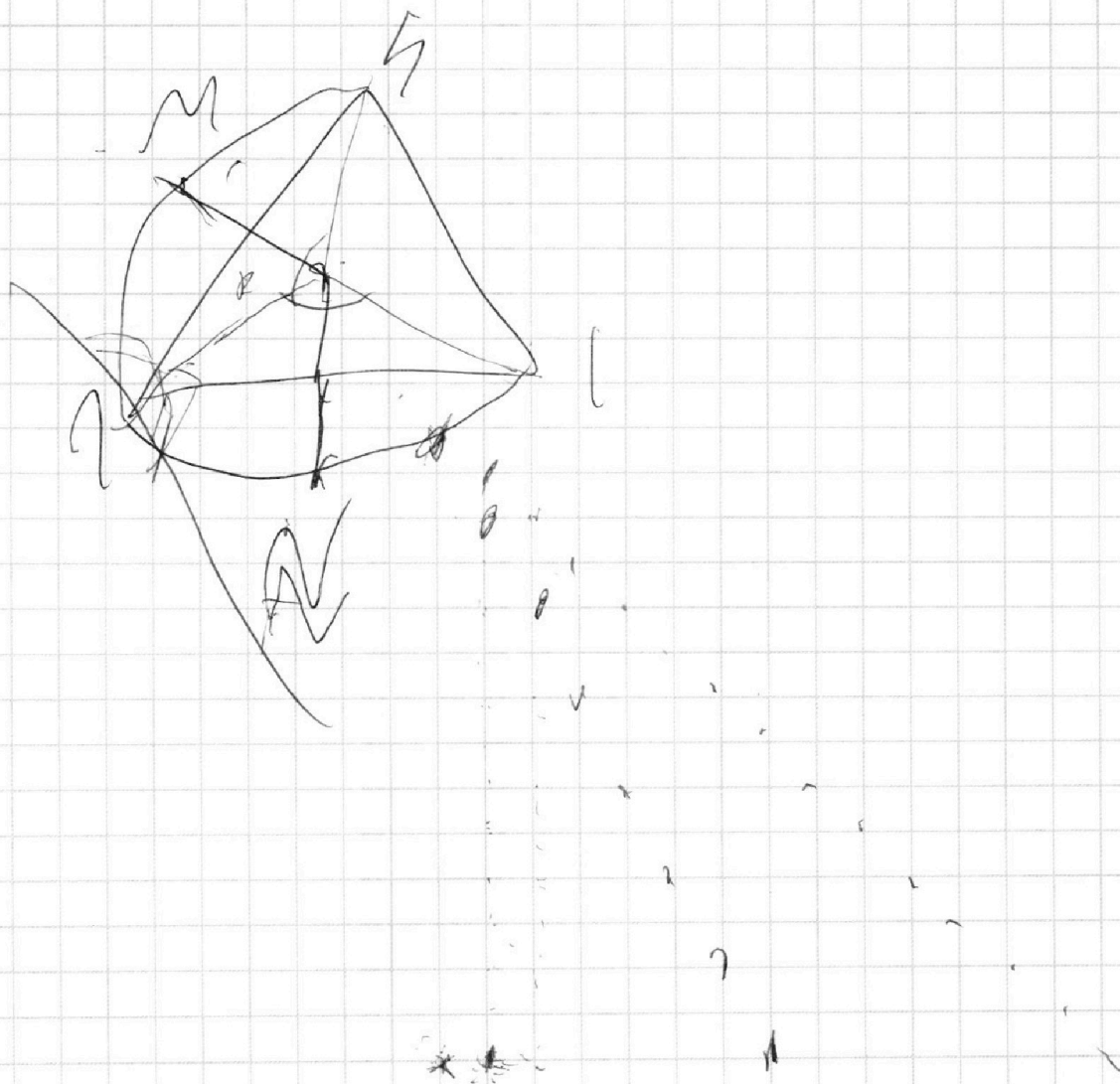
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7 предмет

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{b^2 - a^2}{2}$$

$$\frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4} = 2,5^2$$

-37-

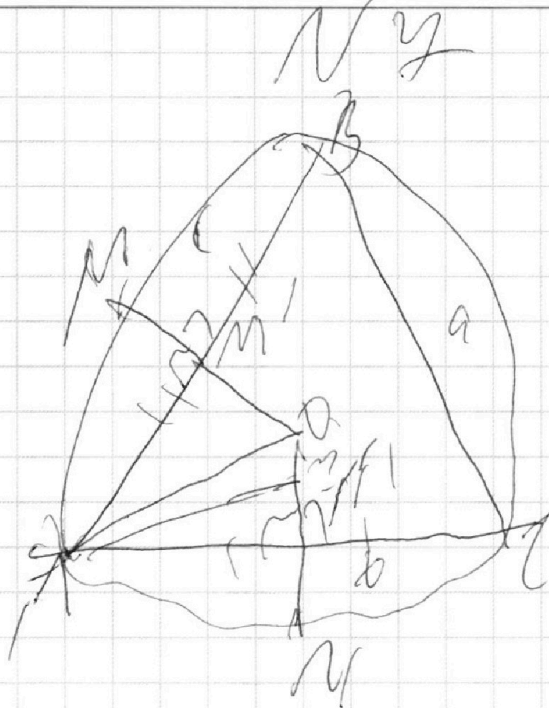
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр описанной окружности

Радиус R - радиус

$$OM = R - h$$

$$ON = R - 7,5$$

нужно найти площадь

выражение для bc

r - радиус вписанной

нужно $AO_1 = r$ O_1 - центр

$$r = \frac{a+b+c}{2} - 30 - (R - a)$$

описанной окружности

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~AB~~ $2^{15} \cdot 3^{11}$

$AB = 2^{15} \cdot 3^{11}$, $BC = 2^{15} \cdot 7^{12}$

$AC = 2^{17} \cdot 3^{11}$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 15 \\ 12 \\ 23 \\ \hline 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 12 \\ 39 \\ \hline 62 \end{array}$$

$ABBCAC = 2^{55} \cdot 3^{68}$

$ABC = \sqrt{2^{55} \cdot 3^{68}}$

$ABC = 2^{27} \cdot 3^{34}$

~~$a + b$~~

~~$b + c = 76$~~

~~$a + c = 77$~~

$a + b = 76$

$b + c = 77$

$a + c = 77$

$a + b + c = 20$

$c = 72$

$a = 77$

$b = 75$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ab

$$(abc)^2 \text{ имеет вид } 2^5 \cdot 3^6$$

abc имеет вид $2^x \cdot 3^y$

$$(abc)^2 = 2^{2x} \cdot 3^{2y}$$

$$abc = 2^{2.8} \cdot 3^{3.5}$$

т.е.

$$a = 2^4 \cdot 3^2$$

$$b = 3^2$$

$$a + b = 2^4 \cdot 3^2 + 3^2 = 9ab$$

$$a - 1 = b - 3$$

$$\frac{5}{4 - 2 \cdot 2 - 2 + 4}$$

$$\frac{5}{4 - 4} = \frac{5}{0} = \frac{1}{5}$$

$$(abc)^2 = a^2 + (abc)^2$$

$$(abc)^2 = 9ab$$

9ab имеет вид $2^x \cdot 3^y$

abc имеет вид $2^x \cdot 3^y$

$$m = \text{НОД}(9ab, abc)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3n^2 + 3n + 1$$

$$D = 9 - 12 = -3$$

$$-\frac{6}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 1$$

$$\frac{3}{2} - \frac{6}{2} + 1 = -\frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{n}{1} = 2, \quad \frac{6}{6} = 1$$

$$3 - 6 + 2 = -1$$

$$3b - 2a = n$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{n}}{6}$$

$$4) \quad \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} =$$

$$= 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1 =$$

$$= 3\left(1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) + 3 - \sqrt{3} + 1 = 3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + 1 = 8 - 3\sqrt{3}$$



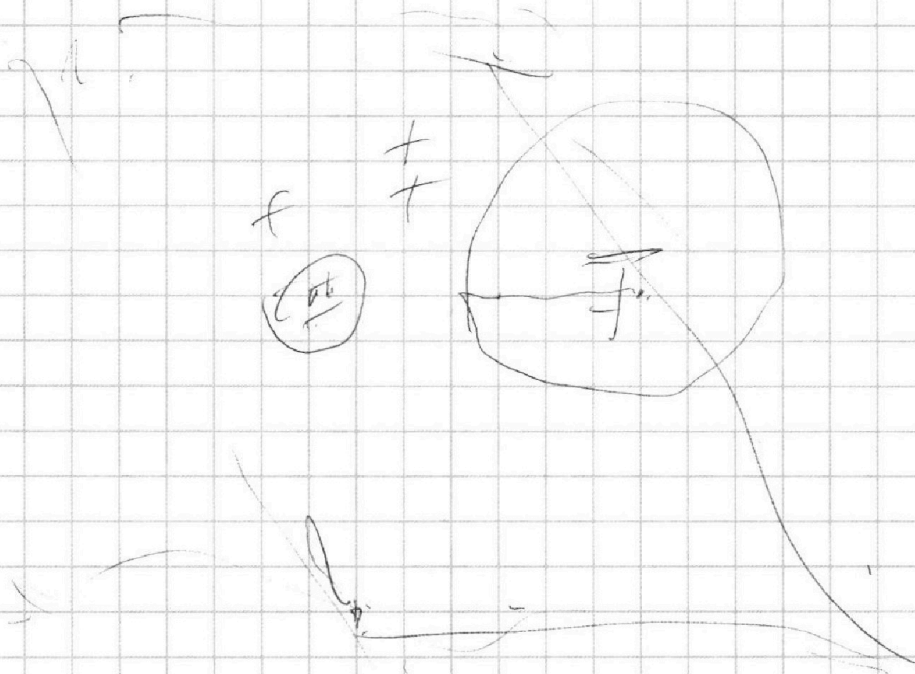
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$y = 20$ $y = 26$

$x = 2$

$x = 26$

$-x =$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 22 \cdot 169 + 2 \cdot 169 = 24a^2$$

$$\cos 2 \cdot \sqrt{15a^2 + 13^2} \sqrt{9a^2 + 13^2} +$$

$$+ \sqrt{15a^2 + 13^2} \sqrt{9a^2 + 13^2} =$$

$$= 24a^2$$

$$(1 - 2 \cos^2 2) \cdot 169 + 2 \cdot 169 = 24a^2$$

$$-3 \cdot 169 - 2 \cos^2 2 \cdot 169 = 24a^2$$

$$492$$

$$\frac{1}{24} = \frac{\pi}{2a} + \frac{9}{24}$$

$$\frac{24}{25}$$

$$\frac{2}{25} + \frac{9}{24} + 1 = \frac{749 + 25}{25} = \frac{774}{25}$$

$$63a = 2 - 330 =$$

$$= 0.1 \cdot 169 \cdot (2 - 73) \sim$$

$$\frac{7}{25} =$$

$$\frac{14}{50}$$

$$\frac{24}{50}$$

$$\frac{38}{50}$$

$$\frac{73}{25}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

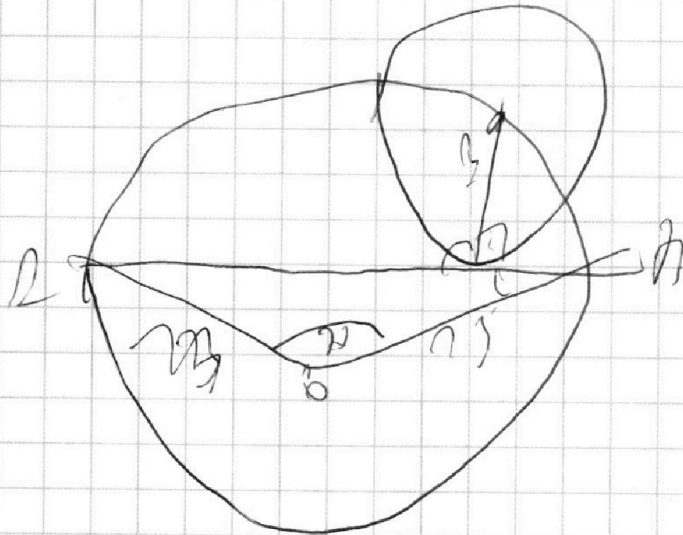
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3



нужно $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

нужно $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$ $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

тогда $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

нужно

$\sin 2\theta = \frac{4}{13}$

$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\cos 2\theta = \sqrt{1 - \frac{16}{169}} = \sqrt{\frac{153}{169}}$



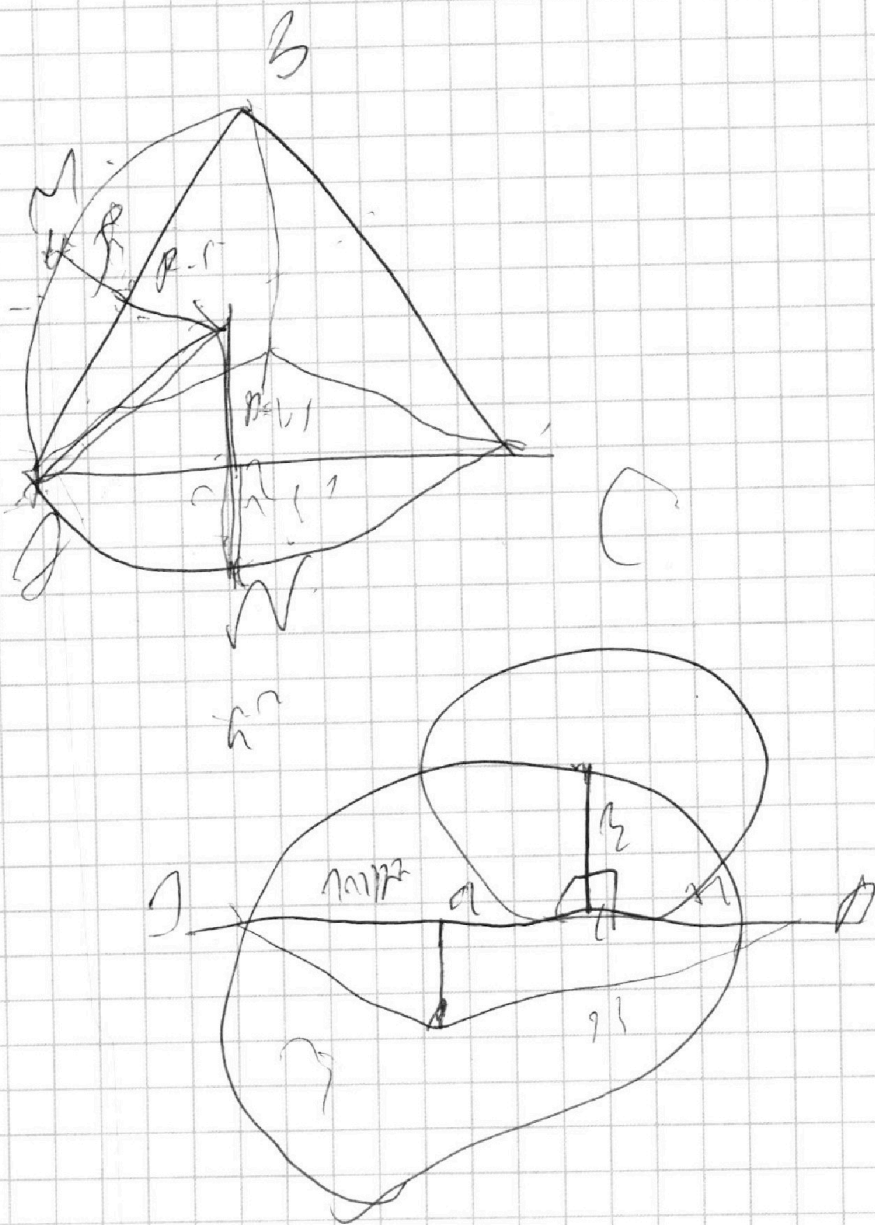
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



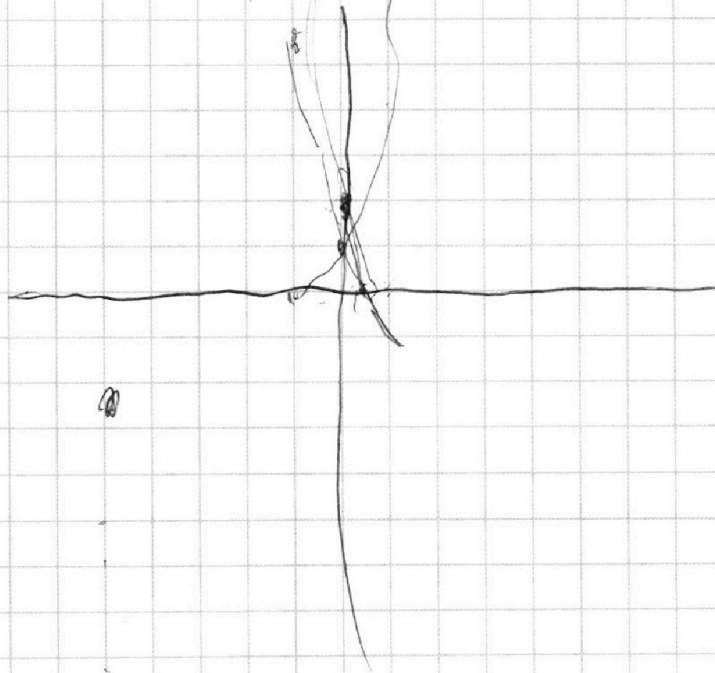
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3π

$$3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 6\left(1 - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\pi$$

$$= 3 + 1 - \frac{6}{\sqrt{3}} - 6 + \frac{4}{\sqrt{3}}\pi$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$



π

π

7

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{25n^2 + 13^2}$$

$$25n^2 + 13^2 = 2052 \sqrt{1}$$

$$(25n^2 + 13^2) + (25n^2 + 13^2) = 2052 \sqrt{(25n^2 + 13^2)}$$

$$= (25n^2 + 13^2)$$

$$289n^2$$

$$336n^2 + 98 - 2052 \sqrt{3(n^2 - 2n + 1/3)}$$

$$\sqrt{(209n^2 - 9^2)(45n^2 - 9^2)} \cdot 3(n^2 - 1 - 1/3)$$

$$= 336n^2 + 98 - 2052 \sqrt{3(n^2 - 1 - 1/3)}$$

$$D = 36 - 94 = 12 \quad \sqrt{3(n^2 - 1 - 1/3)}$$

$$D = 9 - 11 = -3$$

$$3 \left(n - \frac{6 + \sqrt{3}}{6} \right) \left(n - \frac{6 + \sqrt{3}}{6} \right)$$

$$3 \left(n - \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \right) \left(n - \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ 13 \\ \hline 87 \\ 77 \\ \hline 284 \\ 284 \\ \hline 568 \\ 568 \\ \hline 1136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 225 \\ 449 \\ \hline 2064 \\ 916 \\ \hline 11221 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12

$2 \cdot 0^2 + 65r^2 = 73^2$

$\sqrt{49r^2 + 65}$
 $\sqrt{49 \cdot 73^2}$
 $\sqrt{49 \cdot 73^2}$

12?
 7.7
 73
 73

$\frac{73}{73} = 1$

12?
 7.7
 73
 73

$\cos 12 = 1.76 \text{ m}^2$

1
 $\frac{73}{73} = 1$
 $\frac{73}{73} = 1$
 $\frac{73}{73} = 1$

$73 + 73 = 24$

$\frac{73}{73} = 1$

$338 - 2$

$6976 - 2 \cos 12 \cdot 769 = 594$

$70 = 2 \cdot \cos 12 \cdot 769$

$\cos 12 = \frac{7}{769}$

$\cos 50 = 0$

24

$(24r)^2 = 2 \cdot 73^2 - 2 \cos 12 \cdot 73^2$

$(24r)^2 = 2 \cdot 73^2 \cdot (1 - \cos 12)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
 Отметьте крестиком номер задачи,
 решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$T = 265 + 174t = \left(\frac{179-t}{24} \right)^2 + \frac{179-t}{24} t + \frac{619}{4}$$

$$\begin{array}{r} 179 \\ 36 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\left(\frac{179}{24} \right)^2 + 2 \cdot \frac{63}{4} t + 174$$

$$\begin{array}{r} 179 \\ 4 \\ \hline 646 \\ 4 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\frac{3n^2 - 6nn + 3n^2 - 5n - 1}{\sqrt{\quad}}$$

$$-5n + 1 = 1 - 9n$$

$$\sqrt{(3n^2 - 6nn) + (3n^2 - 5n - 1)}$$

$$(3n^2 - 6nn) + (3n^2 - 5n - 1)$$

$$\sqrt{3n^2 - 6nn + 3n^2 - 5n - 1} = 2n$$

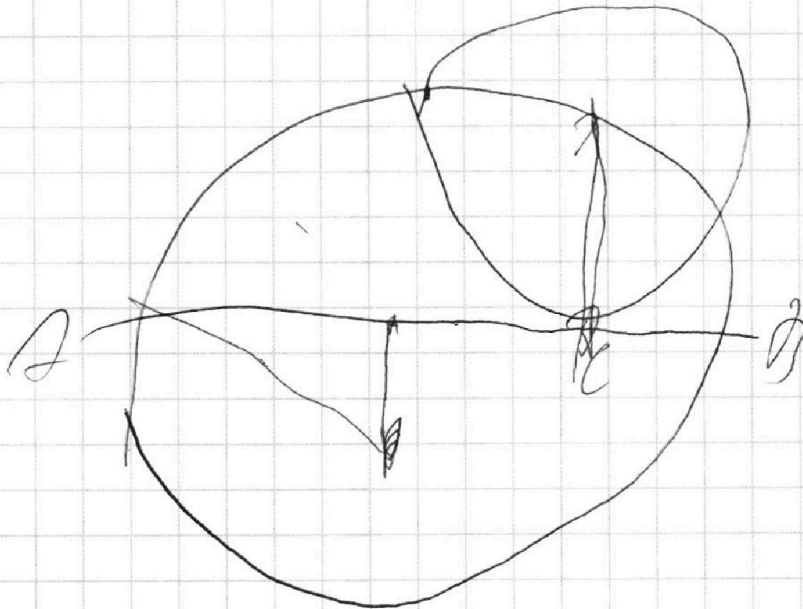
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 73^2 - (2r)^2 &= 769 - 4r^2 \\ \sqrt{769 - 4r^2} + 5 + 25r^2 &= 165 \\ 769 - 4r^2 + 49 + 25r^2 + 2\sqrt{769 - 4r^2} \cdot 5 &= 165 \\ -14r^2 + 49 + 25r^2 + 2\sqrt{769 - 4r^2} \cdot 5 &= 0 \\ 2\sqrt{769 - 4r^2} &= 479r^2 - 49 \\ \sqrt{769 - 4r^2} &= \frac{479r^2 - 49}{2} \\ r^2 &= 4 \end{aligned}$$