



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. Решение:

1. $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$ - разложим a, b, c на множители,
т.к. ищем abc наименьшее, то другие множители
отличн. от 2, 3, 5 не рассматриваем

$$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$$

$$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$$

Тогда:
$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 8 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 12 \Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 12 \\ \alpha_1 + \gamma_1 \geq 14 \Rightarrow \frac{8+12+14}{2} = 17 \end{cases}$$

т.к. $ab: 2^8$
 $bc: 2^{12}$
 $ac: 2^{14}$

Аналогично, $\begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 20 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 21 \end{cases} \Rightarrow \frac{14+20+21}{2} = \frac{55}{2} = 27.5 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$, т.к. $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ - натур. числ 0.

$\begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 \geq 12 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 14 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 39 \end{cases} \Rightarrow \frac{12+14+39}{2} = 32.5 \Rightarrow \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 39$

Значит, $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ - оценка.

Пример: $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$ $ab = 2^8 \cdot 3^{15} \cdot 5^{12}$ (+)
 $b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0$ $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{27}$ (+)
 $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$ $ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$ (+)
 $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

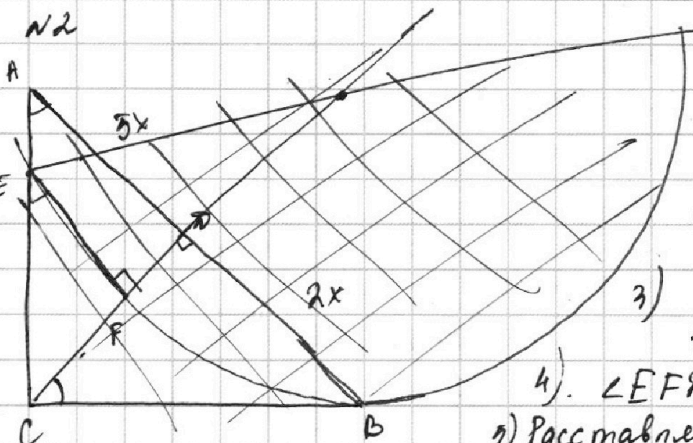
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1). В $\triangle ABC$:

$$AC^2 = AD \cdot AB = 5x \cdot 7x = 35x$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{35}x$$

2) $CB^2 = AD \cdot BA = 2x \cdot 7x = 14x \Rightarrow$

$$\Rightarrow CB = \sqrt{14}x$$

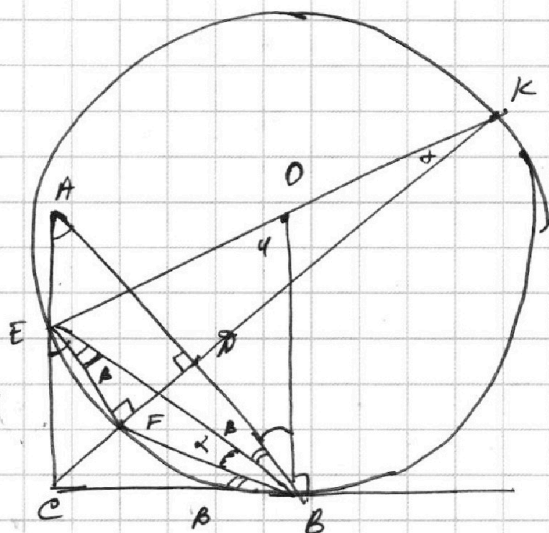
3) т.к. $AB \parallel EF$, то $CF \perp AB$, то $EF \perp CF$

4). $\angle EFD = 90^\circ \Rightarrow EOK$ - диаметр.

5) Расставим углы: $\angle FEB = \angle EBA = \beta$ (накр. лет. углы); $\angle CAF = \angle FEB = \beta$ (лежит на одной дуге)

$$\angle EDB = \gamma, \text{ тогда } \alpha = \frac{\gamma - 2\beta}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \gamma - 2\beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \Rightarrow 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \pi - 2x.$

1. $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x - \pi k \leq \frac{\pi}{2};$ - по определению $\arcsin y$, $k \in \mathbb{Z}$

$-\pi \leq -x - \pi k \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x + \pi k \leq \pi \Leftrightarrow -\pi k \leq x \leq \pi - \pi k$

2. $10(\frac{\pi}{2} - x - \pi k) = \pi - 2x \Rightarrow 5\pi - 10x - 10\pi k = \pi - 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow 8x = 4\pi - 10\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$

$-\pi k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \leq \pi - \pi k \Rightarrow -k \leq \frac{1}{2} - \frac{5k}{4} \leq 1 - k \Rightarrow$

$\Rightarrow -k - \frac{1}{2} \leq -\frac{5k}{4} \leq \frac{1}{2} - k \Rightarrow k - \frac{1}{2} \leq \frac{5k}{4} \leq k + \frac{1}{2}$

1.) $k - \frac{1}{2} \leq \frac{5k}{4} \Rightarrow \frac{k}{4} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow k \geq 2$

2.) $k + \frac{1}{2} \geq \frac{5k}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \geq \frac{k}{4} \Rightarrow k \leq 2$

$\Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$

$x_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot (-2)}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} = 3\pi;$

$x_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot (-1)}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} = \frac{7\pi}{4};$

$x_3 = \frac{\pi}{2};$

$x_4 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{4} = \frac{2\pi - 5\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4};$

$x_5 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot 2}{4} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{2} = -2\pi$

Ответ: $\{-2\pi; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; 3\pi\}.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

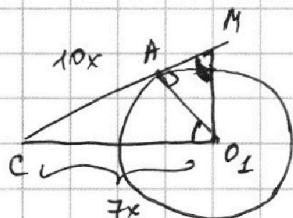
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4. \triangle A D_1 M \sim \triangle B O_2 M \Rightarrow \frac{A D_1}{B O_2} = \frac{D_1 M}{O_2 M} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{D_1 M}{O_2 M} = \frac{10}{7}$$

$$\triangle A D_1 M \sim \triangle O_1 C M \Rightarrow \frac{A D_1}{O_1 C} = \frac{M D_1}{M C} \Rightarrow \frac{1}{O_1 C} = \frac{\frac{10}{7}}{M C} \Rightarrow \frac{M C}{O_1 C} = \frac{10}{7}$$



$$MO_1 = \sqrt{100x^2 - 49x^2} = 51x$$

$$L = \frac{MO_1}{CO_1} = \frac{\sqrt{51}x}{7x} = \frac{\sqrt{51}}{7}$$

в силу симметрии

Значит $\frac{a}{b} \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{4}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{4}; +\infty\right).$$

2. Problem: $(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{4}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{4}; +\infty)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

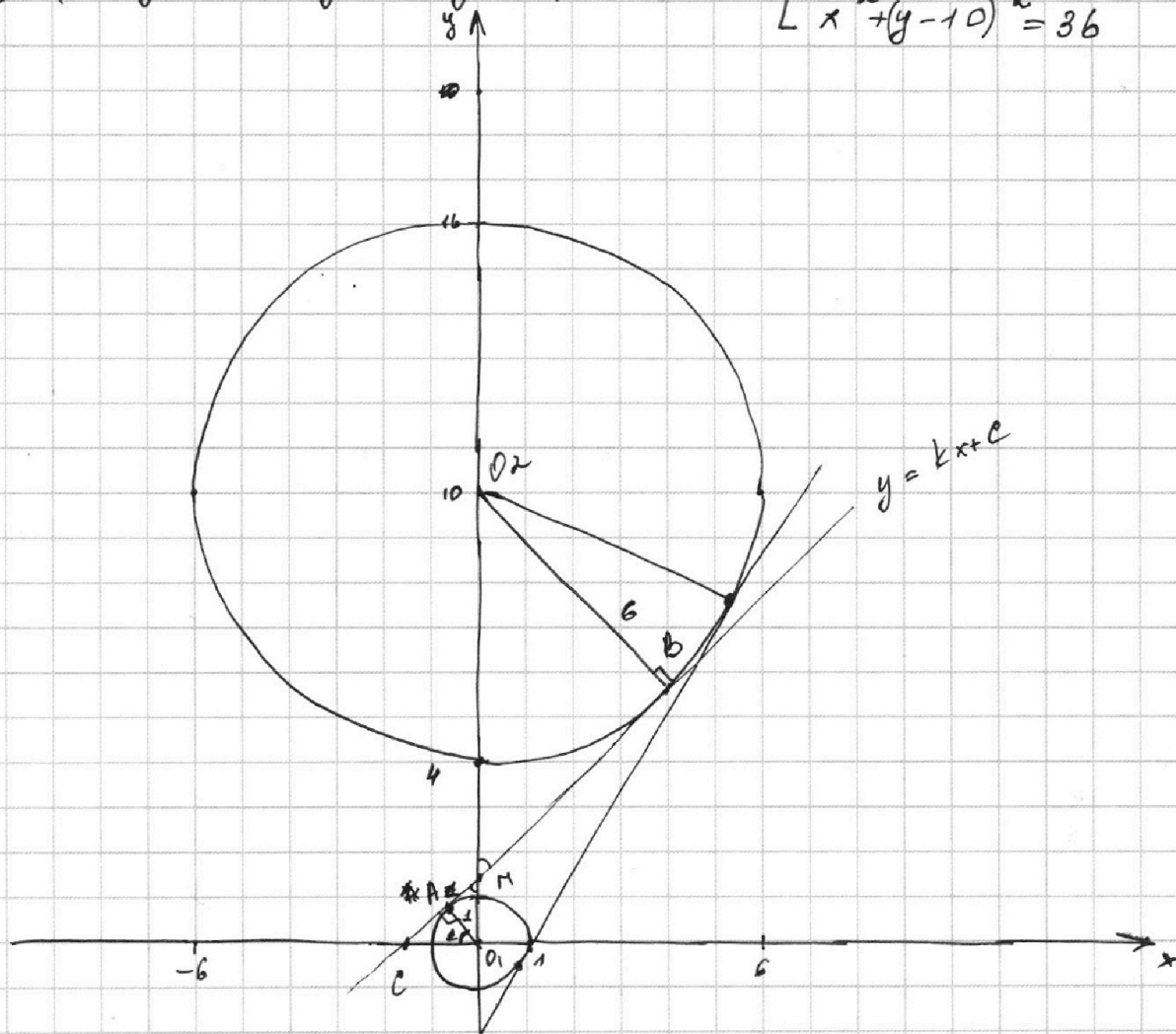
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н4. $\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases} \quad (2)$

Решение:

(1) $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \Leftrightarrow$

(1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \end{cases}$



(2) $ax - 3y + 4b = 0 \Leftrightarrow 3y = ax + 4b \Leftrightarrow y = \frac{ax}{3} + \frac{4b}{3}$

3. Проводим общую внутреннюю касательную: $y = kx + c$
Заметим, что, если k увеличить, то система будет иметь
4 решения $y = (k + \Delta k)x + c$

Значит, гранич. случаем —
внутр. касан.
У внутр. касательной угол наклона больше ϵ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\text{Ans. } \log_5^4(dx) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$\text{1) Замена: } t = \log_5 2x; \log_{8x^3} 625 = \log_{8x^3} 5^4 = \log_{2x^3} 5^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3} \log_{2x^3} 5$$

2) ~~мы~~ $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3$; замена $m = \log_5 y$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3 \quad \Rightarrow \quad m^4 + \frac{12+1}{3m} + 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m^4 + \frac{13}{3m} + 3 = 0$$

$$\log_y^3 0,2 = \log_y^3 \frac{1}{5} = \log_y^3 5^{-1} = -\frac{1}{3} \log_y 5$$

3) Weg (*) 1: $t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad t^5 + m^5 + 3t + 3m = 0$

(*) 2: $m^5 + 3m + \frac{13}{3} = 0$

$$\alpha \Rightarrow (t+m)(t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4) + 3(t+m) = 0 \Rightarrow$$

① $t + m = 0$

(2). $t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4 + 3 = 0 \Rightarrow t^3(t-m) - m^3(t-m) + t^2m^2 + 3 = 0 \Rightarrow (t-m)(t^3 - m^3) + t^2m^2 + 3 = 0 \Rightarrow \text{Ho!}$

$$\begin{aligned} & \text{---} (t-m)^2(t^2+tm+m^2) + t^4m^2 + 3 \\ & \quad \quad \quad \geq 0 \quad \quad \quad \geq 0 \quad \quad \quad \geq 0 \end{aligned}$$

- pat-bo ② неверно
т.к.

4) $t + m = 0 \Rightarrow \log_5 |x| + \log_5 y = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \log_5(2xy) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2xy = 1 \Leftrightarrow xy = \frac{1}{2}$$

Donner: 0,5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

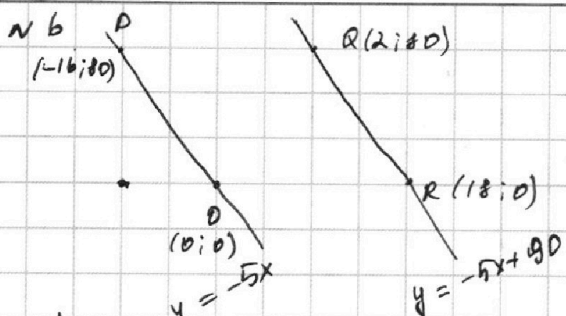
1

2
□3
□4
□5
□6
X

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) Критерии того, что $A(x, y)$ применим. ~~на~~ PQRD:

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 80 \\ -5x \leq y \\ y \leq -5x + 90. \end{cases}$$

а) Будем рассматр. точки, принадл. прямой, вида

3) Тогда, пусть $A \in M$; $m: y = -5x + c$; $A(x_i; y_i)$

$$B(x_2, y_2): 5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 + y_1 = 45 + 5x_1 - 5x_1 + C = 45 + C,$$

maka $y_2 = 45 + C - 5x_2$ u.t.k. $B \in PQRO$, mo

Входит на одной из прямых $y = -5x + c$, $c \in \{0, 1, \dots, 99\}$

4) Jitonga

$$\begin{cases} 0 \leq 45 + c - 5x_2 \leq 80 \\ 0 \leq 45 + c \leq 90 \\ 0 \leq c \leq 90 \end{cases}$$

$$1. c \in \{0, 1, \dots, 45\}$$

~~$$\begin{array}{r} 2. \quad -45 + C \leq -5 \times 2 \leq 35 - C \\ C - 35 \leq -5 \times 2 \leq 45 + C \end{array}$$~~

5) Знает, что одной из точек $A(x_1; y_1)$, что $y_1 = -5x_1 + c$,
иной ~~точке~~ * другой точке B .

б) Находят кон-во точек, принадл. прямой $y = -5x + c$ и PQR .
Например врезка PO : $x \in [-16; 0]$ - 17 точек, т.к. $x \in \mathbb{Z}$.

4). Если есть A , то ей подруга 17 лет B , демагожка
 $y = 45 + c - 5x_d$

8). Прямых, где может располагаться точка А: $y = -9x + 90$
 $\rightarrow$ 46 прямых $y = -4x + 45$

Значит, суммарно пар:

$\overbrace{17}^{\text{точка A на}} \cdot \underbrace{17}_{\text{полюс B, } x=0} \cdot \underbrace{46}_{\text{гравит. радиус план. А}} = 13294$

Omber: 13294

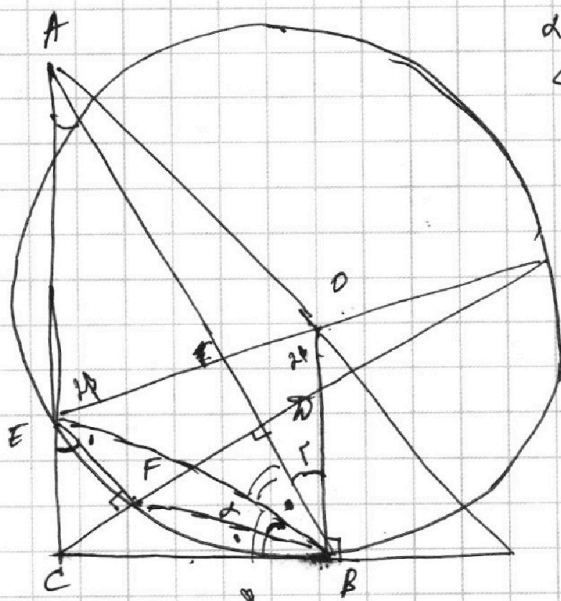
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\alpha = 2\beta - 2^\circ$$

$$\angle CMO : 2\beta + \gamma = 90^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - 2^\circ$$

$$\alpha = 2\beta - 2^\circ$$

$$90 - \alpha - \beta$$

$$\alpha - \alpha = 2\alpha + 2\beta - \alpha =$$

$$= 2 + 2\beta$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2^{17} \cdot 3^{26} \cdot 5^{39}$$

$$a = 2^{17} \cdot 3^{26} \cdot 5^{39}$$

$$b = 2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^{20}$$

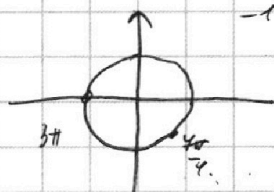
$$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{24}$$

$$a + b = 8$$

$$b + c = 12$$

$$a + c = 14$$

$$a + b + c = 28$$



$$\frac{8+12+14}{2} = 17$$

$$a + b + c = 17$$

$$c = 9 \quad b = 3$$

$$a = 5$$

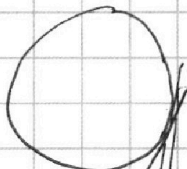
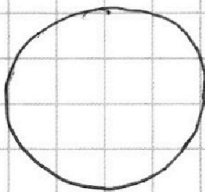
$$10 \arcsin(\cos 3\pi) = \pi - 6\pi$$

$$10 \cdot \frac{-\pi}{2} = -5\pi$$

$$10 \arcsin(\cos(-\frac{\pi}{2})) = \pi + 4\pi$$

$$10 \arcsin(\cos \frac{4\pi}{5}) = \pi - \frac{4\pi}{5}$$

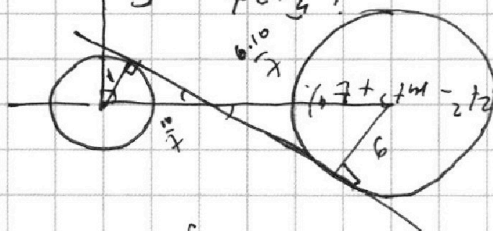
$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$$



$$5m^5 + 13m^4 + 3m^3 + 11m^2 + 39m + 0$$

$$-13m^5 - 39m^4 = 5m^5 + 13m^4$$

$$\frac{m^5 + 3m^4}{5} = -\frac{13}{5}$$



$$(m^2 + 1)(m^2 + 2)(m^2 + 3) = 0$$

$$m^2 + 1 = 0$$

$$m^2 + 2 = 0$$

$$m^2 + 3 = 0$$

$$\frac{a}{b} = m + \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4} + \frac{1}{m^5} + \frac{1}{m^6} + \frac{1}{m^7} + \frac{1}{m^8} + \frac{1}{m^9} + \frac{1}{m^{10}}$$

$$m^5 + 3m^4 + 5m^3 + 8m^2 + 13m + 5 = 0$$

$$m^5 + 3m^4 + 5m^3 + 8m^2 + 13m + 5 = 0$$

$$m^5 + 3m^4 + 5m^3 + 8m^2 + 13m + 5 = 0$$

$$m^4 + 3m^3 + 5m^2 + 8m + 5 = 0$$

$$m^4 + 3m^3 + 5m^2 + 8m + 5 = 0$$

$$m^4 + 3m^3 + 5m^2 + 8m + 5 = 0$$

$$m^4 + 3m^3 + 5m^2 + 8m + 5 = 0$$

$$m^5 + 3m^4 + 5m^3 + 8m^2 + 13m + 5 = 0$$

$$(m^2 + 1)(m^2 + 2)(m^2 + 3) = 0$$

$$m^5 + 3m^4 + 5m^3 + 8m^2 + 13m + 5 = 0$$

$$m^5 + 3m^4 + 5m^3 + 8m^2 + 13m + 5 = 0$$



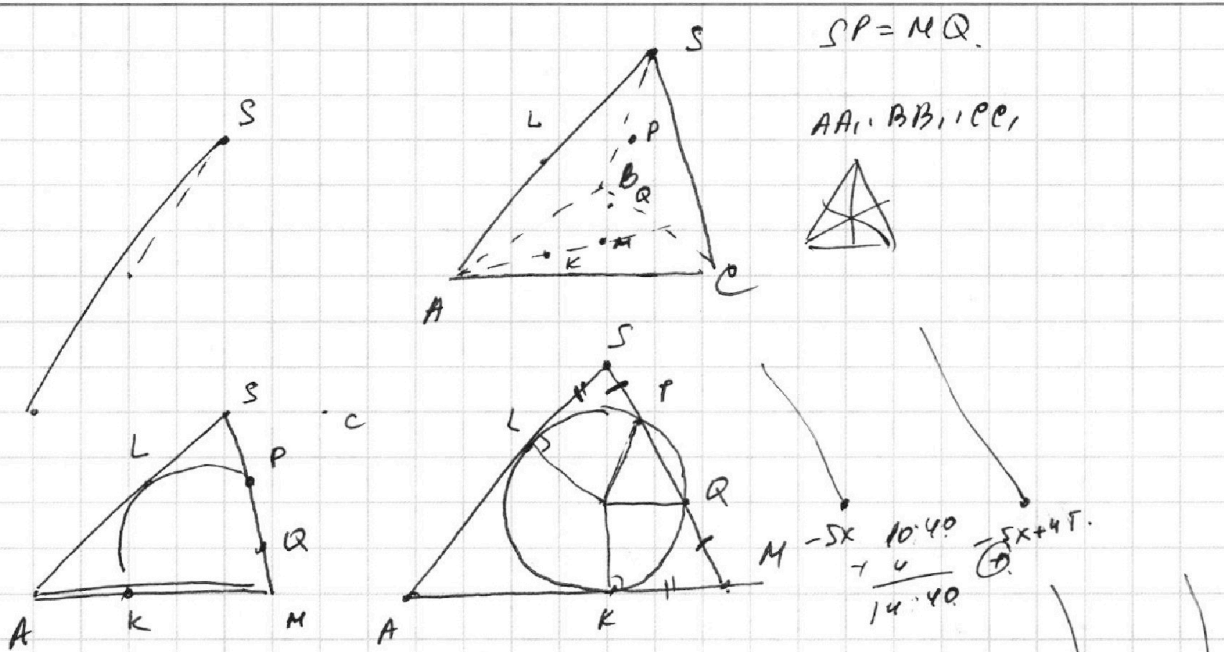
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

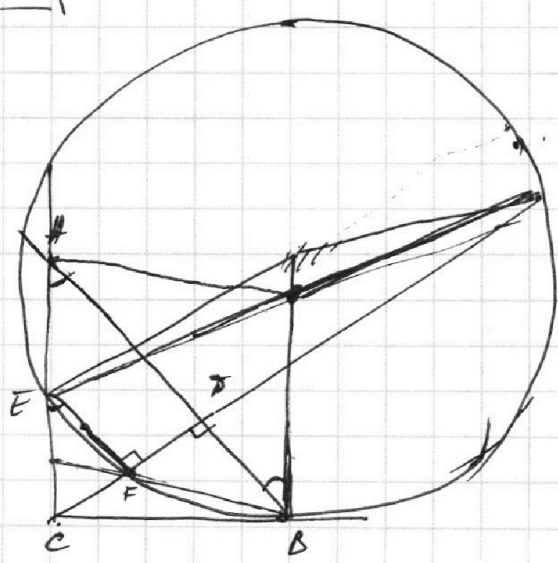
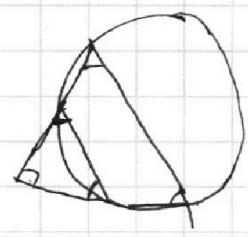


$$\begin{aligned} A: (x_1; y_1) \\ y_1 &= -5x_1 + 45 \\ 5x_2 + y_2 &= 45 \\ (y_2 &= 45 - 5x_2) \end{aligned}$$
$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 7 \\ \hline 119 \\ + 117 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= -5x_1 + 80 \\ 5x_2 + y_2 &= 45 + 90 \\ 289 \\ \times 46 \\ \hline 1734 \\ 1156 \\ \hline 13294 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17 \cdot 17 \cdot 46 \\ 55 \\ \times 289 \\ \hline 6 \\ 1734 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 48 + 5 \\ 289 \\ \times 4 \\ \hline 1156 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

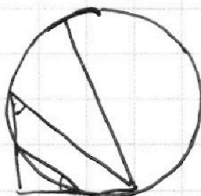
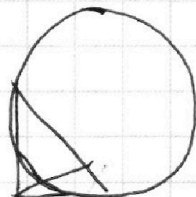
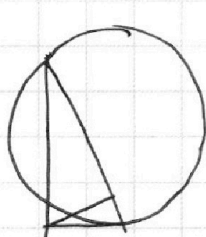
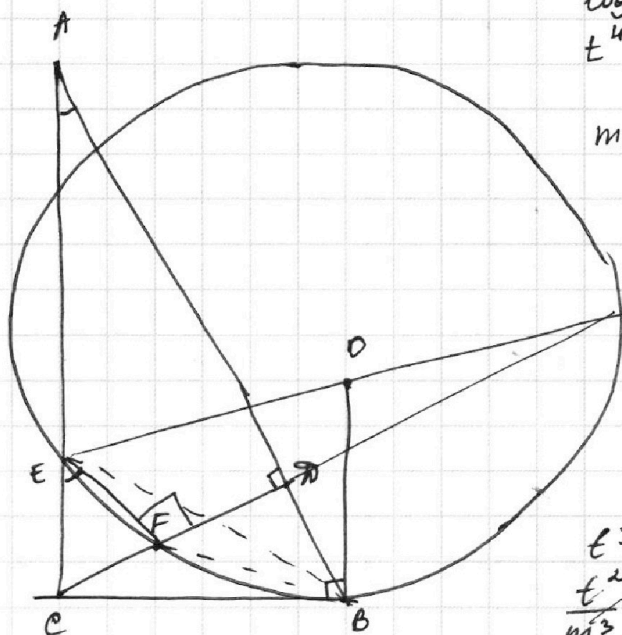
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5 2x - 3 \log_2 x^5 = \log_5 625 - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \Rightarrow t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t$$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{3t} + 3 = 0$$

$$t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0$$

$$t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0$$

нз

m

$$t^5 + m^5 - 3t + 3m = 0$$

$$\frac{t^5}{m^5} + \frac{m^5}{t^5} + \frac{3t}{m^5} + \frac{3m}{t^5} = 0$$

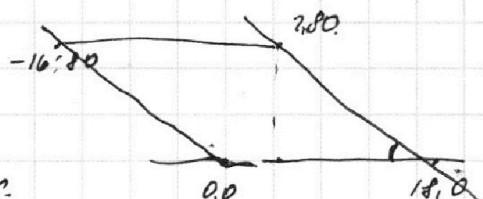
$$\frac{t^5}{m^5} + 1 + \frac{3t}{m^5} + \frac{3m}{t^5} = 0$$

$$t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4$$

$$t(t-m) - m^3(t-m)$$

$$(t-m)(t^3 - m^3) + t^2m^2$$

$$5x_2 - 5x_1 +$$



$$kx + b$$

$$k = -\frac{80}{18} = -5$$

$$0 = -5 \cdot 18 + b$$

$$\Rightarrow b = 90$$

$A(x_1, y_1) \in \text{паралл.}$

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 80 \\ y_1 \leq 90 - 5x_1 \\ y_1 \geq -5x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y_2 \leq 80 \\ y_2 \leq 90 - 5x_2 \\ y_2 \geq -5x_2 \end{cases}$$

$$y = -5x + 90$$

$$5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 + y_1$$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45 \leq 5x_2 + y_2$$

$$-45 \leq 9x_1 + y_1 \leq 45$$

$$y_2 = -5x_2 + B$$

$$0 \leq B \leq 90$$

$$0 \leq 45 + 5x_1 + y_1 \leq 90$$

$$0 \leq 45 + A \leq 90$$

$$y = -5x + A, A \in [0; 1; \dots; 90]$$

$$5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 - 5x + A \Rightarrow y_2 = -5x_2 + 45 + A$$

$$A \in [0; 45]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x.$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} - x \neq \pi k$$

$$-\pi \leq -x - \pi k \leq 0$$

$$0 \leq x + \pi k \leq \pi$$

$$-\pi k \leq x \leq \pi - \pi k$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x - \pi k \leq \frac{\pi}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x - \pi k\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 10\pi k = \pi - 2x$$

$$4x = 4\pi - 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$$

$$-\pi k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \leq \pi - \pi k$$

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$$

$$a = ?$$

$$7b: 4 \text{ реш.}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 36$$

$$\log_5(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 3 \cdot 625 - 3$$

$$\log_5 2x = t$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3$$

$$t^4 - m^4 = \frac{3}{t} - \frac{4}{m} = \frac{4}{3t} + \frac{1}{3m}$$

$$t^4 - m^4 = \frac{3}{t} - \frac{4}{m} = \frac{4}{3t} + \frac{1}{3m}$$

$$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\log_4 3 \cdot \frac{1}{5} =$$

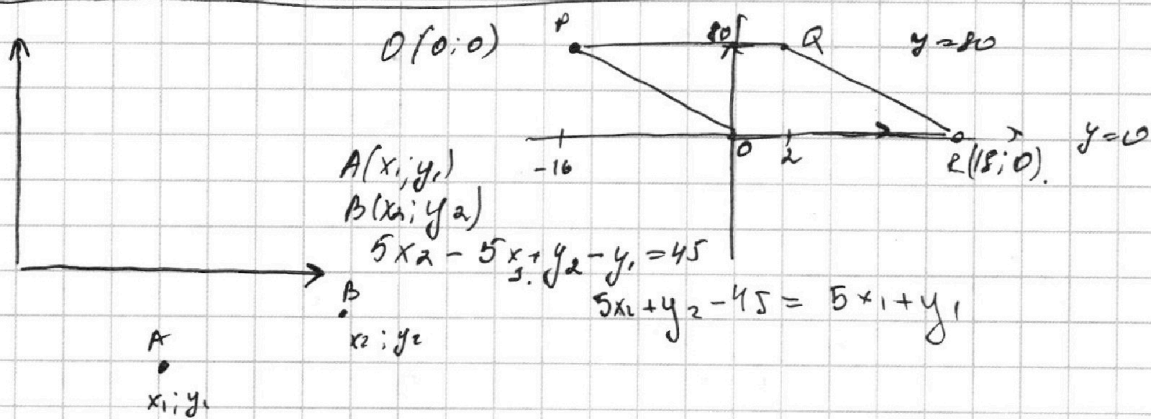
$$= \log_4 5^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3}$$

$$\log_5 xy = \log_5 x + \log_5 y$$

$$t^4 - m^4 - \frac{3m + 4t}{tm} = \frac{4m + t}{3tm}$$

$$t^4 - m^4 - \frac{3m + 4t}{tm} = 0$$

$$\Rightarrow t^4 - m^4 =$$



$$0 = \frac{m}{4} + \frac{4m}{4} = \frac{m}{4} + m = \frac{5m}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$N_{a,b,c} : ab : 2^8 3^{14} 5^{12}$

$bc : 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$ac : 2^{14} 3^{21} 5^{39}$

$abc - ?$

$abc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$a \cdot b \cdot c$

$abc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot k$

$b = 1$

$c = 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$a = 2^8 \cdot 3^{14}$

$$= \frac{34+21}{2} = \frac{55}{2} = 27,5$$

$abc = 2^{21+21+11} \cdot 3^{22+22+12} \cdot 5^{27+27+19}$

$2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

$c = 5^{39}$

$a = 2^{48} \cdot 3^{42} \cdot 5^{43}$

$b = 2^{11} \cdot 3^{12} \cdot 5^{13}$

$c = 2^{11} \cdot 3^{12} \cdot 5^{13}$

$\alpha_1 + \beta_1 \geq 8$

$\alpha_2 + \beta_2 \geq 14$

$\alpha_3 + \beta_3 \geq 12$

$\beta_1 + \gamma_1 \geq 12$

$\beta_2 + \gamma_2 \geq 20$

$\beta_3 + \gamma_3 \geq 17$

$\alpha_1 + \gamma_1 \geq 14$

$\alpha_2 + \gamma_2 \geq 21$

$\alpha_3 + \gamma_3 \geq 39$

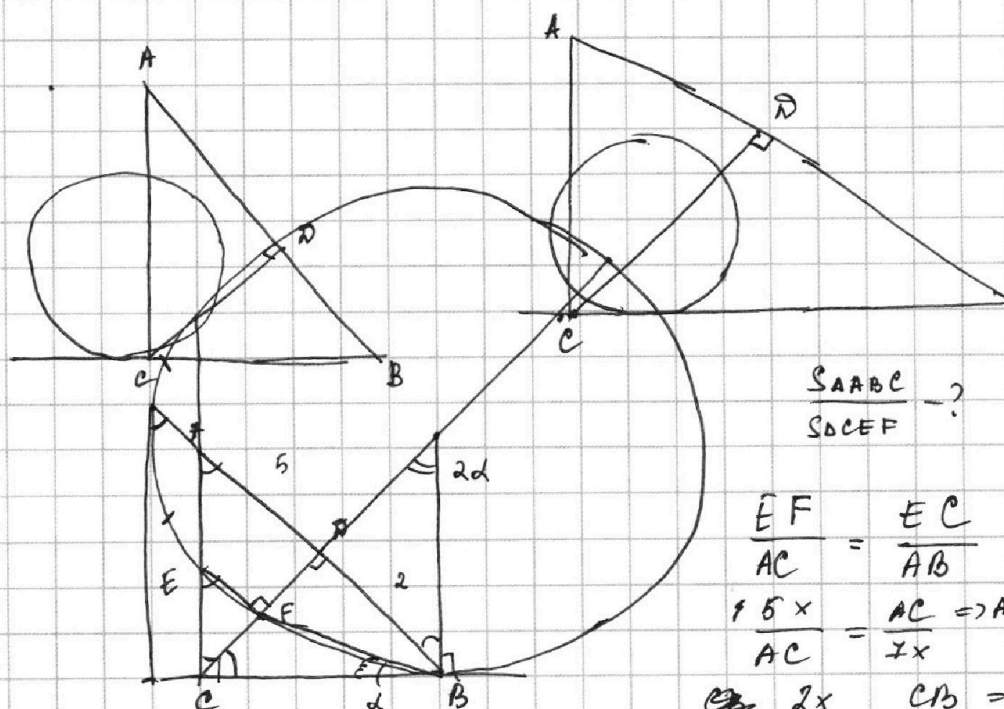
$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 17$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$

$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 34$

$$\frac{12+17+39}{2} = \frac{12+56}{2} = \frac{68}{2}$$

$$\frac{12+17+39}{2} = \frac{29+39}{2} = \frac{68}{2}$$



$\frac{S_{AABC}}{S_{DCEF}} = ?$

$\frac{EF}{AC} = \frac{EC}{AB}$

$\frac{5x}{AC} = \frac{AC}{1x} \Rightarrow AC = \sqrt{5}x$

$\frac{2x}{CB} = \frac{CB}{7x} \Rightarrow CB = \sqrt{14}x$