



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.
Рассмотрим степени вхождения каждого из чисел 2, 3 и 5 в числа a , b и c .

Пусть для 2 это x_1, x_2 и x_3 соотв.

Тогда:

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_2 + x_3 \geq 14$$

$$x_3 + x_1 \geq 16$$

$\Rightarrow$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 18, \text{ а значит } abc \text{ делится хотя}$$

бы на 2^{18} . Заметим, что это значение

достигается при $x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 12$. (Значит меньше быть.

Пусть для 3 это y_1, y_2 и y_3 соотв.

Тогда:

$$y_1 + y_2 \geq 13$$

$$y_2 + y_3 \geq 21$$

$$y_3 + y_1 \geq 25$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 29,5, \text{ значит } y_1 + y_2 + y_3 \geq 30$$

(т.к. сумма - натуральное число).

Значение A значит abc делится хотя бы на 3^{30} . Это

значение достигается при $y_1 = 9, y_2 = 4, y_3 = 17$

Пусть для 5 это z_1, z_2 и z_3 соотв. Тогда:

$$z_1 + z_2 \geq 11$$

$$z_2 + z_3 \geq 13$$

$$z_3 + z_1 \geq 28$$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 26, \text{ значит. Но } z_3 + z_1 \geq 28, \text{ значит}$$

abc делится хотя бы на 5^{28} . Достигается при $z_1 = 14, z_2 = 0, z_3 = 14$.

Значит abc делится хотя бы на $2^{18}, 3^{30}$ и 5^{28} , значит
его минимальное значение:

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Достигается при: $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

Значит это и есть минимальное значение.

Ответ: $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

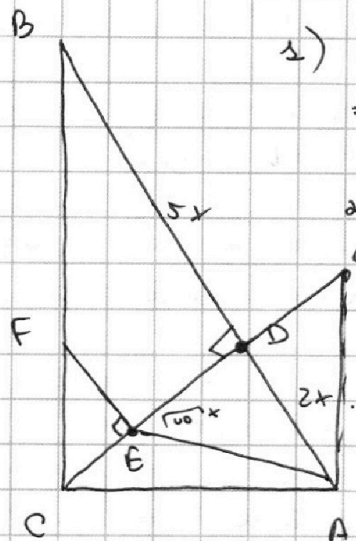
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Для начала найдём отношение площадей треугольников
ACD и COB:



1) $FE \parallel BD \Rightarrow \angle FED + \angle BDE = 180^\circ \Rightarrow \angle FED = 90^\circ$.
 $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle COB$ по двум углам.

2) $\frac{AB}{BO} = 1,4 = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{BO}{OA} = \frac{5}{2}$.

Пусть $BD = 5x$, $DA = 2x$. $CO = \sqrt{5x \cdot 2x} = 10x$.

$\Rightarrow$ из теоремы Пифагора в $\triangle COA$ и $\triangle COB$:
 $CA =$

$\frac{S_{COA}}{S_{COB}} = \frac{\frac{1}{2} CO \cdot 2x}{\frac{1}{2} CO \cdot 5x} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{COA} = \frac{2}{5} S_{COB}$.

3) Найдём отношение $\frac{S_{CEF}}{S_{COB}}$.

Рассмотрим т. O - центр окружности. $\triangle OEA$ - р/б.

Пусть $\angle CBA = \alpha \Rightarrow \angle OCA = \alpha \Rightarrow \angle COA = 90^\circ - \alpha$, т.к.

$\triangle CDA$ - прямоугольник (OA - радиус к касат.)

$\angle OAE = \frac{90^\circ + \alpha}{2} = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$, $\angle OAD = 90^\circ - \alpha$ (из $\triangle OAD$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DAE = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

Но $\angle DAC = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle EAC = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} = \angle DAE$. Значит AE - бис. угла.

4) $CO = 10x \Rightarrow$ из т. Пифагора в $\triangle OAC$: $CA = 16x$.

Значит по с-ву бис. $\frac{16x}{2x} = \frac{CE}{ED} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{CE}{CO} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

5) $\frac{S_{CEF}}{S_{COB}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right)^2 = \frac{3}{5 + 2\sqrt{6}} = 3(\sqrt{2} - 2\sqrt{6}) \Rightarrow S_{COB} = \frac{(5 + 2\sqrt{6})}{3} S_{CEF}$.

6) $S_{ACO} = \frac{2}{5} S_{COB} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5 + 2\sqrt{6}}{3} S_{CEF} = \frac{10 + 4\sqrt{6}}{15} S_{CEF}$.

Ответ: $\frac{10 + 4\sqrt{6}}{15}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3 $\arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arccos t = \frac{\pi}{2} - \arcsin t$.

so $\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x$.

Заметим, что $\frac{\pi}{2} \pm \arcsin t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - 2x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{\pi}{2} \\ x \leq \frac{3}{2}\pi = 4\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Случаи:

I. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x$.

$-\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -x = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$. Проверим.

II. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = \pi - x$.

$-\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -(\pi - x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -\pi + x = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow 3x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$. Проверим.

III. $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x - 2\pi$.

$-\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -(x - 2\pi) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -x + 2\pi = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$. Проверим.

IV. $\frac{5\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = \pi - (x - 2\pi) = 3\pi - x$.

$-\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -(3\pi - x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -3\pi + x = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow 3x = \frac{7\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}$. Проверим.

V. $\frac{7\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x - 4\pi$.

$-\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -(x - 4\pi) = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow -x + 4\pi = \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{7\pi}{2}$. Проверим.

Ответ: $\left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, 2\pi, \frac{17\pi}{6}, \frac{9\pi}{2} \right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

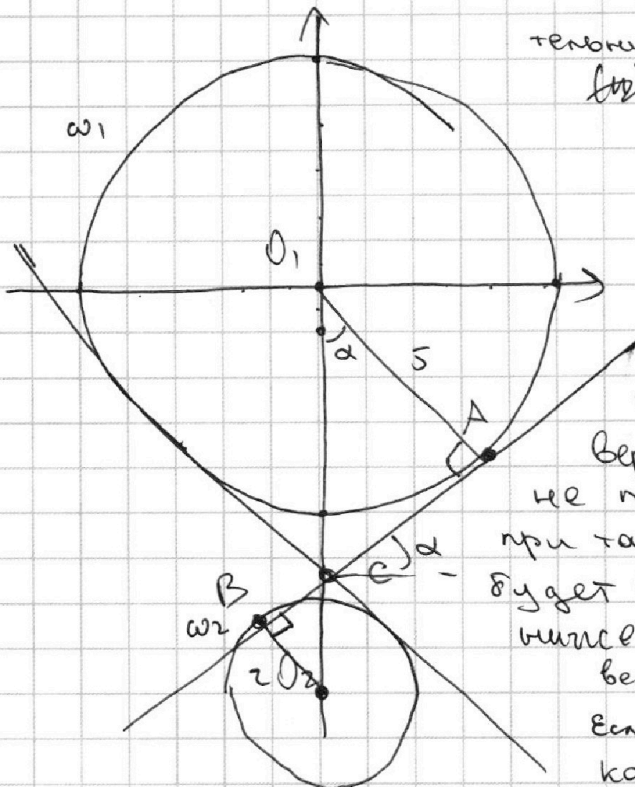
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ИИ.

Рассмотрим второе ур-е. Первая окружность с центром $O_1(0;0)$ и радиусом 5, вторая - с центром $O_2(0;-3)$ и радиусом 2. (т.к. это $(x^2 + (y+3)^2 = 4)$).

Рассмотрим общую касательную к этим окружностям ~~линия~~ - внутренние (и 2).



Рассмотрим с положит. коэф. обозначим её коэф за k_1 .

Заметим, что если взять ~~а < k1~~ $a < k_1$, то и

провести касательную к верхней окружности, то она не пересечёт нижнюю, а значит при таких a 4 решения не будет (т.к. опустив такую прямую ниже она уже не пересечёт верхнюю окружность).

Если же взять $a > k_1$, то касательная к верхней окруж.

будет касаться, пересекать нижнюю окружность (при b_1), касат. к нижней окр. будет пересекать верхнюю окружность (при b_2) $\Rightarrow$ при $\frac{b_1 + b_2}{2}$ тогда будет 4 решения.

Аналогично, если коэф. прямой с отр. ~~угол~~ коэф. наклона k_2 , то ^{не} подходит все a . $a > k_2$ ($k_2 = -k_1$). Значит не подходит $a \in [-k_1; k_1]$.

Найдём k_1 .

Возьмём прямую с полож. коэф. пусть она касается окружностей ω_1 и ω_2 в точках A и B соотв. (ось ординат в т. C)

$\triangle O_1AC \sim \triangle O_2BC$ по двум углам ($O_1A \perp AB$, т.к. радиус к касат.) коэф. подобия $= \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{O_1C}{CO_2} = \frac{5}{2}$; $O_1C + O_2C = 3$, $\Rightarrow O_1C = \frac{5}{7} \cdot 3$; $O_2C = \frac{2}{7} \cdot 3$. Пусть $\angle CO_1A = \alpha$.

$k_1 = \tan \alpha$. Из т. Пифагора $\Rightarrow O_1AC: CA = \sqrt{\frac{25 \cdot 81}{49} - 25} = 5 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{7}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

значит:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_H}{O_1 A} = \frac{5 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{7}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{7} = k_1.$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\infty; -\frac{4\sqrt{2}}{7}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{2}}{7}; +\infty\right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим первое ур-е. Пусть $\log_{11} x = t$, $x > 0, x \neq 1$.

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3} \frac{1}{t} - 5 \Rightarrow \frac{3t^5 - 16 + 15t}{3t} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t^5 + 15t - 16 = 0 \\ t \neq 0. \end{cases}$$

Рассмотрим второе ур-е: Пусть $\log_{11} a = b$.

$$b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3} \frac{1}{b} - 5 \Rightarrow \frac{3b^5 + 16 + 15b}{3b} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3b^5 + 15b + 16 = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

Заметим: $\log_{11} y + \log_{11} x = \log_{11} xy$, значит найти все возможные значения $xy \approx$ найти всевозможные значения $\log_{11} y + \log_{11} x$.
т.е. и $b_0 + t_0$, где b_0 и t_0 - корни 1-ого и второго ур-ий.

$$\begin{cases} 3t_0^5 + 15t_0 = 16 \\ 3b_0^5 + 15b_0 = -16. \end{cases} \quad \text{Но } f(x) = 3x^5 + 15x \text{ - нечётная!} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow b_0 = -t_0 \Rightarrow \underline{b_0 + t_0 = 0}.$$

Значит: $\log_{11} x + \log_{11} a_5 y = 0 = \log_{11} \left(\frac{xy}{2} \right) \Rightarrow xy = 2.$

Ответ: $xy = 2.$

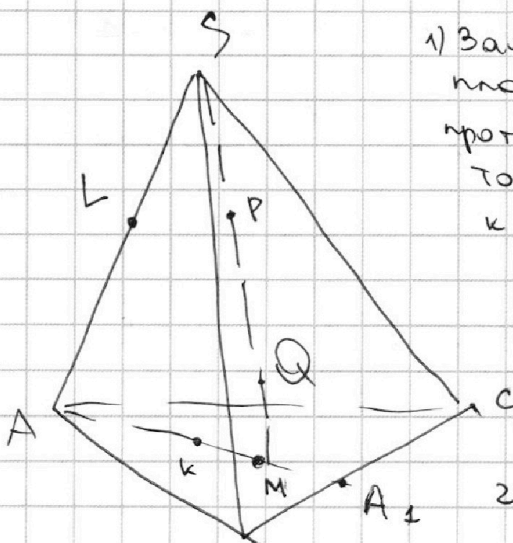
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№7.
1) Заметим, что центр сферы O лежит в плоскости ASB . Докажем от противного. Пусть это не так. Тогда опустим перпендикуляр OM к плоскости ABC . Но тогда в $\triangle OMK$: OK - гипотенуза. $OK = R > OM \Rightarrow OM \neq R$. Противоречие, т.к. это и есть точка касания плоскости. Значит $O \in (ASB)$.

2) Рассмотрим плоскость AMS .

$$OP = OQ = R.$$

$$SP = QM.$$

$$\angle OPQ = \angle OQP \Rightarrow \triangle OPS = \triangle OQM \text{ по 1-ому пр-ва } \triangle.$$

1-ому пр-ва $\triangle$.

$$SO = OM.$$

Тогда $\triangle OSL = \triangle OMK$ по 4-ому

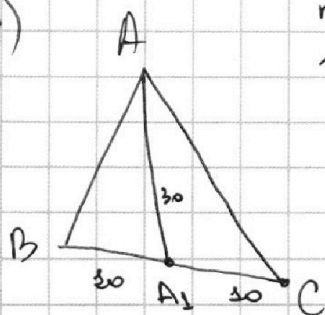
пр-ву пр-ва $\triangle$ ($OK = OL = R$; $OM = OS$ и

$$\angle OLS = \angle OKM \approx 90^\circ)$$

Значит $\angle OMK = \angle OSL \Rightarrow \angle ASM = \angle AMS \Rightarrow AM = AS = 20$.

$$\Rightarrow AA_1 = 30.$$

3)



пусть $\sin \angle AA_1B = \alpha$.

$$2 \cdot 30 \cdot 30 \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{20} \Rightarrow \cos \alpha =$$

$$= \frac{\sqrt{31}}{20}.$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3.

$$\arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \arccos t = \frac{\pi}{2} - \arcsin t.$$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) \right) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -10 \arcsin(\sin x) = 2(2\pi - x).$$

Случаи:

$$I. x \in I \Rightarrow 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{тогда } \arcsin(\sin x) = x.$$

$$-10x = 4\pi - 2x \Rightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}. \text{ Не подходит.}$$

$$II. x \in II \Rightarrow 2\pi k + \frac{\pi}{2} \leq x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}: (\arcsin(\sin x) = \pi - x).$$

$$-10(\pi - x) = 4\pi - 2x \Rightarrow 12x = 14\pi \Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi. \text{ Не подходит.}$$

$$III. x \in III \Rightarrow 2\pi k + \pi \leq x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}:$$

$$\text{тогда } \arcsin(\sin x) = x - 2\pi k.$$

$$-10(x - 2\pi k) = 4\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}.$$

Найдем подходящие x .

$$k=1: x = 2\pi \text{ (не подходит)}$$

$$k=2: x = 4\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (не подходит)}$$

$$k=3: x = 6\pi + \pi$$

$$k=4: x = 8\pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$k=5: x = 8\pi + 2\pi.$$

$\Rightarrow$ период 8π .

подходит x вида:

$$x = 8\pi k + 2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = 8\pi k + \frac{9}{2}\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$II. x \in II \Rightarrow 2\pi k + \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi k + \pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{тогда } \arcsin(\sin x) = \pi - (x - 2\pi k) = \pi + 2\pi k - x.$$

$$-10(\pi + 2\pi k - x) = 4\pi - 2x \Rightarrow 12x = 14\pi + 20\pi k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi k.$$

$$k=0: \frac{7}{6}\pi$$

$$k=1: \frac{7}{6}\pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi \text{ (не подходит)}$$

$$k=2: \frac{7}{6}\pi - \frac{2\pi}{3} + 4\pi = 9\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (не подходит)}$$

$$k=3: \frac{7}{6}\pi - \pi + 6\pi$$

$$k=4: \frac{7}{6}\pi - \frac{4\pi}{3} + 8\pi$$

$$k=5: \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi}{3} + 10\pi$$

$$k=6: \frac{7}{6}\pi - 2\pi + 12\pi$$

период 10π .

подходит x вида:

$$x =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$6x_2 + y_2 = 6x_1 + y_1 + 48.$$

$$\log_{13} \cdot 11^2 = -2 \log_{13} 11.$$

$$\log_{11} 11^2 = (2) \oplus \quad \log_{11} 11^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \log_{11} 11.$$

$$\log \log_{11} x \cdot \log_x 11 = 1. \quad x \neq 0 \quad \boxed{x > 0, x \neq 1}$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -2 \frac{1}{3} \log_x 11.$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = (-2).$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{8} 6 = \frac{20}{3}. \quad \frac{2}{3} - 6 = \frac{16}{3}.$$

$$\log_{11} t + \log_t 11 = -\frac{13}{3} \log_t 11 - 5. \quad \boxed{xy = 4}$$

$f(x)$
 $g(x)$

$$a^4 + \frac{1}{a} + \frac{13}{3a} + 5 = 0.$$

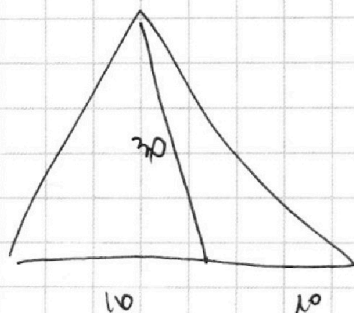
$$a \neq 0. \quad \boxed{a > 0}$$

$$\frac{3a^5 + 16 + 15a}{3a} = 0.$$

$$\log_{11} x + \log_{11} y = (xy).$$

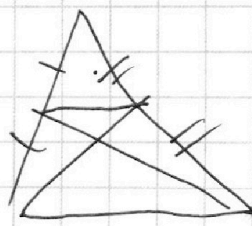
$\Rightarrow$ найти всевозм. значения суммы $\boxed{170 + 60}$

$$g(x) - f(x) = 32.$$



$$\angle 80.$$

$$\frac{1}{80} \cdot 10 \cdot 8 \cdot \sin = \frac{3}{10} \quad \boxed{\sin = \frac{3}{10}}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

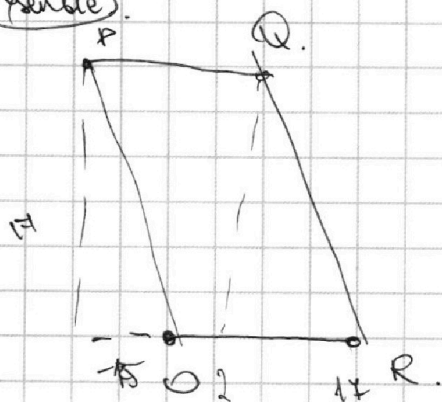
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

сторона
параллельна

30 и 17.



$$6dx + dy = 48$$

$$dx \in (0; 17)$$

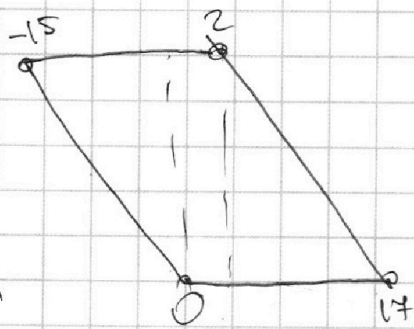
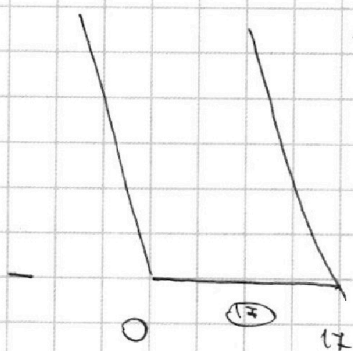
$$dx \in (-17; 17)$$

$$dy \in$$

$$6 \cdot 17$$

нуль

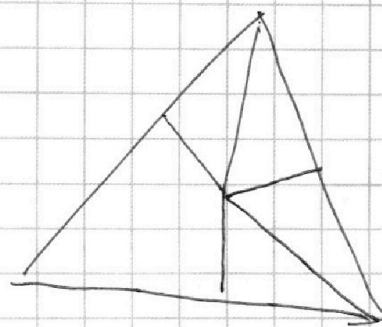
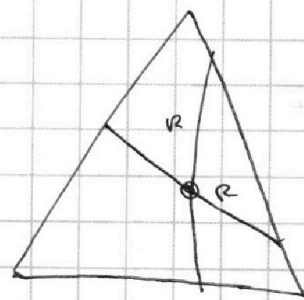
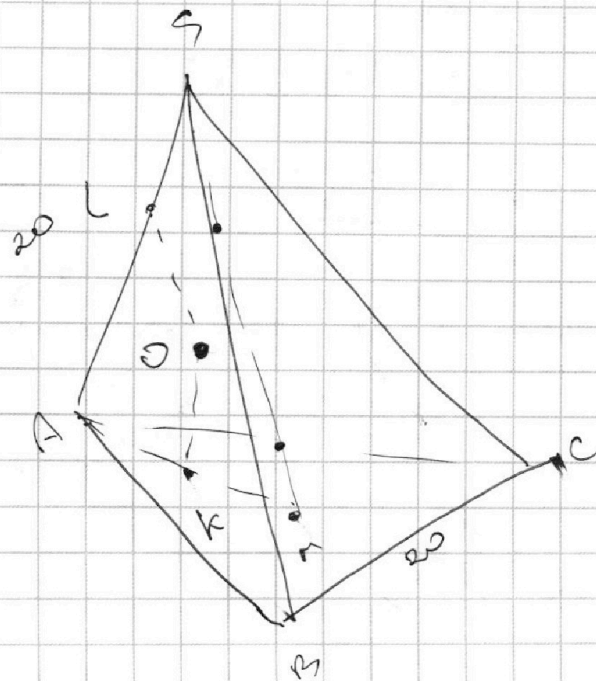
17 30



Решение

$$y = 6x$$

$$6x - y = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = k_1 \cdot 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^1$$

$$bc = k_2 \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \quad \Rightarrow \quad abc = \sqrt[k_1 k_2 k_3]{} \cdot$$

$$ac = k_3 \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$x+y=6$$

$$y+z=14$$

$$z+x=16$$

$$x+y=13$$

$$y+z=21$$

$$z+x=25$$

$$x+y+z=18$$

$$z=12$$

$$y=2$$

$$x=4$$

$$\frac{46}{60}$$

суммарная степень тройки равна 30

$$z=14$$

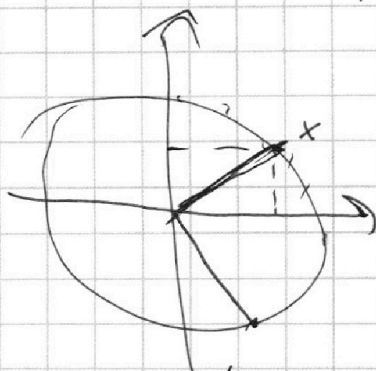
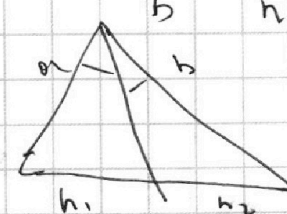
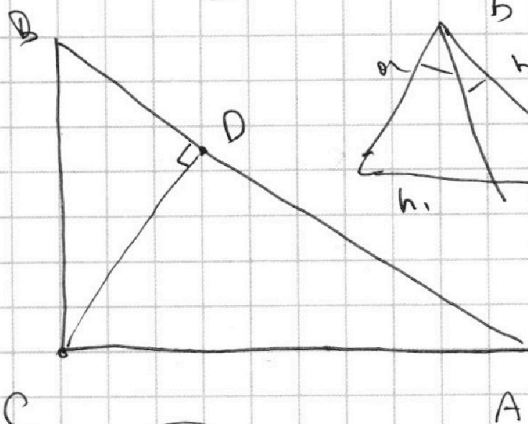
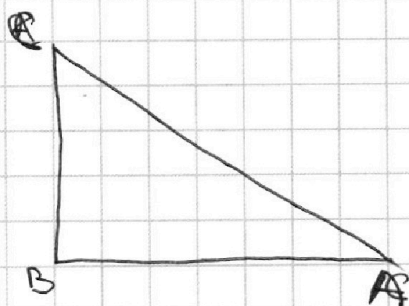
$$y=4$$

$$x=9$$

$$\frac{39}{52}$$

$$26$$

$$\frac{a}{b} = \frac{h_1}{h_2}$$



нужно $\pm 6 \pi$

$$\arccos(1 - \cos 2x) = \text{const}$$

$$\arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2}$$

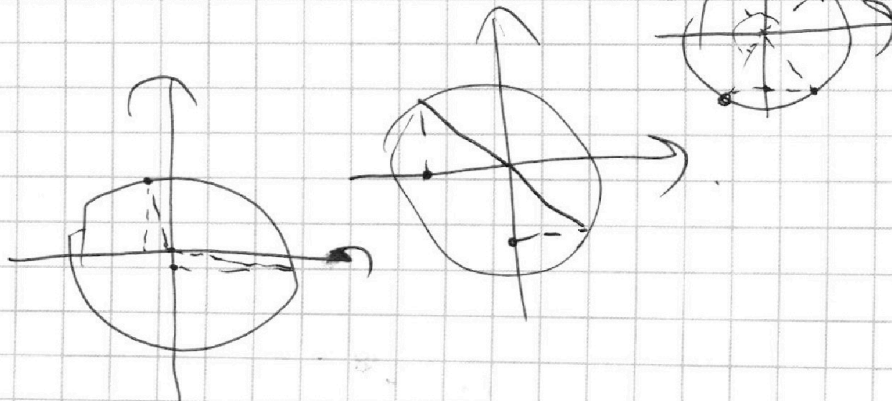
$$\arccos 1 = 0$$

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$$\alpha + \beta = \pi$$

$$10 \arccos t = 10 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin t \right)$$

$$\text{при } t > 0 \quad \text{при } t < 0$$





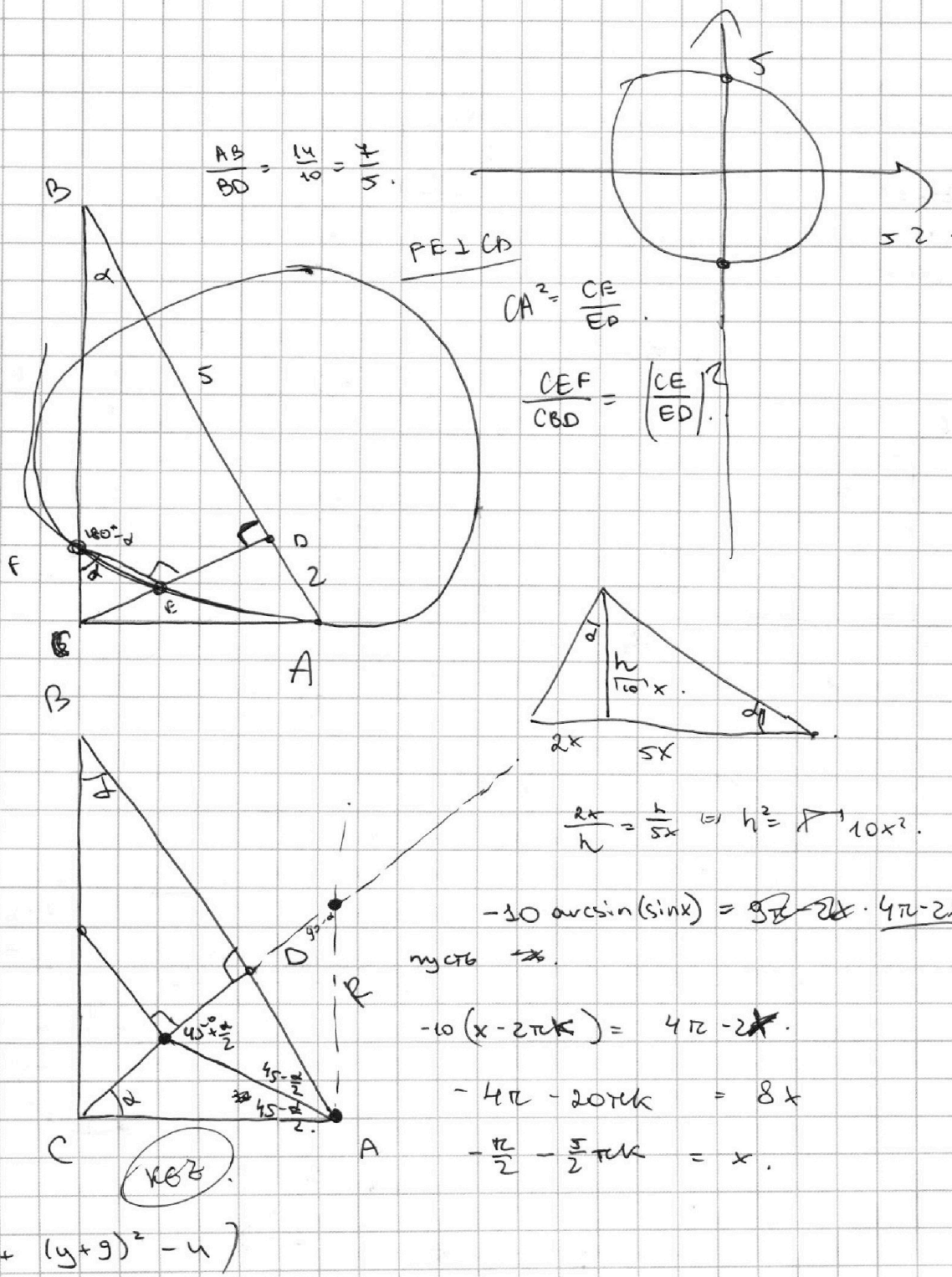
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



~~1000~~ $\arccos(\sin x) + \arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2}$

$$4\pi - 2x = -10\arcsin(\sin x)$$

$$4\pi - 2x = -10(x - 2\pi k)$$

$$8x = 20\pi k - 4\pi$$

$$x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}$$

$\arcsin$

$$\arcsin \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$-5\pi \leq 4\pi - 2x \leq 5\pi$$

$$2x \leq 9\pi$$

$$x \leq 4\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x$$

$$x + \arcsin(\sin x) = \pi$$

$$\Rightarrow x + (\pi - x)$$

$$\frac{3}{2}\pi$$

$$2\pi$$

$$\frac{5}{2} < \frac{17}{6} < \frac{7}{2}$$

$$= 5\pi$$

$$\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2}$$

$$\frac{17\pi}{6} = 3\pi - \frac{\pi}{6}$$

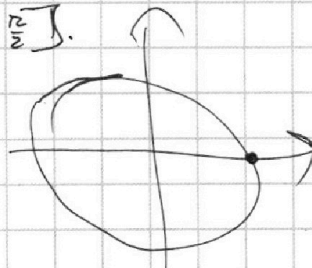
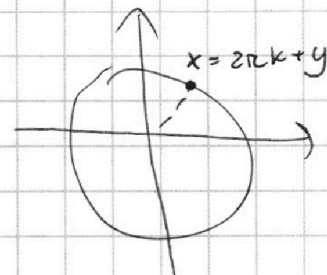
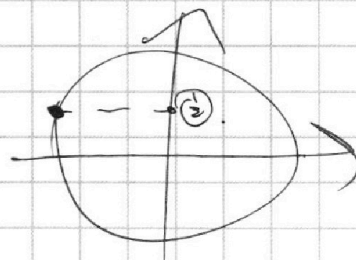
$$10. \frac{2\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$27. \frac{7}{3}$$

$$\frac{17\pi}{6}$$

$$27 - 17 = \frac{10\pi}{3}$$

$$\frac{17\pi}{6}$$

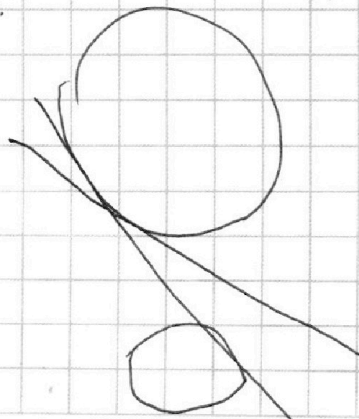
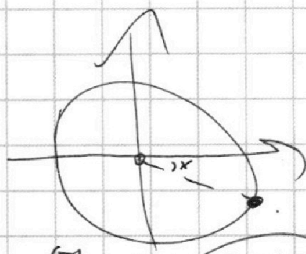
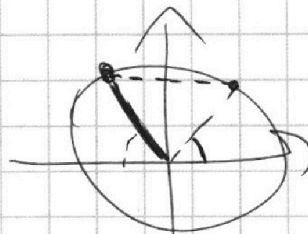


$$2\pi k$$

$$2\pi$$

$$4\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$6\pi + \pi$$





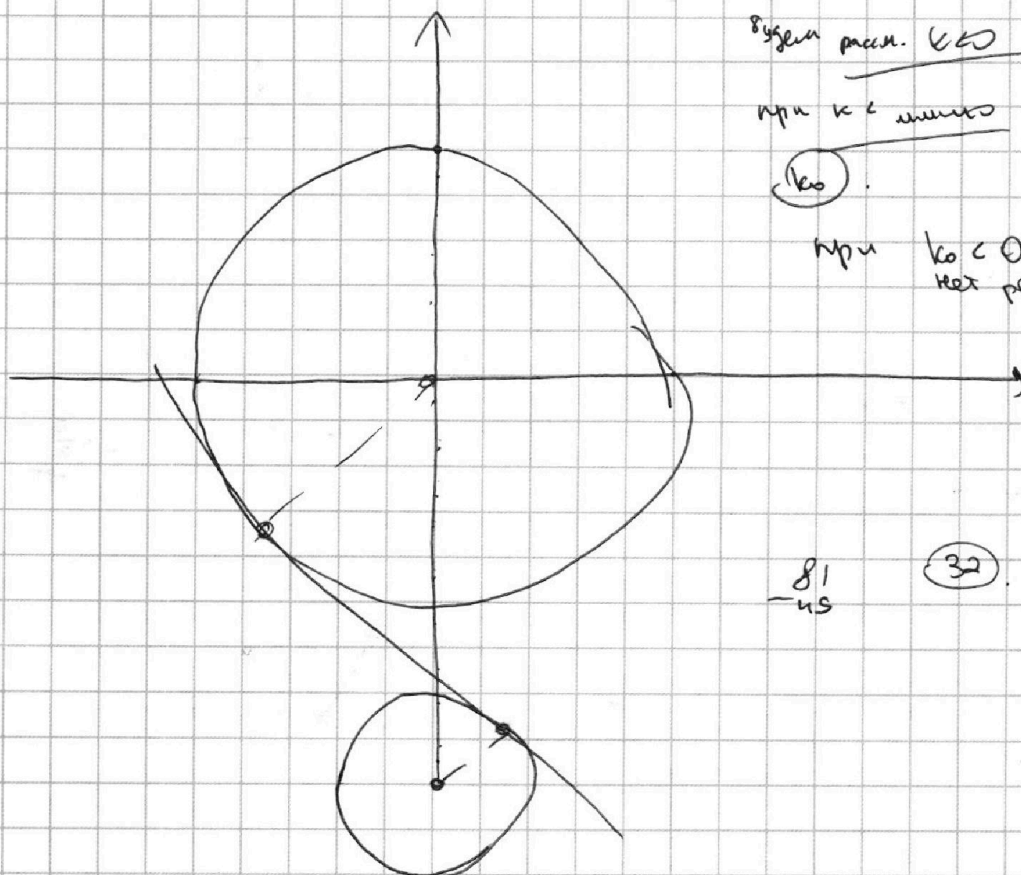
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



будем рассм. $k < 0$

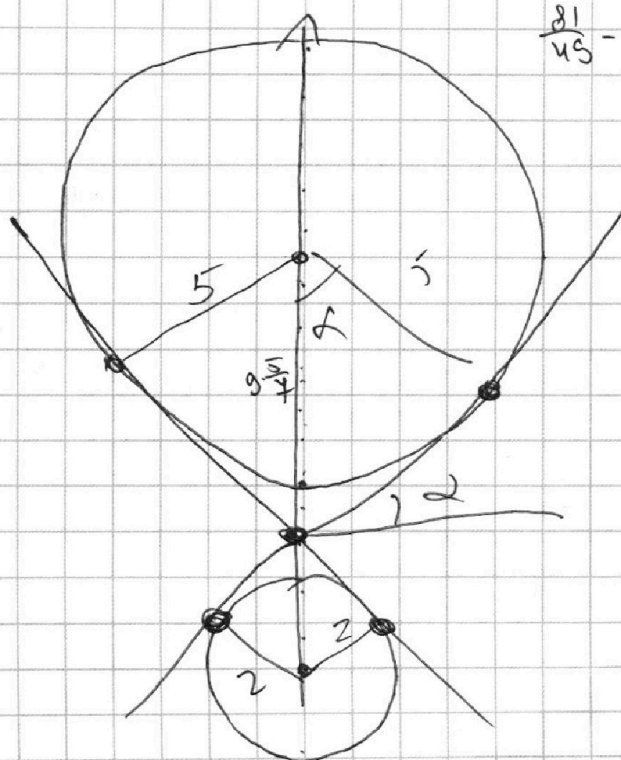
при $k < 0$ много

k_0

при $k_0 < 0 < 0$
нет решений.

$\frac{81}{45}$

$\frac{32}{45}$



$$\frac{81}{45} - 1 = \frac{32}{45}$$

$$\frac{8 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{7}}{7}$$