



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\min(a \cdot b \cdot c)$ достигается там, где a, b, c —
остатки только из чисел, на
($a, b, c \in \mathbb{N}$)
которые делятся, но есть.

Предположим:

$$a \cdot b \cdot c = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$b \cdot c = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}$$

$$a \cdot c = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{b} \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39}$$

$$\Rightarrow c = b \cdot 2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^{27}$$

$$\Rightarrow b^2 \cdot 2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^{27} = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{2^6 \cdot 3^{12} \cdot 5^{12}}{5^{10}} \quad \# \Rightarrow b = \frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^6}{5^5}$$

$$\Rightarrow c = \frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^6}{5^5}$$

~~ABCTV-версия~~

$$[a_5 + b_5 = 12 \Rightarrow [a_5 - \text{это остаток } 5 \text{ от деления } a_5, \text{ на которое делится число } a]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

корот.

аналогично для $b_5, c_5, a_3, b_3, c_3, a_2, b_2, c_2$.

$$b_5 + c_5 = 14$$

$$a_5 + c_5 = 39$$

$$\Rightarrow a_5 + \underbrace{b_5 + c_5}_{14} = 39 \Rightarrow a_5 = 12$$

$$b_5 = 0$$

$$c_5 = 14$$

$$a_3 + b_3 = 14$$

$$b_3 + c_3 = 20$$

$$a_3 + c_3 = 22$$

$$\Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 = 28$$

$$\Rightarrow a_3 = 8$$

$$b_3 = 6$$

$$c_3 = 14$$

$$a_2 + b_2 = 8$$

$$b_2 + c_2 = 12$$

$$a_2 + c_2 = 14 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 = 17$$

$$\Rightarrow a_2 = 5$$

$$b_2 = 3$$

$$c_2 = 9$$

$$\Rightarrow a : 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$$

$$b : 2^3 \cdot 3^6$$

$$c : 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$$

$$\Rightarrow a \cdot b \cdot c : 2^{3+5+9} \cdot 3^{14+6+8} \cdot 5^{12+14} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$\min(a \cdot b \cdot c) = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39} \quad \text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$= \boxed{2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

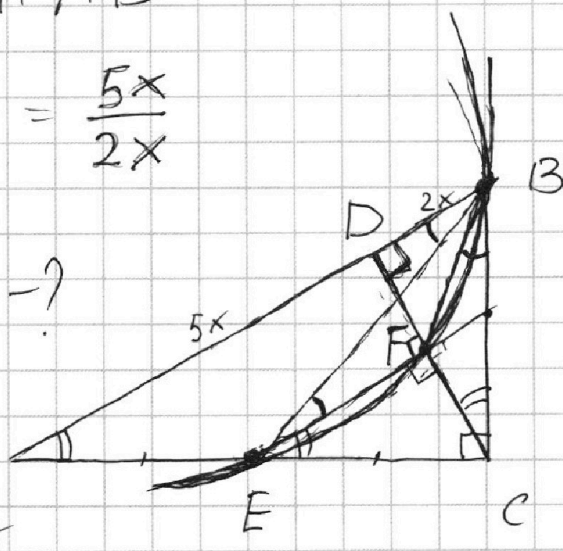
МФТИ



$$EF \parallel AB$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{5x}{2x}$$

$$\frac{S_{ABE}}{S_{CEF}} = ?$$



начало

Решение:

AB - гип. $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$$

$$AD = 5x \Rightarrow BD = 2x$$

$$\Rightarrow AB = 7x$$

$$\begin{aligned} CD \perp AB \\ AB \parallel EF \end{aligned} \Rightarrow EF \perp CD$$

$$AB \parallel EF \Rightarrow \angle BAC = \angle FEC$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EFC \text{ (по 2 углам)}$$

$$K = \frac{CE}{AB} = \frac{CF}{BC} \quad (1)$$

$$\angle CBF = \angle BEF \text{ (сб-во касательной и впис. угла)}$$

$$AB \parallel EF \Rightarrow \angle BEF = \angle ABE \text{ (накрестные)}$$

$$\Rightarrow \angle ABE = \angle CBF$$

$$\angle CDB = \angle ACB = 90^\circ$$

$$\angle ABC - \text{общий} \\ (\triangle ABC \text{ и } \triangle BCD)$$

$$\Rightarrow \angle BCD = \angle BAC$$

$$\Rightarrow \triangle CFB \sim \triangle AEB \text{ (по 2 углам)}$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow CF = AE \cdot \frac{BC}{AB}$$

$$(1): CE = AB \cdot \frac{CF}{BC}$$

$$\Rightarrow CE = AB \cdot \frac{AE \cdot \frac{BC}{AB}}{BC} = AE$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

$$\triangle ABC: AC = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{5x \cdot 4x} = x\sqrt{35}$$

$$AE = CE \Rightarrow CE = \frac{x\sqrt{35}}{2}$$

$$\Rightarrow K = \frac{CE}{AB} = \frac{x \cdot \frac{\sqrt{35}}{2}}{7x} = \frac{\sqrt{35}}{14} = \sqrt{\frac{5}{28}}$$

$$K^2 = \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = \frac{5}{28} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Ответ: 5,6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = \pi - 2x$$

~~$$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$~~

$$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \arccos(\cos x) - 2x = 4\pi$$

$$\arccos(\cos x) = x \quad \text{при } x \in [0; \pi]$$

$$10x - 2x = 4\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} \quad \text{— подходит } \checkmark$$

Решение:

$$\arcsin(\cos x) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$\text{рассмотрим все возможные случаи: } -2\pi \leq x \leq 3\pi$$

$$x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = 2\pi - x$$

$$\Rightarrow 10(2\pi - x) - 2x = 4\pi$$

$$20\pi - 10x - 2x = 4\pi$$

$$12x = 16\pi \quad x = \frac{4\pi}{3} \quad \text{— подходит } \checkmark$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in [2\pi; 3\pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = \overset{\text{конца}}{x - 2\pi}$$

$$\Rightarrow 10(x - 2\pi) - 2x = 4\pi$$

$$10x - 20\pi - 2x = 4\pi$$

$$8x = 24\pi$$

$$x = 3\pi \text{ — подходит } \checkmark$$

$$x \in [-\pi; 0] \Rightarrow \arccos(\cos x) = -x$$

$$\Rightarrow 10(-x) - 2x = 4\pi$$

$$-12x = 4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{3} \text{ — подходит } \checkmark$$

$$x \in [-2\pi; -\pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = x + 2\pi$$

$$\Rightarrow 10(x + 2\pi) - 2x = 4\pi$$

$$10x - 2x + 20\pi = 4\pi$$

$$8x = -16\pi$$

$$x = -2\pi \text{ — подходит } \checkmark$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi \right\}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

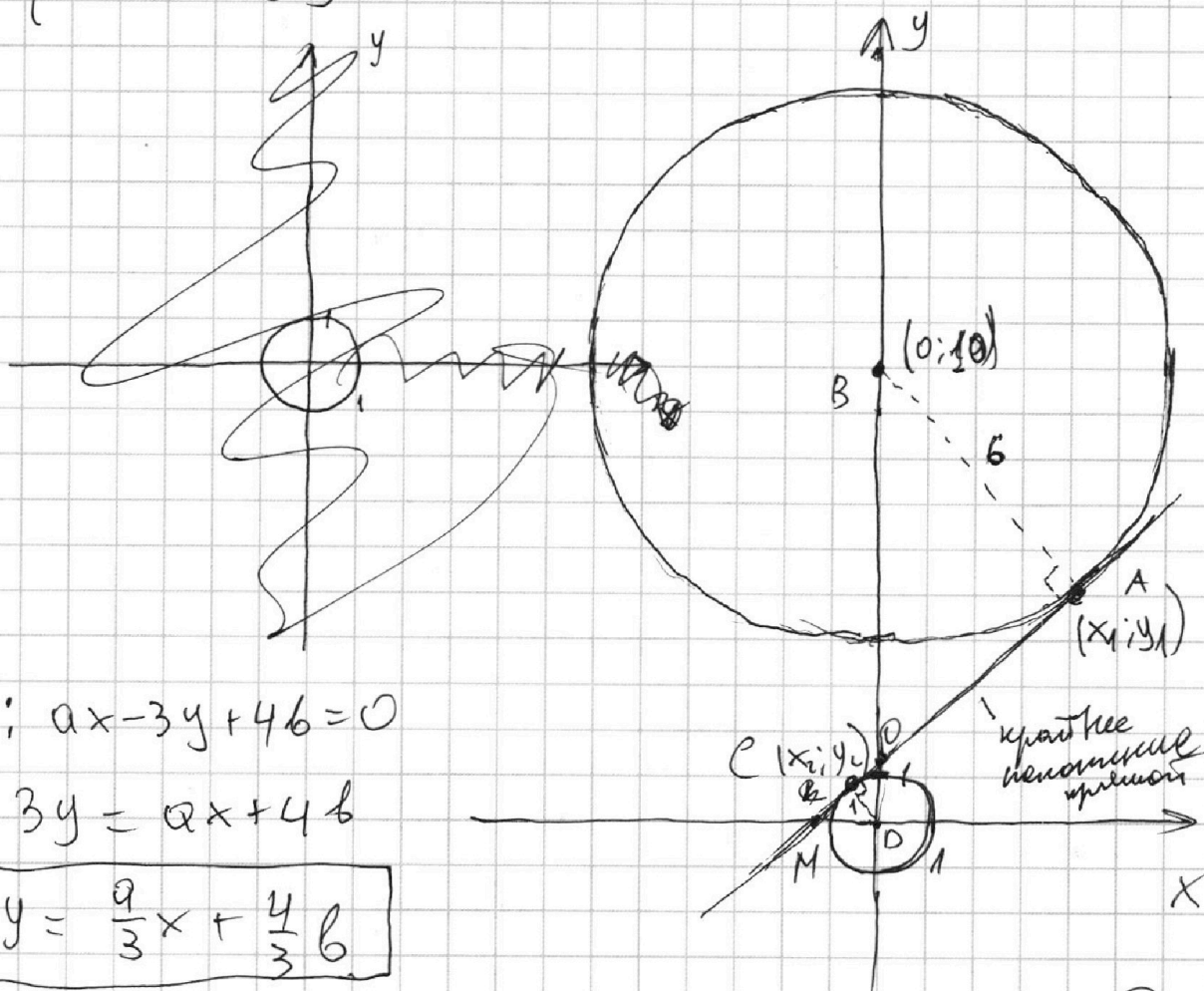
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

начало

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 \\ ax - 3y + 4b = 0 \quad (1) \end{cases}$$



$$1): ax - 3y + 4b = 0$$

$$3y = ax + 4b$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$$

а вышет на уаи нормали прямой,
b - на ~~но~~ ~~принадлежность~~ ~~точки~~
~~(0; 4/3 b)~~ ~~той~~ ~~но~~, поскольку прямая
будет поднорми.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

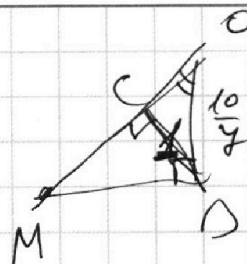
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



продолжение

$$\overrightarrow{AB} \{x_1; y_1 - 10\}$$

$$\overrightarrow{AC} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$



$$\Rightarrow x_1(x_2 - x_1) + (y_1 - 10)(y_2 - y_1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 - x_1^2 + y_1 y_2 - 10 y_2 + 10 y_1 = 0$$

$$x_1^2 + (y_1 - 10)^2 = 36 \Rightarrow x_1^2 + y_1^2 - 20 y_1 + 100 = 36$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 - 10 y_2 + 10 y_1 - 20 y_1 + 100 = 36$$

$$\overrightarrow{DC} \{x_2; y_2\} \quad x_1 x_2 + y_1 y_2 - 10 y_2 - 10 y_1 + 64 = 0$$

$$\Rightarrow (x_2 - x_1) x_2 + (y_2 - y_1) y_2 = 0$$

$$x_2^2 - x_1 x_2 + y_2^2 - y_1 y_2 = 0$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 1 \quad 1 - x_1 x_2 - y_1 y_2 = 0$$

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 1$$

$$\Rightarrow -10 y_2 - 10 y_1 + 100 + 64 = 0$$

$$y_1 + y_2 = 6,5$$

$$\triangle CDO \sim \triangle ABO \quad (AB \parallel CD) \quad (CD \perp AO, AB \perp AO)$$

$$\Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{1}{6} \Rightarrow OD = \frac{1}{6} BD = \frac{10}{7}$$

$$CO = \sqrt{\frac{100}{49} - \frac{49}{49}} = \frac{\sqrt{51}}{7} \quad (\angle COD)$$

$$\angle MOO = \angle MOO \quad (\angle MOO \angle COO)$$

$$\angle OCO = \angle MOO = 90^\circ$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \triangle OCD \sim \triangle ODM \text{ (по 2 углам)} \quad \underline{\text{конеч.}}$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{OD} = \frac{DO}{CO} \Rightarrow DM = 1 \cdot \frac{10}{\frac{10}{\sqrt{51}}} = \frac{10}{\sqrt{51}}$$

уравнение касательной AC (точки O и M)

$$\Rightarrow \frac{y - OD}{0 - OD} = \frac{x - O}{-DM - O}$$

$$\frac{y - \frac{10}{4}}{-\frac{10}{4}} = \frac{x}{-\frac{10}{\sqrt{51}}} \Rightarrow \left(y - \frac{10}{4}\right) \sqrt{51} =$$

$$\Rightarrow y - \frac{10}{4} = \frac{\sqrt{51}}{4} x$$

в этом случае
не будет 2х корней.

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{\sqrt{51}}{4} \Rightarrow a = 3 \cdot \frac{\sqrt{51}}{4} \quad \text{— крайнее положение касательной.}$$

~~ак $\frac{3\sqrt{51}}{4}$ — всегда не~~

чуть больше появились ситуации с 4-мя корнями, чуть меньше — их не будет. положительный случай по модулю симметричен отрицательному.

$$\Rightarrow a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{4}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{4}; +\infty\right).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

какая

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} \frac{1}{5} - 3$$

$xy = ?$

Решение:

$x \neq 1$

~~$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5(2x)} = \frac{1}{\log_5(2x)} - 3$$~~

~~$$\log_5^4(2x) - \frac{4}{\log_5(2x)} + 3 = 0$$~~

~~$$\log_5^5(2x) + 3 \log_5(2x) - 4 = 0$$~~

~~$$\begin{cases} \log_5(2x) = t \\ t^4 + t^3 + t^2 + t + 4 = 0 \end{cases} \quad (-k/n)$$~~

$(\log_5(2x) \neq 0)$
 $x \neq \frac{1}{2}$

~~$$\Rightarrow x = 2,5$$~~

~~$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3 \log_5 y} - 3$$~~

~~$$3 \log_5^4 y + 11 \log_5 y + 9 = 0$$~~

$\log_5 y \neq 0$
 $y \neq 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5(2x)} = \frac{4}{3\log_5(2x)} - 3$$

$$3\log_5^4(2x) + 9\log_5(2x) - 13 = 0.$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3\log_5 y} - 3$$

$$\log_5 2x \neq 0$$
$$\log_5 2x \neq \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 3\log_5^4 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\log_5^4(2x) + 9\log_5(2x) - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_5^4(2x) + \log_5^4 y + 3\log_5 2x + 3\log_5 y = 0$$

$$\Rightarrow \log_5 2x = -\log_5 y$$

$$2x = \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow xy = \frac{1}{2}$$

Ответ: ~~0,5~~ 0,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

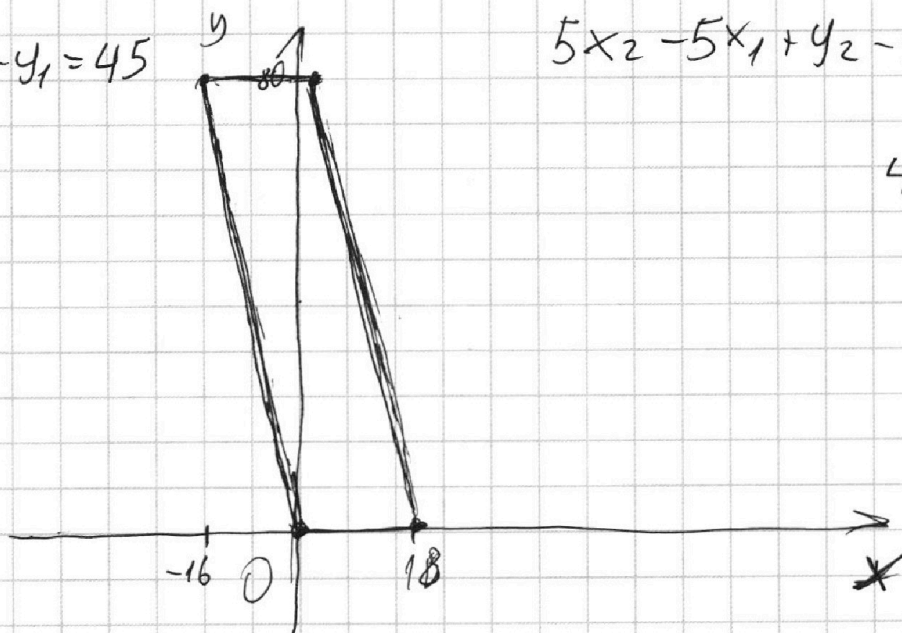
7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 : 5$$



$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1$$
$$||$$
$$45$$

$$0 \leq y_2 \leq 80$$

$$0 \leq y_1 \leq 80$$

$$-80 \leq -y_1 \leq 0$$

$$\Rightarrow -80 \leq y_2 - y_1 \leq 80$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = 100$$

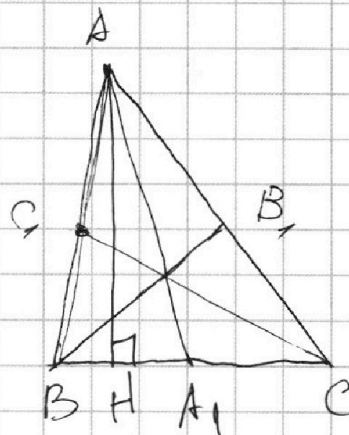
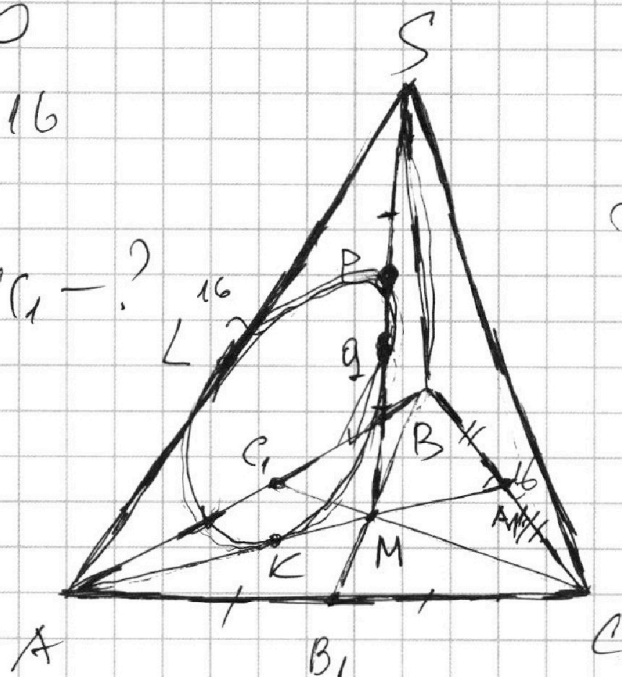
$$SA = BC = 16$$

"
AS

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$$

$$SN = 4$$

$$R = 5$$



$\triangle ASM$:

$$SP = MQ \Rightarrow SQ = PM$$

(PQ - диаметр)

$$\Rightarrow SL^2 = SP \cdot SQ = MQ \cdot PM =$$

$$= KM^2$$

$$\Rightarrow SL = KM$$

$$AL = AK$$

(сб-до касан. из точки.)

$$\Rightarrow AS = AM = 16$$

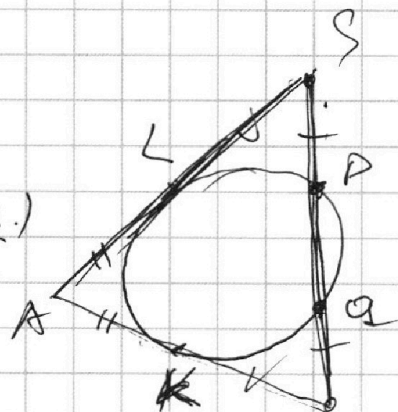
~~$$AA_1 = AS = 16$$~~

$$\Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} AM = 24$$

$$AH \perp BC; AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 100}{16} = \frac{25}{2}$$

$$\Rightarrow A_1H = \sqrt{24^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{1152 - 625}}{2} = \frac{\sqrt{527}}{2}$$

16A(AH)





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow CH = A_1C + A_1H = \frac{\sqrt{524}}{2} + \frac{1}{2}BC$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{\frac{625}{4} + \frac{524}{4} + 64 + 8\sqrt{524}} =$$

=



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_5 2x = \log_5 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3$$

$$3 \log_5^4(2x) - \cancel{3 \log_5^4(2x)} - 9 - 4 + 3 \log_5 2x = 0$$

$$3 \log_5^4(2x) + 3 \log_5 2x - 13 = 0$$

$$\log_5^4(2x) (\log_5 2x + 1) = -\log_5^4(2x) / (\log_5 2x + 1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

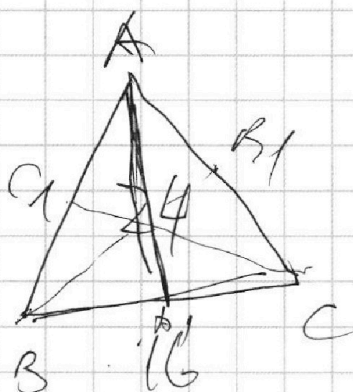
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

AA_1, BB_1, CC_1





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = (x - x_1) \cdot \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\begin{array}{r} 3x^5 + 9x + 11 \mid x - 1 \\ \underline{3x^5} \\ 3x^4 \\ \underline{3x^4 + 3x^3} \\ 3x^2 + 9x + 11 \\ \underline{3x^2 - 3x} \\ 12x + 11 \end{array}$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$x^5 + 3x - 4$$

$$t^4 + t^3 + t^2 + t + 4 = 0$$

$$t^2 + t + 1 + \frac{1}{t} + \frac{4}{t^2} = 0$$

$$t + \frac{1}{t} = x$$

$$x^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2}$$

$$4t^3 + 3t^2 + 2t + 1 = 0$$

всегда возрастает

$$12t^2 + 6t + 2 = 0 \quad \text{К/Н.}$$

→ нет корней

$$\begin{array}{r} x^5 + 3x - 4 \mid x - 1 \\ \underline{x^5 - x^4} \\ x^4 + 3x - 4 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ x^3 + 3x - 4 \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 + 3x - 4 \\ \underline{x^2 - x} \\ 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

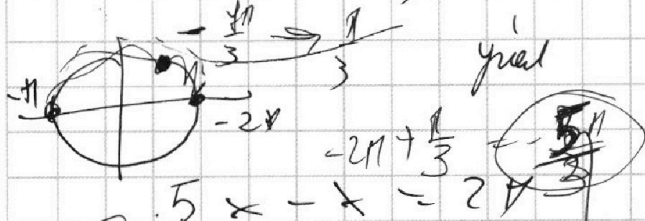
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arccos(\cos x) = x$$

$$x \in$$



$$5x - x = 2\pi$$

$$4x = 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$5\pi = \pi - \pi$$

$$\arccos(\cos 4\pi) = \arccos(1) = 0$$

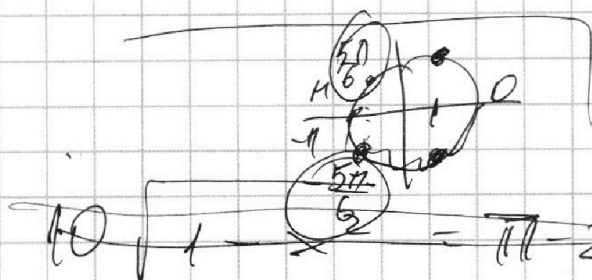
$$x \in 2\pi$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$10x + 20\pi - 2x = 4\pi$$

$$8x = -16\pi$$

$$x = -2\pi$$



$$\frac{1152}{625}$$

$$\pi - 2x \geq 0$$

$$x \leq \frac{\pi}{2}$$

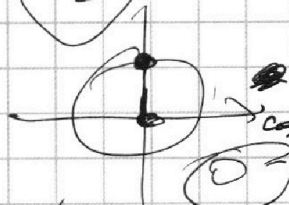
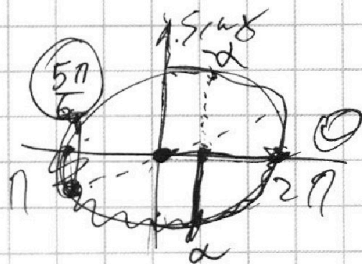
$$100 - 100x^2 = \pi^2 + 4x^2 - 4\pi x$$

$$\arccos(\cos x) = 2$$

$$-\frac{\pi}{2}$$

$$x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\rightarrow \frac{4\pi}{5}$$

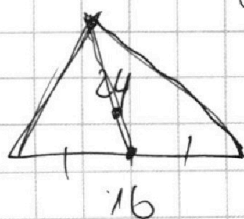


$$\frac{4\pi}{5}$$

$$(x + \pi)$$

$$\frac{11}{546}$$

$$546$$



$$2\pi - x$$

$$10 \arccos(\cos x) - 2x = 4\pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c

$$a \cdot b : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$b \cdot c : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}$$

$$a \cdot c : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$a = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

$$\Rightarrow b = 2^{8-x} \cdot 3^{14-y} \cdot 5^{12-z}$$

$$a = \frac{2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{b} \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$12 + 17 = 39$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} a : 5^{12} \\ c : 5^{14} \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 4 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$14 = a + b$$

$$20 = b + c$$

$$22 = a + c$$

$$14 = a + b$$

$$\begin{array}{r} 1152 \\ + 256 \\ \hline 1408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1408 \overline{) 4} \\ 18 \quad 20 \\ \hline 2352 \end{array}$$

$$a + b + c = 24$$

$$c =$$

$$14 = a + b$$

$$20 = b + c$$

$$22 = a + c$$