



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1
1) Пусть $a = 2^d$; $b = 2^{\beta}$; $c = 2^{\gamma}$, причём d, β, γ — max стороны 2 на которые делится a, b и c . Тогда нужно, чтобы $d + \beta + \gamma$ было min для min произведения abc .

$$\begin{cases} ab = 2^8 \\ bc = 2^{12} \\ ac = 2^{14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d + \beta \geq 8 \\ \beta + \gamma \geq 12 \\ d + \gamma \geq 14 \end{cases} \text{ (сложим)}$$

$$2(d + \beta + \gamma) \geq 34 \Rightarrow \underline{d + \beta + \gamma \geq 17} \text{ (непр.)}$$

при $\begin{cases} d = 5 \\ \beta = 3 \\ \gamma = 9 \end{cases}$ — система (*) выполняется и $d + \beta + \gamma = 17$ (достигается)

$abc = 2^{17}$ и делится на 2^{18} .

2) Аналогично $a = 3^d$; $b = 3^{\beta}$; $c = 3^{\gamma}$
Делая так же, получим:

$$\begin{cases} d + \beta \geq 14 \\ \beta + \gamma \geq 20 \\ d + \gamma \geq 21 \end{cases} \text{ (*)} \Rightarrow 2(d + \beta + \gamma) \geq 55 \text{ (сложим)}$$

ЛИСТ 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 0 - \text{целые } \Rightarrow; \alpha + \beta + \gamma \geq \frac{55}{2} \Rightarrow$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 28 > \frac{55}{2} > 27$$

$\alpha + \beta + \gamma = 28$ - равенство достигается при
 $\gamma = 14; \beta = 6; \alpha = 8. \Rightarrow abc : 3^{28}$ и может
и совм. штиле $(*)$ быть не кратна 3^{29} .

3) Аналогично $a : 5^{\alpha}; b : 5^{\beta}; c : 5^{\gamma}$

$$\alpha + \beta \geq 12 (*)$$

$$\beta + \gamma \geq 17$$

$$\alpha + \gamma \geq 39$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 39 \text{ (п.к. } \beta \geq 0)$$

Равенство $\alpha + \beta + \gamma = 39$ достигается при
 $\beta = 0; \alpha = 12; \gamma = 27$ и совм. штиле $(*)$.

$\Rightarrow abc : 5^{39}$, но может быть не
кратно 5^{40} .

значит $abc : (2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39})$ и может
быть не кратна большим степеням 2, 3, 5.

Других ограничений на кратность множителя нет. $\alpha + \beta + \gamma \geq 2$
 \Rightarrow Ответ: $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ - наименьшее

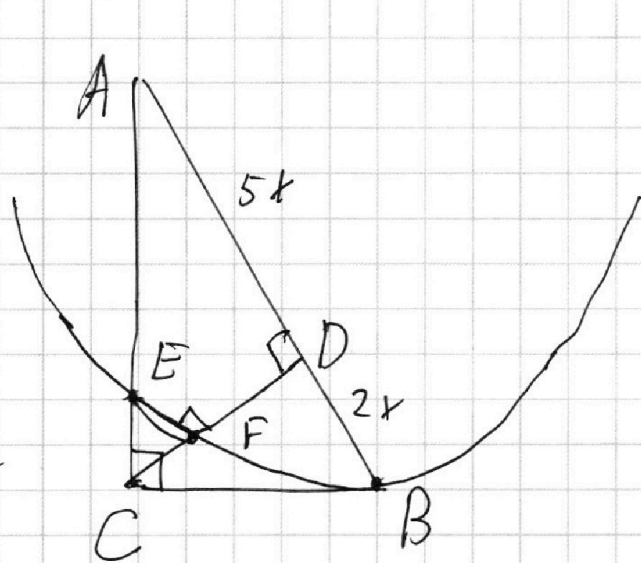
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$

CD - высота $\frac{AD}{BD} = \frac{5}{2}$

Оx - ось касается
CB в точке B и не-
ресекает CD в F и
AC в E.



Найти: $\frac{S_{APC}}{S_0} = ?$

Пусть $AD = 5x$, тогда $BD = 2x$.

По ср. геом для прямог. \triangle :

$$CD^2 = AD \cdot BD \Rightarrow CD = x\sqrt{10}$$

По т.-ме Пифагора для $\triangle BCD$ и $\triangle ACD$

$$CB^2 = x^2 \cdot 10 + 4x^2 \Rightarrow CB = x\sqrt{14}$$

$$AC^2 = 10x^2 + 25x^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{35}$$

По т.-ме о кв.-ме касательной:

$$CB^2 = CE \cdot CA \quad 14x^2 = x\sqrt{35} \cdot EC$$

$$\Rightarrow EC = \frac{14}{\sqrt{35}}x = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5}}x$$

ЛИСТ 3

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$EF \parallel AB \Rightarrow \angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$ как соотв
при 11
прямых

$\Rightarrow \triangle CFE \sim \triangle CDA$ по 2^м \angle ($\angle C$ - общ;
 $\angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$) $\Rightarrow k = \frac{CF}{CA} = \frac{2\sqrt{7}x}{\sqrt{5} \cdot x\sqrt{35}} = \frac{2}{5}$

$$\Rightarrow \frac{S_0}{S_{CAD}} = k^2 = \frac{4}{25} \quad ; \quad S_0 = \frac{4}{25} S_{CAD}$$

$$S_0 = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} x^2 \sqrt{10} \cdot 5$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} x^2 \sqrt{14} \cdot \sqrt{35}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_0} = \frac{\frac{1}{2} x^2 \sqrt{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{5}}{\frac{1}{2} x^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \frac{4}{25}} = \frac{7}{4/5} = \frac{35}{4}$$

Ответ: $\frac{S_{ABC}}{S_0} = \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{35}{4}$

ЛИСТ 4

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \pi = \frac{\pi - 2x}{10} \quad | \cdot 10$$

$$-15\pi + 10x = \pi - 2x$$

$$12x = 16\pi \quad \boxed{x = \frac{4\pi}{3}} \quad (\text{соответ. } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right])$$

$$5) \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]: \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - x, \quad \text{тогда}$$

$$(\alpha + 2\pi) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \arcsin(\sin \alpha) = \arcsin(\sin(\alpha + 2\pi)) = \alpha + 2\pi \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10} \quad | \cdot 10$$

$$25\pi - 10x = \pi - 2x; \quad 8x = 24\pi$$

$$\boxed{x = 3\pi} \quad (\text{соответ. } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right])$$

$\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow$ других решений нет. Объединив случаи 1-5 получим ответ:

$$\text{Ответ: } x \in \left\{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\right\}$$

ЛИСТ 7

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3

$$\text{to } \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{\text{to}}$$

$$\arcsin d \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{\text{to}} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}}$$

1) Пусть $\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, ~~тогда~~

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{\text{to}}, \arcsin(\sin d) = d, \text{ где}$$

$$d \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{\text{to}} \Rightarrow 5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$8x = 4\pi \quad \boxed{x = \frac{\pi}{2}} \quad (\text{слож. } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right])$$

2) Пусть $\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\sin(\pi - (\pi - (\frac{\pi}{2} - x)))) = \arcsin(\sin(\pi - \frac{\pi}{2} + x))$$

$$= \arcsin(\sin(\pi - \frac{\pi}{2} + x)) = \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \frac{\pi}{2} + x, \text{ м.к. } \pi$$

$$= \frac{\pi}{2} + x, \text{ м.к. } \pi \quad \boxed{\text{ЛИСТ 5}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

таких условий: $\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$-\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + x \leq \frac{\pi}{2} - 0 \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$

$\frac{\pi}{2} + x = \frac{\pi - 2x}{10} \Rightarrow 5\pi + 10x = \pi - 2x$

$12x = -4\pi \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{3}}$ (сочств. $(-\frac{\pi}{2}) \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$)

3) ~~$x \in (\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$~~ , $(\frac{\pi}{2} - x) \in (\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$.

$d = \frac{\pi}{2} - x$, тогда $-\frac{\pi}{2} < d - 2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$\arcsin(\sin d) = \arcsin(\sin(d - 2\pi)) = d - 2\pi \Rightarrow$

$\frac{\pi}{2} - x - 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10} \quad | \cdot 10$

$-15\pi - 10x = \pi - 2x; \quad 8x = -16\pi$

$\boxed{x = -2\pi}$ (сочств. $(\frac{\pi}{2} - x) \in (\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$).

4) $(\frac{\pi}{2} - x) \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2})$, $d = \frac{\pi}{2} - x$, тогда

$\arcsin(\sin d) = \arcsin(\sin((d + \pi) - \pi)) = \arcsin(-\sin d) =$
 $= -\arcsin(\sin(d + \pi)) = -d - \pi$, где $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq d + \pi < \frac{\pi}{2} \\ \text{или} \\ -\frac{3\pi}{2} \leq d < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$ ЛНСТБ

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В силу симметрии отн. $O_1 O_2$:

$$a_1 = -a_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7} \text{ (обе ок-ти симметрич}$$

ны отн. $O_1 O_2$ и Ox симметр. отн. $O_1 O_2$
 \Rightarrow обш. внутреннее касательное поле
симметрично).

$$\begin{cases} A < a_1 \\ A > a_2 \end{cases} \quad \begin{cases} A < -\frac{\sqrt{51}}{7} \\ A > \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} a \in \mathbb{R} \setminus \left[\frac{a}{3}, \frac{a}{3} \right] \\ A = \frac{a}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} < -\frac{\sqrt{51}}{7} \\ \frac{a}{3} > \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \Rightarrow a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right).$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right).$$

Лист 12

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

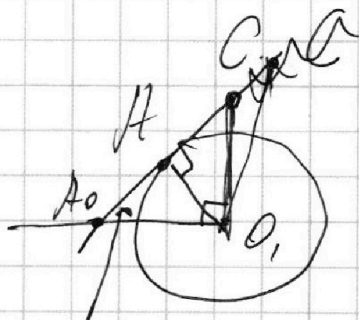
формулы a_2 . (тогда $O_1 A \perp AB$; $O_2 B \perp AB$) и

$C = AB \cap O_1 O_2$. Пусть $O_1 C = x$; $O_2 C = y$.

$\triangle O_2 B C \sim \triangle O_1 A C$ по $2^{\text{а}}$ ($\angle O_1 A C = \angle O_2 B C = 90^\circ$ и $\angle A C O_1 = \angle B C O_2$ как верт) \Rightarrow

$$\frac{x}{y} = \frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{1}{6} \quad x + y = O_1 O_2 = 10 \text{ к.к. } O_1(0;0) \quad O_2(0;10)$$

$$\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{7} \\ y = \frac{60}{7} \end{cases}$$



A_0 — точка пересечения AB

и $O_1 O_2$. Тогда $\angle O_1 A_0 A = \alpha$ —

угол наклона прямой a_2 ($\text{tg } \alpha = a_2$)

$\triangle O_1 C \perp O_1 A \Rightarrow \angle A_0 O_1 A = 90^\circ - \alpha$ (по сумме \angle)

$$\angle A_0 C = \alpha$$

$$\text{Тогда } \cos \alpha = \frac{A_0 O_1}{O_1 C} = \frac{1}{x} = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10} \quad (\alpha - \text{острый} \Rightarrow \sin \alpha > 0) \Rightarrow$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{\sqrt{51}}{7}}$$

ЛИСТ 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

обе ок-ции в 2^x точках (т.к. прямая имеет с ок-стью не более ~~2~~ 2^x общих точек).

Рассмотрим общие внутренние касательные с условиями коэффициентами a_1 и a_2 ($a_1 < 0 < a_2$).

Если $A < a_1$, то

Три фиксированном A $y = A + tB$ — множество всех прямых с условиями коэффициента A .

Если $A < a_1$, то например прямая пересекающая прямую a_1 , например в точке Q (между касаниями) будет иметь 4 точки пересечения с ок-стями \Rightarrow такие A подходят.

Аналогично $A > a_2$ — подходят

Если $a_1 \leq A < 0$ и прямая пересекает

ок-сть $w_1(O(0;0) R=1)$, но она лежит не выше прямой с

Лист 9

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

с условия коэффициентом a_1 (более
точек пересечения с w_1) (не выше, т.к.
 $a_1 \leq A < 0$), но тогда эта прямая
не может пересекать w_2 в 2+ точках
($w_2 = D(0; \omega); R = \sigma$), а значит условие не
выполнено $\forall B$ (если эта прямая не
пересекает w_1 , то условие тем более
не выполнено) $\Rightarrow A \in [a_1; 0)$ - не подходит

для

Аналогично $A \in (0; a_2]$ - не подходит

$A = 0$: $y = B$ - прямая $\parallel OX$ - не может
в данной ситуации иметь 4 точки пе-
ресечения.

$\Rightarrow \begin{cases} A < a_1 \\ A > a_2 \end{cases}$ - решение.

Пусть O_1, O_2 - центры окружностей w_1 и w_2
с центром в начале координат, O_1A и O_2B - радиусы в точке
касания с прямой условия кот- $\parallel OX$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4
а-? $\exists b$ такое, что
система имеет
4 решения.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 100) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 = -64 + 100 \end{cases}$$

Простирани (2) в $y(x)$:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 = -64 + 100 \end{cases}$$

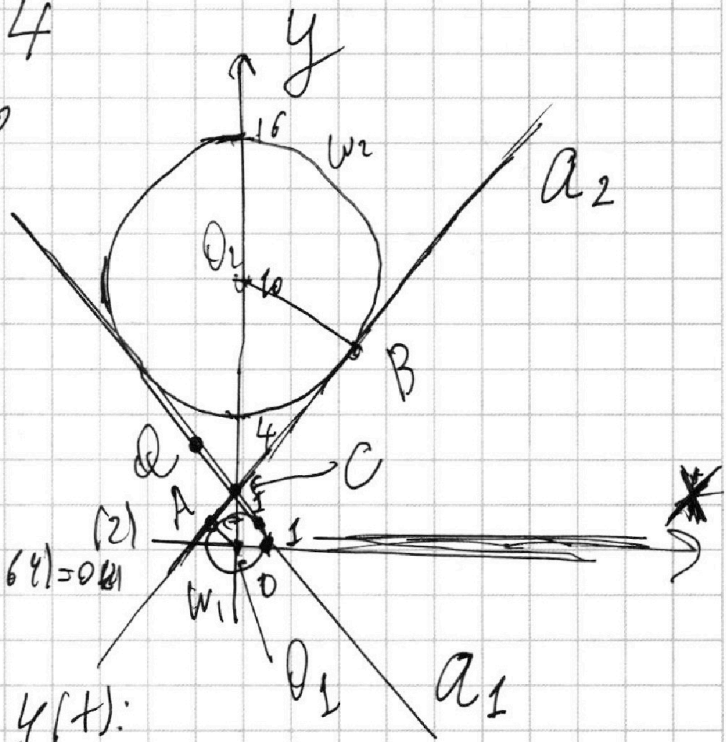
$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}$ — две окружности с центрами $(0;0)$ и $(0;10)$ и радиусов 1 и 6 соответственно

$$(2): ax - 3y = 4b \Rightarrow$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \quad \forall a, b$$

Заменим $\frac{a}{3} = A, \frac{4b}{3} = B$ ($\forall a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow B \in \mathbb{R}$)

$y = A + x + B$ — заменим переписываем



ЛИСТ 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~(I) + (II): $x^5 + y^5 + 3(x+y) = 0$~~

(IV) - (III): $x^4 - t^4 + \frac{13}{3x} + \frac{13}{3t} = 0$

$(x^2 - t^2)(x^2 + t^2) + \frac{13}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{t} \right) = 0$

$(x^2 + t^2)(x-t)(x+t) + \frac{13(x+t)}{3 \cdot xt} = 0$

Симметричные $x+t=0$

обр. замена. $\log_5(2x) + \log_5 y = 0$

$\log_5(2xy) = \log_5 1 \stackrel{\log_5}{\Rightarrow} 2xy = 1$

$xy = \frac{1}{2}$. Уже было доказано, что дру-
гих xy быть не может
(их не более 1²⁰)

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.

ЛИСТ 15

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\textcircled{1} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x}^5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$\textcircled{2} \log_5^4 y + 4 \log_5 y = \log_{y^3} 0,2 - 3$$

$(xy) - ?$

$$\textcircled{1}: \log_{8x^3} 625 = \log_{(2x)^3} 5^4 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5$$

$$\textcircled{2}: \log_{y^3} \frac{1}{5} = -\frac{1}{3} \log_y 5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y y^5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0 \end{array} \right.$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0$$

Пусть $\log_5(2x) = t$, тогда $\log_{2x} 5 = \frac{1}{t}$

$$\log_5 y = u$$

$$\log_y 5 = \frac{1}{u}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0 \quad | \cdot t \neq 0 \\ u^4 + \frac{13}{3u} + 3 = 0 \quad | \cdot u \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0 \quad | \cdot t \neq 0 \\ u^4 + \frac{13}{3u} + 3 = 0 \quad | \cdot u \neq 0 \end{array} \right.$$

ЛИСТ 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 & (I) \\ u^5 + 3u + \frac{13}{3} = 0 & (II) \end{cases}$$

Функция $f(x) = x^5 + 3x$ возрастает на \mathbb{R} как сумма возрастающих на \mathbb{R} (x^5 и $3x$), значит каждое своё значение она принимает \pm раз \Rightarrow ур-я (I) и (II) имеют не более $\pm 1^{\text{го}}$ решения каждое.

$$\begin{aligned} \log_5(2t) = t & \quad | \quad y = \log_5 z - \text{возраста-} \\ \log_5 y = u & \quad | \quad \text{ющая ф-я } (5 > 1) \end{aligned}$$

\Rightarrow каждому u и t соотв. единственные x и y .

Значит может существовать не более одной пары произведений x и y . Найдём её.

$$\begin{cases} t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 & (I) \\ u^5 + 3u + \frac{13}{3} = 0 & (II) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^4 - \frac{13}{3t} = -3 & (III) \\ u^4 + \frac{13}{3u} = -3 & (IV) \end{cases}$$

ЛИСТ 14

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Это пар.м с вершинами $(g; 0); (0; g); (-g; g)$ и $(0; g)$. ~~*~~~~*~~

На его сторонах $\parallel OX_1; g - 0 + 1 = 10$ точек.

k -от 0 до $g \Rightarrow$ таких прямых $g - 0 + 1 = 10$ шт

Значит всего в пар-м включая граничные вложения $k_0 = 10^2$ точек, при выборе некоторой $(45 + y, +5x) \in [0; g_0]$ - условия ~~*~~~~*~~ \Rightarrow

Всего внутренних пар $17 \cdot 10^2 = 1700$.

Из пар-ма ~~*~~~~*~~: $0 \leq k + x_1 \leq g \Rightarrow$

$45 \leq 45 + k + x_1 \leq 90$, но точки на крайней прямой $k + x_1 = g$: $45 + 5x = 45$ ($45 = 5 \cdot 9$) $\Rightarrow y = 0, x = 9$ - в пар-ме $P \in PO$ пересекают OX в $(0; 45) \Rightarrow$ эти точки уже учтены при подсчёте границ \Rightarrow

Нужно убрать из k_0 10 точек на

прямой $(g; 0); (0; g)$ в $k(x)$, тогда всего $17(10^2 - 10) = 1530$ пар $\parallel OX \perp OY$
Ответ: 1530.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(k| = 5 \Rightarrow)$ на этой стороне $18 - 2 + 1 = 17$ -
(целое) точек с целыми координатами

\Rightarrow Всего 17-ко крайних точек, где
 k_0 - кол-во способов выбрать А так,
что прямая $y_2 | k_2$ проходит через точки
на-на).
Р.О - пересекает ОУ в $(0; 90)$, а
R.Q $(y = -5x + 90)$ в $(0; 90) \Rightarrow$

$(45 + y_1 + 5x_1) \in [0; 90]$ - условие

$\Rightarrow y_1 = 5k, k \in \mathbb{Z}$, тогда $0 \leq 45 + 5k + 5x_1 \leq 90$

$\Rightarrow -9 \leq k + x_1 \leq 9$

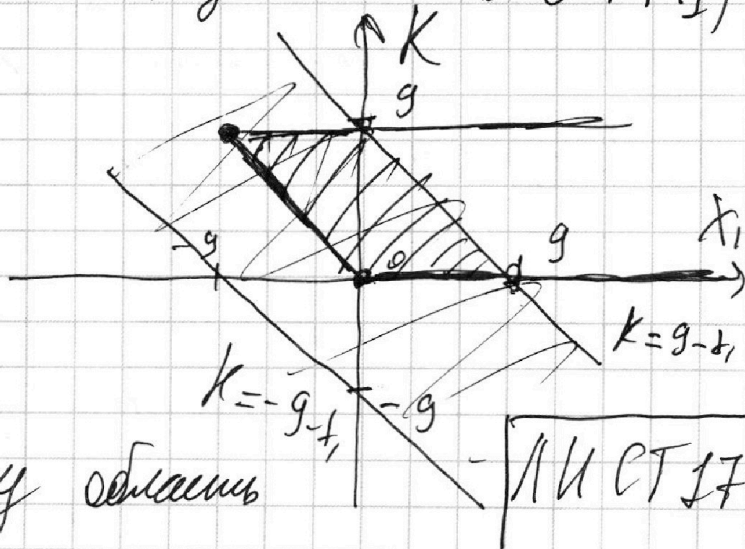
~~и~~ начертим эту область в $k(x_1)$

$k = 9 - x_1$, | прямые

$k = -9 - x_1$, | проходящие

через $(9; 0); (0; 9)$ и

$(-9; 0); (0; -9)$ соотв.



Ограничим эту область

ЛИ СТ 17

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

теми значениями, которые могут совпасть
точками PQ и RQ .

PQ : $y = -5x$ (т.к. по эр. $k = 5$ и проходим через $(0; 0)$)

Еще $y = y_2 = 5k$; $x = x_1 \Rightarrow k = \frac{x_1}{5}$

ур-е точек на стороне PQ в $k(x_1)$

линейная q -я через $(0, 0)$ и $(-9, 9)$

$y \geq 0$ $y = 5k \Rightarrow k \geq 0$ - пересекает
в $(9; 0)$ $k + x_1 = 9$.

Еще $x_1 = 9$ найдем возможные k

RQ : $y = -5x + 90$ $x_1 = 9 \Rightarrow y = 45 = 5k$

$\Rightarrow k \leq 9$ - верно для $x_1 = 9 \Rightarrow$ верно

для других x_1 также ($x_1 < 9$ -
при ограничении $k + x_1 \geq 0$)

Тем же образом все возможные
точки на $k(x_1)$ - ограниченные

$$-9 \leq k + x_1 \leq 9$$

$$k \geq 0$$

$$k \leq 9$$

$$\textcircled{10} k + x_1 \geq 0$$

ЛИСТ 18

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

Дано: вып. м. DRAP

$O(0;0)$ $P(-6;80)$;

$Q(2;80)$; $R(18;0)$

Каково $A(x_1; y_1)$ и

$B(x_2; y_2)$ —? так как, это

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

Пусть $A(x_1; y_1)$ фиксированна \Rightarrow

$y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1)$ — прямая на
которой лежат B .

Расширим RQ : $y = kx + b$ — упр-е
прямой

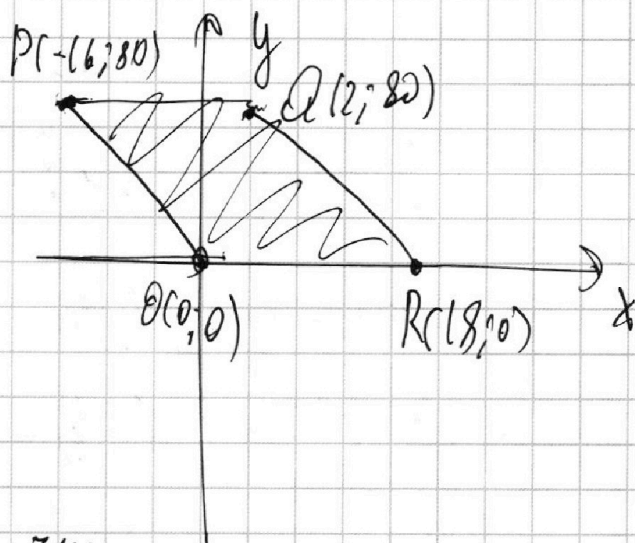
$$\begin{cases} 80 = 2k + b \\ 0 = 18k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -5 \\ b = 90 \end{cases}$$

$k = -5$ совпадает с коэф. наклона

стороны OP — на $(y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1))$

Значит, эти прямые совпадают с OP стороной RQ .

ЛИСТ 16



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$H A_1 = \frac{\sqrt{23 \cdot 73}}{2}$$

Площадь Δ из медиан $C C_1$ и $B B_1$ с $\angle A$ составляет $\frac{3}{4} S_{ABC}$ по формуле из св-ств медиан

$$\frac{3}{4} S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin A \cdot B B_1 \cdot C C_1$$

$$B B_1 \cdot C C_1 = \frac{150}{\sin A} \cdot \text{Искомые } A A_1 \cdot B B_1 \cdot C C_1 = \\ = \frac{150 \cdot 24}{\sin A} = \frac{3600}{\sin A}$$

П-на Пифагора: $AB = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + (A H_1 + 8)^2}$
 $AC = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + (8 - A H_1)^2}$

По т-ме косинусов $256 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$

\Rightarrow

Ответ: $A A_1 \cdot B B_1 \cdot C C_1 = \frac{3600}{\sin A}$, где $\sin A =$

$= \sqrt{1 - \cos^2 A}$, где $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - 256}{2AB \cdot AC}$, где

$AB = \sqrt{\frac{625}{4} + (A H_1 + 8)^2}$, $AC =$ ЛИСТ 22

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sqrt{\frac{628}{4} + (8 - AK_1)^2}, \quad AK_1 = \frac{\sqrt{23.73}}{2}.$$

ЛНСТ 23

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

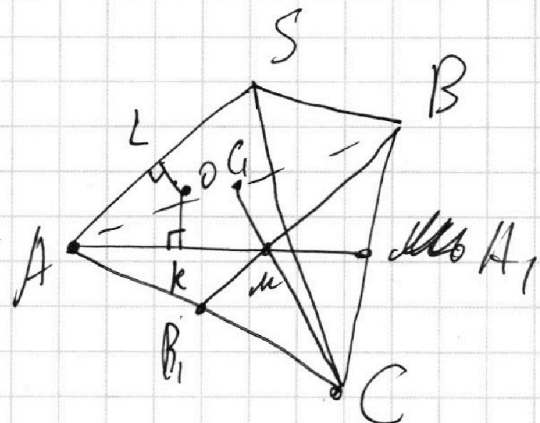
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

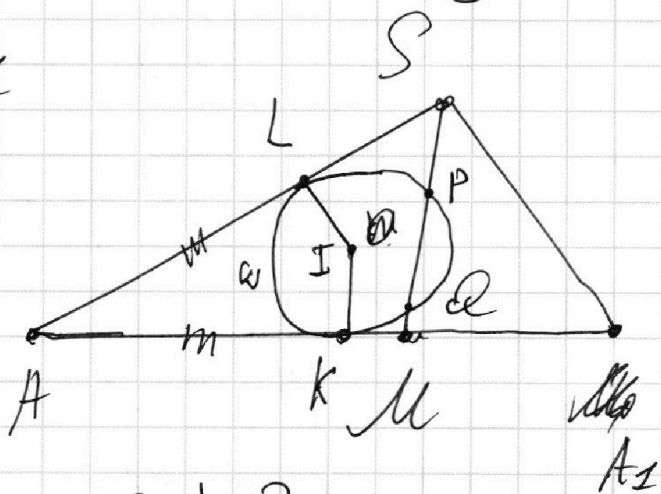
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7
 Дано: SAB - пирамида
 Медианы $\triangle ABC$ пересекаются
 в точке M



Сфера Ω касается
 AS в L и (ABC) в K
 $K \in AM$ и пересекает
 SM в P и Q .



$SP = MQ; SA = BC = 16$

$S_{ABC} = 100$

а) Найти: $(AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1) - ?$

Защитим (ASA_1) . $OK \perp (ABC)$ - радиус,
 $\Rightarrow OK \perp AA_1$.

В сечении Ω (ASA_1) получается окружность ω ,
 которая касается AA_1 в K и AS в L
 (т.к. $K, L \in (ASA_1)$ и других точек
 пересечения не может быть т.к.
 сфера касается AS и (ABC))

Л И СТ 20

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По т.-м. окв-те касательных

$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP(SP + PQ)$$

$$KM^2 = MQ \cdot MP = MQ(QP + MQ)$$

$MQ = SP \Rightarrow SL = KM$ (если P и Q -
в одном порядке отк. MS - апоапои-
но $LS = KM$)

$AL = AK$ по св. 2^х касат. тревел из
т.и. точки

$$\Rightarrow AS = AL + LS = AK + KM = AM = \frac{2}{3} AB$$

По св. медиан $\frac{AM}{AM_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow AM_0 = 24$

$S_{ABC} = 100$; Пусть AK - высота

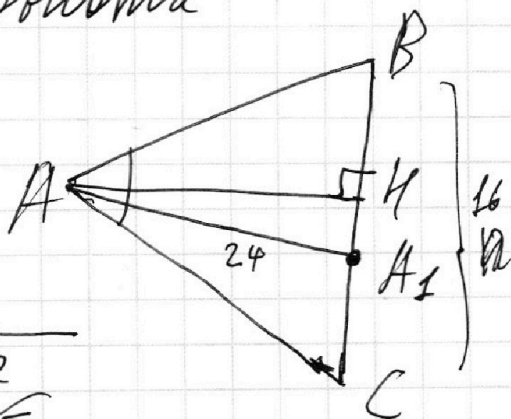
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC$$

$$200 = AK \cdot 16 \quad AK = \frac{200}{16} = \frac{25}{2}$$

По т.-м. Пифагора

$$\text{для } \triangle AKH: KH = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - 24^2}$$

$$KA_1 = \sqrt{24^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{48^2 - 25^2}}{2}$$



Лист 21

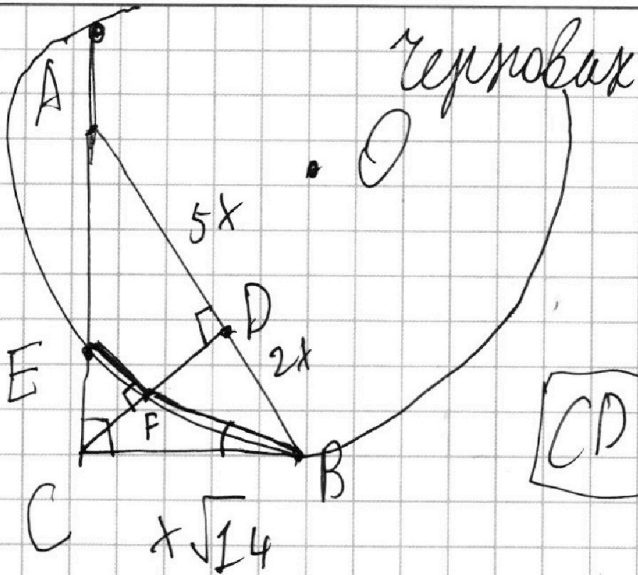
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ABIEF

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = ?$$

$$CD = x\sqrt{10}$$

$$CB = x\sqrt{10+4} = x\sqrt{14}$$

$$AC = x\sqrt{10+25} = x\sqrt{35}$$

$$CB^2 = AC \cdot EC \quad x^2 \cdot 14 = x\sqrt{35} \cdot EC$$

$$EC = x \frac{14}{\sqrt{35}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5}} x \quad \frac{EC}{AC} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{35}} = \frac{2}{5}$$

$$S_{\text{ш}} = \frac{4}{25} S_{ACD} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot x\sqrt{10}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot x^2 \sqrt{14} \cdot \sqrt{35}}{\frac{1}{2} x^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{35}}{\sqrt{10} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{5} \cdot 5}{\sqrt{2} \sqrt{5} \cdot 4} = \frac{35}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$abc - \min$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$a = 2^d$$

$$b = 2^{\beta}$$

$$c = 2^{\gamma}$$

$$\begin{cases} d + \beta \geq 8 \\ \beta + \gamma \geq 12 \\ d + \gamma \geq 14 \end{cases}$$

$$2d + 2\beta + 2\gamma \geq 34$$

$$d + \beta + \gamma \geq 17$$

$$d = 7; \beta = 7; \gamma = 3$$

$$\text{или } \begin{cases} d = 5 \\ \beta = 3 \\ \gamma = 9 \end{cases}$$

$$2^{17}$$

$$a: 3^d; \quad b: 3^{\beta}; \quad c: 3^{\gamma}$$

$$\begin{cases} d + \beta \geq 14 \\ \beta + \gamma \geq 20 \\ d + \gamma \geq 21 \end{cases}$$

$$2(d + \beta + \gamma) \geq 55$$

$$d + \beta + \gamma \geq 28$$

$$\gamma = 14; \beta = 6; d = 8$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 21 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\frac{55}{2} =$$

$$55 \begin{array}{r} 12 \\ 27,5 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$3 \cdot 28$$

$$d = 17$$

$$\begin{cases} d + \beta \geq 12 \\ \beta + \gamma \geq 17 \\ d + \gamma \geq 39 \end{cases}$$

$$29$$

$$39$$

$$68$$

$$34$$

$$d + \beta + \gamma \geq 34$$

$$d + \beta + \gamma \geq 39$$

$$39$$

$$5$$

$$\beta = 0; d = 12; \gamma = 27$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ $\sin \alpha = \sin(\alpha - 2\pi)$ $\cos \alpha = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10}$ $\frac{10\pi}{8} - \frac{5\pi}{2} - \frac{10\pi}{8} = \frac{1}{2}$ $\frac{5\pi}{2}$

$-10x + 5\pi - 20\pi = \pi - 2x$ $8x = -16\pi$ $x = -2\pi$

4) $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ $\sin \alpha = \sin((\alpha + \pi) - \pi) =$
 $= -\sin(\alpha + \pi)$ $-\frac{1}{2} = \frac{10\pi}{8} - \frac{5\pi}{2}$

$-(\sqrt{2} + \frac{\pi}{2} - x) = \frac{\pi - 2x}{10}$

$-15\sqrt{2} + 10x = \pi - 2x$ $12x = 16\pi$ $x = \frac{4\pi}{3}$

5) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ $\sin \alpha = \sin(\alpha + 2\pi)$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi - x = \frac{\pi - 2x}{10}$

$25\pi - 10x = \pi - 2x$ $24\pi = 8x$ $x = 3\pi$

$ax - 3y + 4z = 0$

$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$

$x^2 + y^2 = 1$

$x^2 + y^2 - 20y + 100 = -64 + 100$

$x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\omega \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \quad \cos x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\arcsin(\sin \alpha) = \alpha, \quad \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$



$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$-4\pi \leq 2x \leq 6\pi$$

$$x \in [-2\pi; 3\pi]$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$$

$$-3\pi \leq -x \leq 2\pi \quad \boxed{-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}}$$

$$1) \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$4\pi = 8x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$2) \quad \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\sin \alpha = \sin(\pi - (\pi - \alpha)) = \sin(\pi - \alpha)$$

$$\pi - \frac{\pi}{2} + x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi + 10x = \pi - 2x$$

$$12x = -4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

(xy/2)

$$\log_5^4 x - 3 \log_x 5 = \log_x^3 625 - 3$$
$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y^3 0.2 - 3$$

(y=20, y≠y)

(x=20, x≠1)

$$\log_5^4 x - 3 \log_x 5 = \log_x$$
$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y \frac{1}{2} - 3$$

(125)

1/8

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{-\log_2 y} - 3$$

1/5

$$\log_x^3 625 = \log_x^3 125 + \log_x^3 5$$

a⁶ + 26·4a

2at² + a³t - 13 = 0

$$\log_5^4 y - 4 \log_y \frac{1}{5} = \log_y^3 \left(\frac{1}{125}\right) - 3$$
$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5$$

a³t + 2at² = 13

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\log_{y^3} 0,2 = \log_{y^3} \frac{1}{5} = \log_{y^3} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^3 = \log_y \frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$$

$$= \log_y 5^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_y 5 \quad \log_5 y + \log_5 (2+1) = 0$$

$$\begin{cases} \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 = -3 \\ \log_5^4 (2+1) - \frac{13}{3} \log_5 (2+1) = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} \log_5 (2xy) = 0 \\ 2xy = 1 \end{cases}$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3 \log_5 y} = -3$$

$$\begin{cases} x^4 + \frac{13}{3}x = -3 \\ y^4 - \frac{13}{3}y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{x^4 - y^4 + \frac{13}{3}(x+y)} = 0 \\ & (x^2 + y^2)(x-y)(x+y) + \frac{13}{3}(x+y) = 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{y^4 - \frac{13}{3}y = -3}$$

$$\begin{cases} y^4 + \frac{13}{3y} = -3 \\ x^4 - \frac{13}{3x} = -3 \end{cases}$$

$$x^4 - y^4 - \frac{13}{3x} + \frac{13}{3}y = -3$$

$$\begin{cases} y^4 + \frac{13}{3y} = -3 \\ x^4 - \frac{13}{3x} = -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^5 + 3y + \frac{13}{3} &= 0 & x^5 - \frac{13}{3x} + 3 &= 0 \\ x^5 + 3x + \frac{13}{3} &= 0 & x^5 - \frac{13}{3x} + 3 &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

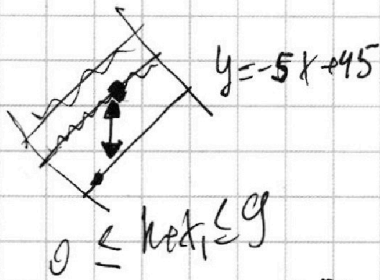
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$45 \leq 45 + 5(k+7) \leq 90$

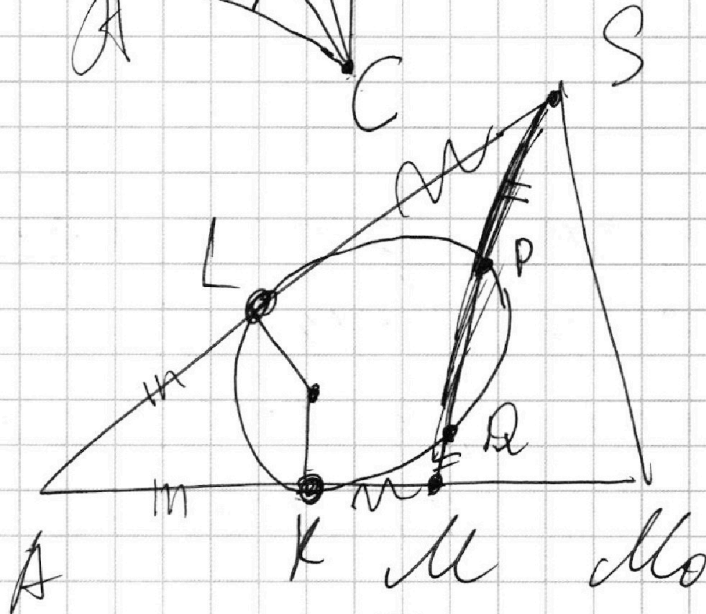
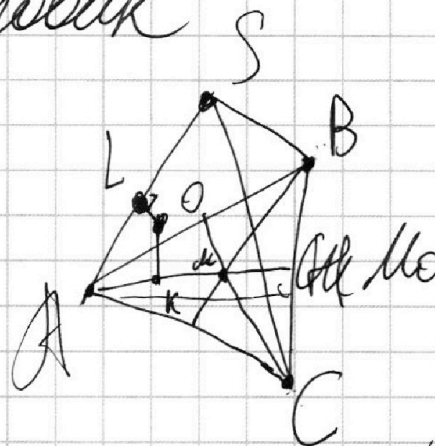
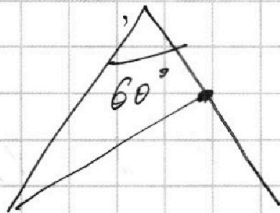
$S_{ABC} = 100$

$SA = BC = 16$

$BC = 16$

$AM = 16$

$A M_0 = 24$



$a \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$a^2 \frac{3}{4} a$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ 15 \\ \hline 120 \\ 24 \\ \hline 360 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$45 + 5x_1 + y_1$$

$$y_1 = 5$$

$$y_1 = 5k$$

$$0 \leq 45 + 5x_1 + y_1 \leq 90$$

$$0 \leq 9 + x_1 + k \leq 18$$

$$-9 \leq x_1 + k \leq 9$$

$$x_1 \in \{0, \dots, 18\}$$

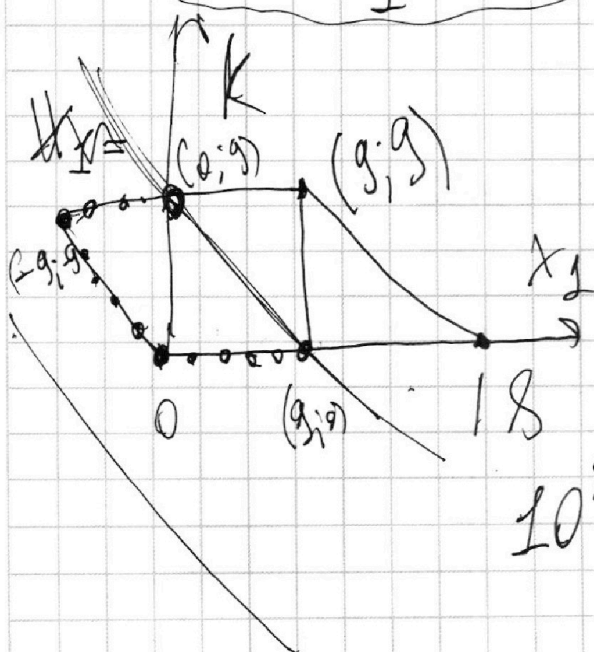
$$k \in \{0, 16\}$$

$$x_1 \in \{-9, \dots, 9\}$$

$$k \in \{0, 9\}$$

$$x_1 = -9: \emptyset$$

$$10^2 \cdot 17 = 1700$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

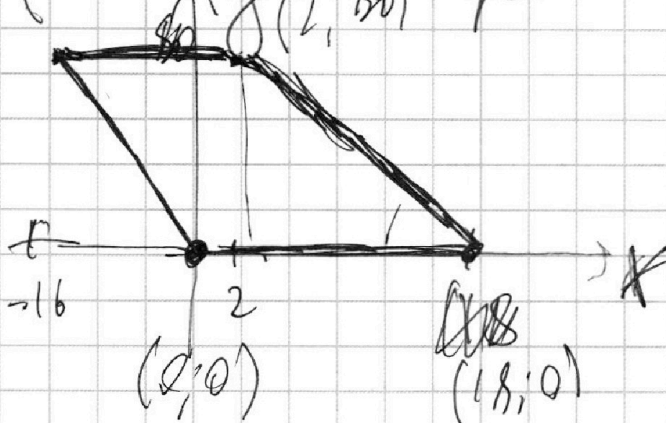
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

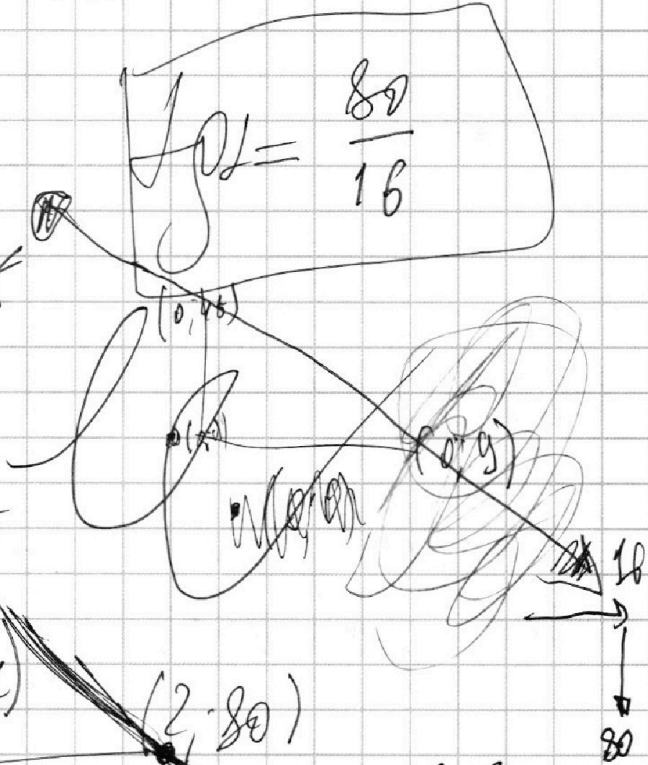
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(-16; 80)$ $(2; 80)$ Черновик



$$|J| = \frac{80}{16}$$



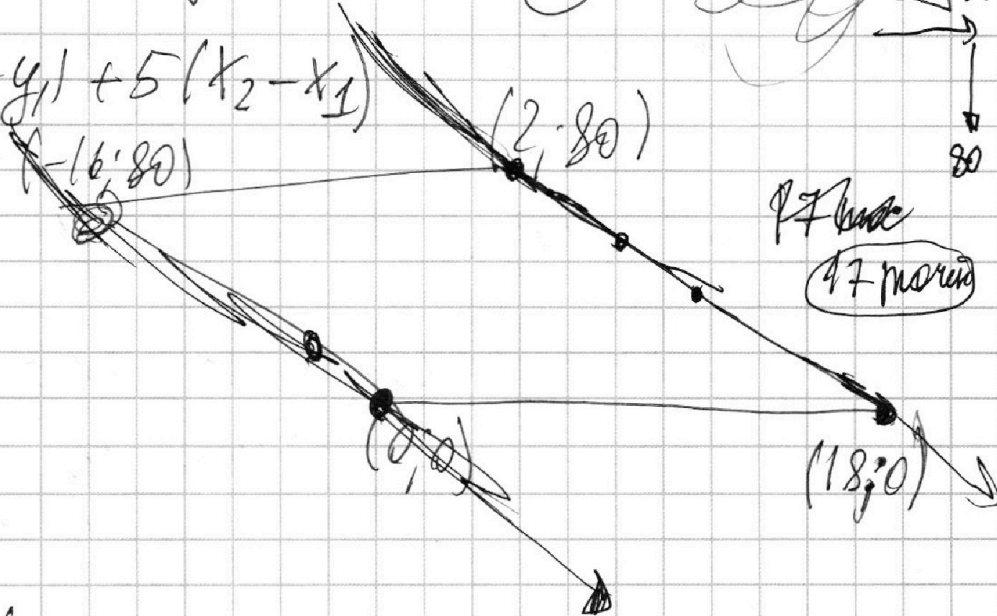
$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$45 = (y_2 - y_1) + 5(x_2 - x_1)$$

$$y_2 = 5x_1 + 45$$

$$y_2 + 5x_1$$

$$y_2 = 5x_1 + 45$$



47 морей

$$45 = y_2 - y_1 + 5x_2 - 5x_1$$

19 апреля

1 3

$$y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1)$$

$B \in (0; 5; 80)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x}^4 5 - \log_{8x^2}^4(625) = \log_5^4 y + 4 \log_y 5 - \log_y \frac{1}{2}$$

$$\log_5^4(2x) - \log_5^4 y - 4 \log_{2x} 5 - \log_{8x} 5$$

$$(\log_5^2(2x) + \log_5^2(y)) (\log_5(2x) - \log_5(y)) (\log_5(2x) + \log_5(y))$$

$$-4 \log_{2x} 5 - \log_{8x^3} 5 - 4 \log_y 5 + \log_y \frac{1}{2} = 0$$

$$-4(\log_{2x} 5 + \log_y 5) \quad \sqrt[3]{125} \quad \frac{4}{3}$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_5(2x) = 3 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$$

$$(x^2 + y^2)(x+y)(x-y) - \frac{13}{3} \frac{(x+y)}{(x+y)} = 0$$

$$x+y=0$$

$$xy=t$$

$$(x^2 + y^2)(x-y) - \frac{13}{3+y} = 0$$

$$x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2t$$

$$(a^2 + 2t)a - \frac{13}{t} = 0$$

$$a^2 + 2t$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

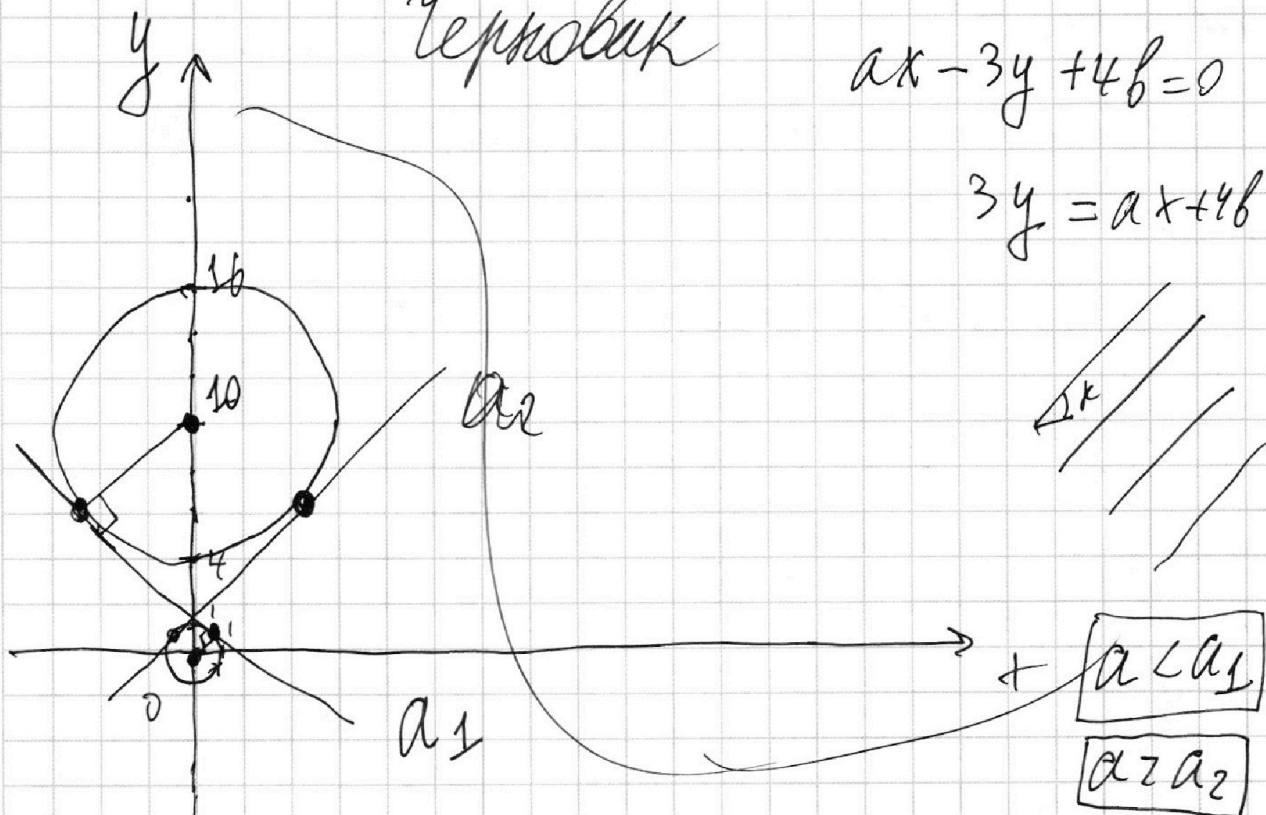
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$3y = ax + 4b$$



$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$y = Ax + B$$

$$A \neq 0$$

$$\frac{1}{6} = \frac{x}{y}$$

$$6x = y$$

$$x + y = 10$$

$$x = \frac{10}{7}, y = \frac{60}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 \cdot 7}{10} = \frac{7}{10} \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{\sqrt{51}}$$

