



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1 : 4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0.5y) + \log_{0.5y} 11 = \log_{0.125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-15; 90)$, $Q(2; 90)$ и $R(17; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N₁.

Рассмотрим степень 8-ого натурального числа из чисел 2, 3 и 5 вида a, b и c .

Пусть для 2 это x_1, x_2 , и x_3 соответственно.

Тогда:

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_2 + x_3 \geq 14$$

$$x_3 + x_1 \geq 16$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 18, \text{ а значит } abc \text{ делится хотя бы на } 2^{18}.$$

Заметим, что это значение достигается при $x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 12$. (Значит меньшие быть не может).

Пусть для 3 это y_1, y_2 и y_3 соответственно.

Тогда:

$$y_1 + y_2 \geq 13$$

$$y_2 + y_3 \geq 21$$

$$y_3 + y_1 \geq 25$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 29,5, \text{ значит } y_1 + y_2 + y_3 \geq 30$$

(т.к. сумма - натуральное число).

Значит abc делится хотя бы на 3^{30} . Это

значение достигается при $y_1 = 9, y_2 = 4, y_3 = 17$.

Пусть для 5 это z_1, z_2 и z_3 соответственно. Тогда:

$$z_1 + z_2 \geq 11$$

$$z_2 + z_3 \geq 13$$

$$z_3 + z_1 \geq 28$$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 26, \text{ значит. Но } z_3 + z_1 = 28, \text{ значит}$$

abc делится хотя бы на 5^{28} . Достигается при $z_1 = 14, z_2 = 0, z_3 = 14$.

Значит abc делится хотя бы на $2^{18}, 3^{30}$ и 5^{28} , значит это минимальное значение:

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}.$$

Достигается при: $a = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}.$$

Значит это и есть минимальное значение.

Ответ: $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$.

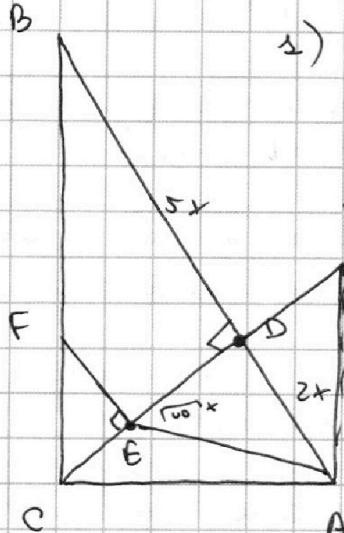
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

Для начала найдём отношение площадей треугольников
 ACD и CDB :



1) $FE \parallel BD \Rightarrow \angle FED + \angle BDE = 180^\circ \Rightarrow \angle FED = 90^\circ$.
 $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle CDB$ по двум углам.

$$\text{a)} \frac{AB}{BD} = 1,4 > \frac{7}{5} \Leftrightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{5}{2}$$

Пусть $BD = 5x$, $DA = 2x$. $CO = \sqrt{5x \cdot 2x} = \sqrt{10}x$.

\Rightarrow из теоремы Пифагора $\triangle COA$ и $\triangle COB$.

 $CA =$

$$\frac{S_{COD}}{S_{COB}} = \frac{\frac{1}{2} CD \cdot 2x}{\frac{1}{2} CD \cdot 5x} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{COA} = \frac{2}{5} S_{COB}$$

3) Найдём отношение $\frac{S_{CEF}}{S_{COB}}$.

Рассмотрим т. О - центр окружности. $\triangle OEA$ - р/д.

\Rightarrow Пусть $\angle CBA = \alpha$. $\Rightarrow \angle OCA = \alpha$. $\Rightarrow \angle COD = 90^\circ - \alpha$, т. к.

$\triangle COD$ - прямоугольник (OA - радиус касат.)

$$\angle OAE = \frac{90^\circ - \alpha}{2} = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}, \quad \angle OAD = 90^\circ - (\text{из } \triangle OAD) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DAE = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

но $\angle DAC = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle EAC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = \angle DAE$. Значит AE - бисс. угла.

4) $CD = \sqrt{10}x \Rightarrow$ из т. Пифагора в $\triangle OAC$: $CA = \sqrt{16}x$.

Значит \sim с-б. дис. $\frac{\sqrt{16}x}{2x} = \frac{CE}{ED} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

$$5) \frac{S_{CEF}}{S_{COB}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right)^2 = \frac{3}{5 + 2\sqrt{6}} = 3(\sqrt{6} - 2\sqrt{3}), \Rightarrow S_{COB} = \frac{(5 + 2\sqrt{6})}{3}$$

$$6) S_{ACD} = \frac{2}{5} S_{COB} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5 + 2\sqrt{6}}{3} \cdot S_{CEF} = \frac{10 + 4\sqrt{6}}{15} \cdot S_{CEF}$$

Ответ: $\frac{10 + 4\sqrt{6}}{15}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad \arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arccos t = \frac{\pi}{2} - \arcsin t.$$

$$\text{то } \arccos(\sin x) = 5\pi - 2x \Rightarrow -10 \arcsin(\sin x) = 4\pi - 2x.$$

$$\text{Заметим, что } \frac{\pi}{2} = \arcsin t \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow -5\pi \leq 4\pi - 2x \leq 5\pi \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{\pi}{2} \\ x \leq \frac{9}{2}\pi = 4\pi + \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Случай:

- I. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x$.
 $-10x = 4\pi - 2x \Rightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$. Поглощут.
- II. ~~$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$~~ . Тогда $\arcsin(\sin x) = \pi - x$.
 $-10(\pi - x) = 4\pi - 2x \Rightarrow 12x = 14\pi \Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi$. Поглощут.
- III. $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x - 2\pi$.
 $-10(x - 2\pi) = 4\pi - 2x \Rightarrow 8x = 16\pi \Rightarrow x = 2\pi$. Поглощут.
- IV. $\frac{5\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = \pi - (x - 2\pi) = 3\pi - x$.
 $-10(3\pi - x) = 4\pi - 2x \Rightarrow 12x = 34\pi \Rightarrow x = \frac{17}{6}\pi$. Поглощут.
- V. $\frac{7\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x - 4\pi$. ~~Поглощут~~.
 $-10(x - 4\pi) = 4\pi - 2x \Rightarrow 8x = 36\pi \Rightarrow x = \frac{9}{2}\pi$. Поглощут.

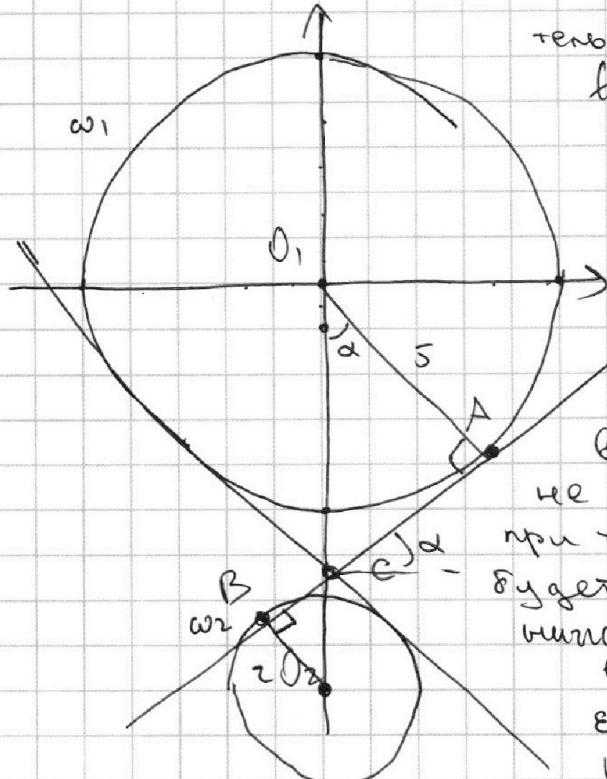
Ответ: $\left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{7}{6}\pi, 2\pi, \frac{17}{6}\pi, \frac{9}{2}\pi \right\}$.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!**N4.**

Рассмотрим второе ур-е. Первое скобка - окружность с центром $O_1(0; 0)$ и радиусом 5, Второе - с центром $O_2(0; -3)$ и радиусом 2. (т.к. это $(x^2 + (y+3)^2 - 4)$).

Рассмотрим общую касательную к этим окружностям (точка - внутренние (их 2)).



Рассмотрим с положит. котр. обозначим её котр за k_1 .

Заметим, что если взять котр $a \leq k_1 \leq b$ и провести касательную к верхней окружности, то она не пересекает нижнюю, а значит при таких a 4 решения не будет (т.к. опустив туда прямую выше она уже не пересекает верхнюю окружность).

Если же взять $a > k_1$, то касательная к верхней окружности

будет касаться нижнюю окружность (при b_1)
касаясь к ней в точке C . Будет пересекать верхнюю окружность (при b_2) \Rightarrow при $\frac{b_1+b_2}{2}$ тоже будет 4 решения.

Аналогично, если котр. прямой с отр. уменьшит котр. наклон k_2 , то получает все a : $a > k_2$ ($k_2 = -k_1$). Значит получаем $a \in [-k_1; k_1]$.

Найдём k_1 .

Возможны прямые с полож. котр. настолько она касается окружностей w_1 и w_2 в точках A и B соотв. (обратимся к т. С)

$$\begin{aligned} \triangle O_1AC \sim \triangle O_2BC \text{ по двум углам } & \quad | O_1A \perp AB, \text{ т.к.} \\ \text{радиус касат. котр. подобие} & \Rightarrow \frac{O_1C}{O_2C} = \frac{\pi}{\frac{5}{2}}, O_1C + O_2C = 7 \\ \Rightarrow O_1C = \frac{5}{7} \cdot 7 & ; O_2C = \frac{2}{7} \cdot 7. \text{ Пусть } \angle CO_1A = \alpha. \end{aligned}$$

$$k_1 = \operatorname{tg} \alpha. \quad k_2 = -\operatorname{tg} \alpha. \quad k_1 + k_2 = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} (-\alpha) = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 0. \quad \Rightarrow \quad O_1AC : CA = \sqrt{\frac{25 \cdot 49}{49} - 25} = 5 - \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c}{0,4} = \frac{5 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{7}}{\frac{5}{7}} = \frac{4\sqrt{2}}{7} = k,$$

Общий: $\alpha \in (-\infty; -\frac{4\sqrt{2}}{7}) \cup (\frac{4\sqrt{2}}{7}; +\infty)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5

Рассмотрим первое ур-е. Где $\log_{11}x = t$, $x > 0, x \neq 1$.

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3} \frac{1}{t} - 5 \Rightarrow \frac{3t^5 - 16 + 15t}{3t} = 0 \Rightarrow$$
$$\left. \begin{array}{l} 3t^5 + 15t - 16 = 0 \\ t \neq 0 \end{array} \right\}$$

Рассмотрим второе ур-е: где $0,5y = a$. $\log_{11}a = b$.

$$b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3} \frac{1}{b} - 5 \Rightarrow \frac{3b^5 + 16 + 15b}{3b} = 0 \Rightarrow$$
$$\left. \begin{array}{l} 3b^5 + 15b + 16 = 0 \\ b \neq 0 \end{array} \right\}$$

Заметим: $\log_{11}y + \log_{11}x = \log_{11}xy$, значит найти все возможные значения $xy \approx$ найти все возможные значения $\log_{11}y + \log_{11}x$.
т.е. в $b_0 + t_0$, где b_0 и t_0 - корни 1-ого и 2-ого ур-е.

$$\left. \begin{array}{l} 3t_0^5 + 15t_0 = 16 \\ 3b_0^5 + 15b_0 = -16 \end{array} \right\} \text{т.е. } f(x) = 3t_0^5 + 15t_0 \text{ - нечетная}$$
$$\Rightarrow b_0 = -t_0 \Rightarrow b_0 + t_0 = 0.$$

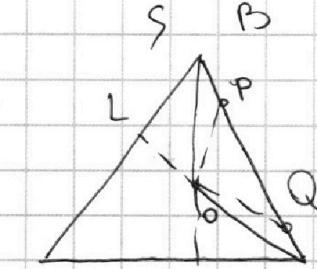
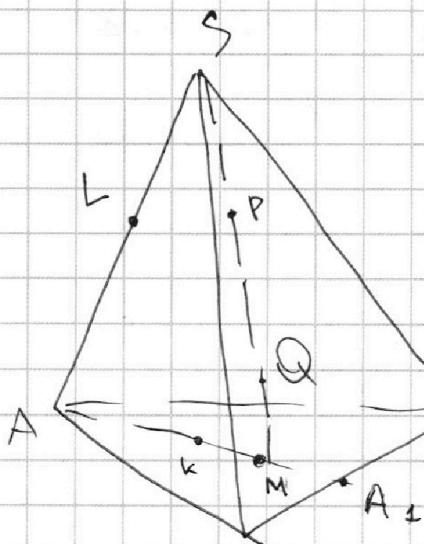
Значит: $\log_{11}x + \log_{11}0,5y = 0 = \log_{11}\left(\frac{xy}{2}\right) \Rightarrow xy = 2$.

Ответ: $xy = 2$.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 4.

1) Замечаем, что центр сферы \$O\$ лежит в плоскости \$AMS\$. Докажем от противного. Пусть это не так. Тогда опустим перпендикульр \$OM\$ к плоскости \$ABC\$. Но тогда в \$\triangle OKM\$ \$OK=R>OM \Rightarrow OM \neq R\$. Противоречие, т.к. это и есть точка касания плоскости. Значит \$O \in (AMS)\$.

2) Рассмотрим плоскость \$AMS\$.

$$OP = OQ = R.$$

$$SP = QM.$$

$$\angle OPQ = \angle OQP \Rightarrow \triangle OPS = \triangle OQM \text{ по}$$

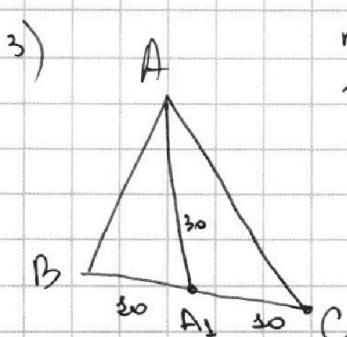
1-ому кр. п-ва \$\triangle\$.

$$SO = OM.$$

Тогда \$\triangle OSL = \triangle OMK\$ по 4-ому

п-ву п-ва \$\triangle\$ (\$OK=OL=R\$; \$OM=OS\$ и \$\angle OCS = \angle OKM = 90^\circ\$)

Значит \$\angle OMK = \angle OSL \Rightarrow \angle ASM = \angle AMS \Rightarrow AM = AS > 20\$.

 $\Rightarrow AA_1 = 30.$ 

мысль \$\sin \angle AAS = \alpha\$.
 $2 \cdot 30 \cdot \sin \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{10} = \cos \alpha =$

$$=\frac{\sqrt{51}}{20}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3.

$$\arccos t + \arcsin t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arccos t = \frac{\pi}{2} - \arcsin t.$$

$$\text{то } \arccos(\sin x) = 5\pi - 2x \approx$$

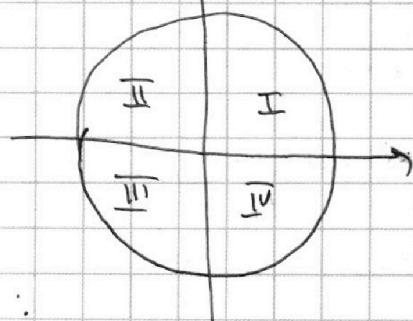
тригонометрическое окружность!

$$\Rightarrow \arccos\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 5\pi - 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\arccos(\sin(x)) = 2(2\pi - x).$$

Следовательно:

$$\text{I. } x \in \text{I} \Rightarrow 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



$$\text{тогда } \arccos(\sin x) = x.$$

$$-10x = 4\pi - 2x \Rightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}. \text{ Не подходит.}$$

$$\text{II. } x \in \text{II} \Rightarrow 2\pi k + \frac{\pi}{2} \leq x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}: (\arccos(\sin x) = \pi - x).$$

$$-10(\pi - x) = 4\pi - 2x \Rightarrow 12x = 14\pi \Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi. \text{ Не подходит.}$$

$$\text{III. } x \in \text{III} \Rightarrow 2\pi k + \pi \leq x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}:$$

$$\text{тогда } \arccos(\sin x) = x - 2\pi k.$$

$$-10(x - 2\pi k) = 4\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}.$$

Найдём подстановки x.

$$k=1: x = 2\pi \oplus$$

$$k=2: x = 4\pi + \frac{\pi}{2} \oplus. \Rightarrow \text{период } 8\pi.$$

$$k=3: x = 6\pi + \pi$$

подходит x будем:

$$k=4: x = 8\pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$x = 8\pi k + 2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$k=5: x = 8\pi + 2\pi.$$

$$x = 8\pi k + \frac{9}{2}\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{II. } x \in \text{II} \Rightarrow 2\pi k + \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{тогда } \arccos(\sin x) = \pi - (x - 2\pi k) = \pi + 2\pi k - x.$$

$$-10(\pi + 2\pi k - x) = 4\pi - 2x \Rightarrow 12x = 14\pi + 20\pi k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi k.$$

$$k=0: \frac{7}{6}\pi + \frac{5}{3}\pi \oplus$$

$$k=1: \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi + 2\pi \oplus \text{ период } 10\pi.$$

$$k=2: \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi + 4\pi = 9\pi + \frac{5}{2}\pi \oplus. \text{ подходит x будем:}$$

$$k=3: \frac{7}{6}\pi - \pi + 6\pi$$

$$x =$$

$$k=4: \frac{7}{6}\pi - \frac{4\pi}{3} + 8\pi$$

$$k=5: \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi}{3} + 10\pi$$

$$k=6: \frac{7}{6}\pi - 2\pi + 12\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6x_2 + 4y_2 = 6x_1 + 4y_1 + 48.$$

$$\log_{11^3} \cdot 11^2 = -2 \log_{11} 11.$$

$$\log_{11} t^2 = \textcircled{2} \quad \log_{11^3} 33 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \log_{11} n.$$

$$\log \log_{11} x \cdot \log_{11} n = 5. \quad \boxed{x > 0} \quad \boxed{x \neq 1}.$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -2 \frac{1}{3} \log_{11} n.$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = \textcircled{2}.$$

$$\frac{2}{3} + \frac{6}{8} = \frac{20}{3}. \quad \frac{2}{3} - 6 = \frac{16}{3}.$$

$$\frac{3t^5 - 15 + 5t}{3t} = 0. \quad 3t^4 + 15t -$$

$$\log_{11} t + \log_{11} n = -\frac{13}{3} \log_{11} t - 5. \quad f(x). \\ g(x).$$

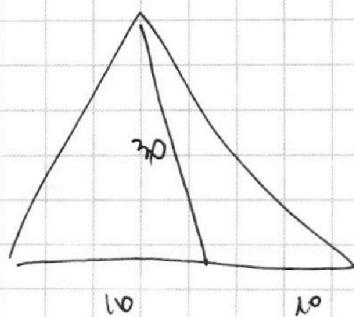
$$a^4 + \frac{1}{a} + \frac{13}{3a} + 5 = 0.$$

$a \neq 0$. $\boxed{a \neq 0}$

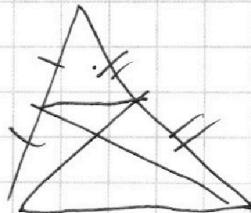
$$\frac{3a^5 - 16a + 15a}{3a} = 0. \quad \log_{11} x + \log_{11} y = \boxed{xy}.$$

найти действ. знак суммы $\boxed{f_0 + b_0}$.

$$g(x) - f(x) = 32$$



$\angle 80^\circ$



$$\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 10 \cdot \sin = 180^\circ$$

$$\sin = \frac{3}{10}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

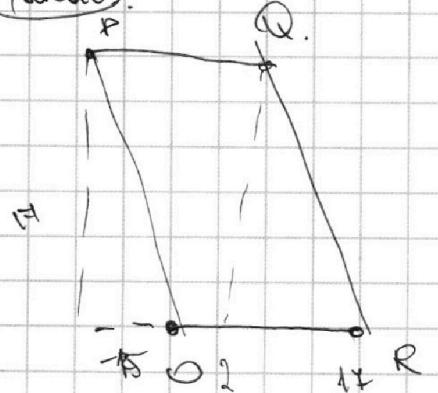
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

сторона
хорошее.



$$6dx + dy = 48$$

$$dx \in (0; 17)$$

$$dx \in (-17; 17)$$

~~$$dy \leq 0$$~~

$$6 \cdot 17$$

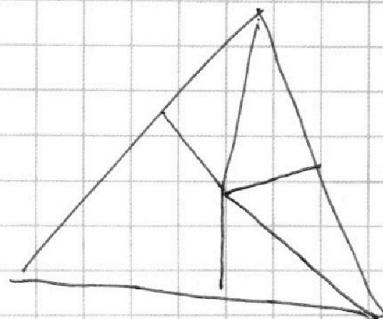
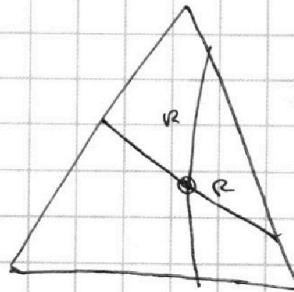
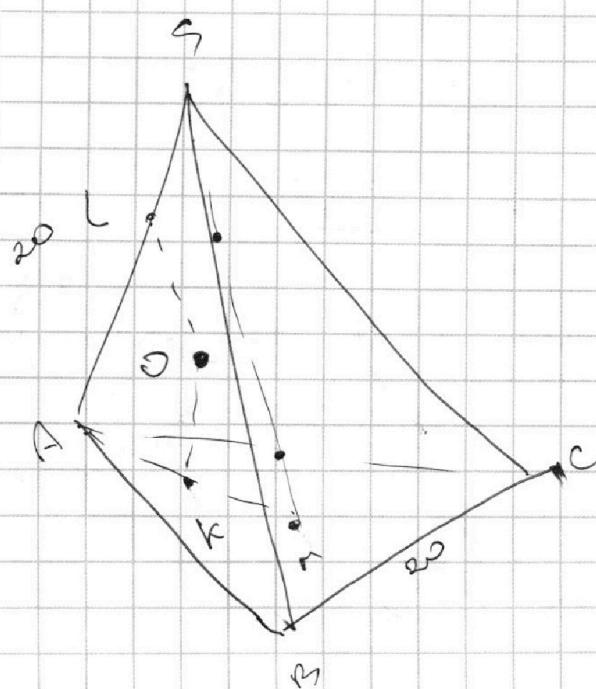
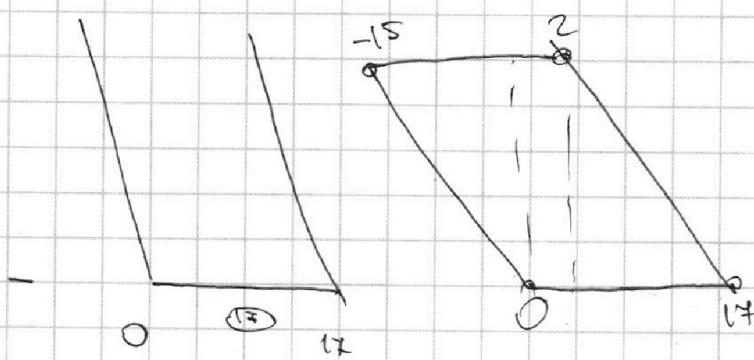
нусс

(17 0)

Реш

$$y = 6x$$

$$6x - 45 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = k_1 \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc = k_2 \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}. \rightarrow abc = \sqrt{k_1 k_2 k_3}.$$

$$ac = k_3 \cdot 2^{16} \cdot 3^{23} \cdot 5^{28}$$

$$x+y=6$$

$$y+z=14$$

⇒

$$x+y+z=18.$$

$$\begin{array}{l} z=12 \\ y=2 \\ x=4. \end{array}$$

$$\frac{46}{60}$$

$$z+x=16$$

$$x+y=13$$

суммарная степень тройки тоже должна быть 30.

$$y+z=21$$

$$z+x=25$$

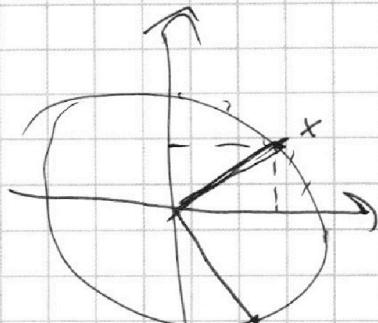
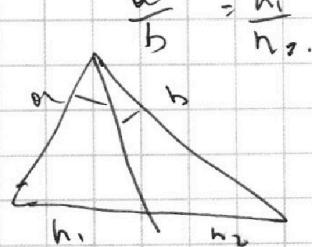
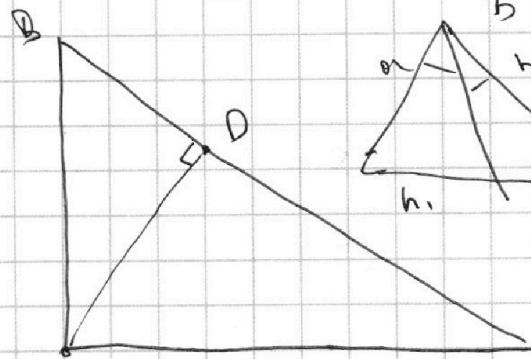
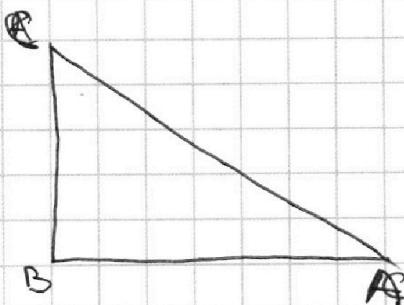
$$z=14$$

$$y=4$$

$$x=19$$

$$\frac{39}{60}$$

26



C
нужно $x \in \mathbb{I}$.

$$\arccos \sqrt{1 - \cos^2 x}.$$

const.

$$\arccos^2 + \arcsin^2 x = \frac{\pi^2}{2}$$

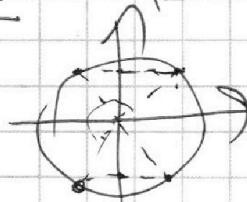
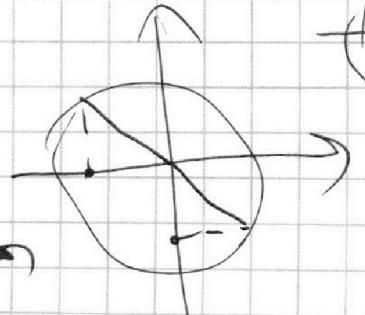
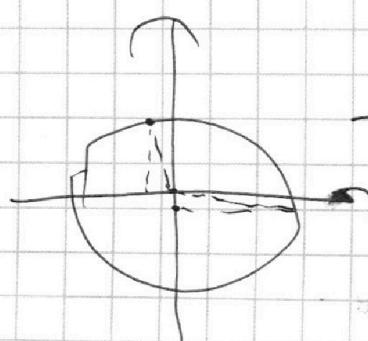
$$\arccos x = \text{const.}$$

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x).$$

$$\alpha + \beta = \pi. \\ \pi - \arcsin x.$$

$$10 \arccos x = 10 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x \right).$$

$$\pi \neq 0 \oplus 0 \neq \pi.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AB}{BC} = \frac{x}{5} = \frac{4}{14}$$

$$CA^2 = \frac{CE}{ED}$$

$$\frac{CEF}{CBD} = \left(\frac{CE}{ED} \right)^2$$

$$\frac{2x}{h} = \frac{h}{5x} \quad (\Rightarrow) \quad h^2 = \cancel{P}^{-1} 10x^2.$$

$$-30 \arcsin(\sin x) = 3\pi - 2x \cdot 4\pi - 2x$$

my CT6 - 26

$$-10(x - 2\pi k) = 4\pi - 2k.$$

$$-4\pi - 20\pi k = 8x$$

$$-\frac{\pi}{2} - \frac{5}{2}\pi k = x.$$

$$(x^2 + (y+g)^2 - u)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arccos(\sin x) + \arcsin(\sin x) > \frac{\pi}{2}$$

$$4\pi - 2x = -10 \arcsin(\sin x)$$

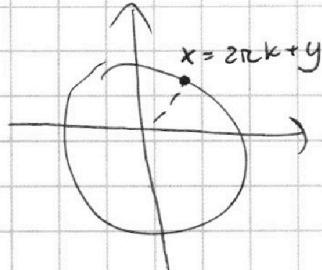
$$4\pi - 2x = -10(x - 2\pi k)$$

$$8x = 20\pi k - 4\pi$$

$$x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}$$

\arcsin .

$$\arcsin \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

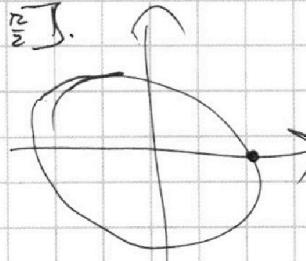


$$1. -5\pi \leq 4\pi - 2x \leq 5\pi$$

$$2x \leq 9\pi$$

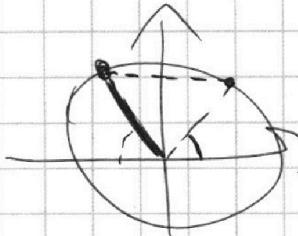
$$x \leq 4\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x$$



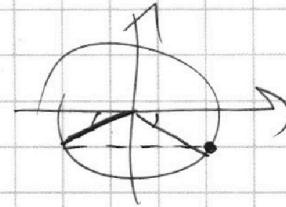
$$2\pi \\ 4\pi + \frac{\pi}{2} \\ 6\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x + \arcsin(\sin x) = \pi. \quad \Rightarrow \quad x \rightarrow \pi - x$$



$$\frac{9}{2}\pi ?$$

$$0 \quad \frac{5}{8} < \frac{17}{16} < \frac{7}{2}$$



$$-2\pi \\ -\frac{\pi}{2} \\ \frac{9\pi}{8}$$

$$= 5\pi$$

$$\frac{7\pi}{6}, \quad -\frac{1}{2}\pi.$$

$$\frac{17\pi}{6} = 3\pi - \frac{\pi}{6}$$

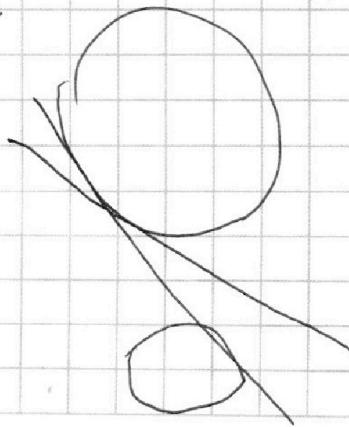
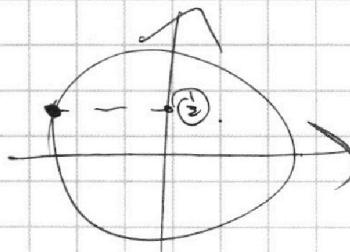
$$20. \quad \frac{2\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$27. \quad \frac{17}{3}$$

$$\frac{17\pi}{6}$$

$$27 - 17 = \frac{10\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

