



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-16;80)$ ,  $Q(2;80)$  и  $R(18;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. Решение:

1.  $a = 2^{d_1} \cdot 3^{d_2} \cdot 5^{d_3}$  - разложим  $a, b, c$  на множители, т.к. можем все написать, то другие множители отмыли от 2, 3, 5 не расширяем

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

Тогда:

$$\begin{cases} d_1 + \beta_1 \geq 8 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 12 \\ d_1 + \gamma_1 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow d_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq \frac{8+12+14}{2} = 17$$

т.к.  $ab: 2^8$   
 $bc: 2^{12}$   
 $ac: 2^{14}$

Аналогично,

$$\begin{cases} d_2 + \beta_2 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 20 \\ d_2 + \gamma_2 \geq 21 \end{cases} \Rightarrow d_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq \frac{14+20+21}{2} = \frac{55}{2} = 27,5 \Rightarrow$$

$\Rightarrow d_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$ , т.к.  $d_2, \beta_2, \gamma_2$  - натур. числа  $\mathbb{N}$

$$\begin{cases} d_3 + \beta_3 \geq 12 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 17 \\ d_3 + \gamma_3 \geq 39 \end{cases} \Rightarrow d_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 34, \text{ но } d_3 + \gamma_3 \geq 39 \Rightarrow d_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 39$$

Значит,  $abc = 2^{d_1+\beta_1+\gamma_1} \cdot 3^{d_2+\beta_2+\gamma_2} \cdot 5^{d_3+\beta_3+\gamma_3} \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$  - оценка.

Пример:

$$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12} \quad ab = 2^8 \cdot 3^{15} \cdot 5^{12} \quad (+)$$

$$b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0 \quad \Rightarrow bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{27} \quad (+)$$

$$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27} \quad ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \quad (+)$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

Ответ:  $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

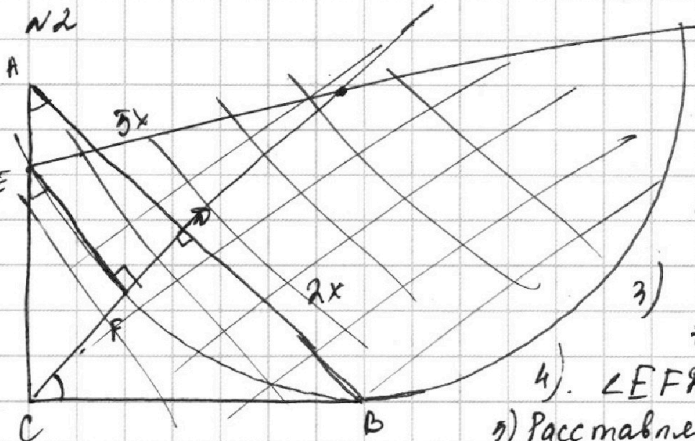
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) В  $\triangle ABC$ :

$$AC^2 = AD \cdot AB = 5x \cdot 7x = 35x$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{35}x$$

2)  $CF^2 = AD \cdot BA = 2x \cdot 7x = 14x \Rightarrow$

$$\Rightarrow CF = \sqrt{14}x$$

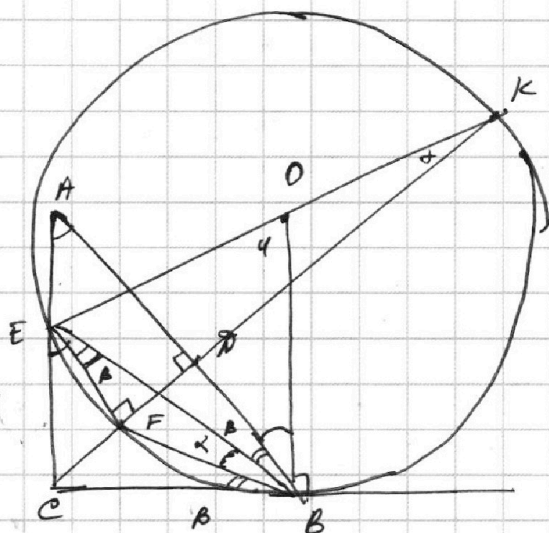
3) Так как  $AB \parallel EF$ , то  $CF \perp AB$ , то  $EF \perp CD$

4)  $\angle EFD = 90^\circ \Rightarrow EOK$  - диаметр.

5) Расставим углы:  $\angle FEB = \angle EBA = \beta$  (накр. лет. углы);  $\angle CBF = \angle FEB = \beta$  (лежит на одной дуге)

$$\angle EDB = \gamma, \text{ тогда } \alpha = \frac{\gamma - 2\beta}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \gamma - 2\beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \Leftrightarrow 10 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \pi - 2x.$

1.  $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x - \pi k \leq \frac{\pi}{2};$  — по определению арксинуса,  $k \in \mathbb{Z}$

$-\pi \leq -x - \pi k \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x + \pi k \leq \pi \Leftrightarrow -\pi k \leq x \leq \pi - \pi k$

2.  $10\left(\frac{\pi}{2} - x - \pi k\right) = \pi - 2x \Leftrightarrow 5\pi - 10x - 10\pi k = \pi - 2x \Leftrightarrow$   
 $x \Rightarrow 8x = 4\pi - 10\pi k \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$

$-\pi k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \leq \pi - \pi k \Leftrightarrow -k \leq \frac{1}{2} - \frac{5k}{4} \leq 1 - k \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -k - \frac{1}{2} \leq -\frac{5k}{4} \leq \frac{1}{2} - k \Leftrightarrow k - \frac{1}{2} \leq \frac{5k}{4} \leq k + \frac{1}{2}$

1.)  $k - \frac{1}{2} \leq \frac{5k}{4} \Leftrightarrow \frac{k}{4} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow k \geq 2$

2.)  $k + \frac{1}{2} \geq \frac{5k}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \geq \frac{k}{4} \Leftrightarrow k \leq 2$

$\Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$x_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot (-2)}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} = 3\pi;$

$x_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot (-1)}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} = \frac{7\pi}{4};$

$x_3 = \frac{\pi}{2};$

$x_4 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{4} = \frac{2\pi - 5\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4};$

$x_5 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi \cdot 2}{4} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{2} = -2\pi$

Ответ:  $\left\{-2\pi; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; 3\pi\right\}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

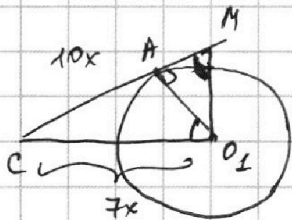
**МФТИ**

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4. \triangle A O_1 M \sim \triangle B O_2 M \Rightarrow \frac{A O_1}{B O_2} = \frac{O_1 M}{O_2 M} = \frac{1}{6} \Rightarrow O_1 M = \frac{10}{7} \quad O_2 M = \frac{60}{7}$$
$$\triangle A O_1 M \sim \triangle O_1 C M \Rightarrow \frac{A O_1}{O_1 C} = \frac{M O_1}{M C} \Rightarrow \frac{1}{7x} = \frac{\frac{10}{7}}{M C} \Rightarrow \frac{M C}{O_1 C} = \frac{10}{7}$$



$$M O_1 = \sqrt{100x^2 - 49x^2} = \sqrt{51}x$$

$$k = \frac{M O_1}{C O_1} = \frac{\sqrt{51}x}{7x} = \frac{\sqrt{51}}{7}$$

в одну сторону

Значит  $\frac{a}{b} \in (-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$$

Решение:  $(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

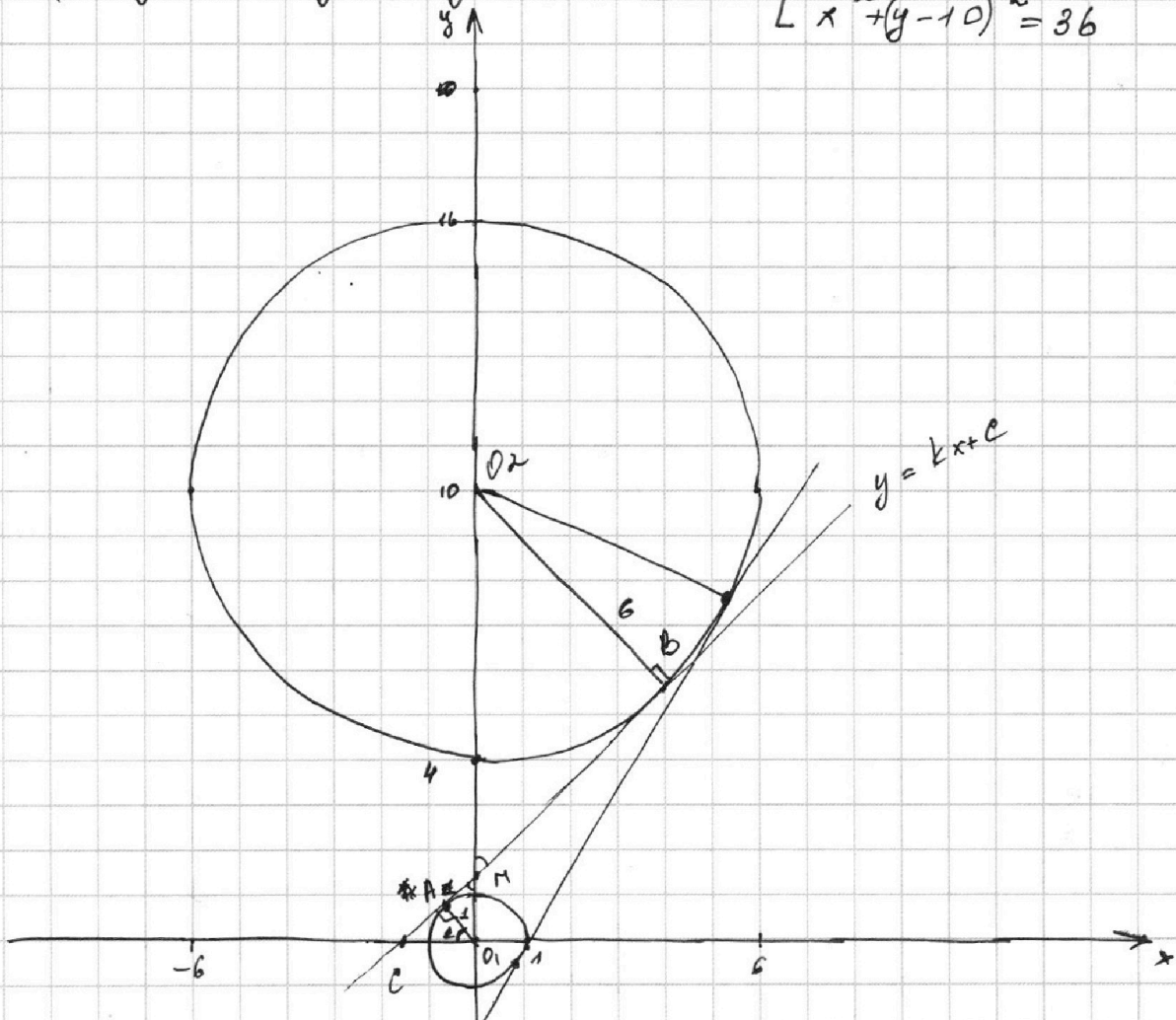


№4.  $ax - 3y + 4b = 0$  ②  
 $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$  ①

Решение:

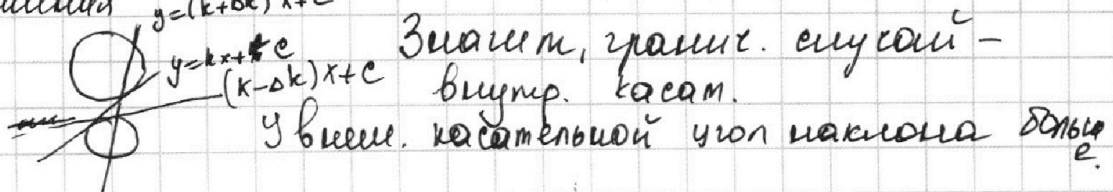
①.  $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \Leftrightarrow$

①  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}$



②  $ax - 3y + 4b = 0 \Leftrightarrow 3y = ax + 4b \Leftrightarrow y = \frac{ax}{3} + \frac{4b}{3}$

3. Проводим одну из внутренних касательных:  $y = kx + c$   
 Заметим, что, если  $k$  увеличивать, то система будет иметь 4 решения  $y = (k+ak)x + c$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5.  $\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x}^3 625 - 3$

1) Замена:  $t = \log_5 2x$ ;  $\log_{2x}^3 625 = \log_{2x} 5^3 = \log_{2x} 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \log_{2x} 5$   
 $t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \Rightarrow t^4 - \frac{9+4}{3t} + 3 = 0 \Rightarrow t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0$  (\*) 1

2) ~~№5~~  $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y^3 0,2 - 3$ ; Замена  $m = \log_5 y$

$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3 \Rightarrow m^4 + \frac{12+1}{3m} + 3 = 0 \Leftrightarrow m^4 + \frac{13}{3m} + 3 = 0$  (\*) 2

$\log_y^3 0,2 = \log_y^3 \frac{1}{5} = \log_y^3 5^{-1} = -\frac{1}{3} \log_y 5$

3) ~~№5~~ (\*) 1:  $t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0$  }  $\Rightarrow t^5 + m^5 + 3t + 3m = 0$

(\*) 2:  $m^5 + 3m - \frac{13}{3} = 0$

$(t+m) (t^4 + t^3m + t^2m^2 + tm^3 + m^4) + 3(t+m) = 0 \Rightarrow$   
 $\Leftrightarrow (t+m) (t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4 + 3) = 0$

(\*) 1:  $t+m=0$

(\*) 2:  $t^4 - t^3m + t^2m^2 - tm^3 + m^4 + 3 = 0 \Rightarrow t^3(t-m) - tm^3(t-m) + t^2m^2 + 3 = 0 \Rightarrow (t-m)(t^3 - m^3) + t^2m^2 + 3 = 0$  Но:

~~...~~  $(t-m) \geq 0$   $(t^2 + tm + m^2) \geq 0$   $t^2m^2 + 3 \geq 0$   $\Rightarrow$  -par-bo (\*) невозможно

4)  $t+m=0 \Leftrightarrow \log_5(2x) + \log_5 y = 0 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow \log_5(2xy) = 0 \Rightarrow 2xy = 1 \Leftrightarrow xy = \frac{1}{2}$

Ответ: 0,5.

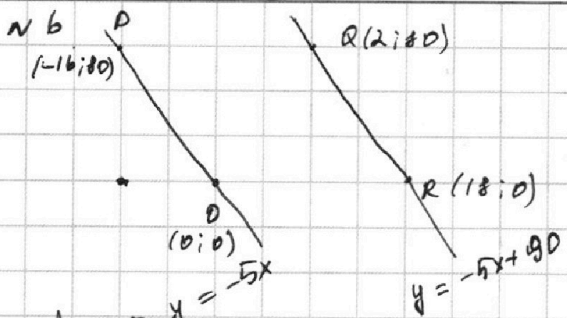
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) Критерии того, что  $A(x; y)$  принадлежит  $PQRD$ :

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 80 \\ -5x \leq y \\ y \leq -5x + 90. \end{cases}$$

2) Будем рассматривать точки, принадлежащие прямой, вида  $y = -5x + c$ ,  $c \in \{0; 1; \dots; 90\}$ .

3) Тогда, пусть  $A \in m$ ,  $m: y = -5x + c$ ;  $A(x_1; y_1)$   
 $B(x_2; y_2)$ :  $5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 + y_1 = 45 + 5x_1 - 5x_1 + c = 45 + c$ ,  
 тогда  $y_2 = 45 + c - 5x_2$  и т.к.  $B \in PQRD$ , то

4) Тогда на одной из прямых  $y = -5x + c$ ,  $c \in \{0; 1; \dots; 90\}$

$$\begin{cases} 0 \leq 45 + c - 5x_2 \leq 80 \\ 0 \leq 45 + c \leq 90 \\ 0 \leq c \leq 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1. c \in \{0; 1; \dots; 45\} \\ 2. -45 + c - 5x_2 \leq 80 \\ c - 35 \leq 5x_2 \leq 45 + c \end{cases}$$

5) Значит, для каждой прямой  $A(x_1; y_1)$ , что  $y_1 = -5x_1 + c$ , найдутся  $17$  точек  $B$ .

6) Найдем кол-во точек, принадлежащих прямой  $y = -5x + c$  и  $PQRD$ .  
 На примере отрезка  $PO$ :  $x \in [-16; 0]$  -  $17$  точек, т.к.  $x \in \mathbb{Z}$ .

7) Если есть  $A$ , то ей подойдет  $17$  точек  $B$ , следовательно  $y = 45 + c - 5x_2$

8) Прямых, где может располагаться точка  $A$ :  $y = -5x + 90$   
 $\rightarrow 46$  прямых

Значит, суммарно пар:

$$\underbrace{17}_{\text{Точек } A \text{ на } 1 \text{ прямой } y = -5x + c} \cdot \underbrace{17}_{\text{точек } B, \text{ по } y_2} \cdot \underbrace{46}_{\text{прямых, где расп. точка } A} = 13294$$

Ответ: 13294.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

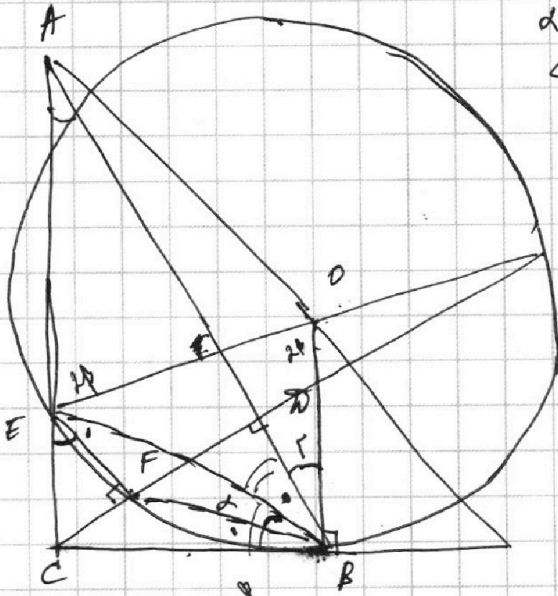
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$90 - \alpha - \beta.$$
$$\alpha - \alpha = 2\alpha + 2\beta - \alpha =$$
$$= \alpha + 2\beta.$$



$$\alpha = 2\beta - 20$$
$$\angle CPO : 2\beta + \gamma = 90^\circ$$
$$\alpha = \beta + 90^\circ - 20$$

$$\alpha = 2\beta - 20$$

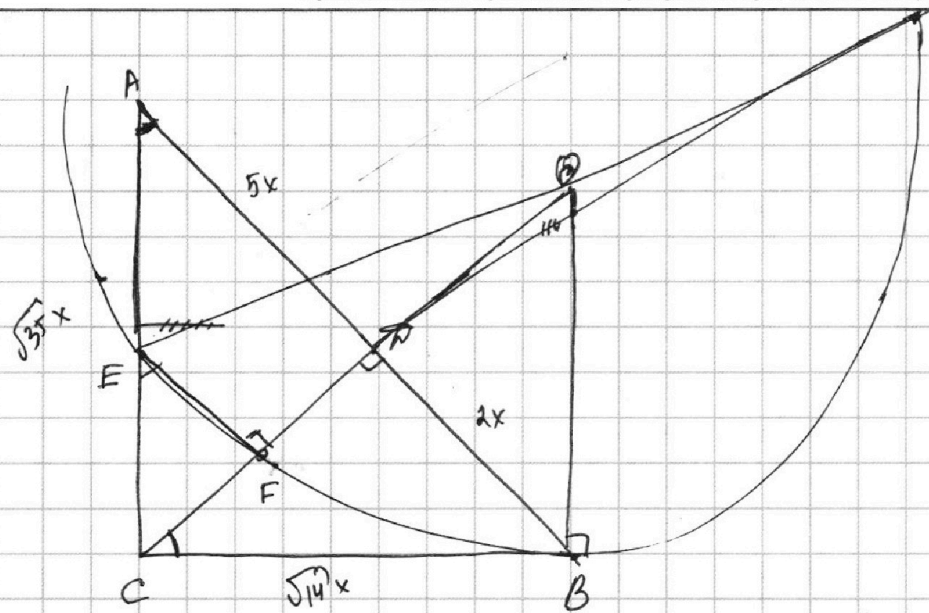
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

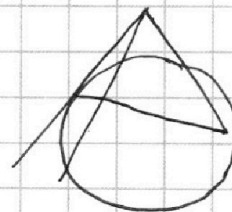
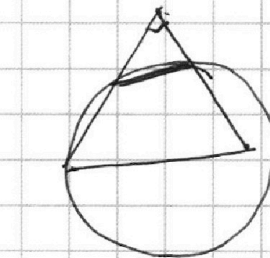
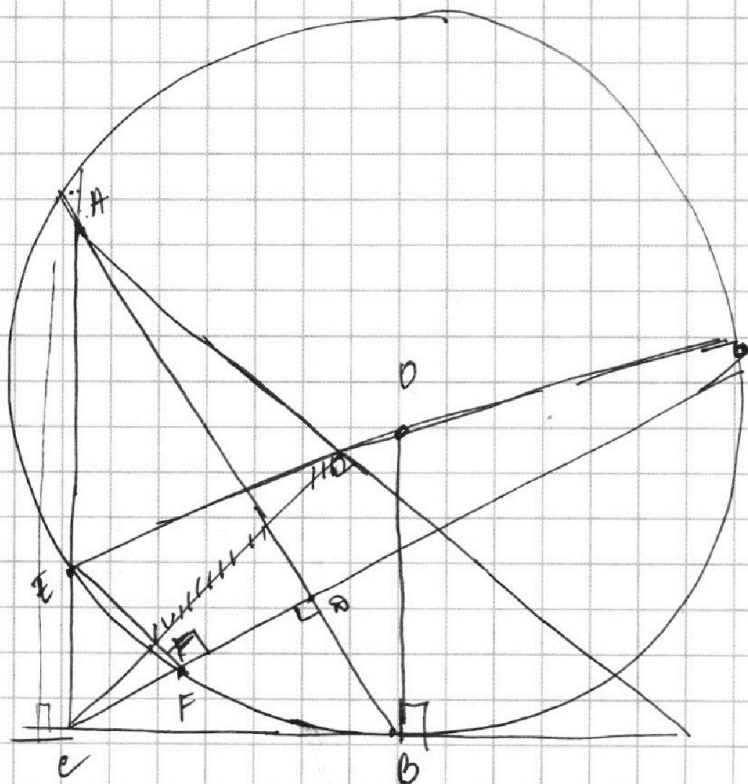
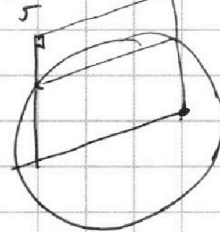
- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{OB}{\sqrt{14}x} = \frac{\sqrt{14}x}{\sqrt{35}x} \Rightarrow OB = \frac{14x^2}{\sqrt{35}x} = \frac{14}{\sqrt{35}}x = \frac{2\sqrt{35}}{5}x = \frac{2}{5}\sqrt{35}x.$$

$$EF(CF+2x) = CB^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~217. 3 26. 5 39~~  
 ~~$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$~~   
 ~~$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$~~   
 ~~$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{24}$~~

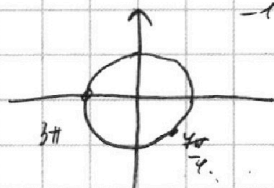
$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$   
 $b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$   
 $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{24}$

~~$8+12+14 = 14$~~   
 ~~$a = 5$~~   
 ~~$b = 7$~~

$a+b=8$   
 $b+c=12$   
 $a+c=14$

$a+b=14$   
 $b+c=20$   
 $a+c=21$

$a+b+c=28$



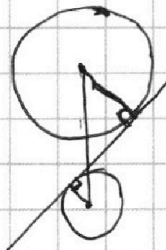
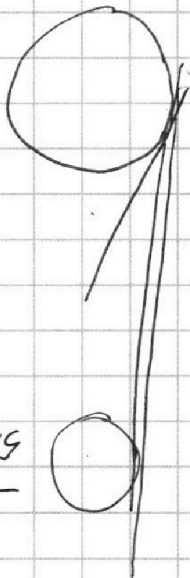
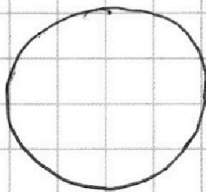
$10 \arcsin(\cos(-2\pi)) = \pi + 4\pi$

$10 \arcsin(\cos(\frac{4\pi}{4})) = \pi - \frac{4\pi}{2}$

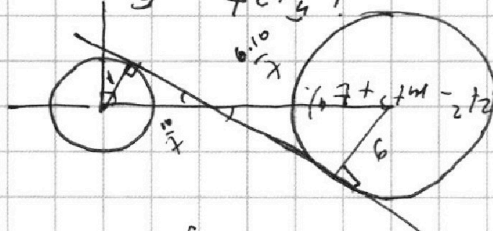
$-\frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $-\frac{5\pi}{2}$   
 $-\frac{5\pi}{2}$

$10 \arcsin(\cos 3\pi) = \pi - 6\pi$

$10 \cdot \frac{-\pi}{2} = -5\pi$



$5m^5 + 13t^5 + 11m + 39t = 0$   
 $-13t^5 - 39t = 5m^5 + 11m$   
 $\frac{5m^5 + 11m}{5} = -13$



$(m+t)(m^2 - m + t)$   
 $(m+t)(m^2 - m + t) = 0$   
 $m+t = a$

$\log$   
 $7t^5 + 3t - \frac{3}{5} = 0$

$\log 2x$   
 $\log 2x + \log 8 + \log 2 = 0$

$\frac{3+m}{13+5m} = 0$   
 $(m^2 + t^2)(m+t) = 0$

$m^5 + 3m + 11 = 0$

$m^4 - t^4 + 13t + 3m = 0$

$m^4 + \frac{13}{5} + 3 = 0$

$7t^4 - \frac{3t}{5} + 3 = 0$

$m^4 + \frac{3m}{5} + 3 = 0$

$m^5 + 3m + 5 = 0$

$7t^5 + 3t - \frac{3}{5} = 0$

$\frac{5}{13} = m + 3t$   
 $\frac{5}{13} = m + 3t$   
 $\frac{5}{13} = m + 3t$

$\log$

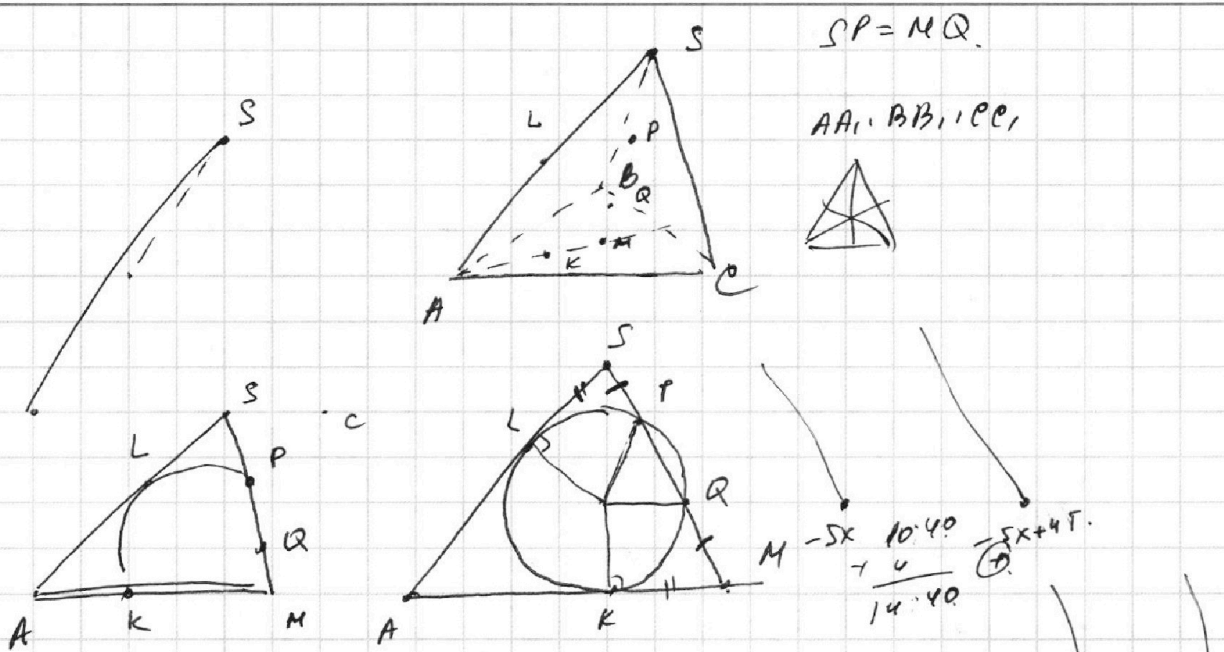
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$A: (x_1; y_1)$   
 $y_1 = -5x_1$   
 $5x_2 + y_2 = 45$   
 $(y_2 = 45 - 5x_2)$   

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 7 \\ \hline 119 \\ + 117 \\ \hline 289 \end{array}$$

$y_1 = -5x_1 + 90$   
 $5x_2 + y_2 = 45 + 90$   

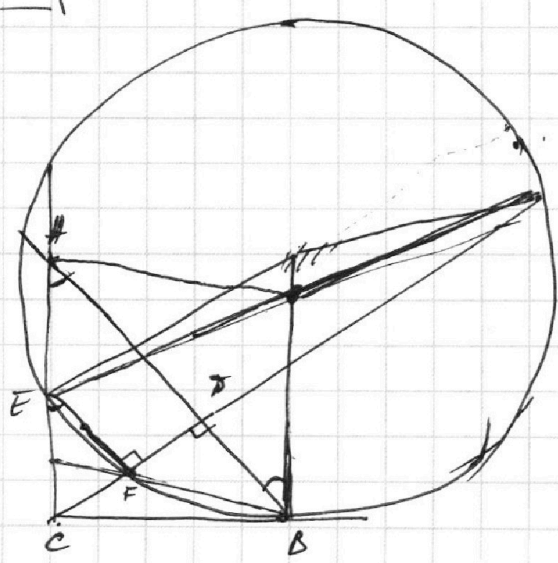
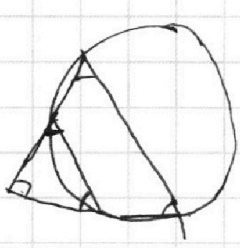
$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 46 \\ \hline 1734 \\ 1456 \\ \hline 13294 \end{array}$$

$17 \cdot 17 = 46$   

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 289 \\ \hline 6 \\ 1734 \end{array}$$

$48 + 5$   

$$\begin{array}{r} 48 + 5 \\ \times 289 \\ \hline 4 \\ 1956 \end{array}$$



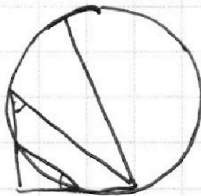
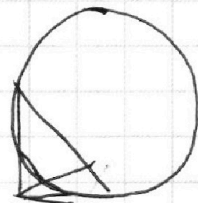
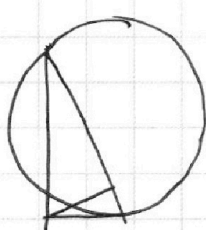
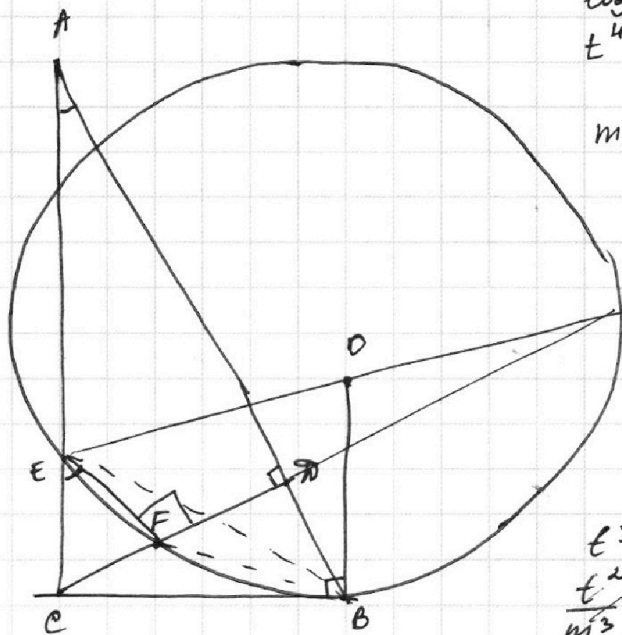
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4 2x - 3 \log_2 x^5 = \log_5 x^3 \cdot 6 \cdot 5 - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \Rightarrow t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t$$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$$

$$t^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{3t} + 3 = 0$$

$$t^4 - \frac{13}{3t} + 3 = 0$$

$$t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0$$

~~not~~  $m^5$

$$t^5 + m^5 \quad 3t + 3m = 0$$

$$\frac{t^2}{m^3} + \frac{m^2}{t^3} + \frac{2t}{m^3} + \frac{2m}{t^3} = 0$$

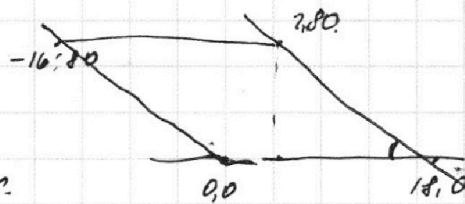
$$\frac{t^5}{m^3} + 1 + \frac{2t}{m^3} + \frac{2}{t^3}$$

$$t^4 - t^3 m + t^2 m^2 - t m^3 + m^4$$

$$t(t-m) - m^3(t-m)$$

$$(t-m)(t^3 - m^3) + t^2 m^2$$

$$5x_2 - 5x_1 +$$



$$kx + b$$

$$k = -\frac{80}{16} = -5$$

$$0 = -5 \cdot 18 + b$$

$$\Rightarrow b = 90$$

$A(x_1, y_1) \in \text{паралл.}$

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 80 \\ y_1 \leq 90 - 5x_1 \\ y_1 \geq -5x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y_2 \leq 40 \\ y_2 \leq 90 - 5x_2 \\ y_2 \geq -5x_2 \end{cases}$$

$$y = -5x + 90$$

$$5x_2 + y_2 = \underbrace{45 + 5x_1 + y_1}_A$$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45 \leq 5x_2 + y_2$$

$$-45 \leq 5x_1 + y_1 \leq 45$$

$$y_2 = -5x_2 + B$$

$$0 \leq B \leq 90$$

$$0 \leq 45 + 5x_1 + y_1 \leq 90$$

$$0 \leq 45 + A \leq 90$$

$$y = -5x + A, \quad A \in [0; 1; \dots; 90]$$

$$5x_2 + y_2 = 45 + 5x_1 - 5x_1 + A \Rightarrow y_2 = -5x_2 + (45 + A)$$

$$A \in [0; 45]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right))$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} - x \neq \pi k$$

$$-\pi \leq -x - \pi k \leq 0$$

$$0 \leq x + \pi k \leq \pi$$

$$-\pi k \leq x \leq \pi - \pi k$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x - \pi k\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 10\pi k = \pi - 2x$$

$$8x = 4\pi - 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$$

$$-\pi k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \leq \pi - \pi k$$

$$ax - 3y + 4z = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 36$$

a-?  
7b: 4реш.

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 3 \cdot 625 - 3$$

$$\log_5 2x = t$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{5} \cdot 3t - 3$$

$$m^4 + \frac{4}{m} = -\frac{1}{3m} - 3$$

~~$$t^4 + m^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{m} = \frac{4}{3t} + \frac{1}{3m}$$~~

$$t^4 - m^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{m} = \frac{4}{3t} + \frac{1}{3m}$$

$$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \quad xy - ?$$

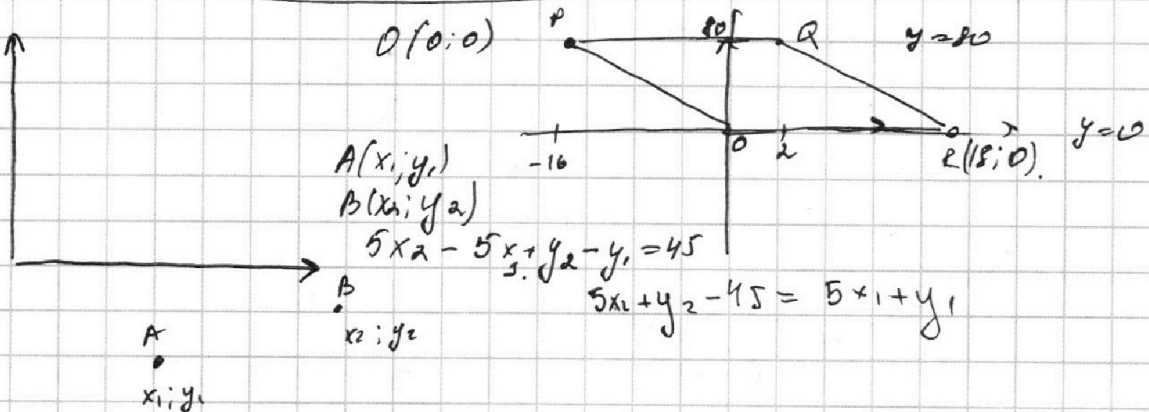
$$\log_4^3 \frac{1}{5} = \log_4 5^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3}$$

$$\log_5 xy = \log_5 x + \log_5 y$$

$$t^4 - m^4 - \frac{3m + 4t}{tm} = \frac{4m + t}{3tm}$$

~~$$t^4 - m^4 - \frac{3m + 4t}{tm} = \frac{4m + t}{3tm}$$~~

$$\Rightarrow t^4 - m^4 = 0$$



$$0 = \frac{m}{4} + \frac{4}{m}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$N_{a,b,c} : ab : 2^8 3^{14} 5^{12}$

$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$

$bc : 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$

$ac : 2^{14} 3^{21} 5^{39}$

$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$

$abc = ?$

$abc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$\alpha_1 + \beta_1 \geq 8$

$\beta_1 + \gamma_1 \geq 12$

$\alpha_2 + \beta_2 \geq 14$

$\beta_2 + \gamma_2 \geq 20$

$\alpha_3 + \beta_3 \geq 12$

$\beta_3 + \gamma_3 \geq 17$

$a \geq$

$abc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot k$

$\alpha_1 + \gamma_1 \geq 14$

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 17$

$b = 1$

$\alpha_2 + \gamma_2 \geq 21$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$

$c = 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$\alpha_3 + \gamma_3 \geq 39$

$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 34$

$a = 2^8 \cdot 3^{14}$

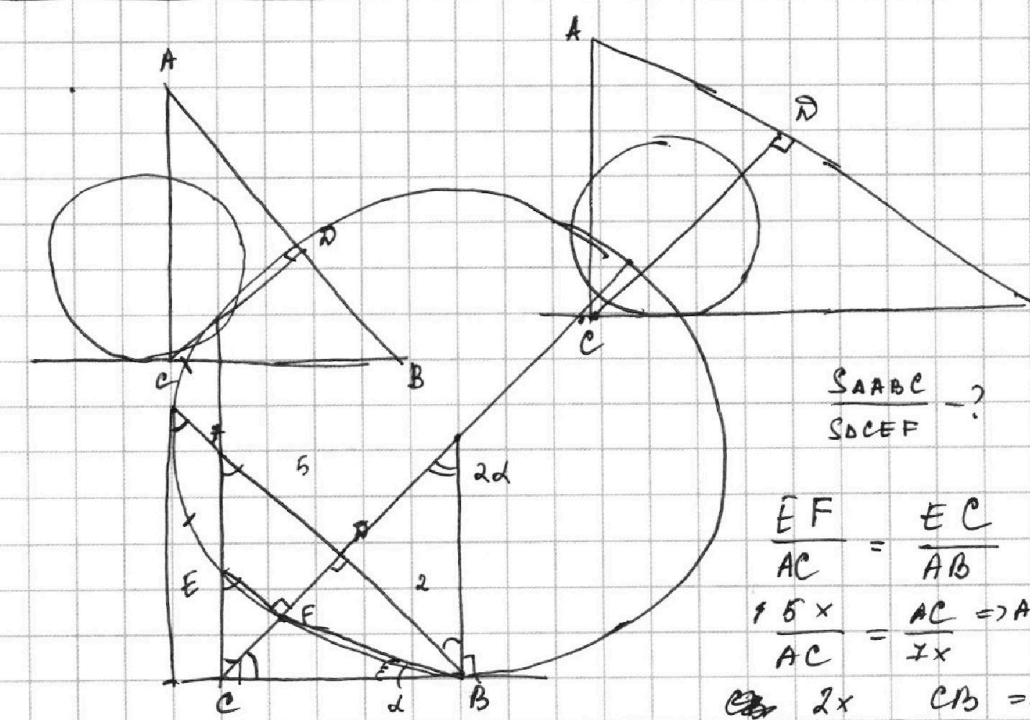
$$= \frac{34 + 21}{2} = \frac{55}{2} = 27,5$$

$$= \frac{12 + 17 + 39}{2} = \frac{12 + 56}{2} = \frac{68}{2}$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3}$$

$$= \frac{12 + 17 + 39}{2} = \frac{29 + 39}{2} = \frac{68}{2}$$

$c = 5^8$



$$\frac{S_{AABC}}{S_{DCEF}} = ?$$

$$\frac{EF}{AC} = \frac{EC}{AB}$$

$$\frac{5x}{AC} = \frac{AC}{7x} \Rightarrow AC = \sqrt{35}x$$

$$\frac{2x}{CB} = \frac{CB}{7x} \Rightarrow CB = \sqrt{14}x$$

