



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$ $b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$
 $c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$ $abc = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 7 \\ \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 11 \\ \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 14 \end{cases}$

минимально $\alpha_2 + \alpha_3 \geq 13$ $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 13$ $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$

$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$, $\beta_1 + \beta_3 \geq 17$, $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 13$ $abc =$
 $= 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3}$, очевидно, что минимально

$abc \rightarrow \min$, в этих-то все неравенства равенство
 $\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 7 \\ \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \gamma_1 + \gamma_2 \geq 14 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_2 + \beta_3 \geq 15 \\ \gamma_2 + \gamma_3 \geq 13 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_3 \geq 14 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 17 \\ \gamma_1 + \gamma_3 \geq 13 \end{cases}$ Минимально

~~предположим, что минимально, тогда $\alpha_1 \geq 10$, $\beta_1 \geq 21$, $\gamma_1 \geq 29$, $\alpha_2 \geq 10$, $\beta_2 \geq 21$, $\gamma_2 \geq 29$, $\alpha_3 \geq 10$, $\beta_3 \geq 21$, $\gamma_3 \geq 29$, $abc \geq 2^{30} \cdot 3^{63} \cdot 5^{87}$~~

~~Вопрос: что такое минимально? $\alpha_2 = 10$, $\beta_2 = 11$, $\gamma_2 = 20$, $\alpha_3 = 24 \Rightarrow \alpha_1 = 10$, $\beta_1 = 20$, $\gamma_1 = 24$ $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \cdot 2 \geq 38$ $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \cdot 2 \geq 34$ $(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \cdot 2 \geq 43$ $(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) \cdot 2 \geq 43$~~

$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 38$, $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17$, $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 22$
 Минимально, минимально возможно мин $\alpha_1 = 4$ $\alpha_3 = 10$ $\alpha_2 = 3$

$\beta_1 = 6$ $\beta_2 = 5$ $\beta_3 = 11$ ~~$\gamma_1 = 10$ $\gamma_2 = 11$ $\gamma_3 = 24$~~
 Остаток в мин $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 13$ $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq 14$ $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 13$ $\gamma_1 = 10$, $\gamma_2 = 0$, $\gamma_3 = 29$
 при $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 43 \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

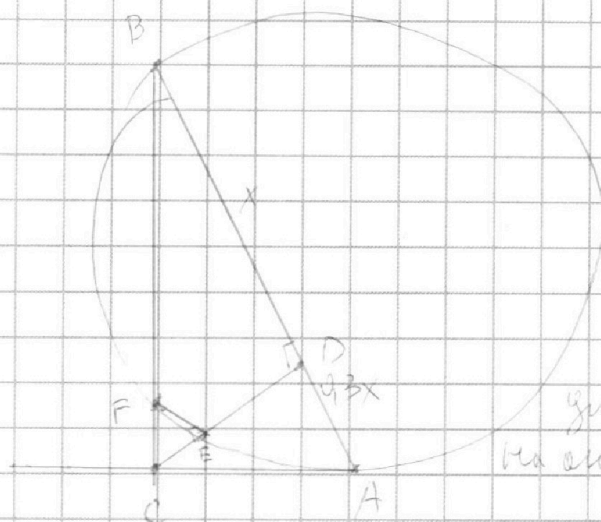
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение: Пусть $BC = x \Rightarrow$

$\Rightarrow$ искомое значение
длины отрезка
BC, длины отрезка
AD, длины отрезка
FE на него, не
находя решение, можно
выяснить, будучи считаем
длину отрезка BC, искомое значение
на отрезке BC 2) Пусть $AB \cdot BD = 1,3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow BD = x \Rightarrow AB = 1,3x \Rightarrow AD = 0,3x \text{ — по т. Ойлера. Окруж. } \triangle ABC$$

$$\Rightarrow CD^2 = 0,3x^2, BC^2 = BD \cdot BA = 1,3x^2, CA^2 = DA \cdot AB = 0,39x^2$$

по теореме о кас. и sec. или по свойству $CA^2 = CE \cdot CD \Rightarrow$

$$\Rightarrow CE = \frac{0,39x}{\sqrt{0,3}} \text{ Будем считать } FE \parallel BA \triangle CEF \sim \triangle CDB \text{ (по 2-м уг.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{FE}{BD} \quad FE = \frac{CE \cdot BD}{CD} = 1,3x$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot FE, S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DA \Rightarrow S_{ACD} : S_{CEF} = \frac{CD \cdot DA}{CE \cdot FE} =$$

$$= \frac{x \sqrt{0,3} \cdot 0,3x}{\frac{0,39x}{\sqrt{0,3}} \cdot 1,3x} = \frac{0,3 \sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,3}}{1,3 \cdot 0,39} = \frac{30}{169}$$

Ответ: $30:169$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Всп-е имеет смысл при

$$\frac{3\pi}{2} + x \in [0; \pi] \\ \frac{0}{2} \leq x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$$

~~Учтя $5 - \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{3\pi}{2} + x$, $5 - \cos x = \frac{3\pi}{2} + x$ на~~

~~области (1) $\cos x = 0$, $\sin x = 1$ $\Rightarrow \frac{3\pi}{2} + x = 5$~~

$$\cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = \cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5})$$

$$\sin x = \cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}), \sin x = \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2 \cdot 5} + \frac{x}{5})$$

$$\sin x = \sin(x + \frac{6\pi}{5}) \quad \& \quad \sin(x - \frac{x}{5} - \frac{4\pi}{5}) \cos(\frac{x + x + 4\pi}{5} \cdot \frac{5}{5}) = 0$$

$$\sin(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0$$

$$\cos(\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5}) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5} &= \pi n \\ \frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5} &= \frac{\pi}{2} + \pi n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \pi + \frac{5\pi n}{2} \\ x &= \frac{\pi + 5\pi n}{3} \end{aligned}$$

Всп-е (1) $x = -\frac{3\pi}{2}$, $x = -\frac{3\pi}{2}$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3ay = -x + 7b \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

Область: $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}] \cup [\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; +\infty)$

$$\textcircled{I} a \neq 0 \quad y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$x = 7b - 3ay \quad y^2 + (7b - 3ay)^2 - 9 = 0$$

$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 9 = 0$$

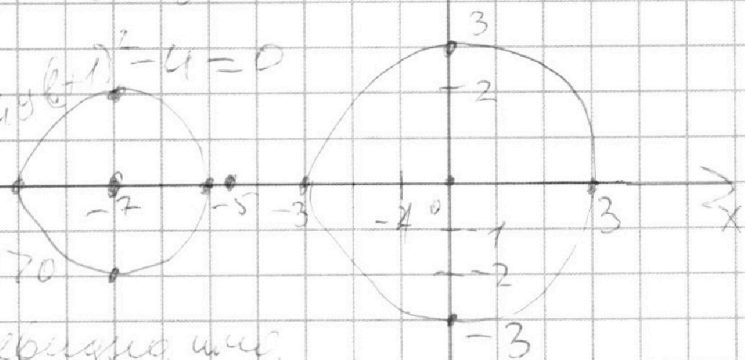
$$D_1 = 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$(7b+1-3ay)^2 + y^2 - 4 = 0 \quad (9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 4 = 0$$

$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 4 = 0$$

$$D = 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 4$$

$$\frac{D}{4} = 36a^2 - 49(b+1)^2 + 4 > 0$$



$\textcircled{II} a = 0 \Rightarrow x = 7b$, очевидно, что
~~уравнение не имеет решений~~
уравнение имеет решение только в 2
случаях $\Rightarrow$ не подходит

$$81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$36a^2 - 49(b+1)^2 + 4 > 0$$

$$a^2 > \frac{49b^2 - 9}{81}$$

$$a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

Класс.

$$\frac{49b^2 - 9}{81} = \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

он имеет минимальное значение $(-7b-21)/(35b+21)$

$$1) \frac{49b^2 - 9}{81} - \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} > 0 \Rightarrow (b+3)(5b+3) < 0, b \in (-3, -\frac{3}{5})$$

$\Rightarrow a^2 > \frac{49b^2 - 9}{81}$ тогда в области конуса симметрична

$$\frac{8}{75} < a^2 < \frac{16}{3} \quad a \in (-\frac{4}{\sqrt{3}}; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; \frac{4}{\sqrt{3}})$$

$$\Rightarrow b \in (-\infty; -3) \cup (-\frac{3}{5}; +\infty) \Rightarrow a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} \quad a^2 > \frac{8}{75}$$

$$a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; +\infty) \quad 3) b = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ b = -\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow a^2 > \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} \\ a = \pm \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

0039 $\begin{cases} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{cases}$

I

$$2 \log_5 6x + 8 \log_7 6x = 7$$

Множественно возм. $x=1 \Rightarrow$ данное

Ур-е имеет не более 1-го решения

003: $\begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$

II

$$2 \log_5 y + 8 \log_7 y = -7$$

Множ. возм.

Сложим два данных ур-е получив

сложную форму множественно $y=1 \Rightarrow$ данное
Ур-е имеет не более 1-го решения

$$2 (\log_5 4 + \log_5 6x + 4 (\log_7 6x + \log_7 y)) = 0$$

$$(\log_5 6x + \log_5 4) (\log_7 6x - \log_3 6x \log_7 y + \log_2 6x \log_7 y - \log_6 6x \log_3 y + \log_4 y) + 4 (\log_7 6x + \log_7 y) = 0$$

$$(\log_7 6x + \log_7 y) (\log_7 6x - \log_3 6x \log_7 y + \log_2 6x \log_7 y - \log_6 6x \log_3 y + \log_4 y + 4) = 0$$

$\Rightarrow$ только 1 способ решить (ан. множественно возм.) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \log_7 6x = \log_7 y^{-1}, 6x = \frac{1}{y}, 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

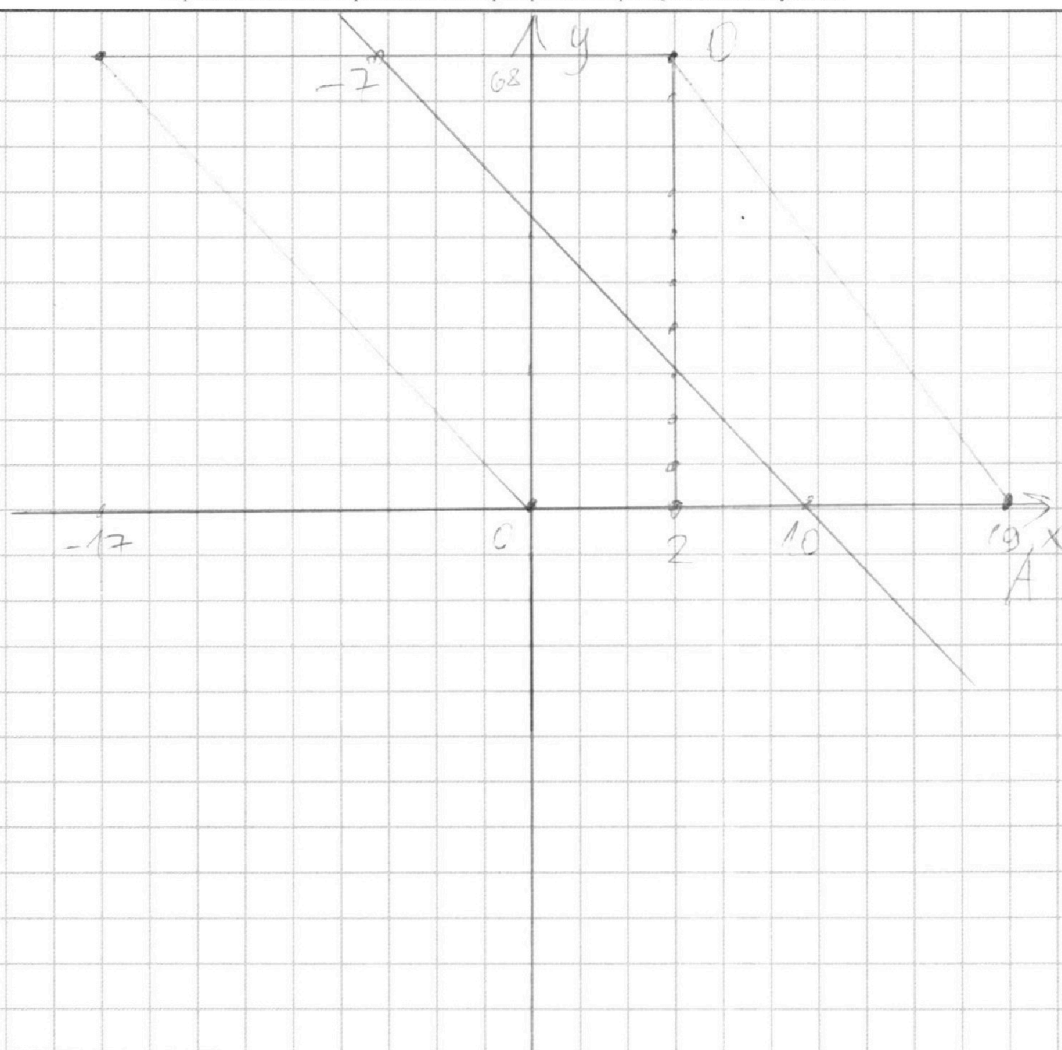
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



между 0 и 2 69-3 целых точек, значит между
 2 и 9 $\frac{69+1}{2}$, т.е. 9-70 точек и между 0 и
 -17 — $\frac{18 \cdot 69 + 1}{2} = 9-70$ точек всего целых
 точек — $9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 \cdot 3 - 69 \cdot 2 = 9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 =$

$$= 132 \text{ smolek}, \quad 4(x_2 - y_1) + y_1 - y_2 = 40 \Leftrightarrow 4x + y = 40$$

т.е. для мин-вотечки $y = 40 - 4x$ в единицу времени.

Котловый цикл $X \Rightarrow$ кол-во произв. усл-мощности



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(19+17) \cdot (19+17-1)}{2} = 19 \cdot 35 = 630$$

Ответ: 630



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: а) 1350

Ответ: а) 1350

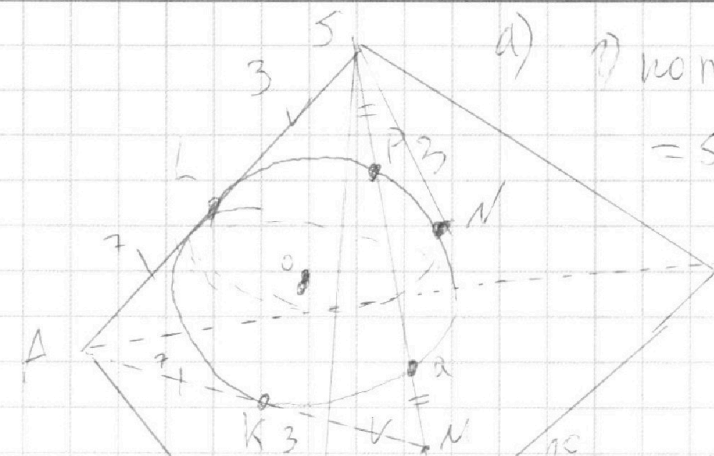
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а) по м. кас. и сев. $SL^2 = SP(SP+PQ)$, $AK^2 =$

$= MO(MQ+PQ) = SP(SP+PQ) \Rightarrow SL = MK$

$AL = AK$ (как радиусы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow SA = AM = BC = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ м. к. $AM = \frac{2}{3} AA_1$ (с-вом. медиан)

$AA_1 = 15$ 2) в $\triangle ABC$,

~~высота AA_1 делит BC на отрезки BA_1 и CA_1~~ $\Rightarrow S_{ABC} =$

$= 2 S_{ABA_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 \cdot \sin \angle AA_1B = 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin \angle AA_1B = \frac{4}{5}$, $|\cos \angle AA_1B| = \frac{3}{5}$

1) $\cos \angle AA_1B = \frac{3}{5} \Rightarrow AB^2 = 160$ 2) $CC_1^2 = 2(AC^2 + BC^2) - AB^2$

" $\cos \angle AA_1C = -\frac{3}{5} \Rightarrow AC^2 = 340$ $BB_1^2 = 45$ 4 $= 180$

$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 = \sqrt{45} \cdot \sqrt{180} \cdot 15 = 90 \cdot 15 = 1350$

2) выполнили 1, чтобы найти CC_1 и BB_1 помеченные
механизмы, а для вычисления остальных тем же

в) 1) по с-ву кас. кас. $SL = 3 = SN$, $AL = 7 = AK$ по с-ву кас. и
кас. $\Rightarrow \triangle SOK$ - прямоугольный $\Rightarrow$ по м. тангенса $SO = 5$, а значит $AO = \sqrt{45+16} = \sqrt{61}$ по п. а в треугольнике AOB известны все стороны

поэтому можно найти $\angle B$ и $\angle C$, будем считать что $AB = 4\sqrt{10}$, $AC = 2\sqrt{35}$, $AK = 3$. Заметим, что $\triangle ABC$ - прямоугольный с тупым углом B , тогда высота из A на BC падает на продолжение стороны BC 2) $MN = MK = 3$ (по кас.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_2 6x - 2 \log_2 7 - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad (7x^4 + 17)(x^4 - \frac{17}{7})$$

$$2 \log_2 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0 \quad 2x^5 + 8x - 7 = 0$$

$$\log_2 7 - 3,5 \log_2 7 + 4 = 0; -3,5 \log_2 7 + 4 \log_2 7 + 1 = 0 \quad -2$$

$$7 \log_2 5 - 3 \log_2 7 - 2 = 0 \quad 7x^5 - 8x^4 - 2 = 0$$

$$\log_2 6x - \frac{2^{12}}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad \frac{\log_2 6x - 7}{2 \log_2 6x} = 4$$

$$\log_2^4 (6x) + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2^{12}}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$(u-v)(u^4 - 4^3 v + u^2 v^2 - 4v^3 + v^4) + 4(u+v) = 0$$

$$\log_2 6x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\log_2 y + \frac{6^{12}}{\log_2 y} - \frac{5}{2 \log_2 y} = 2 - \frac{1}{4} \quad 6x = 9^{-1}$$

$$\log_2 y + \frac{7}{2 \log_2 y} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 y + 4$$



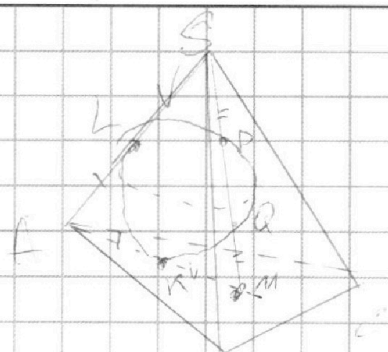
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

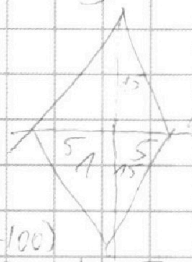
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP(SP + PQ)$$

$$MK^2 = MQ \cdot MP = SP \cdot MP = SP(SP + PQ)$$

$$SA = AM = BC = 10$$



$$2(AB^2 + BC^2) - AC^2$$

$$= 2(340 + 100) - 160$$

$$440 - 160 = 280$$

$$170 + 10 = 180$$

$$225 + 250 + 90 = 565$$

$$2(340 + 100) - 160$$

$$\frac{1}{2}(440)$$

$$100 \cdot 2 - 40$$

$$2(AB^2 + BC^2) - AC^2 = 2(340 + 100) - 160$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ - 85 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}(260) - 170 = 130 - 170 = -40$$

$$CC_1 = \frac{2(160 + 100) - 340}{4} =$$

$$\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 5} = 9 \cdot 5 \cdot 2 = 930 - 85 = 845$$

$$AB^2 = 340$$

$$AC^2 = 160$$



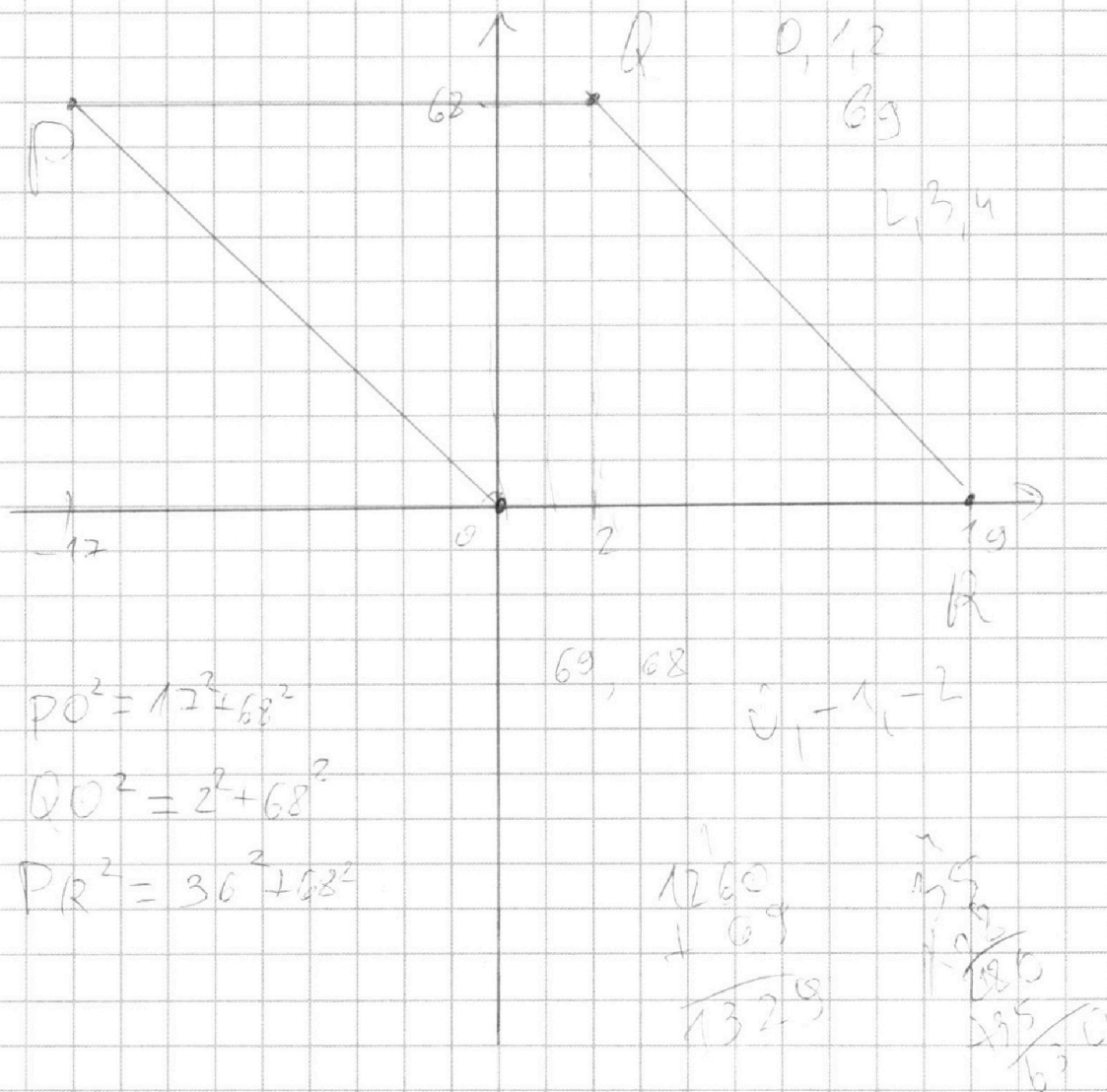
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

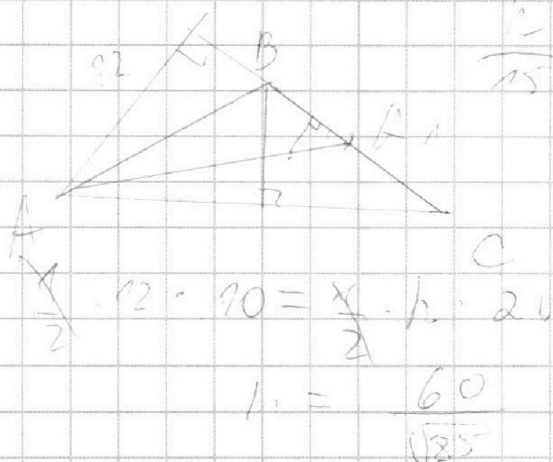
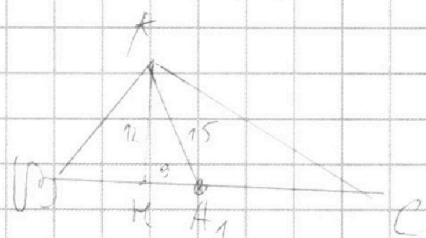
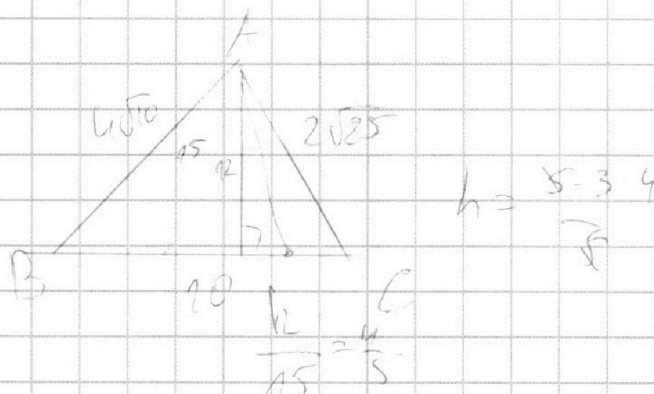
5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t^4 - \frac{2}{t} - \frac{3}{2t} + 4 = 0 \quad | \cdot 2t, 2t^5 - 4 - 3 + 8t = 0$$

$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$

$$2(t^5 + 4t) - 7 = 0$$

$$2t^5 - 8t - 7 = 0 \quad 2(t+4)(t^4 - t^3 + t^2 + 4t^3 + 4t^4) + 4(t-4) - 7 = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \quad (t^4 - t^3 + t^2 + 4t^3 + 4t^4) + 4(t-4) - 7 = 0$$

$$2t^5 + t^5 - 8t - 7 = 0$$

$$4 \cdot 49t^2 - 36 - 9 \cdot 49(t+1)^2 + 36$$

$$\frac{49t^2 - 9}{21 \cdot 9} - \frac{49(t+1)^2 - 9}{36 \cdot 9 \cdot 4} = 0$$

$$x^2 + \frac{x^2}{9a^2}$$

$$(21a(b+1))^2 - (21a(b+1))^2 - 36a^2 + 49(b+1)^2 - 4$$

$$x = 7b - 3ay$$

$$a^2 \cdot \frac{49b^2 - 9}{21}$$

$$(7b - 3ay)^2 + y^2 = 9 \quad a^2 \cdot \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

$$y^2(9a^2 + 1) - 42abcy + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_1 = 21a^2b^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9) \geq 0$$

$$(21ab)^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9)$$

$$(21ab)^2 - ((21ab)^2 - 81a^2 + 49b^2 - 9) =$$

$$= 81a^2 - 49b^2 + 9$$

$$(7b - 3ay + 7)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$(7(b+1) - 3ay)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$49(b+1)^2$$

$$(21a(b+1))^2 -$$

$$- (9a^2 + 1)(49(b+1)^2 - 4)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4 \cdot 49b^2 - 36}{324} \quad \frac{9 \cdot 49(8+1)^2 - 36}{324} \quad (148)^2 - (2 \cdot 1(8+1))^2 \quad \sqrt{0}$$

$$(148 - 216 - 21)(148 + 216 + 21) \\ - 7(8+3)7(8+3)$$

$$\frac{49}{25} \\ \frac{25}{24}$$

$$\frac{49 \cdot 9 - 9}{21} = \frac{9 \cdot 48}{21 \cdot 9} = \frac{48}{21} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{49 \cdot (-\frac{3}{5})^2}{2 \cdot 7 \cdot 5}$$

$$\frac{49 \cdot 9 - 9}{21} = \frac{9(\frac{49}{25} - 1)}{\frac{819}{25}} = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$

$$\left(-\frac{4}{\sqrt{3}} ; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \right) \quad \frac{49 \cdot 4 - 4}{36} - \frac{48 \cdot 4}{309} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{49 \cdot 4}{25} - 4 = \frac{49}{25} - 1 = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$

$$R = \frac{16}{3}$$

