



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

Оценка: из ум. следует, что $ab \cdot bc \cdot ac : (2^{6+14+16} \cdot 3^{13+21+25} \cdot 5^{13+14+28})$

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

$$\text{квадрат} \quad (abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52}$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

\nwarrow m.k. $a, b, c \in N$

Пример: Но! $ac : 5^{28}$ значит $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^4 \cdot 3^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{18} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$



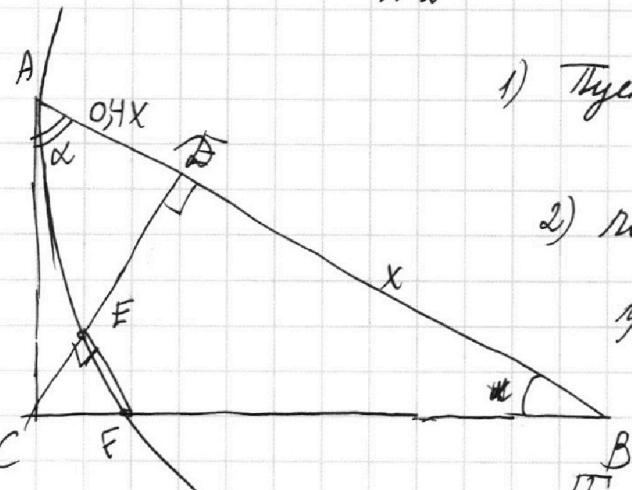
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2

$$1) \text{ Пусть } BD = x \rightarrow AB = 1,4x \\ AD = 0,4x$$

2) по сб-ву высоты в

треугр. \triangle -ке:

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \\ = x \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$2) \text{ Пусть } \angle CAB = \alpha: \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}}}{\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10\arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$2x - 4\pi = 10\arcsin(\sin x), \quad x - 2\pi = 5\arcsin(\sin x)$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq x - 2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$\left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$1) \text{ если } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]: \quad x - 2\pi = 5x$$

$$\arcsin(\sin x) = x \quad -2\pi = 4x, \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{2}} \text{ no good.}$$

$$2) \text{ если } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]:$$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(\pi - x)) = \pi - x$$

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\pi \downarrow$$

$$x - 2\pi = 5(\pi - x), \quad x - 2\pi = 5\pi - 5x, \quad 6x = 5\pi, \quad \boxed{x = \frac{5\pi}{6}}$$

$$3) \text{ если } x \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]:$$

$$\log x, \quad \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x - 2\pi)) = x - 2\pi$$

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$x - 2\pi = 5x - 10\pi$$

$$4x = 8\pi, \quad \boxed{x = 2\pi} \text{ no good.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4) если $x \in \left[\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right]$: $\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(2\pi + \pi - x)) =$

$$= 3\pi - x$$

$\in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$$x - 2\pi = 5(3\pi - x), \quad 6x = 17\pi, \quad x = \frac{17}{6}\pi = 2\frac{5}{6}\pi$$

不符.

$\frac{35\pi}{6}$

✓

$2\frac{5}{6}\pi$

5) если $x \in \left[\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right]$:

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x - 4\pi)) = x - 4\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$x - 2\pi = 5(x - 4\pi)$$

$$x - 2\pi = 5x - 20\pi, \quad 4x = 18\pi, \quad x = \frac{9}{2}\pi \text{ подходит}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi, 2\pi, \frac{17}{6}\pi, \frac{9}{2}\pi$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N⁴ (нумер. 2)

$$\begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{x} + \frac{5}{6x} > 0 \\ -\frac{5}{6x} + \frac{4\sqrt{2}}{x} < 0 \end{cases}$$

решение: $x \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{2}}{35}) \cup$

$\cup (0; +\infty) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5}, +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

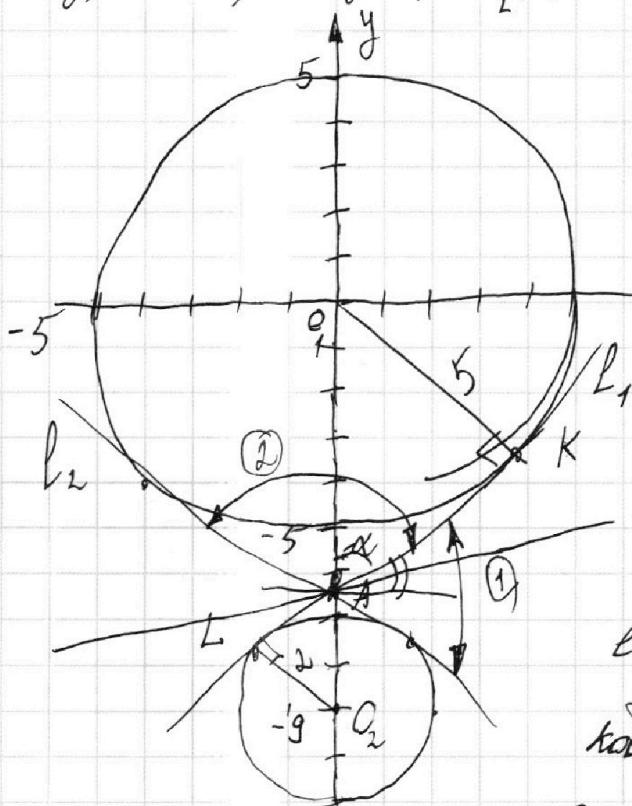
$$5x + 6ay - b = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \Leftrightarrow \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad |(1)$$

$$x^2 + (y+3)^2 = 4(2)$$

Решение задачи упражнение: (1) - y_1 -е окр. с центром $O_1(0;0)$ и радиусом 5
 (2) - y_2 -е окр. с центром $O_2(0;-3)$ и радиусом 2



$$1^o) a=0: 5t=b$$

~~for wzb~~ μm $B=0$
 $4 \mu m.$

2) $a \neq 0$: another

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{8}{6a}$$

~~Пузы ℓ_1, ℓ_2 - дыр. винт, касан.
Заделка, под лист~~

~~С маюба, зно 10 суток вибр
холодащими. Этим глыбам~~

~~М. К. Рыбко избрал в Учредительное собрание делегатом~~

$$Mg \triangleleft LaO_2 \cap \triangleleft KAlO_4 : \frac{G_A}{AlO_4} = \frac{1}{4} \quad O_2 = g = \frac{2}{5} O_2 A + AlO_4$$

$$\text{uz } \triangle L A O_2 \sim \triangle K A O_1 : \frac{OA}{AO_1} = \frac{2}{5} \quad AO_2 = g = \frac{2}{5} OA + AO_1$$

$$g = \frac{2}{5} AC_1, AC_1 = \frac{45}{7}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4 (продолжение)

Перенесём все члены в левую сторону, чтобы они находились
перед A. Тогда получим, когда 4 член. существует \Leftrightarrow
 \Leftrightarrow Эта сумма лежит в промежутке. (2)

$$\text{Умовой козр. } l_1 : \sin \alpha = \frac{5}{AC} = \frac{5 \cdot 7}{45} = \frac{7}{9}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{32}{81}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$k_{l_1} = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{7}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$k_{l_2} = -\frac{4\sqrt{2}}{7} \quad (\text{в силу симм. оси } Oy)$$

значит умовой козр. l лежит

$$\left(-\frac{5}{6a}, \frac{4\sqrt{2}}{7} \right) \cup \left(-\frac{5}{6a}, \frac{4\sqrt{2}}{7} \right)$$

$$\left(-\frac{5}{6a}, \frac{4\sqrt{2}}{7} \right) \cup \left(\frac{35}{24\sqrt{2}}, +\infty \right)$$

$$\left(-\frac{5}{6a}, -\frac{4\sqrt{2}}{7} \right) \cup \left(-\frac{5}{6a}, \frac{4\sqrt{2}}{7} \right) \cup \left(\frac{35}{24\sqrt{2}}, +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty, -\frac{35}{24\sqrt{2}}) \cup (0, +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$1) \log_{11}^4 x - 6 \frac{1}{\log_{11} x} = \frac{1}{3} (-2) \cdot \frac{1}{\log_{11} x} - 5 \quad (\text{т.к. } x \in (0, 1) \cup (1, +\infty))$$

Пусть $\log_{11} x = t \in R \setminus \{0\}$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \quad / \cdot 3t \neq 0$$

$$\begin{aligned} f(t) &= 3t^5 - 6t^3 + 2 + 15t = 0 \\ &\sim 3t^5 + 15t - 16 = 0 \quad \leftarrow f(t) \text{ возр., т.к. } 3t^5 \uparrow \end{aligned}$$

$$2) \log_{11}(0.5y) + \log_{0.5y} 11 = \log_{(0.5y)^3} (11^{-3}) - 5$$

Пусть $\log_{11}(0.5y) = a \in R \setminus \{0\}$:

$$a^4 + \frac{1}{a} = -\frac{13}{3a} - 5 \quad / \cdot 3a \neq 0 \quad (2)$$

$$3a^5 + 3 + 13 + 15a = 0$$

$$3a^5 + 15a + 16 = 0 = f(a) \quad f(a) \text{ возр., как сумма}$$

f'(a)

$$\begin{aligned} t_0 &\in (0; 1) \\ a_0 &\in (-1; 0) \end{aligned}$$

возраст.

$$f(-1) < 0, \quad f(0) > 0$$

корень ровно 1 и лежит
на $(-1; 0)$

Пусть t_0 — корень f1), a_0 — корень f2)

$$+ \begin{cases} 3t_0^5 + 15t_0 - 16 = 0 \\ 3a_0^5 + 15a_0 + 16 = 0 \end{cases}$$

$$3(G_0 + t_0)(G_0^4 - G_0^3t + G_0^2t^2 - G_0t^3 + t^4) + 15(G_0 + t_0) = 0 \quad / : 3$$

$$(G_0 + t_0)(G_0^4 - G_0^3t + G_0^2t^2 - G_0t^3 + t^4 + 5) = 0$$

$$\boxed{G_0 = -t_0}$$

$$\sqrt{0, \text{ т.к. } |G_0| < 1, \quad |t_0| < 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

$$\log_{11}(0.5y) + \log_{11}x = 0$$

$$\log_{11}(0.5xy) = 0 \quad 0.5xy = 1 \quad \boxed{xy=2}$$

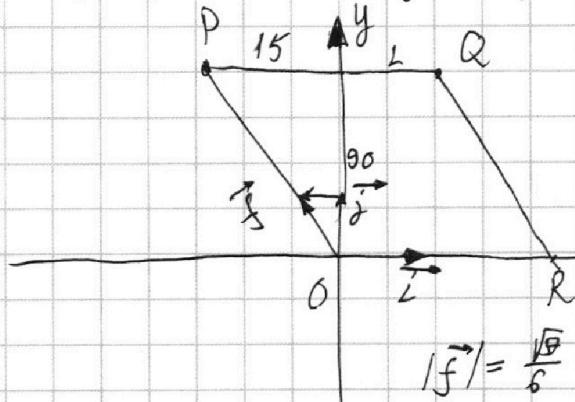
Ответ: 2

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

Перейдем в косоугольную СК ~~и то с~~:



Пусть \vec{f} ~~удовлетворяет~~ вектор:

$\vec{f} \parallel \vec{OP}$ ~~у к-рого~~
коэф. по \vec{y}
равна 1

Тогда, т.к. $\frac{90}{15} = 6$

$$\text{т.о. } \vec{f} = \vec{j} - \frac{1}{6}\vec{i}$$

$$\vec{j} = \vec{f} + \frac{1}{6}\vec{i}$$

Пусть есть точка с коорд. (x_1, y_1) , тогда:

$$x_1\vec{i} + y_1\vec{j} = x_1\vec{i} + y_1 \cdot \left(\vec{f} + \frac{1}{6}\vec{i}\right) = y_1 \cdot \vec{f} + \frac{6x_1 + y_1}{6}\vec{i}$$

т.е. в новой системе координат у этой точки
коорд. $(y_1, \frac{6x_1 + y_1}{6}; y_1)$

$$\text{условие: } 6x_2 + y_2 = 6x_1 + y_1 + 48 \text{ / :6}$$

$$\frac{6x_2 + y_2}{6} = \frac{6x_1 + y_1}{6} + 8$$

т.е. надо найти точки, у к-рых абсцисса в новой
СК большая ^{на 8} ~~для~~ на 8

Всего точек удовл. в н-ии:

$$\begin{cases} 6x_1 + y_1 \geq 0 \\ 6x_1 + y_1 \leq 102 \\ 0 \leq y_1 \leq 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_1 + y_1 \geq 0 \\ 6x_1 + y_1 \leq 102 \\ 0 \leq y_1 \leq 90 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

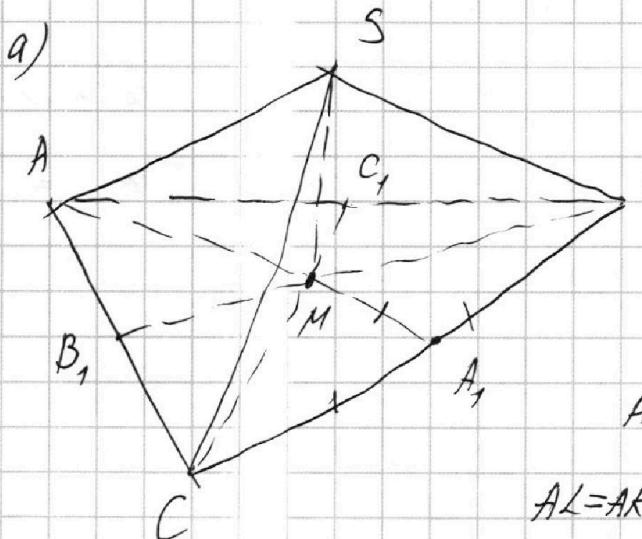
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

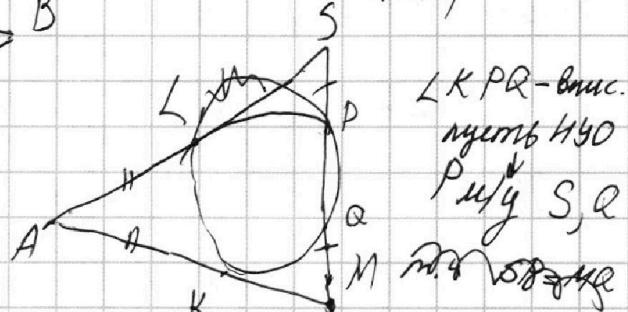


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) расч. $\triangle AMC$

(ASM)



$\angle KPR$ -внш.
лучь KQO
Радиус S, Q
M л.к. вспом.

$AL = AK$ как кас.

$$LS = \sqrt{SP \cdot SQ}, \text{ м.к. } SL \text{- кас.}$$

$$KM = \sqrt{MQ \cdot MP}, \text{ м.к. } MK \text{- кас.}$$

$$AS = AM = 20$$

$$2) AM : MA_1 = 2:1 \rightarrow MA_1 = \frac{20}{2} = 10 = \frac{BC}{2} \rightarrow \angle GMB = 90^\circ$$

но сб-ку неч.

MA_1 - неч. $\triangle CMV$

$$3) \frac{S_{CMV}}{S_{ABC}} = \frac{MA_1}{AA_1} = \frac{1}{3} \quad (\text{одн. осн. } BC, \text{ а выс. одинак. как})$$

но сб-ку нечлен $MA_1 : AA_1$)

$$S_{CMV} = 60 \rightarrow CM \cdot MB = 120$$

$$\frac{4}{9} \cdot CC_1 \cdot BB_1 = 120$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = \frac{9 \cdot 120}{4} = 270$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 270 \cdot 30 = 8100$$

Ответ: а) 8100



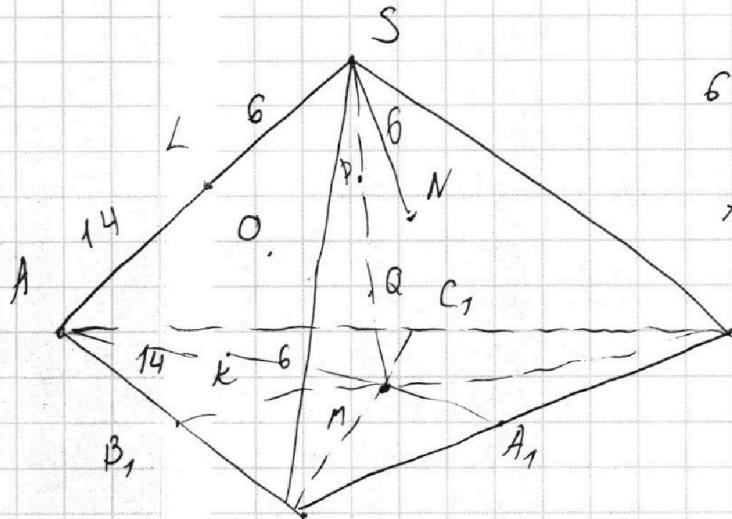
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.)



$$f = SN = SL \text{ kde} \\ \text{kouzlo.}$$

$$AL = AS - LS = 14$$

AK
kak. kacan.

Для вас мы ВСЕГДА готовы помочь вам всем ОНЛАЙН

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

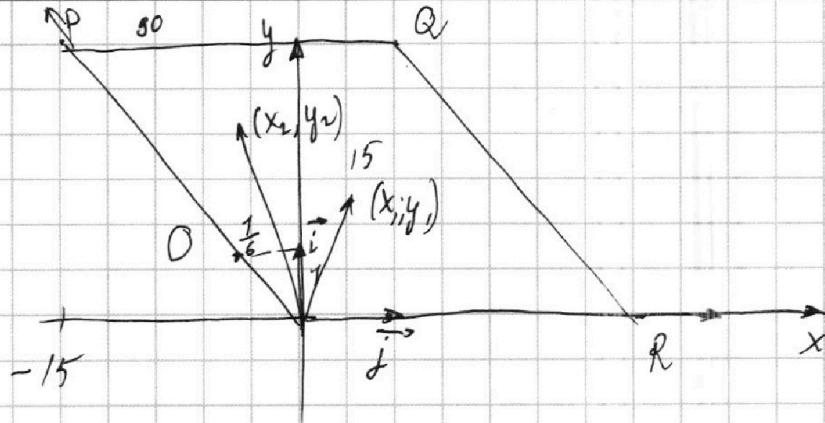
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{PQ}{QR} = \frac{30}{15} = 2$$

$$6(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 48$$

$$\vec{x} = \vec{i} + \frac{1}{6}\vec{j}$$

$$\vec{i} = \vec{x} + \frac{1}{6}\vec{j}$$

$$6x_2 + y_2 = 6x_1 + y_1 + 48$$

$$x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} = x_1 - \frac{1}{6}x_1 \vec{i}$$

$$(x_1 - \frac{1}{6}y_1) \quad x_1 \vec{i} + \frac{1}{6}x_1 \vec{j} + y_1 \vec{j}$$

~~x₁~~

$$(x_1, y_1) \rightarrow (x_1, \frac{1}{6}x_1 + y_1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

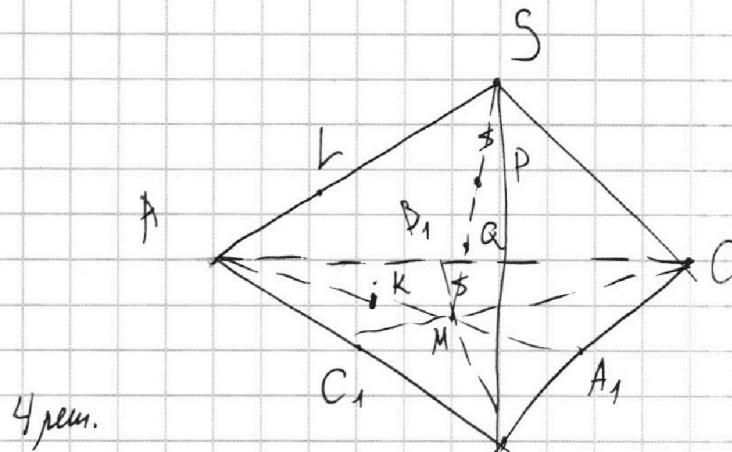
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

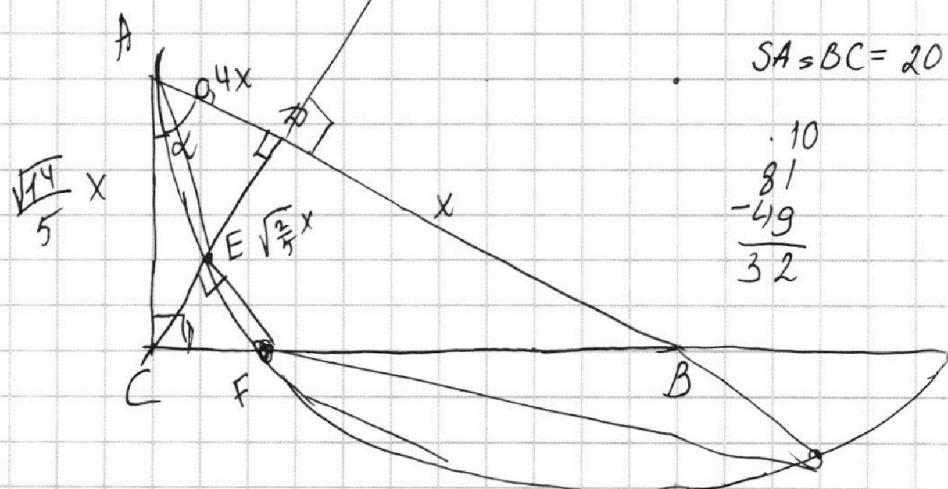
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x + 6ax + b = 0$$

$$S_{ABC} = 180$$

$$SA = BC = 20$$



$$\begin{array}{r} 10 \\ - 49 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$5, \quad \frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{25}x^2 = \frac{14}{25}x^2$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}/\sqrt{5}}{\sqrt{14}/\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{5}{7}} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$2R \sqrt{\frac{2}{7}} - EF = 9.8x$$



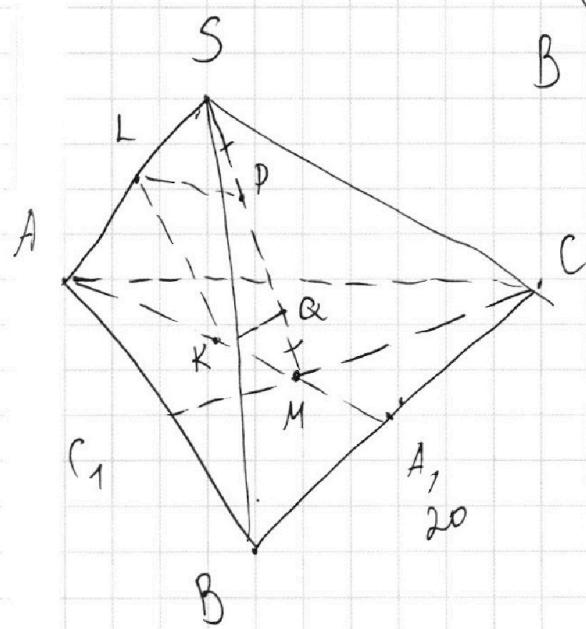
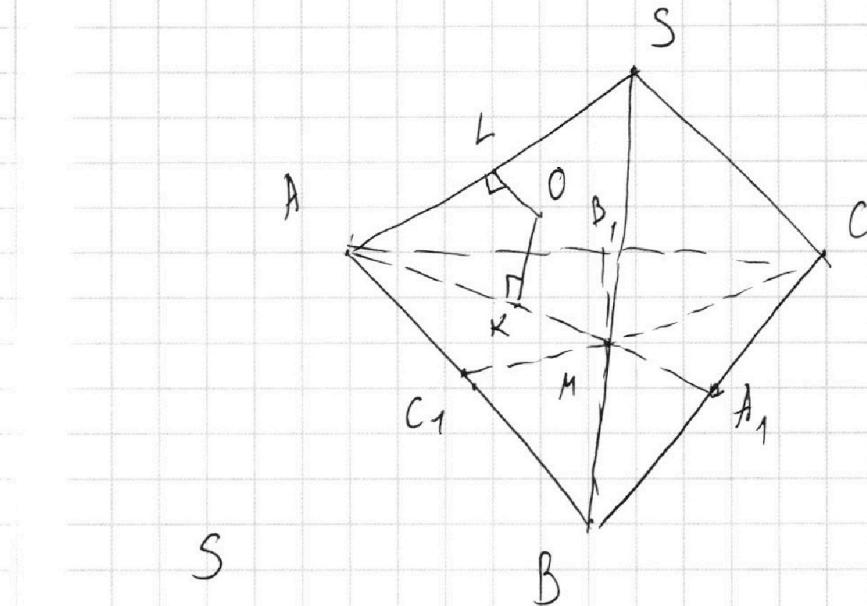
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

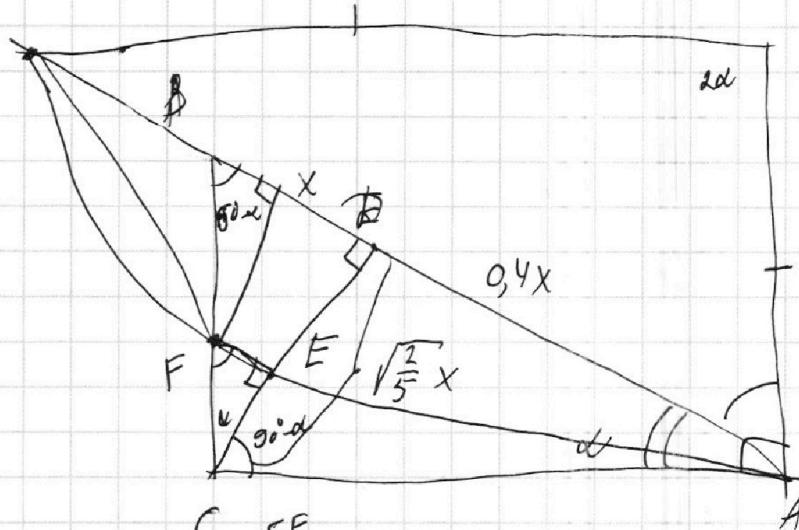
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

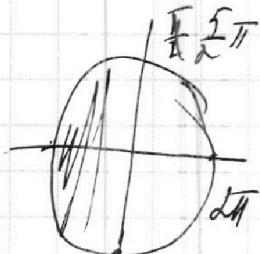
$$a = 2^{4 \cdot 3} \cdot 5^{14}$$
$$c = 2^{12 \cdot 3} \cdot 5^{20 \cdot 5^{14}}$$
$$b = 2^2 \cdot 3^8$$



$$\frac{S_{AOD}}{S_{CEF}} - ?$$
$$0.4x = \frac{y - 0.4x}{2} \quad AB \parallel EF$$



$$\frac{CD}{X} = \frac{0.4x}{CD} \quad AB : BD = 14$$



$$-\frac{3\pi}{2} \leq -x \leq -\frac{\pi}{2}$$
$$-\frac{5\pi}{2} \leq \pi - x \leq -\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$
$$-\frac{3\pi}{2} \leq -x \leq -\frac{\pi}{2}$$
$$-\frac{\pi}{2} \leq \pi - x \leq \frac{\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$2x - 4\pi = 10 \arcsin(\sin x)$$

$$x - 2\pi = 5 \arcsin(\sin x)$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq x - 2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} & 16 \quad 14 \\ & \cancel{12} \quad \cancel{5} \\ & C = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ & A = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ & B = 2^2 \cdot 3^2 \end{aligned}$$

$$(b^5y)^3$$

$$t^4 a^4 + \frac{1}{a} = \frac{-13}{34} + -5$$

$$a^5 + 1 + \frac{13}{3} + 5a = 0$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \frac{1}{t} - 5$$

$$a^5 + 5a + \frac{16}{3} = 0$$

$$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{5}{t} + 5 = 0$$

корень единственный.

$$(a^5 + t^5)$$

$$t^4 - \frac{1}{t} + 5 = 0$$

$$t^5 + 5t - 1 = 0$$



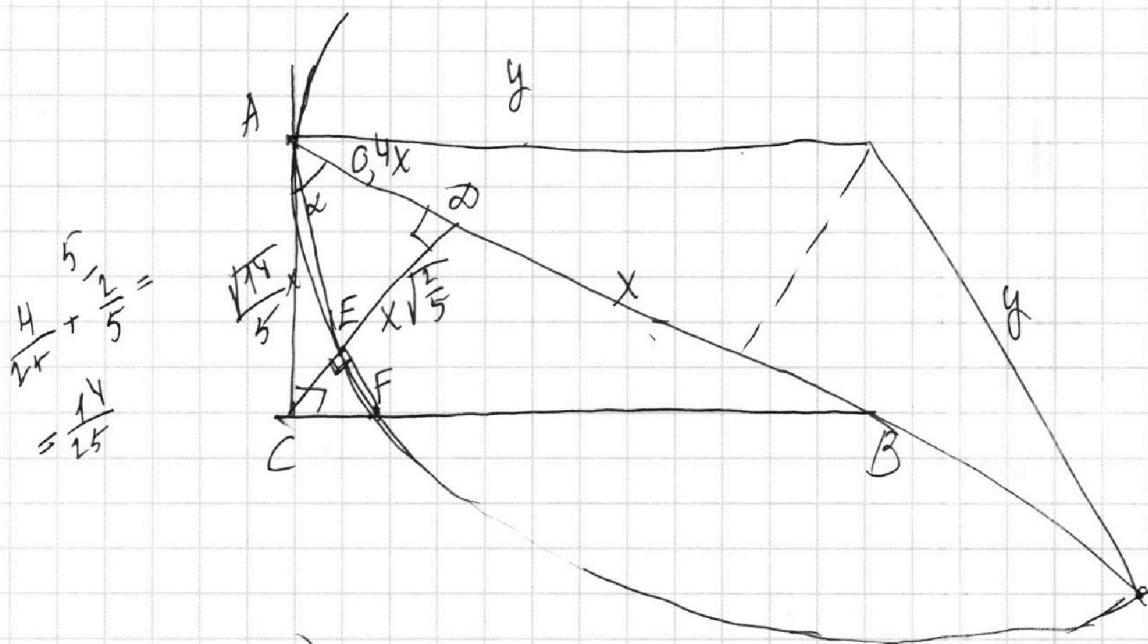
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



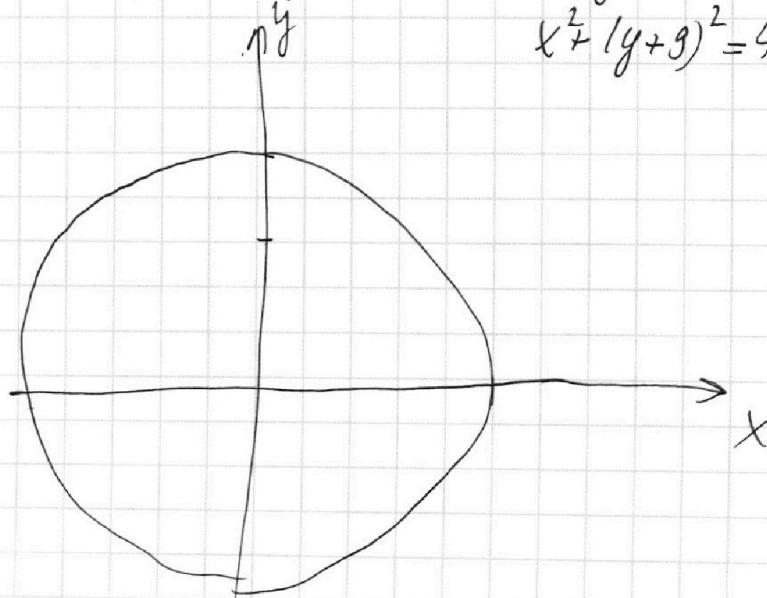
$$2y \cos(90^\circ - \alpha) = 2y \sin \alpha = 2y \sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}}}{\sqrt{\frac{14}{7}}} = \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{14}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

радио 4 см.

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x^2 + (y+3)^2 = 4$$



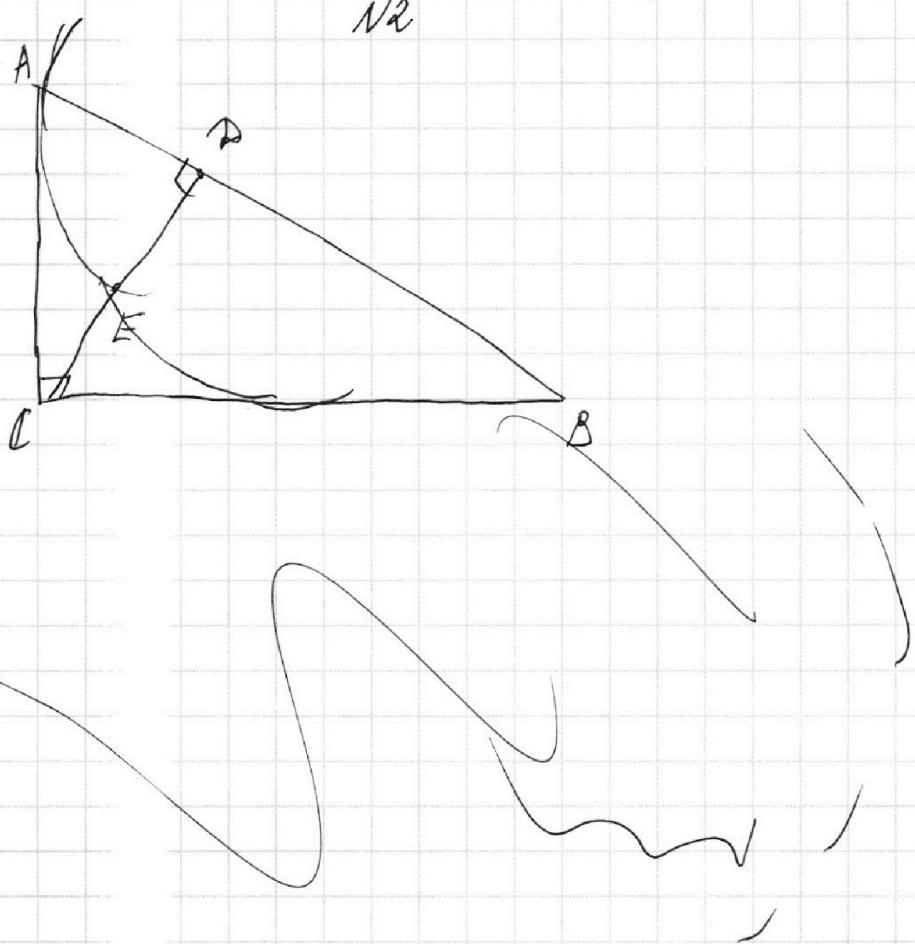
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



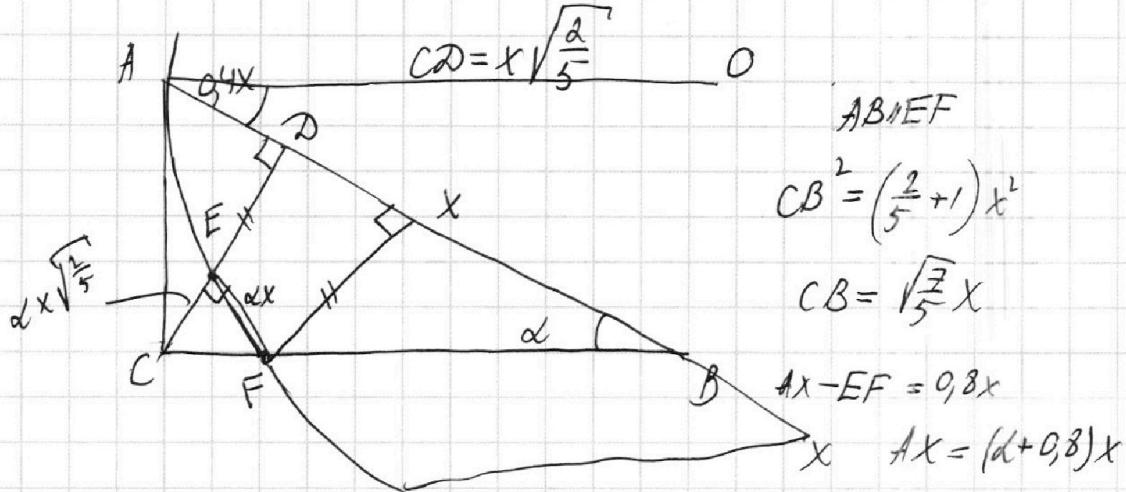
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

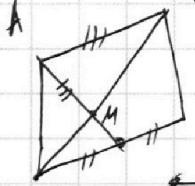
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2}x \cdot x \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}\alpha^2 x^2 \sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha x + x}{1} \left(x \sqrt{\frac{2}{5}}\right) \cdot (1-\alpha)$$

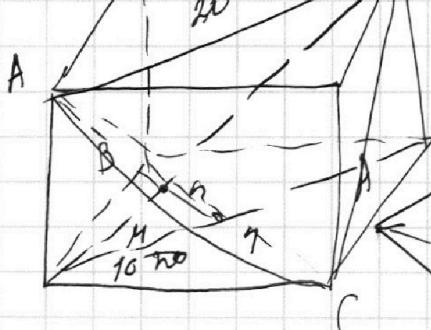
$$5x^2 \sqrt{\frac{2}{5}} = \alpha^2 x^2 \sqrt{\frac{2}{5}} + x^2 \sqrt{\frac{2}{5}} (1-\alpha^2)$$



$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$2R \cdot \sqrt{\frac{5}{7}} = (\alpha + 0.8)x$$

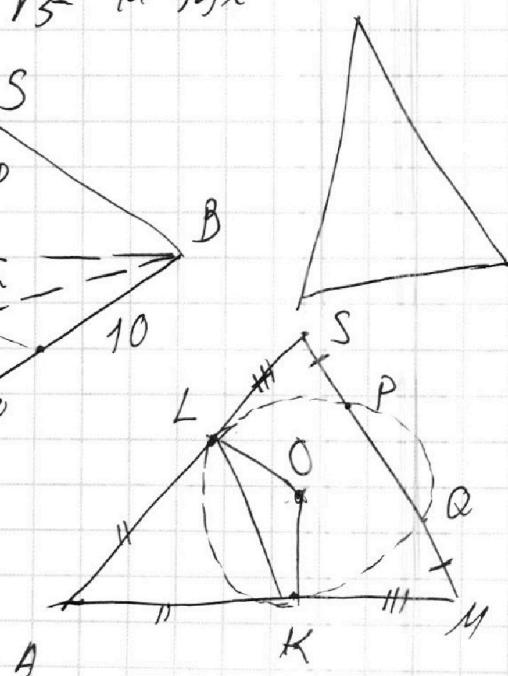
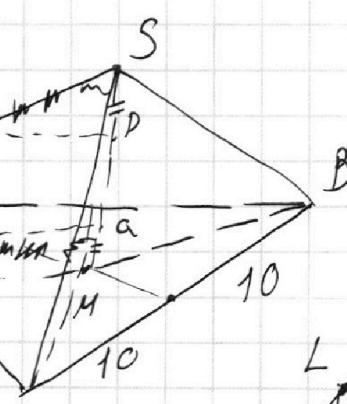
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} (\alpha + 0.8)x$$



$$\frac{2}{3}AA_1 = AM = BC = 20$$

$$AA_1 = \frac{60}{2} = 30$$

$$AS = AM$$





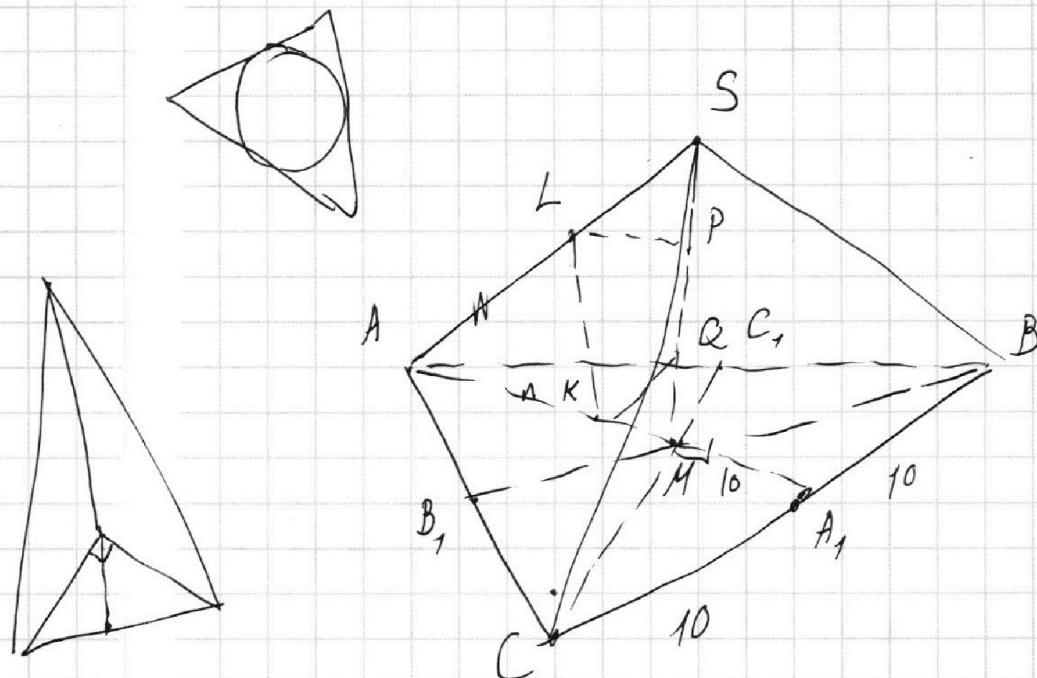
На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

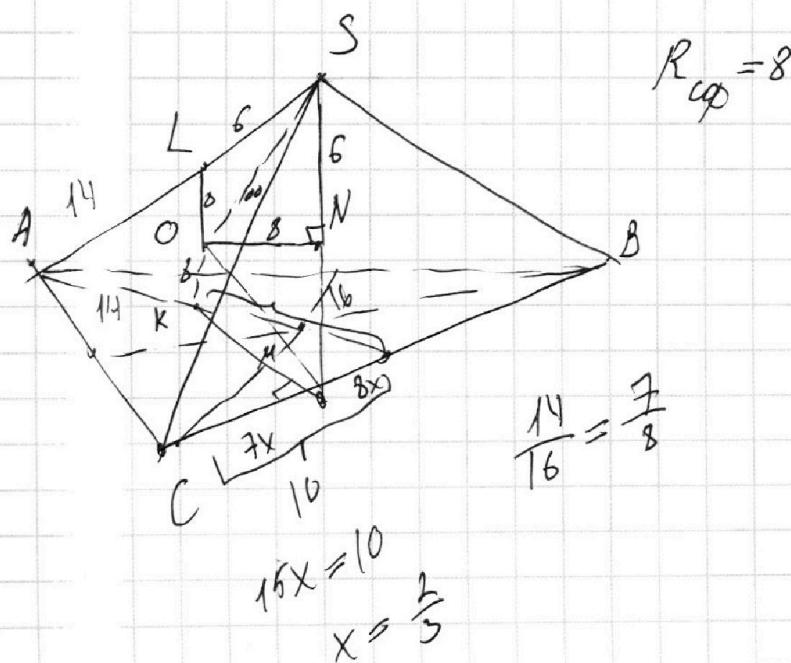
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$36 + 64 = 100$$

$$AS = AM = 20$$

$$\frac{2}{3} AA_1 \rightarrow AA_1 = 40$$



$$R_{\text{cp}} = 8$$

$$\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

$$16x = 10 \\ x = \frac{5}{8}$$