



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \Rightarrow ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot x \quad \text{где } x \in \mathbb{N}$$

Аналогично для bc и $ac \Rightarrow \min ab$ когда $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$

Аналогично для bc и ac .

В любом случае, ~~если~~ если при $\min ab; bc; ac$ числа будут
нецелыми (что противоречит условию), то подбирая $\min$
в x не может быть других простых множителей кроме
2, 3, 5, иначе число abc не будет $\min$.

$$\Rightarrow \text{Пусть: } \begin{aligned} a &= 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \\ b &= 2^l \cdot 3^m \cdot 5^k \\ c &= 2^d \cdot 3^e \cdot 5^f \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x+l &= 8 \\ l+d &= 12 \\ x+d &= 14 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} l &= 3; x=5; d=9 \\ l+x+d &= 17 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} y+m &= 14 \\ m+e &= 20 \\ y+e &= 21 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} m &= 6,5; y=7,5; e=13,5 \Rightarrow a; b; c \notin \mathbb{N} \\ \text{значит любой } \text{или} &\in \mathbb{N} \\ ab &\geq 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; bc \geq 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{19}; ac \geq 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} y+m &\geq 14 \\ m+e &\geq 20 \\ y+e &\geq 21 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{min варианты:} \\ \text{т.к. } m &\geq 6,5 \\ y &\geq 7,5 \\ e &\geq 13,5 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f+k &= 17 \\ k+z &= 12 \\ z+f &= 39 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} k &= 5 \\ z &= 7 \\ f &= 12 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} k+z+f &= \\ &= 24 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} m &= 7 \\ y &= 7 \\ e &= 14 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{В любом} \\ \text{случае} \\ m+y+e &= \\ &= 28 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} m &= 6 \\ y &= 8 \\ e &= 14 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} m &= 7 \\ y &= 8 \\ e &= 13 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Т.о. } abc = 2^{x+l+d} \cdot 3^{e+m+y} \cdot 5^{z+k+f} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{24}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{24}$$

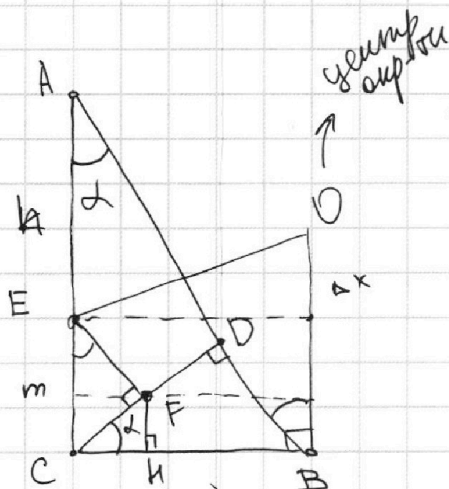
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$AD:DB = 5:2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{AB}{AD} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{5}{7} S_{ABC}$$

m.k. $EF \parallel AD$, two

$$\triangle CEF \sim \triangle CAD$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CAD}} = k^2 \text{ rge}$$

k - коэффициент пропорциональности $\Delta CEF \propto CAD$

$$S_{CEF} = \frac{5}{7} S_{ABc} \cdot k^2$$

$S_{CEF} = \frac{5}{7} S_{ABC} \cdot k^2$
 EC = m, margo $CE^2 + \Delta x^2 = (m + \Delta x)^2$
 EA = ~~h~~

$$EA = kh$$

$$\frac{CF}{FD} = \frac{m}{Kh}$$

$$((m - FH) + \Delta x)^2 + (CB - CH)^2 = (m + \Delta x)^2$$

при этом $\frac{m}{m+n} = k$

we $FH = k \cdot CD$ sind

$$\frac{u}{AC} = k \Rightarrow u = k \cdot AC$$

$$CB^2 + \Delta x^2 = (k \cdot AC + \Delta x)^2$$

$$(k \cdot AC - \cancel{k \cdot CD} + \Delta x)^2 + (CB - k \cdot \overbrace{CD}^{\text{side}} \cdot \cos \alpha)^2 = (k \cdot AC + \Delta x)^2$$

Упр. 2. Даны AC ; CD ; $\sin \angle C$; $\cos \angle C$; CD , - можно найти
из того, что $AD = 5x$; $DB = 2x$

$\Rightarrow$ можем выразить ~~из~~ через x . Бх, и x сократится $\Rightarrow$ найдем K .

$$\Delta x = \frac{14x - k^2 \cdot 35x}{2k \cdot \sqrt{35}} \quad \left(\frac{15k^2 + 14}{2k\sqrt{35}} \right)^2 + 14 + k^2 \cdot \frac{14 \cdot 25}{49} - 20k = \left(\frac{k^2 \cdot 70 + 14 - k^2 \cdot 35}{2k\sqrt{35}} \right)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

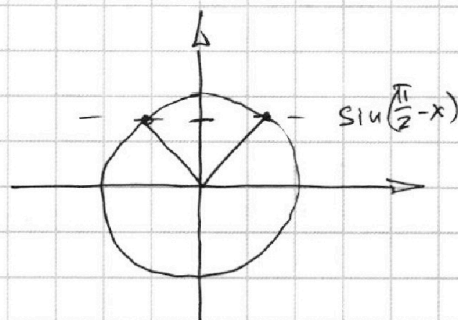
$$\arcsin \text{ определен на } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{\pi - 2x}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$5\pi \geq \pi - 2x \geq -5\pi$$

$$4\pi \geq -2x \geq -6\pi$$

$$-2\pi \leq x \leq 3\pi$$



$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi n \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k \quad (2) \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$1) \quad 5\pi - 10x = \pi - 2x + 20\pi n$$

$$4\pi = 20\pi n = 8x$$

$$x = \frac{4\pi(1 - 5n)}{8}$$

$$2) \quad 5\pi - 10x = 10\pi - \pi + 2x + 20\pi k$$

$$-4\pi - 20\pi k = 12x$$

$$x = \frac{-4\pi(1 + 5k)}{12}$$

$$x = \frac{\pi}{2}(1 - 5n)$$

монотонно убыв. функция

$$n = +2 \quad x = -4.5\pi$$

$\Rightarrow n \geq 2$ x не подходит

$$n = 1 \quad x = -2\pi$$

$$n = 0 \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$n = -1 \quad x = 3\pi$$

$$n < -1 \quad x > 3\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{3}(1 + 5k)$$

$$k = 1 \quad x = -2\pi$$

$$k > 1 \quad x < -2\pi \quad \text{не подходит}$$

$$k = 0 \quad x = -\frac{\pi}{3}$$

$$k = -1 \quad x = \frac{4}{3}\pi$$

$$k = -2 \quad x = 3\pi$$

$$k < -2 \quad x > 3\pi \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; 3\pi; \frac{4\pi}{3}\right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

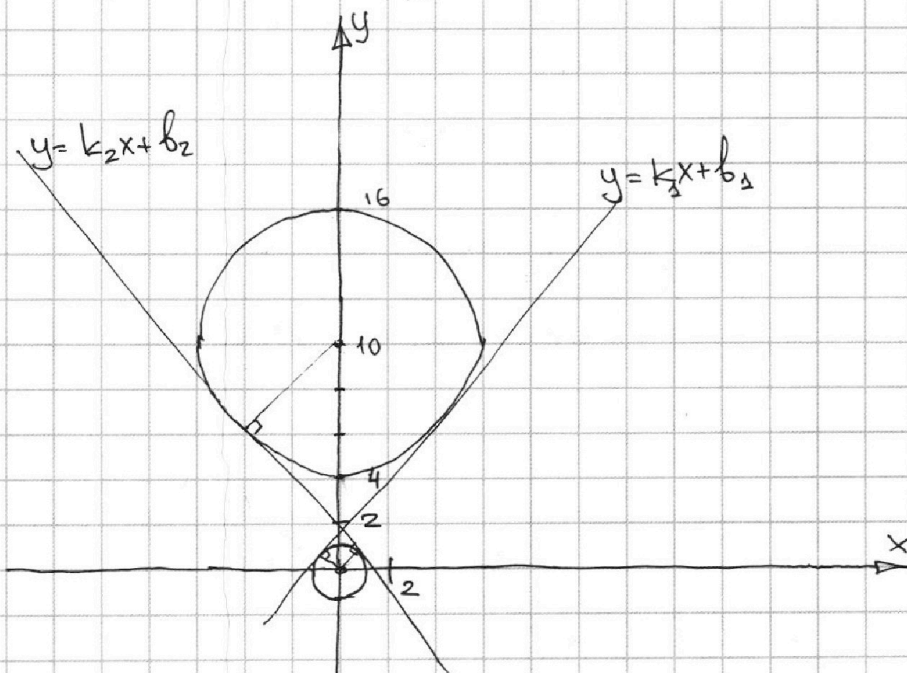
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

Для начала рассмотрим
второе уравнение

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 & - \text{окружность с центром } (0; 0) \text{ и } R = 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 & - \text{окружность с центром } (0; 10) \text{ и } R = 6 \end{cases}$$

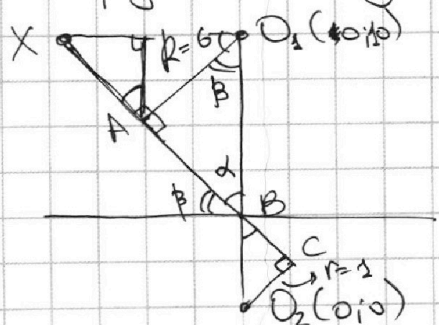


Прямые $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ — общие касательные
окружностей. При этом $k_1 > 0$; $k_2 < 0$.

⇒ если $a \neq k_1$ или $a \neq k_2$ с учетом знака k_2
то подобрать b чтобы было 4 решения — невозможно

⇒ достаточно найти k_1 и k_2

Предпочтительнее сделать это из геометр. соображений:



$$\triangle O_1AB \sim \triangle O_2CB$$

$$\Rightarrow \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{R}{r} = 6$$

$$O_1B + O_2B = 10$$

$$O_2B = \frac{10}{7}$$

$$O_1B = \frac{60}{7}$$

$$k_2 = -\tan \beta$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{R}{O_1B} = \frac{6 \cdot 7}{60} = \frac{7}{10} \Rightarrow \cos \beta; \sin \beta = \frac{\sqrt{51}}{10} \Rightarrow \tan \beta = \frac{\sqrt{51}}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично рассуждая, что $k_1 = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $k_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7}$

$\Rightarrow a > k_1$ т.е. $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ ~~или~~ $a < k_2$ т.е. $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$

Ответ: ~~$a > \frac{\sqrt{51}}{7}$~~ $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ или $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \frac{4}{3}\log_{2x} 5 - 3$$

$$xy = n$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3}\log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$\log_5(2x) = m$$

$$\begin{aligned} l+m &= \log_5(2xy) = \\ &= \log_5(2n) \end{aligned}$$

$$m^4 - \frac{13}{3}m + 3 = 0$$

$$3m^5 - 13 + 9m = 0$$

$$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = -\frac{1}{3}\log_y 5 - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3}\log_y 5 + 3 = 0$$

$$\log_5 y = l$$

$$3l^5 + 13 + 9l = 0$$

$$3(l^5 + m^5) + 9(m+l) = 0 \quad \text{— сложим}$$

$$3(m+l)(m^4 + l^4 + \dots) + 9(m+l) = 0$$

$$(m+l)(3(m^4 + l^4 + \dots) + 9) = 0$$

$$m+l = 0$$

$$\log_5(2xy) = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = 0,5$$

Ответ: 0,5.

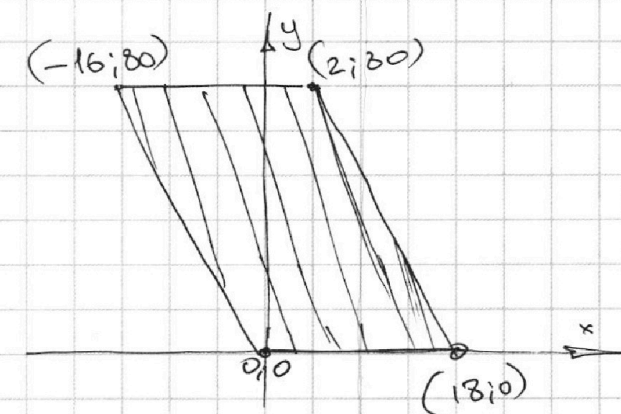
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$
~~Если~~ Если точка $(x; y) \in$
 данному паралл-му, то
 $0 \leq y \leq 80$
 $y \geq -5x$
 $y \leq -5x + 90$

⊗ условие: $5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45$

коэф. наклона боковых (не || осей) ~~паралл-~~
 сторон паралл-ма $= -5$.

Возьмем точку A $(x_1; y_1)$. Тогда пусть τ B по-
 ходим под данное условие $(5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45)$
 тогда рассмотрим какие ещё точки лежат
~~под~~ подхордим под это условие.

Пусть подхордим τ C. У неё $y_3 = y_2 + \Delta y$
 тогда $5(x_3 - x_1) + y_2 + \Delta y - y_1 = 45$
 $\Delta y + 5(x_3 - x_1) + 45 - 5x_2 + 5x_1 = 45$
 $5(x_3 - x_2) = -\Delta y$

$5\Delta x = -\Delta y \Rightarrow \Delta y = -5\Delta x$

$\Rightarrow$ все точки подхордимые под условие
 лежат на одной прямой с коэф. наклона -5 , то
 есть || боковым сторонам паралл-ма.

Возьмем τ A $(x_1; y_1)$ и т. B $(x_1 + 9; y_1)$

Она подхордим под условие ⊗.

$\Rightarrow$ Возьмем прямую с коэф. $k = -5$ и проходящую чрез
 т. B. Все точки на ней ~~под~~ и только на ней
 подхордим под условие ⊗

Тогда получается, что точки $(x; y)$ лежащие
 на прямой $y = -5x + 45$ подхордят под ⊗, а все
 точки "правее" (для которых $x > \frac{45 - y}{5}$) не
 подхордят. (т.к. для них $x_1 + 9$ не в 5 за
 границей паралл-ма)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

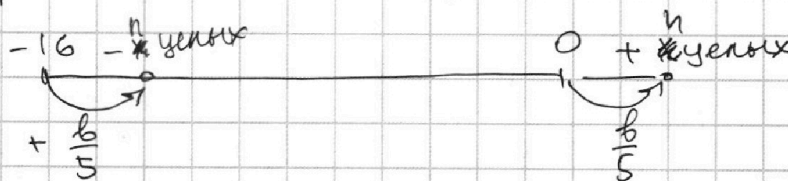


~~мы~~ Смогут определить, что $(x; y)$ -целые координаты только
на прямой где $b \in \mathbb{Z}$ т.к. $y = -5x + b$
целое. целое

тогда прямых от $y = -5x$ до $y = -5x + 45$ всего 10.

Далее мы сможем сказать, что на любой прямой вида $y = -5x + b$ где $y \in [0; 80]$ всего 17 ~~прямых~~
т.к. $0 \leq y \leq 80$ $\uparrow$ целых точек.
 $0 \leq -5x + b \leq 80$
 $\Leftrightarrow \frac{b}{5} \geq x \geq -16 + \frac{b}{5}$
 $b \div 5$

у прямой $b = 0$ 17 целых точек. Тогда



т.к. $\frac{b}{5}$ сдвигаем границы диапазона на равные
части прямой т.к. $b \div 5$, то кол-во целых не
меняется.

Если $b \div 5$, то кол-во целых = 16. из которых
~~также~~ аналогичных рассуждений.

тогда для каждого ~~тоже~~ значения прямой $y = -5x + b$
(в диапазоне от $y = -5x$ до $y = -5x + 45$)
~~тоже~~ пройдет все значения прямой $y = -5x + b + 45$.

Итого: $b \in [0; 45] \rightarrow 46$ прямых

Для $b \in \mathbb{Z} \cap \{0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45\}$
17 значений и 17 ~~точек~~ точек на прямой с
целыми x и y .

Для $b \notin \mathbb{Z}$ остальных по 16
значений для прямой точек А и В.

$\Rightarrow$ Всего: $10 \cdot 17^2 + 36 \cdot 16^2 = 12106$

Ответ: 12106.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

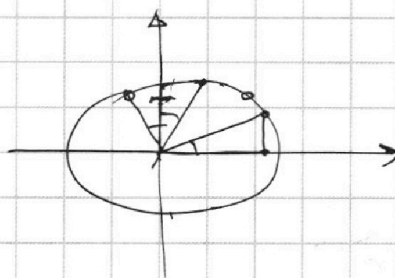
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$10 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \pi - 2x$$



$$\frac{\pi - 2x}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

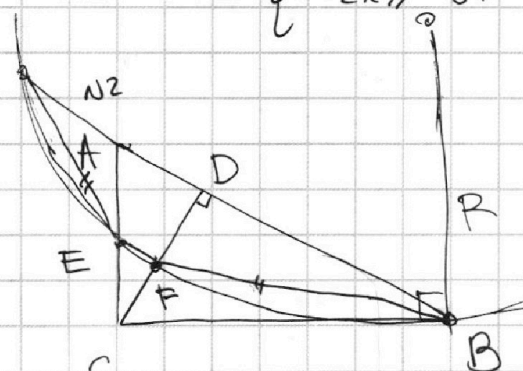
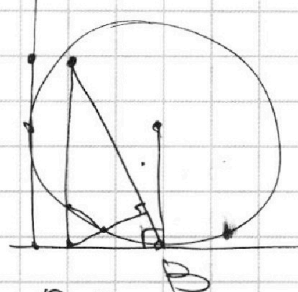
$$\pi - 2x \in [-\pi \cdot 5; \pi \cdot 5]$$

$$5\pi \geq \pi - 2x \geq -5\pi$$

$$\begin{cases} 4\pi \geq -2x \\ -2x \geq -6\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\pi \leq x \\ +3\pi \geq x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k \end{cases}$$

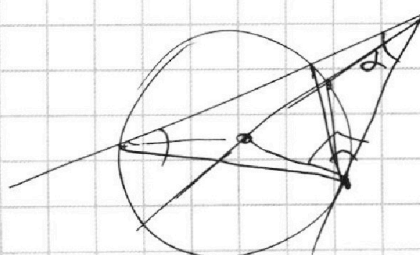
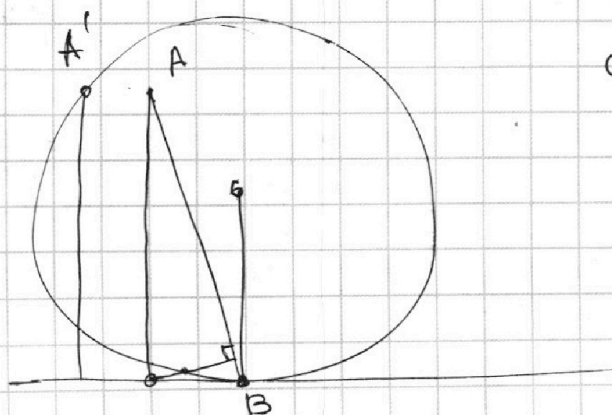
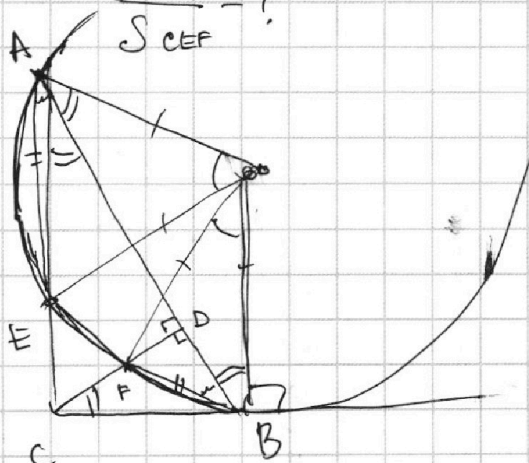


S_{ABC}

$$S_{ADC} = \frac{4}{7} S_{ABC}$$

$AB \parallel EF$
 $AD : DB = 5 : 2$

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = ?$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^8 3^{14} 5^{12}$$

$$bc : 2^{12} 3^{20} 5^{17}$$

$$ac : 2^{14} 3^{21} 5^{39}$$

$\min abc - ?$

$$ab = 2^{x+l} = 2^8$$

$$x+l=8$$

$$y+m=14$$

$$z+k=12$$

$$x+d=14$$

$$y+e=21$$

$$z+f=39$$

$$\left. \begin{array}{l} y+m \cdot 2 + e = 34 \\ y+e=21 \end{array} \right\}$$

$$zm=13$$

$$m=6,5$$

$$\left. \begin{array}{l} y=7,5 \\ e=13,5 \end{array} \right\}$$

$$m=7$$

$$e=13,5$$

$$y=7$$

$$y=8$$

$$m=6$$

$$e=14$$

$$e=14$$

$$y+m \geq 14$$

$$m+e \geq 20$$

$$y+e \geq 21$$

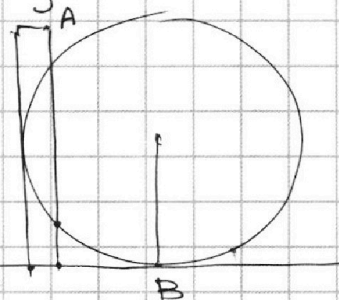
$$m \geq 6,5$$

$$y \geq 7,5$$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$b = 2^l 3^m 5^k$$

$$c = 2^d 3^e 5^f$$



$$l+d=12$$

$$m+e=20$$

$$k+f=17$$

$$x+2l+d=20$$

$$x+d=14$$

$$2l=6$$

$$l=3$$

$$x=5$$

$$d=9$$

$$z+2k+f=29$$

$$z+f=39$$

$$k=5$$

$$z=7$$

$$f=12$$

$$\left. \begin{array}{l} m=6 \\ y=8 \\ e=14 \end{array} \right\}$$

$$m=7$$

$$y=7$$

$$e=14$$

$$m+y+z \geq 41$$

$$m+y \geq 14$$

$$14+2e \geq 41$$

$$2e \geq 27$$

$$e \geq 13,5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

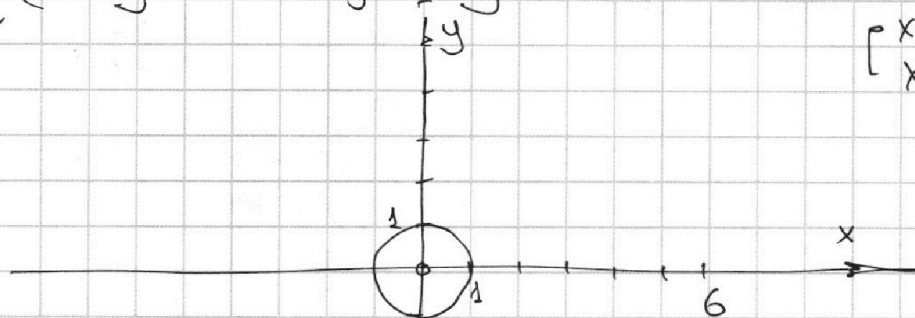


нч.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

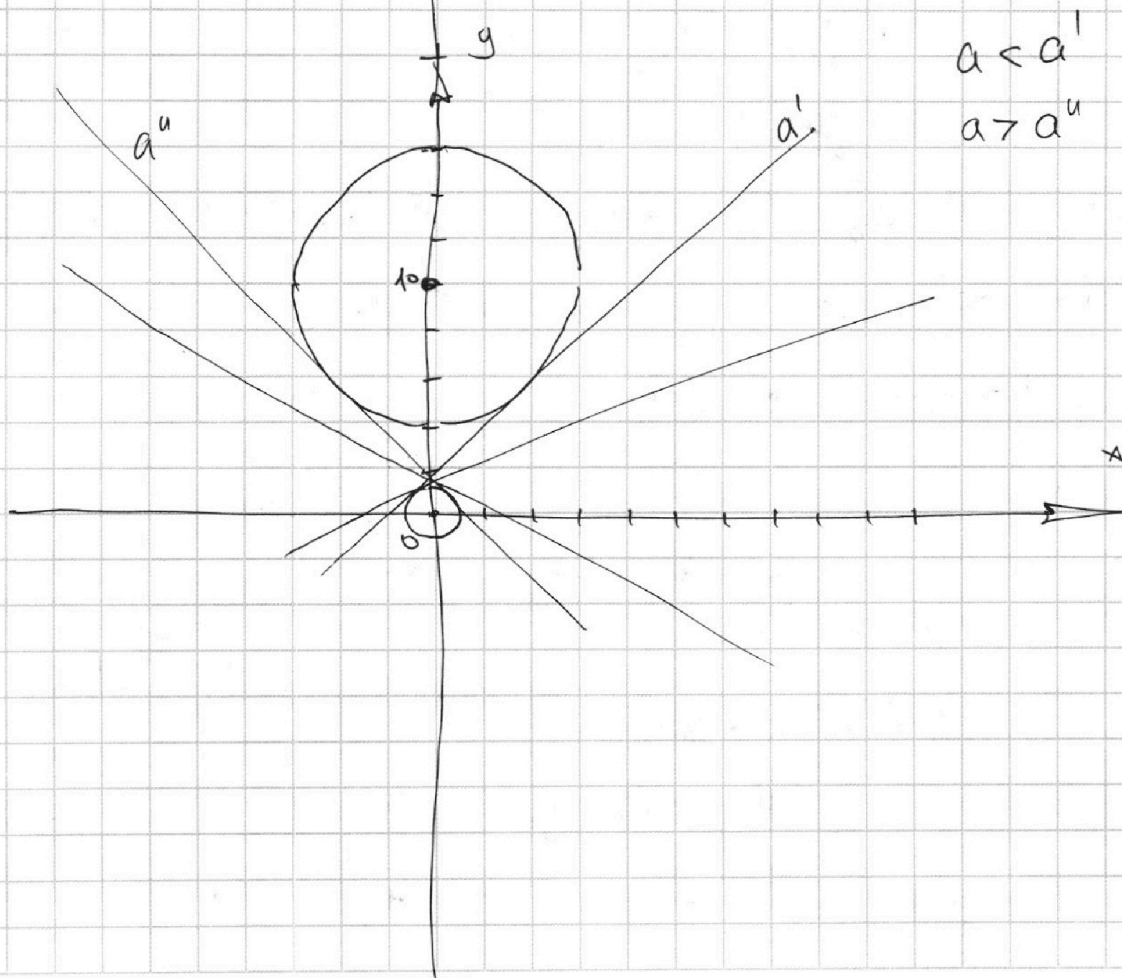
4 решения.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \end{cases}$$



$$ax + 4b = 3y$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$$



$$\begin{aligned} a &< a' \\ a &> a'' \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x} 625 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 0,2 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5(2x) = m$$

$$m^4 - 3 \cdot \frac{1}{m} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{m} - 3$$

$$m^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3m$$

$$-5x = y$$

$$x=0 \quad y=0$$

$$x=-1 \quad y=5$$

$$x=-2 \quad y=-10$$

$$x=-3 \quad y=-$$

$$m(m^4 + 3) = \frac{4+9}{3}$$

$$3m^5 + 9m - 13 = 0$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) + \log_5^4 y + 4 \log_y 5$$

$$O(0;0) \quad A(x_1; y_1) \quad B(x_2; y_2) \quad x \geq -16 + \frac{b}{5}$$

$$P(-16; 80)$$

$$Q(2; 80)$$

$$R(18; 0)$$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$x_1; y_1 \quad x_2; y_2$$

$$0 \leq y \leq 80$$

$$y \geq -\frac{80}{16}x = -5x$$

$$y \leq -\frac{80}{16}x + 90 = -5x + 90$$

$$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45$$

$$-16 \quad 18$$

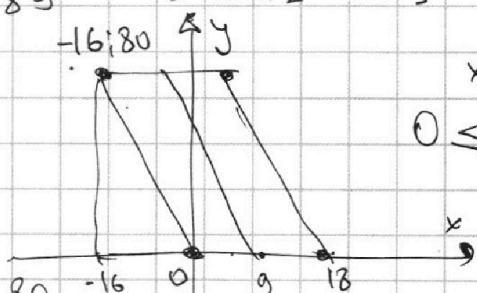
$$y=0$$

$$x=18,5$$

$$-18 \cdot 80 + b = 0$$

$$b = +5 \cdot 18 =$$

$$= 90$$



$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \\ \times 36 \\ \hline 1536 \\ + 968 \\ \hline 9216 \end{array}$$

$$9216 + 2890 = 12106$$

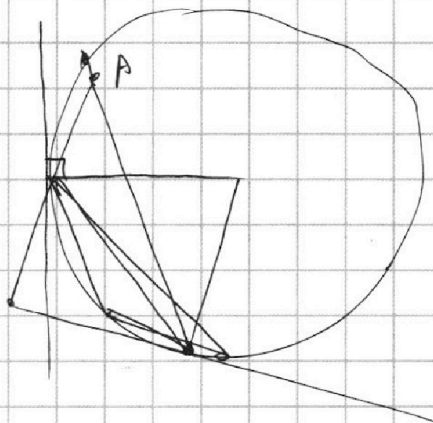
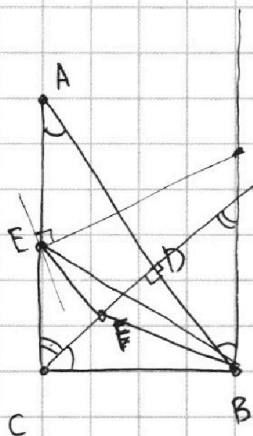
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



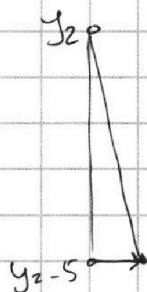
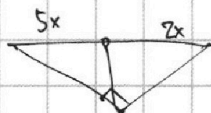
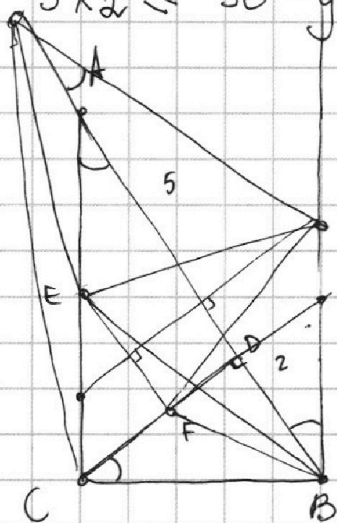
$$(x_1; y_1) \quad x_2; y_2.$$

$$5x_2 \geq -y_2$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

$$5x_2 \leq 90 - y_2$$

$$5\left(x_2 + \frac{1}{5}x_1\right) + y_2 - y_1 - 1 = 45$$



$$\frac{AE}{EC} = \frac{DF}{FC}$$

$$\frac{y}{2x} = \frac{5x}{y}$$

$$y^2 = 10x^2$$

$$y = \sqrt{10}x$$

$$QB = \sqrt{10+4} = \sqrt{14}x$$

$$AQ =$$

$$10+25 = \sqrt{35}x$$

$$7x$$

$$\frac{\sqrt{14}x}{e} = \frac{\sqrt{10}x}{2x}$$

$$l =$$

$$10 \cdot \frac{5 \cdot 2 \cdot x}{\sqrt{7 \cdot 2 \cdot 2x}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper:

Diagram: A trapezoid with height 10 and bases 14 and 35. The area is calculated as $S = \frac{1}{2} \cdot (14 + 35) \cdot 10 = 245$.

Equations:

$$14x^2 + \Delta x^2 = k^2 \cdot 35x^2 + \Delta x^2 + 2k \cdot \Delta x \cdot \sqrt{35}x$$

$$\left(k \cdot \sqrt{35}x - k \cdot \sqrt{10}x - k \cdot \sqrt{14}x + \Delta x \right)^2 = \left(\sqrt{14}x - k \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{14} \right)^2$$

$$7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 37.5 = \frac{2k \cdot \sqrt{35}}{2}$$

$$2k \cdot \sqrt{35} = 245$$

$$\Delta x = \frac{14x^2 - k^2 \cdot 35x^2}{14x - k^2 \cdot 35x} = \frac{2k \cdot \sqrt{35} \cdot x}{2k \cdot \sqrt{35}}$$

$$14x^2 = k^2 \cdot 35x^2 + 2k \cdot \Delta x \cdot \sqrt{35}x$$