



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

1) Нужно $a:2^d; b:2^\beta; c:2^\gamma$, причём d, β, γ

- max степени 2 на некоторые делители
 a, b, c . Тогда нужно, чтобы $d + \beta + \gamma -$
было min для min произведения abc .

$$\begin{array}{l} ab : 2^\beta \\ bc : 2^\gamma \\ ac : 2^d \end{array} \Rightarrow \begin{cases} d + \beta \geq 8 \\ \beta + \gamma \geq 12 \\ d + \gamma \geq 14 \end{cases} \text{ Сложим.}$$

$$2(d + \beta + \gamma) \geq 34 \Rightarrow d + \beta + \gamma \geq 17 \text{ и req.}$$

$$\begin{array}{l} d = 5 \\ \beta = 3 \\ \gamma = 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{- условия } \textcircled{*} \text{ выполнены} \\ \text{и } d + \beta + \gamma = 17 \stackrel{\text{(достижено)}}{=} \end{array}$$

$abc : 2^{17}$ и можно не делиться на 2^{18} .

2) Аналогично $a:3^d; b:3^\beta; c:3^\gamma$
получим max все, получим:

$$\begin{cases} d + \beta + \gamma \geq 14 \\ \beta + \gamma \geq 20 \\ d + \gamma \geq 21 \end{cases} \Rightarrow 2(d + \beta + \gamma) \geq 55$$

(сложим)

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 0 - \text{условие } \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma \geq \frac{55}{2} \Rightarrow$$

$$\underline{\alpha + \beta + \gamma \geq 28} > \frac{55}{2} > 27$$

$\alpha + \beta + \gamma = 28$ - равенство доказывается при

$\gamma = 14, \beta = 6, \alpha = 8 \Rightarrow abc : 3^{28}$ и можно
и соотв. значение \star делись на кратно 3^{29} .

3) Академик $\alpha : 5^2 ; \beta : 5^8 ; \gamma : 5^4$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta \geq 12 \\ \beta + \gamma \geq 17 \end{array} \right. \quad \star$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta + \gamma \geq 17 \\ \alpha + \gamma \geq 39 \end{array} \right. \quad \underline{\alpha + \beta + \gamma \geq 39 \text{ (н.к. } \beta \geq 0)}$$

Равенство $\alpha + \beta + \gamma = 39$ доказывается при
 $\beta = 0, \alpha = 12, \gamma = 27$ и соотв. значение \star .

$\Rightarrow abc : 5^{39}$, но может делиться на
кратно 5^{40} .

Значит $abc : (2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{40})^{39}$ и можно
делить на кратно делительны стиреками 2, 3, 5.

Других ограничений нет кроме множества \star . ПИТ 2

$\Rightarrow \text{Ответ: } abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{40} - \text{наибольшее}$



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$

$$\text{CD - высота} \quad \frac{AD}{BD} = \frac{5}{2}$$

OK - синька касается
CB в точке B и не-
рассекает CD в F \angle

$$AC \text{ в } E. \quad S_0 = S_{CEF}$$

$$\text{Найти: } \frac{S_{APC}}{S_0} - ?$$

Пусть $AD=5t$, тогда $BD=2t$.

По гр. земли для прямой S:

$$CD^2 = AD \cdot BD \Rightarrow CD = x\sqrt{10}$$

По теореме Пифагора для $\triangle BCD$ и $\triangle ACD$

$$CB^2 = x^2 \cdot 10 + 4t^2 \Rightarrow CB = x\sqrt{14}$$

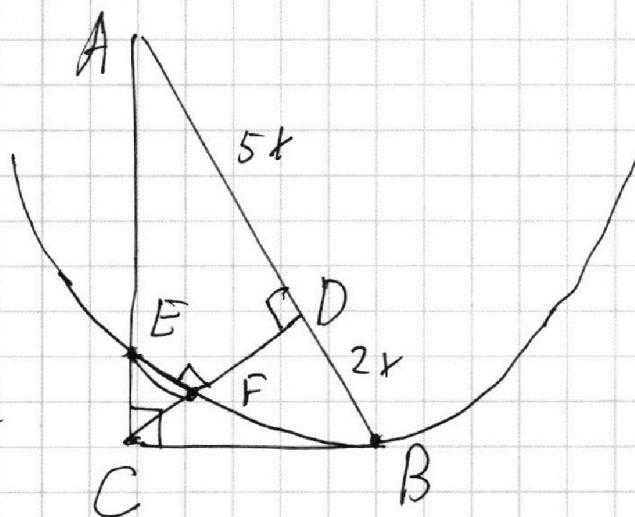
$$AC^2 = 10t^2 + 25t^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{35}.$$

По теореме о квадрате катетов:

$$CB^2 = CE \cdot CA \quad 14x^2 = x\sqrt{35} \cdot EC$$

$$\Rightarrow EC = \frac{14}{\sqrt{35}} t = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5}} x$$

ПИСЬМО



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$EF \parallel HB \Rightarrow \angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$ как соединение
параллельных

$\Rightarrow \triangle CFE \sim \triangle CDA$ по 2^н признаку;

$\angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$ т.к. $\angle C - \text{один}$,
 $k = \frac{CE}{CA} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5} \cdot x\sqrt{35}} = \frac{2}{5}$

$$\Rightarrow \frac{S_0}{S_{CAB}} = k^2 = \frac{4}{25} \quad ; \quad S_0 = \frac{4}{25} S_{CAB}$$

$$S_0 = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} x^2 \sqrt{10} \cdot 5$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} x^2 \sqrt{14} \cdot \sqrt{35}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_0} = \frac{\frac{1}{2} x^2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{5}}{\frac{1}{2} x^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{4}{5}} = \frac{35}{4}$$

Ответ: $\frac{S_{ABC}}{S_0} = \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{35}{4}$

ЛИСТ 4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \pi = \frac{\pi - 2x}{10} \mid \cdot 10$$

$$-15\pi + 10x = \pi - 2x$$

$$12x = 16\pi \quad \boxed{x = \frac{4\pi}{3}} \quad (\text{состав } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right])$$

$$5) \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]: \quad x = \frac{\pi}{2} - \alpha, \text{ тогда}$$

$$(\alpha + 2\pi) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \arcsin(\sin(\alpha)) = \arcsin(\sin(\alpha + 2\pi)). \\ = \alpha + 2\pi \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10} \mid \cdot 10$$

$$25\pi - 10x = \pi - 2x; \quad 8x = 24\pi$$

$$\boxed{x = 3\pi} \quad (\text{состав. } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right])$$

$\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow$ других решений нет. Добавившись случаев 1-5 получили ответ?

Ответ: $x \in \{-2\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi\}$

Лист 7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{10} \quad \arcsin \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} \quad -5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$\Rightarrow \left[\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2} \right]$$

$$1) \text{Пусть } \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \text{ т.к.}$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{10}, \arcsin(\sin x) = x, \text{ т.к.}$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} \Rightarrow 5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$8x = 4\pi \quad \boxed{x = \frac{\pi}{2}} \quad (\text{согласно } \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]).$$

$$2) \text{Пусть } \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$\arcsin \sin \sin x = \sin(\pi - (\pi - x)) = \sin(\pi - x)$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\pi - \frac{\pi}{2} + x) =$$

$$= \arcsin(\sin(\pi - \frac{\pi}{2} + x)) = \frac{\pi}{2} + x, \text{ м.н. к. } \boxed{\text{ЛИСТ 5}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

малых числах: $\frac{8\pi}{2} \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$$-\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + x \leq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\frac{\pi}{2} + x = \frac{\pi - 2t}{10} \Rightarrow 5\pi + 10x = \pi - 2t$$

$$12x = -4\pi \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{3}} \quad (\text{согласно } (\frac{8\pi}{2}) \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right])$$

$$3) \cancel{\sin(\frac{3\pi}{2} - x)} \cancel{\sin(\frac{5\pi}{2} - x)}, \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right].$$

$$d = \frac{\pi}{2} - x, \text{ тогда } -\frac{\pi}{2} < d - 2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\arcsin(\sin(d)) = \arcsin(\sin(d - 2\pi)) = d - 2\pi \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x - 2\pi = \frac{\pi - 2t}{10} \mid -10$$

$$-15\pi - 10x = \pi - 2t; \quad 8x = -16\pi$$

$$\boxed{x = -2\pi} \quad (\text{согласно } \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right]).$$

$$4) \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \in \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right), d = \frac{\pi}{2} - x, \text{ тогда}$$

$$\arcsin(\sin d) = \arcsin(\sin((d + \pi) - \pi)) = \arcsin(-\sin(d + \pi)) =$$

$$= -\arcsin(\sin(d + \pi)) = -d - \pi, \text{ при } \begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq d + \pi \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{3\pi}{2} \leq d < -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{d \in (-\pi, 0)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В силу симметрии окр. $O_1 O_2$:

$a_1 = -a_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7}$ (однократно симметричные
ко окр. $O_1 O_2$ и O_2 симметричные окр. $O_1 O_2$)
 \Rightarrow общ. внутренние касательные тоже
симметричные).

$$\begin{cases} A < a_1, \\ A > a_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A < -\frac{\sqrt{51}}{7} \\ A > \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &\in \text{МНЗ} \\ a &= \frac{a}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} < -\frac{\sqrt{51}}{7} \\ \frac{a}{3} > \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \Rightarrow a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right).$$

Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$.

МСТ 12



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

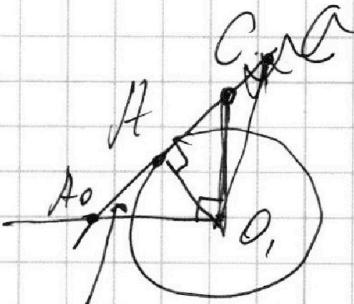
Формулировка задачи. Пусть $O_1 A \perp AB$; $O_2 B \perp AB$ и
 $\ell = AB \cap O_1 O_2$. Пусть $O_1 C = x$; $O_2 C = y$.

$\triangle O_2 BC \sim \triangle O_1 AC$ по $\angle C < (\angle O_1 A C = \angle O_2 B C = 90^\circ)$ и $\angle A C O_1 = \angle B C O_2$ как верт. \Rightarrow

$$\frac{x}{y} = \frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{1}{7} \quad x+y = O_1 O_2 = 10 \text{ мм}$$

$O_1 (10, 0)$
 $O_2 (0, 10)$

$$\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{7} \\ y = \frac{60}{7} \end{cases}$$



A_0 — точка пересечения AB и $O_1 l$. Тогда $\angle O_1 A_0 A = \alpha$ —

угол наклона прямой $O_1 l$ к AB ($\ell \perp AB$)

Поскольку $O_1 C \perp O_1 l \Rightarrow \angle A_0 O_1 A = 90^\circ - \alpha$ (но сущес. $\angle A$)

$$\angle A_0 C = \alpha$$

$$\text{Последовательно } \cos \alpha = \frac{A_0 O_1}{O_1 C} = \frac{1}{7} = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10} \quad (\alpha - \text{острый} \Rightarrow \sin \alpha > 0) \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \boxed{\alpha_2 = \frac{\sqrt{51}}{7}}$$

ПИСТ 11

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

оде ок-сы в 2^k точках (т.к. прямая
имеет с ок-сами не более ~~2~~ \leq ~~2~~ \leq
 2^k общих точек.

Таким образом внутренние касательные
с условными коэффициентами a_1 и
 a_2 ($a_1 < a_2$).

Если $A > a_1$, то

Три фиксированные А у = A + В -
шоколадко всех прямых с условными
коэффициентами A.

Если $A < a_1$, то например прямая
пересекает прямую a_1 например в
точке Q (между касаниями) будем
иметь 4 точки пересечения с ок-сами
=> такие A подходит.

Аналогично $A > a_2$ - подходит

Если $a_1 \leq A < a_2$ прямая пересекает

ок-сы $w_1(0;0;0)$ R=1), то $\prod_{i=1}^k C T_i^2$
она лежит не выше прямой с



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

с условиями козородицескими a_1 (и все
могут пересекать (w_1) (не выше, тк
 $a_1 \leq A < 0$), но тогда эта прямая
не может пересекать w_2 в 2+ точках
($w_2 = D(0, \omega); R=6$), а значит условие не
выполнено ∇B (если эта прямая не
пересекает w_1 , то условие там даже
не выполнено) $\Rightarrow A \in [a_1, 0]$ — не подхо-
дят

Аналогично $A \in (0, a_2]$ — не подходят

$A=0$: $y=B$ — прямая $\parallel OT$ — ее можно
в данной ситуации иметь 4 точки не-
пересечений.

$\Rightarrow \begin{cases} A < a_1 \\ A > a_2 \end{cases}$ — решетка.

Пусть O_1, O_2 — центры окружностей w_1 и w_2
соцв., OA и O_2B — радиусы в точки
касания с прямой условия коз- ∇HCT



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$
 $a = ? \exists b$ такое, что
 система имеет
 4 решения.

$$\left\{ \begin{array}{l} ax - 3y + 4b = 0 \quad (1) \\ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

Решаем (2) в $y(+)$:

$$\cancel{2x^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 = -64 + 100 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ (x + 10)^2 = 36 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{- две окружности с центрами} \\ (0, 0) \text{ и } (0, 10) \text{ и радиусами} \\ 1 \text{ и } 6 \text{ соответственно} \end{array}$$

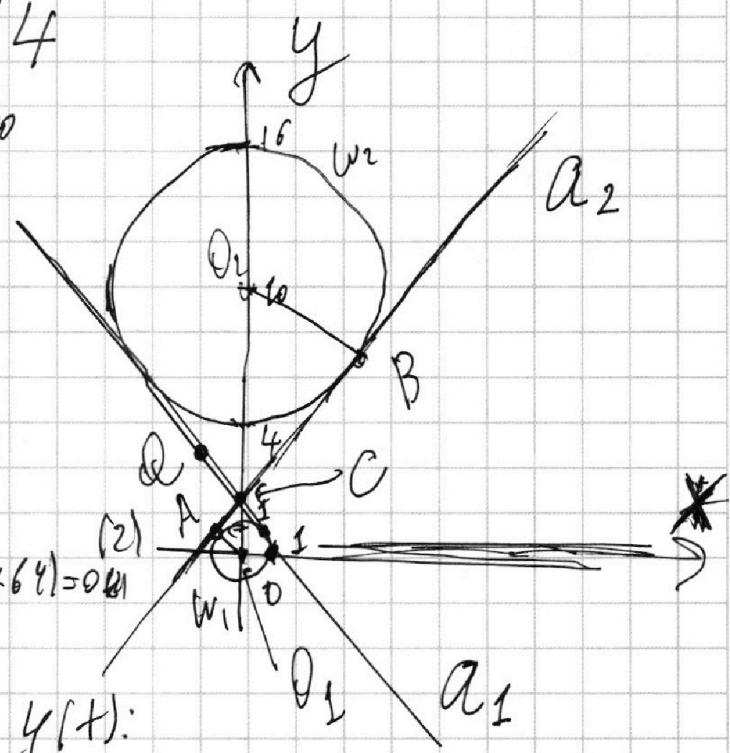
$$(2): ax - 3y + 4b = 0$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \quad \text{БГ}$$

$$\text{Замена } \frac{a}{3} = A, \frac{4b}{3} = B \quad (B \in \mathbb{R})$$

$$y = Ax + B - \text{должно пересекать}$$

МИСТ8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(III): \cancel{u^5 - t^5 + u^5 + 3(t+u) = 0}$$

$$(IV)-(III): u^4 - t^4 + \frac{13}{3u} + \frac{13}{3t} = 0$$

$$(u^2 - t^2)(u^2 + t^2) + \frac{13}{3} \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{t} \right) = 0$$

$$(u^2 + t^2)(u-t)(u+t) + \frac{13(t+u)}{3 \cdot u t} = 0$$

Рассмотрим $t+u=0$

одн. замена.

$$\log_5(2x) + \log_5 y = 0$$

$$\log_5(2x y) = \log_5 1 \quad (\leftarrow \text{log}_5 \uparrow) \quad 2x y = 1$$

$\boxed{xy = \frac{1}{2}}$. Уже было доказано, что другие x и y больше не возможны (их не более 1^{20})

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.

Лист 15

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\textcircled{1} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$\textcircled{2} \log_5^4 y + 4 \log_5 y = \log_{y^3} 0,2 - 3$$

(xy) -?

$$\textcircled{1}: \log_{8x^3} 625 = \log_{(2x)^3} 5^4 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5$$

$$\textcircled{2}: \log_{y^3} \frac{1}{5} = -\frac{1}{3} \log_y 5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0 \end{array} \right.$$

Пусть $\log_5(2x) = t$, тогда $\log_{2x} 5 = \frac{1}{t}$
 $\log_5 y = u$ $\log_5 y = \frac{1}{u}$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^4 - \frac{13}{3}t + 3 = 0 \quad | \cdot t \neq 0 \\ u^4 + \frac{13}{3}u + 3 = 0 \quad | \cdot u \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\log_5 y = \frac{1}{u}$$

ИИСТВ



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 & (I) \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^5 + 3u + \frac{13}{3} = 0 & (II) \\ \end{cases}$$

Рассмотрим $f(x) = x^5 + 3x$ возрастает на \mathbb{R} как сумма возрастающих на \mathbb{R} (x^5 и $3x$), значит каждое своё значение она принимает 1 раз \Rightarrow ур-я (I) и (II) имеют не более 1^{го} решения каждого.

$\log_5(2t) = t$ | $y = \log_5 z$ - возраста
 $\log_5 y = u$ | получая од-я (5>1)

\Rightarrow находим u и t с омн. еденицами x и y .

Значит может существовать не более одного произведения xy .
 Кайдано его.

$$\begin{cases} t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 & (I) \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^5 + 3u + \frac{13}{3} = 0 & (II) \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{13}{3t} = -3 & (III) \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^4 + \frac{13}{3u} = -3 & (IV) \\ \end{cases}$$

Лист 14

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Это пар.м с вершинами $(9, 0); (0, 9)$,

$(-9, 9)$ и $(0, -9)$. ~~*)~~

На его сторонах 11 точек: $9 - 0 + 1 = 10$ точек.

Всем $0 \leq y \leq 9 \Rightarrow$ таких прямых $9 - 0 + 1 = 10$ штук

Значит всего в пар.-м включая
граничи боковых искажение $k_0 = 10^2$
точек, при водоре конусах
 $(45+y, +5x) \in [0, 90]$ - условие ~~*)~~ \Rightarrow

Всего искаженных пар $17 \cdot 10^2 = 1700$.

Из пар.на ~~*)~~: $0 \leq kx + t \leq 9 \Rightarrow$

$45 \leq 45 + 5k + 5t \leq 90$, то точки на крайней
прямой $k + x_1 = 9$: $\frac{y+5x=45}{y+5x=9} \Rightarrow$ в пар.не РДР
пересечением $OYB (0, 45) \Rightarrow$ эта точка
уже учтена при подсчёте группами \Rightarrow

Нужно убрать из k_0 со точек на

группы $(9, 0); (0, 9) 6k(t)$, тогда $\frac{\text{всего}}{17(10^2 - 10)} = 1530$ **ИСГ19**
Ответ: 1530.

- | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input checked="" type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 7 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|--------------------------|---|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(k=5 \Rightarrow)$ на этой стороне $18 - 2 + 1 = 17$ -
(число) почек с учетом координатами
 \Rightarrow всего 17 к. исходных почек, где
как-то способов выбрать A так
что прямая y_1, y_2) проходит через почки
нар-ма).

PQ - пересекает OY в $(0, 0)$, а

$$RQ (y = -5x + 90) \cap (0, 90) \Rightarrow$$

$(45+y, +5+)$ $\in [0, 90]$ - условие ~~номера~~.

$\Rightarrow y_1 = 5k, k \in \mathbb{Z}$, тогда $0 \leq 45 + 5k + 5t \leq 90$

$$\Rightarrow -9 \leq k + t \leq 9$$

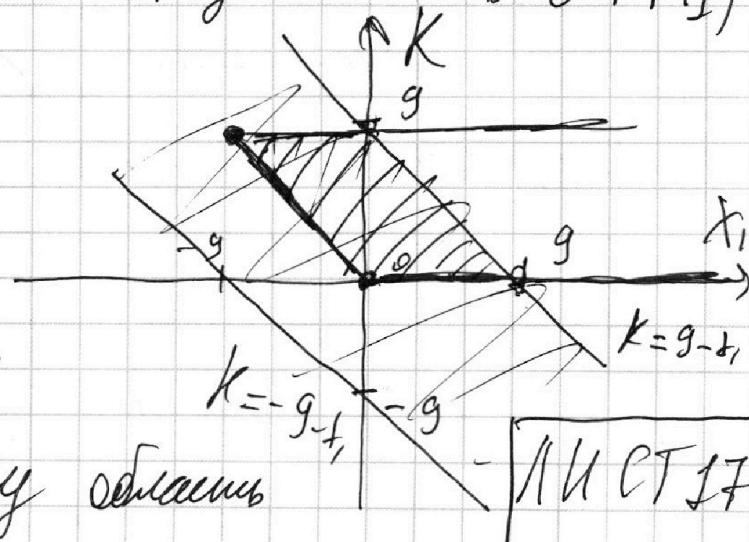
~~найдем~~ изобразим эту область в $k(t)$

$$k = 9 - t, \quad | \text{прямые}$$

$$k = -9 - t, \quad | \text{проходящие}$$

через $(9, 0), (0, 9)$ и

$(-9, 0), (0, -9)$ соотв.



Ограничена эту область

III CT 17

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

такие значения k , которые могут соотв.
тождям $RQRQ$.

$$PQ: y = -5x \text{ (мн.к незад. } k=5 \text{ и проходит)} \\ \text{через } (0,0)$$

$$\text{Если } y=y_1=5k; x=x_1 \Rightarrow k = \frac{y_1}{x_1}, -$$

ур-е можж на симметрии PQ в $k(x_1)$

линейная ф-я л-р через $(0,0)$ и $(-9,9)$

$$y \geq 0 \quad y = 5k \Rightarrow k \geq 0 \quad k=0 \text{ - пересекает} \\ \text{в } (9,0) \quad k+x_1=9.$$

Если $x_1=9$ находим возможн y_1, k

$$RQ: y = -5 + 9 \cdot 0 \quad x_1=9 \Rightarrow y = 45 = 5k \\ \Rightarrow k \leq 9 - \text{верно для } x_1=9 \Rightarrow \text{верно}$$

для других x_1 такие ($x_1 < 9$ -
при ограничении $k+x_1 \geq 0$)

Таким образом все исходные
значки на $k(x_1)$ - ограничены

$$-9 \leq k+x_1 \leq 9$$

$$k \geq 0$$

$$k \leq 9$$

$$\text{D) } k+x_1 \geq 0$$

ЛНСГ18

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

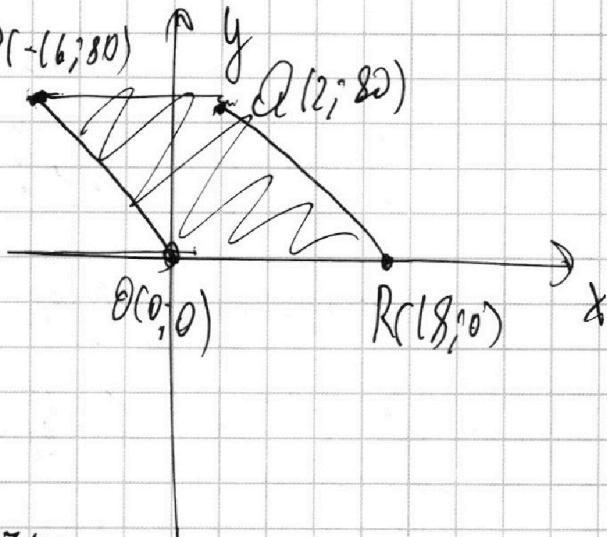
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6 $P(-16, 80)$ $Q(12, 80)$

Дано: квадрат $DRQP$

$P(-5, 0)$, $R(-16, 80)$,

$Q(12, 80)$; $R(18, 0)$



Найдите $A(x_1, y_1)$ и

$B(x_2, y_2)$ —? такие, что

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

Тогда $A(x_1, y_1)$ фиксировано \Rightarrow

$y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1)$ — прямая на
которой лежат B .

Гипотенуза RQ : $y = kx + b - y_1 - c$

$$\begin{cases} 80 = 2k + b \\ 0 = 18k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -5 \\ b = 90 \end{cases}$$

прямой

$k = -5$ сбрасываем с квадр. угла

Сторона квадрата $(y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1))$

Значит эти прямые составляют параллельные стороны RQ . ЛИСТ 16

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$HA_1 = \frac{\sqrt{23 \cdot 73}}{2}$$

Площадь Δ из медиан CC_1 и BB_1 с
 $\angle A$ составляет $\frac{3}{4} S_{ABC}$ по формуле
из свойств медиан

$$\frac{3}{4} S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin A \cdot AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{150}{\sin A} \cdot \text{Искомое } AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 =$$

$$= \frac{150 \cdot 24}{\sin A} = \frac{3600}{\sin A}.$$

По теореме Пифагора: $AB = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + (AH_1 + 8)^2}$
 $AC = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + (8 - AH_1)^2}$

По формуле косинусов $256 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$

\Rightarrow

Одним: $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{3600}{\sin A}$, т.е. $\sin A =$
 $= \sqrt{1 - \cos^2 A}$, т.е. $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - 256}{2AB \cdot AC}$, т.е.

$$AB = \sqrt{\frac{625}{4} + (AH_1 + 8)^2}, AC = \sqrt{AH_1^2 + 64}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sqrt{\frac{625}{9} + (8 - AK_1)^2}, AK_1 = \sqrt{\frac{23 \cdot 73}{2}}.$$

МСТ23



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NT

Дано: $\triangle ABC$ - параллелограмм
Медиана AD пересека
треугольник ABC в точке M

Слова и выражения

AS & L u (ABC) & k

Каждый из перечисленных

S.M. b P u Q.

$$SP = MQ; SA = BC = 16$$

$$S_{ABC} = 100$$

a) Käsimu: $(AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1) - ?$

Гемокории (ASA₁). ОК1(ABC)-прогул.

$$\Rightarrow OK \perp \overline{AH_1}.$$

В деревне № 181 получение ск-снг, в,

которое касается AA_1 и AS в L

(m.k k, L € ASA₁) u gyryzux morek

пересечения не можем сумм м.к.
согласно касающие $AS_2(ABC))$ ЛНСТ20

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По м-ие окв-те касательной

$$SL^2 = SP \cdot CQ = SP(SP, PQ)$$

$$KM^2 = MQ \cdot MP = MQ(SPA \text{ - квадр})$$

$$MQ = SP \Rightarrow SL = KM \text{ (если } P \text{ и } Q -$$

в группах перенести отк. MS - аналогично
но LS = KM)

AL = AK по сб. 2+ касат привед $\frac{AL}{AK}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AS = AL + LS = AK + KM = AM = 16$$

По сб. медиан $\frac{AM}{AM_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow AM_0 = 24$

$S_{ABC} = 100$; Пускь AK - высота

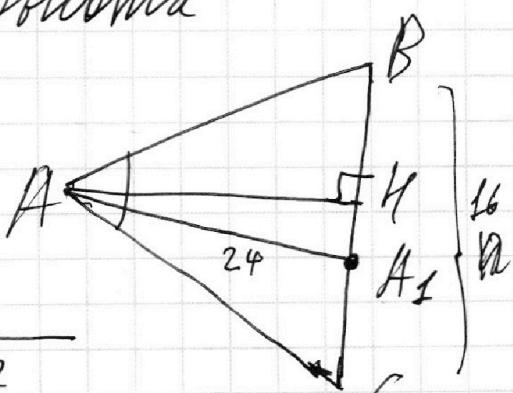
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC$$

$$100 = AK \cdot 16 \quad AK = \frac{100}{16} = \frac{25}{2}$$

По м-ие пирамида

фигура AKA_1 : $AA_1 = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - 24^2}$

$$AA_1 = \sqrt{24^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{48^2 - 25^2}{4}}$$



Лист 21



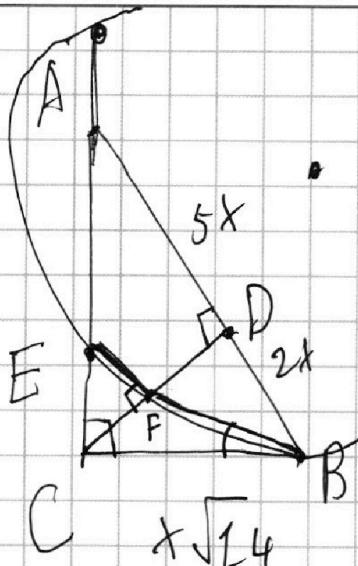
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

AB || EF

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = ?$$

$$CD = x\sqrt{10}$$

$$CB = x\sqrt{10+4} = x\sqrt{14}$$

$$AC = x\sqrt{10+25} = x\sqrt{35}$$

$$CB^2 = AC \cdot EC \quad x^2 \cdot 14 = x\sqrt{35} \cdot EC$$

$$EC = x \frac{14}{\sqrt{35}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5}} x \quad \frac{EC}{AC} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{35}} = \frac{2}{5}$$

$$S_{\odot} = \frac{4}{25} S_{ACD} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot x\sqrt{10}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot x^2 \sqrt{14} \cdot \sqrt{35}}{\frac{1}{2} x^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{35}}{\sqrt{10} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4} = \frac{35}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$$ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

(abc - min)

$$bc : 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$\alpha = 2^\alpha$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$\beta = 2^\beta$$

$$\gamma = 2^\gamma$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta \geq 8 \\ \beta + \gamma \geq 12 \end{array} \right.$$

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma \geq 34$$

$$\alpha = 7, \beta = 7, \gamma = 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma \geq 14 \\ \alpha + \beta + \gamma \geq 17 \end{array} \right.$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 17$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 5 \\ \beta &= 3 \\ \gamma &= 9 \end{aligned}$$

(2)

$$a : 3^\alpha, b : 3^\beta, c : 3^\gamma$$

$$\frac{34}{21} = \frac{55}{27}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta \geq 14 \\ \beta + \gamma \geq 20 \end{array} \right.$$

$$2(\alpha + \beta + \gamma) \geq 58$$

$$\frac{55}{27} \cdot 2 = 27,5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta \geq 14 \\ \beta + \gamma \geq 21 \end{array} \right.$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 22,8$$

$$3^{28}$$

$$\alpha = 14$$

$$\beta = 14, \gamma = 6, \alpha = 8$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta \geq 12 \\ \beta + \gamma \geq 17 \\ \alpha + \gamma \geq 39 \end{array} \right.$$

$$2^9$$

$$3^9$$

$$6^8$$

$$1^2$$

$$34$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 34$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 39$$

$$5$$

$$39$$

$$\beta = 0, \alpha = 12, \gamma = 27$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right]$ ~~(Упрощение)~~ $\sin(\alpha - 2\pi)$ $\cos = 1$ $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10}$ $\frac{10\pi}{8} \frac{5\pi}{8} \frac{\pi}{8} \frac{1}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$

$$-10x + 5\pi - 20\pi = \pi - 2x \quad 8x = -16\pi \quad x = -2\pi$$

4) $\left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right]$ $\sin \alpha = \sin((\alpha + \pi) - \pi) =$
 $= -\sin(\alpha + \pi) \quad -\frac{1}{2} - \frac{10\pi}{8} - \frac{\pi}{3}$
 $-(\pi + \frac{\pi}{2} - t) = \frac{\pi - 2x}{10}$

$$-15\pi + 10t = \pi - 2x \quad 12t = 16\pi \quad t = \frac{4\pi}{3}$$

5) $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} \right]$ $\sin \alpha = \sin(\alpha + 2\pi)$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi - t = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$25\pi - 20t = \pi - 2x \quad 24\pi = 8x \quad t = 3\pi$$

$$\alpha x - 3y + 4z = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 68) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 - 20y + 100 = -64 + 100$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x \quad \text{об} x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\arcsin(\sin \alpha) = \alpha \quad \alpha \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$



$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$-4\pi \leq 2x \leq 6\pi$$

$$x \in [-2\pi; 3\pi]$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$$

от

$$-3\pi \leq -x \leq 2\pi$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}$$

от

$$1) \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] : \quad \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x \quad 4\pi = 8x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$2) \quad \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right] : \quad \sin \alpha = \sin(\pi - (\pi - \alpha)) = \sin(\pi - \alpha)$$

$$\pi - \frac{\pi}{2} + x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi + 10x = \pi - 2x$$

$$12x = -6\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$\frac{xy}{2}$

$$\log_5^4 x - 3 \log_x 5 = \log_{x^3} 625 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0.2 - 3$$

$$\log_5^4 x - 3 \log_x 5 = \log_x$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y \frac{1}{2} - 3$$

$$\cancel{\log_5^4 y} + \cancel{\frac{4}{\log_5 y}} = \cancel{\frac{1}{\log_5 y}} - 3 \quad \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{5}$$

$$\log_x 3 625 = \cancel{\log_x^3 125} + \log_{x^3} 5$$

$a^6 + 2a^4 a$

$$\log_5^4 y - 4 \log_y \frac{1}{5} = \log_y^3 \left(\frac{1}{125}\right)^3 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5$$

$a^3 t + 2a^2 t^2 = 13$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\log_{y^3} 0.2 = \log_{y^3} \frac{1}{5} = \log_{y^3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \log_y \frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$$

$$= \log_y 5^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_y 5 \quad \log_5 y + \log_5 (2t) = 0$$

$$\begin{cases} \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_5 5 = -3 & \log_5(2t) = 0 \\ 2t = 1 \end{cases}$$

$$\log_5^4 (2t) - \frac{13}{3} \log_5 (2t) = -3$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_5 y = -3 \quad \begin{cases} x^4 + \frac{13}{3} t = -3 \\ y^4 - \frac{13}{3} y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & x^4 y^4 + \frac{13}{3} (x+y) = 0 \\ & (x^2 + y^2)(x-y)(x+y) + \frac{13}{3} (x+y) = 0 \end{aligned} \quad \begin{cases} y^4 - \frac{13}{3} y = -3 \\ x^4 + \frac{13}{3} x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^4 + \frac{13}{3} y = -3 \\ x^4 - \frac{13}{3} x = -3 \end{cases} \quad x^4 - \frac{13}{3} x + y^4 + \frac{13}{3} y = -3$$

$$\begin{cases} x^4 - \frac{13}{3} x = -3 \\ y^4 + \frac{13}{3} y = -3 \end{cases} \quad x^5 - \frac{13}{3} x^3 + 3 = 0 \quad x^5 + 3x + \frac{13}{3} = 0$$



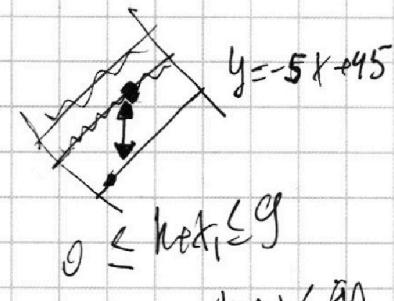
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

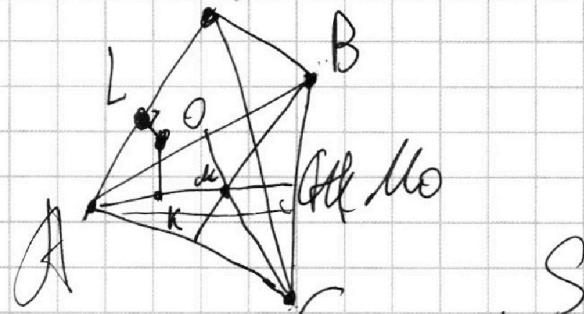
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик S



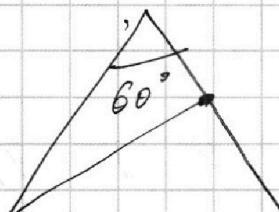
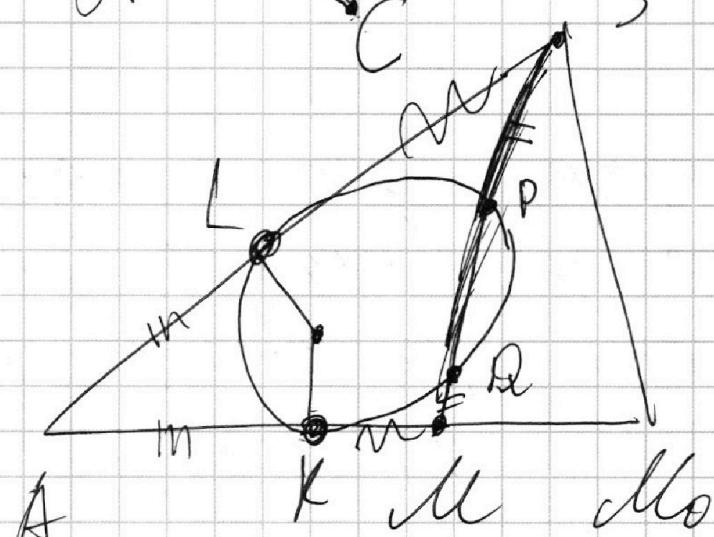
$$S_{ABC} \approx 100$$

$$SA = BC = 16$$

$$BC = 16$$

$$AM = 16$$

$$\boxed{AM = 24}$$



$$a \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$a^2 \frac{3}{4} a^2$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 15 \\ \hline 120 \\ 24 \\ \hline 36 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$45 + 5x_1 + y_1$$

$$y_1 : 5$$

$$y_1 = 5k$$

$$0 \leq 45 + 5x_1 + y_1 \leq 90$$

$$0 \leq 8 + x_1 + k \leq 18$$

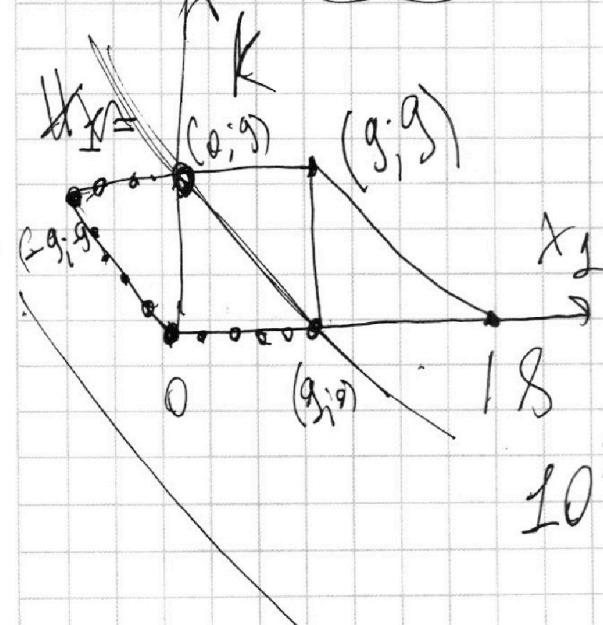
$$-9 \leq x_1 + k \leq 9$$

$$x_1 \in \{-16, \dots, 18\}$$

$$k \in \{0; 16\}$$

$$x_1 \in \{-9, \dots, 9\}$$

$$k \in \{0; 9\}$$



$$x_1 = -9: \emptyset$$

$$10^2 \cdot 17 = 1700$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

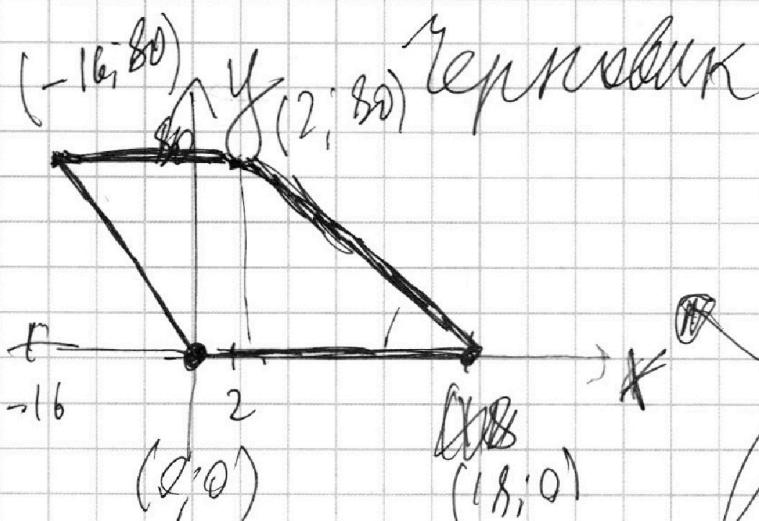
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_2 = \frac{80}{16}$$

$$5x_2 - 5y_2 + y_2 - y_1 = 45$$

$$45 = (y_2 - y_1) + 5(x_2 - x_1)$$

$$y_2 = 25 + ?$$

$$y_2 + 5x_2$$

$$y_2 = 5x_2$$

$$45 = y_2 - y_1 + 5x_2 - 5x_1$$

Решение
47 задач

(18; 0)

19 задач

$$y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1)$$

$$B(6, 5) ; 80 : 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 - \log_{8x^2}(625) = \log_5^4 y + 4 \log_5 y - \log_y \frac{1}{2}$$

Черновик

$$\log_5^4(2x) - \log_5^4 y - 4 \log_{2x} 5 - \log_{8x} y$$

$$(\log_5^2(2x) + \log_5^2(y))(\log_5(4) - \log_5 y)(\log_{8x} y + \log_5 y)$$

$$-4 \log_{2x} 5 - \log_{8x^3} 5 - 4 \log_5 y + \log_y \frac{1}{2} = 0$$

$$-4(\log_{2x} 5 + \log_5 y) \quad \sqrt[4]{\frac{a}{b}} \quad 125^{\frac{4}{3}}$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\boxed{\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_5(2x) = 3} \quad \frac{1}{t+y} \cdot \frac{1}{t-y} = \frac{+eg}{+4}$$

$$(x^2 + y^2)(t+y)(t-y) - \frac{13}{3} \left(\frac{t+y}{t-y} \right) = 0 \quad \boxed{x+y=0} \quad \boxed{t+y=t}$$

$$(x^2 + y^2)(t-y) - \frac{13}{3+t} = 0 \quad x^2 + y^2 = (t-y)^2 + 2t$$

$$(a^2 + 2t)a - \frac{13}{t} = 0 \quad a^2 + 2t$$

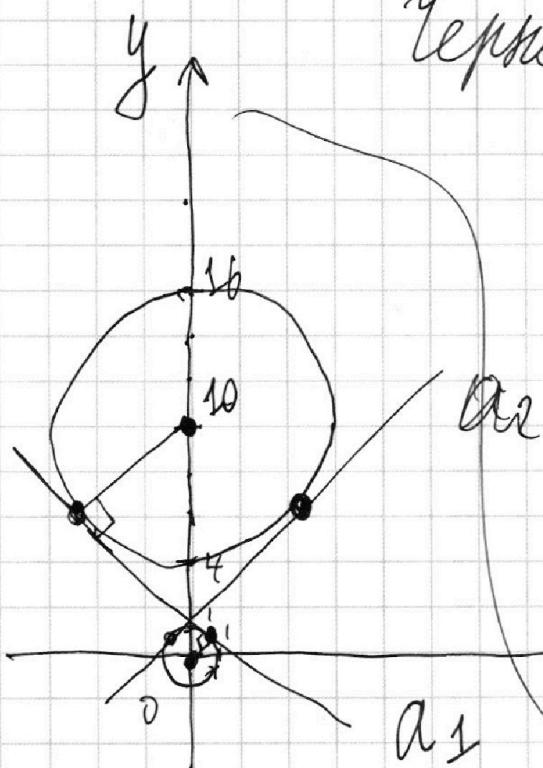
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

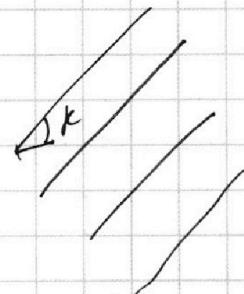
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$3y = ax + 4b$$



$$+ [a \perp a_1]$$

$$[a \perp a_2]$$

$$[A \neq 0]$$

$$y = \frac{a}{3} t + \frac{4b}{3}$$

$$y = A t + B$$

$$\frac{1}{6} = \frac{t}{y}$$

$$6t = y$$

$$t + y = 10$$

$$\cancel{t = \frac{10-y}{7}}$$

$$t = \frac{10-y}{7}, y = \frac{60}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 \cdot 7}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$\tan \alpha = \frac{7}{\sqrt{51}}$$

