МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. $(ab): 2^{6}\cdot 3^{13}\cdot 5^{11}$
$(bc): 2^{14} 3^{21}\cdot 5^{13}$
$(ac): 2^{16} 3^{25} 5^{28}$ $\qquad \min(abc) - ?$

Минимальное значение произведения достигается, если оно состоит только из множителей 2, 3, 5

Пусть $a = 2^k 3^l 5^m$, $k, l, m \in \mathbb{Z}_+$
$b = 2^r 3^s 5^t$, $r, s, t \in \mathbb{Z}_+$
$c = 2^x 3^y 5^z$, $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$

Если произведения чисел делятся на определённую степень простого числа, значит в этом произведении степень этого числа не меньше чем в делителе.

$2: \begin{cases} k+r \geq 6 \\ r+x \geq 14 \\ k+x \geq 16 \end{cases} +$ $\qquad 3: \begin{cases} l+s \geq 13 \\ s+y \geq 21 \\ l+y \geq 25 \end{cases} +$ $\qquad 5: \begin{cases} m+t \geq 11 \\ t+z \geq 13 \\ m+z \geq 28 \end{cases} +$

$k+r+x \geq \frac{6+14+16}{2} = 18$ $\qquad l+s+y \geq \frac{13+21+25}{2} = 29\frac{1}{2}$ $\qquad m+t+z \geq \frac{11+13+28}{2} = 26$

$abc = 2^{k+r+x}\, 3^{l+s+y}\, 5^{m+t+z} \geq 2^{18}\cdot 3^{29\frac{1}{2}}\cdot 5^{26}$

~~Так как все показатели целые неотрицательные числа, то в разложении abc все показатели тоже целые неотрицательные числа.~~

~~$abc \geq 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{26}$, рав-во при $a = 2^{4}\cdot 3^{8}\cdot 5^{13}$; $b = 2^{2}\cdot 3^{5} 5$; $c = 2^{12}\cdot 3^{17}\cdot 5^{15}$~~

~~Ответ: $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{26}$~~

В (abc) все показатели должны быть целые неотрицательные, а также не меньше, чем наибольший показатель данного простого множителя в попарных произведениях. Следовательно:
$abc \geq 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$, равенство при $a = 2^{4}\cdot 3^{8}\cdot 5^{14}$; $b = 2^{2}\cdot 3^{5}$; $c = 2^{12}\cdot 3^{17}\cdot 5^{14}$

Ответ: $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$

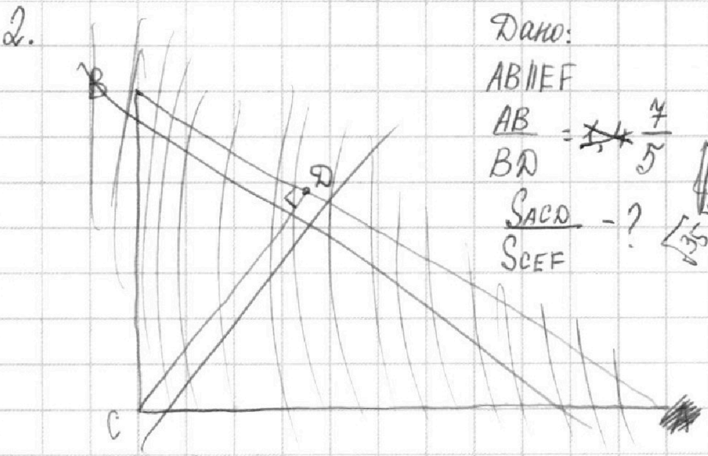
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2.

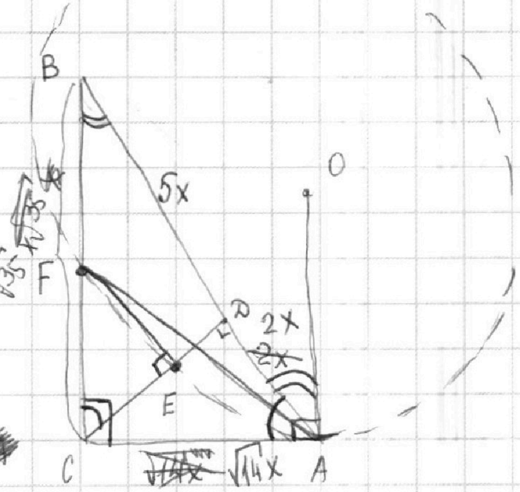


Дано:

$AB \parallel EF$

$\frac{AB}{BD} = \cancel{1,4}\ \frac{7}{5}$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$ — ?



1) $\left(\begin{matrix} CD \perp AB \\ EF \parallel AB \end{matrix}\right) \Rightarrow (CD \perp EF)$ $\Rightarrow$ ($\triangle DAC \sim \triangle ECF$ по острому уг углу)

$\angle BCD = \angle DAC = 180^\circ - \angle CBA$

$k = \frac{AC}{CF}$ $\quad \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = k^2$

2) ~~свойство высоты в прямоугольном треугольнике:~~ $\frac{BC}{AC} = \sqrt{\frac{BD}{AD}} = \sqrt{\frac{5}{\cancel{7+5}}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$

2) свойство высоты в прямоугольном треугольнике

$CB = \sqrt{5x \cdot 7x} = \sqrt{35}\,x$ $\qquad CD = \sqrt{5x \cdot 2x} = \sqrt{10}\,x$

$AC = \sqrt{(7x - 5x) \cdot 7x} = \sqrt{14}\,x$

3) степень точки C: $CA^2 = CF(2R - CF)$ (диаметр равен части прямой CF внутри окружности $+ 2 \cdot CF$, т.к. диамет перпенд. CA, и образуется прямоугольник)

$k = \frac{AC}{CF} = \frac{\sqrt{CF(2R - CF)}}{CF}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3. $10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$

$10\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 9\pi - 2x$

$$\begin{cases} (\frac{\pi}{2} - x) \in [0; \pi]; \quad x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ 10 \cdot (\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x; \quad 5\pi - 10x = 9\pi - 2x; \quad 8x = -4\pi; \quad x = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

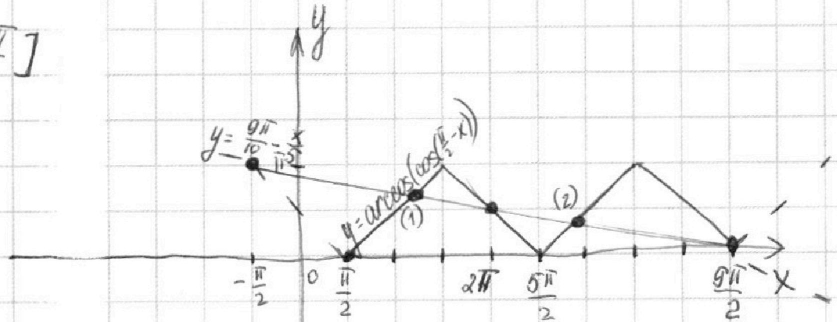
~~$(\frac{\pi}{2} - x) < 0; \quad x > \frac{\pi}{2} \qquad 9\pi - 2x < 8\pi$~~

$(10\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))) \in [0; 10\pi]$

$9\pi - 2x < 0; \quad x > \frac{9\pi}{2}$ – решений на промежутке $(\frac{9\pi}{2}; \infty)$ нет

$(\frac{\pi}{2} - x) > \pi; \quad x < -\frac{\pi}{2}$ $\quad \begin{cases} 9\pi - 2x > 10\pi \\ 10\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) \in [0; 10\pi] \end{cases}$ – решений на промежутке $(-\infty; -\frac{\pi}{2})$ нет

$x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}]$



~~Проверкой убеждаемся~~ $x = \frac{9\pi}{2}$: $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{9\pi}{2})) = 0$ – решение

$\frac{9\pi}{10} - \frac{9\pi}{2 \cdot 5} = 0$

$x = 2\pi$: $\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - 2\pi)) = \frac{\pi}{2}$ – решение

$\frac{9\pi}{10} - \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{2}$

точка (1): $\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5} = x - \frac{\pi}{2}$; $\frac{6x}{5} = \frac{7\pi}{5}$; $x = \frac{7\pi}{6}$

точка (2): $\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5} = x - \frac{5\pi}{2}$; $\frac{6x}{5} = \frac{17\pi}{5}$; $x = \frac{17\pi}{6}$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{6}$; 2π; $\frac{17\pi}{6}$; $\frac{9\pi}{2}$.

$(v)\begin{cases} y = c + kx \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ — ~~прик~~ найти, при каких c и k одно решение

$(*)\begin{cases} x^2 + (y+9)^2 = 4 \\ y = c + kx \end{cases}$ — " —

(v) $x^2 + (c+kx)^2 = 25$

$(k^2+1)x^2 + 2ckx + c^2 - 25 = 0$

$\frac{D}{4} = (kc)^2 - (c^2-25)(k^2+1) =$

$= 25k^2 - c^2 + 25 = 0$

$(*)$ $x^2 + (c+kx+9)^2 = 4$

$(k^2+1)x^2 + 2k(c+9)x + (c+9)^2 - 4 = 0$

$\frac{D}{4} = k^2(c+9)^2 - (k^2+1)((c+9)^2 - 4) =$

$= 4k^2 - (c+9)^2 + 4 = 0$

$\begin{cases} 25k^2 - c^2 + 25 = 0 \\ 4k^2 - c^2 - 18c - 77 = 0 \end{cases} \begin{vmatrix} \cdot 4 \\ \cdot 25 \end{vmatrix} -$ $\begin{cases} 21c^2 + 25\cdot 18c + 77\cdot 25 + 4\cdot 25 = 0 \\ 25k^2 - c^2 + 25 = 0 \end{cases}$

$21c^2 + 25\cdot 18c + 81\cdot 25 = 0$

$7c^2 + 150c + 27\cdot 25 = 0$

$c \in \{-\frac{45}{7}; -15\}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} c = -15 \\ 25k^2 - 225 + 25 = 0;\ k = \pm 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} c = -\frac{45}{7} \\ 25k^2 - \left(-\frac{45}{7}\right)^2 + 25 = 0;\ 25k^2 - \frac{45^2}{49} + 25 = 0 \end{cases} \end{array}\right.$ — внешние касательные

$k^2 = \frac{45^2 - 25\cdot 49}{25\cdot 49} = \frac{10\cdot 80}{25\cdot 49}$

$k = \pm\frac{20}{35}\sqrt{2} = \pm\frac{4}{7}\sqrt{2}$

$k \in (-\infty; -\frac{4}{7}\sqrt{2}) \cup (\frac{4}{7}\sqrt{2}; \infty)$ — подходят

$\left[\begin{array}{l} -\frac{5}{6a} < -\frac{4}{7}\sqrt{2};\ \frac{24\sqrt{2}a - 35}{42a} < 0;\ a \in (0; \frac{35}{24\sqrt{2}}) \\ -\frac{5}{6a} > \frac{4}{7}\sqrt{2};\ \frac{24\sqrt{2}a + 35}{42a} < 0;\ a \in (-\frac{35}{24\sqrt{2}}; 0) \end{array}\right.$

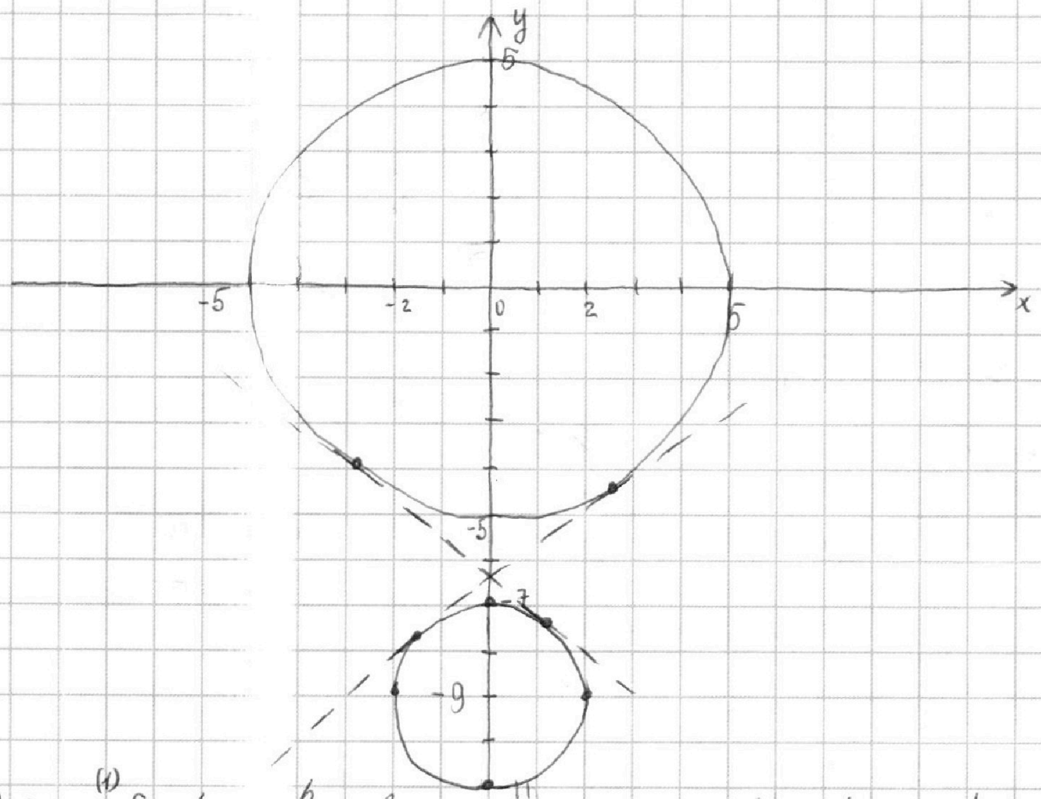
$\left[\begin{array}{l} a \in (-\frac{35}{24\sqrt{2}}; 0) \cup (0; \frac{35}{24\sqrt{2}}) \\ a = 0 \end{array}\right.$

Ответ: $\left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$

4. a - ? $\exists b$: 4 решения

(1) $\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \end{cases}$; ~~$y = \frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}x$~~ – прямая (не может быть горизонтальной, т.к. коэффициент при $x \neq 0$)

(2) $(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0$; $(x^2+y^2-25)(x^2+(y+9)^2-4)=0$



0) $a=0$: $\overset{(1)}{5x=b}$; $x=\frac{b}{5}$ - вертикальная прямая. Если $b=0$ - 4 решения
$a=0$ - подходит

1) $a \neq 0$: (1) $y=\frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}x$. - прямая. У прямой и окружности не более двух общих точек, поэтому 4 решения достигаются тогда, когда прямая пересекает (не касается) обе окружности.

Нужно найти такие углы наклона прямой, при которых при хотя бы одном свободном члене случаются оба пересечения.

Граничными случаями являются прямые, у которых коэффициент угла наклона равен этому коэффициенту у общих внутренних касательных этих окружностей. Если ~~коэффициент~~ прямая будет параллельна этим касательным или более пологой, то при переносе вверх-вниз она будет ~~или касаться~~ обеих пересекать окружности не более, чем в двух точках.

При прямых, не описанных выше, им будет подходить b, при котором свободный член тот же, что и общих внутренних касательных

Найдём общие внутренние касательные окружностей:

$k=-\frac{5}{6a}$ - одному значению k соответствует ровно одно значение a, $k \neq 0$

$c=\frac{b}{6a}$ - одной паре $(c; a)$ соответствует ровно одно значение b

5. (продолжение)

$f(t)$ и $g(p)$ – это функция $h(x)=3x^5+15x$ сдвинутая вниз/вверх на 16

$h(-x)=-3x^5-15x=-h(x) \Rightarrow h(x)$ - нечётная функция

у $f(t)$ центр симметрии $(0;-16)$
у $g(p)$ $(0;16)$

Пусть $f(t)=0$ при t_0 $\quad f(t_0)=0$
$g(p)=0$ $\quad p_0=t_1 \left(g(p_0)=0\right) \Rightarrow f(t_1)=-32$

$\left(|f(t_0)-(-16)|=|f(t_1)-(-16)|=16\right) \Rightarrow (t_0=-t_1=-p_0)$

$x\cdot y=11^{t_0}\cdot 2\cdot 11^{p_0}=2\cdot 11^{t_0+p_0}=2\cdot 11^0=2$

Ответ: 2

5.

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11} x = t\ ;\ x = 11^t$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$$

$$\begin{cases} t \neq 0 \\ 3t^5 - 18 = -2 - 15t\ ;\ 3t^5 + 15t - 16 = 0\ ;\ f(t) = 3t^5 + 15t - 16 \end{cases}$$

	~~3~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~15~~	~~−16~~
~~$\frac{1}{3}$~~	~~3~~	~~1~~	~~$\frac{1}{3}$~~	~~$\frac{1}{9}$~~		

$f(t)$ - возрастающая $\Rightarrow$ решений у уравнения не более одного

$$\log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) - 5$$

$$\log_{11}^4 (0{,}5y) + \frac{1}{\log_{11} 0{,}5y} = -\frac{13}{3}\cdot\frac{1}{\log_{11}(0{,}5y)} - 5$$

$$\log_{11}(0{,}5y) = p,\ y = 2\cdot 11^p$$

$$p^4 + \frac{1}{p} = -\frac{13}{3p} - 5$$

$$\begin{cases} p \neq 0 \\ 3p^5 + 3 = -13 - 15p\ ;\ 3p^5 + 15p + 16 = 0\ ;\ g(p) = 3p^5 + 15p + 16 \end{cases}$$

$g(p)$ - возрастающая $\Rightarrow$ решений у уравнения не более одного

$$\cancel{x\cdot y = 11^t \cdot 2\cdot 11^p = 2\cdot 11^{p+t}}$$

продолжение →

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

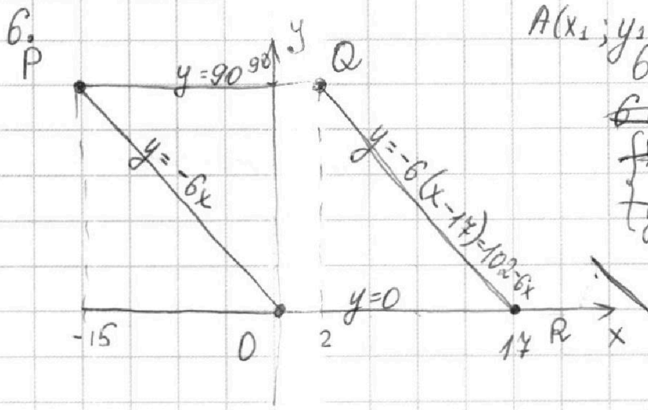
1 2 3 4 5 6 7

[ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [x] [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

6.



$A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$

$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$

~~$6(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 48$~~

~~$\begin{cases} x_2 - x_1 \le 8 \\ y_2 - y_1 \le 48 \end{cases}$~~ $y_2 + 6x_2 = y_1 + 6x_1 + 48$

1) посчитаем количество точек, для которых $x_2 - x_1 = 8$, ~~т.к~~ Тогда $y_2 - y_1 = 0$, т.е. они лежат на одной горизонтали

Для всех горизонталей, где боковые стороны проходят не через целые точки, ~~таких пар~~ ~~це~~ точек с целыми координатами 17. ~~Т.е.~~ То есть подходящих пар 9

~~На таких гориз~~ Горизонтали ~~у, прохо~~ где боковые стороны проходят через целые стороны: $y=0$, $y=6$, $y=12$, $y=18$, $y=24$, $y=30$ 16 штук. Там 10 подходящих пар на горизонталь.

Т.е. всего таких пар: $10 \cdot 16 + 9(91-16) = 160 + 9 \cdot 75 = 835$

~~2) посчитаем количество точек для которых $y_2 - y_1 = 48$, то есть они лежат на одной вертикали~~ Для каждой точки с целыми координатами внутри этого параллелограмма можно подобрать прямую вида $y = -6x + b$, на которой эта точка лежит. Тогда для этой точки подойдут в пару все точки на прямой $y = -6x + b + 48$ и лежащие внутри параллелограмма.

Для данного параллелограмма существует 103 таких прямых ($b \in [0; 102]$). Все они покрывают точки с целыми координатами внутри и на границе параллелограмма.

Если прямая проходит через точки с целыми координатами на границах, то на ней лежит 16 нужных точек. Иначе 15 нужных точек. 16 точек будет, если $b \vdots 6$.

Вообще существует вторая прямая для $b \in [0; 54]$, т.е. для 55 b.

Из них 10 проходят через точки с целыми координатами на горизонтальных границах. Т.е. всего пар:

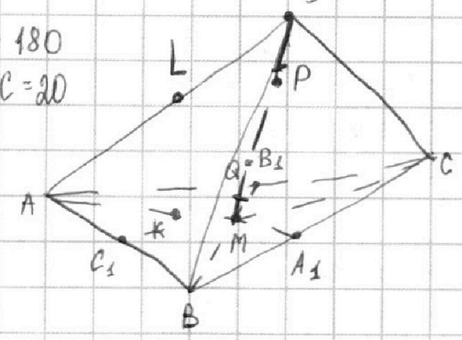
$15 \cdot 15(55-10) + 16 \cdot 16 \cdot 10 = 225 \cdot 45 + 2560 = 10125 + 2560 = 12685$

Ответ: ~~10125 пар~~. 12685 пар.

7.

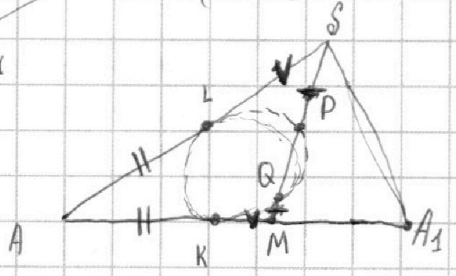
$S_{ABC} = 180$

$SA = BC = 20$



а) $(AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1)$ - ?

1) Возьмём сечение сферы плоскостью (ASA_1)



$AL = AK$ - отрезки касательных

$$\begin{pmatrix} SL^2 = SP(SP+PQ) \\ MK^2 = MQ(MQ+PQ) \\ SP = MQ \end{pmatrix} \Rightarrow (SL = MK)$$

Даже если P и Q были поменяны местами, то в степенях точек S и M в скобках плюсы поменялись бы на минусы, а равенство осталось бы.

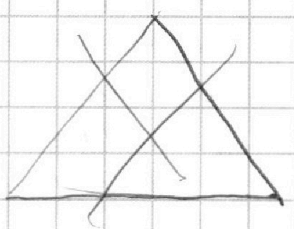
$AS = AM = 20$

$AA_1 = \frac{3}{2} \cdot AM = 30$

2) высота $\triangle ABC$ к BC; $AH = h_a = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 180}{20} = 18$

$(A_1H = \sqrt{AA_1^2 - AH^2} = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24 > BC) \Rightarrow$

$\triangle ABC$ - тупоугольный



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

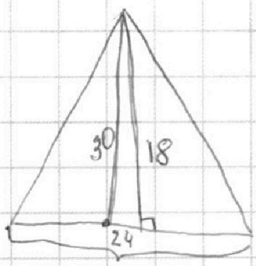
параллельност
касание
отношение

$\frac{CF}{FB} = \frac{CE}{CD}$ $\quad AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{1}{2}$

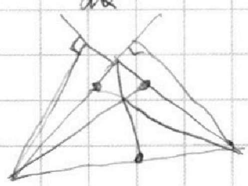
$CD = \sqrt{10}\,x$

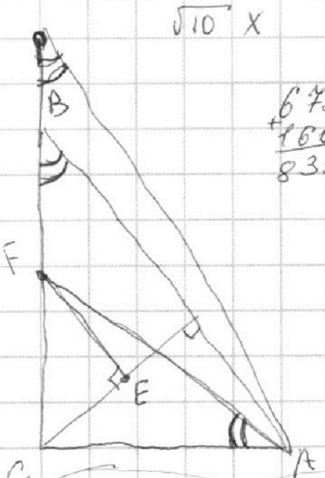
$\frac{CE}{\sqrt{10}\,x} = \frac{CF}{\sqrt{35}\,x} = \frac{EF}{5x}$

$\cancel{CE}$ $\quad \frac{FE}{\sqrt{10}\,x} = \frac{FC}{\sqrt{14}\,x}$



$\frac{2 \cdot \cancel{180}^{9}}{\cancel{20}} = 18$





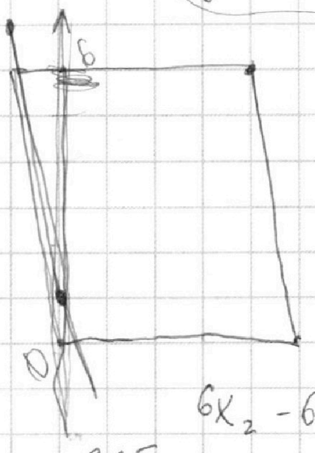
$675 + 160 = 835$

$\frac{AC}{CB} = \frac{CF}{AC}$

$160 + 819 - 144 =$

90
84
78
72

$y^2 + 6x_2 = y_1 + 6x_1 + 48$



$0;0 \quad y = -6x$
$y = -6x + 48$

$0;0 \quad 1;42$

$6x_2 - 6x_1 + -6x + b + 48$

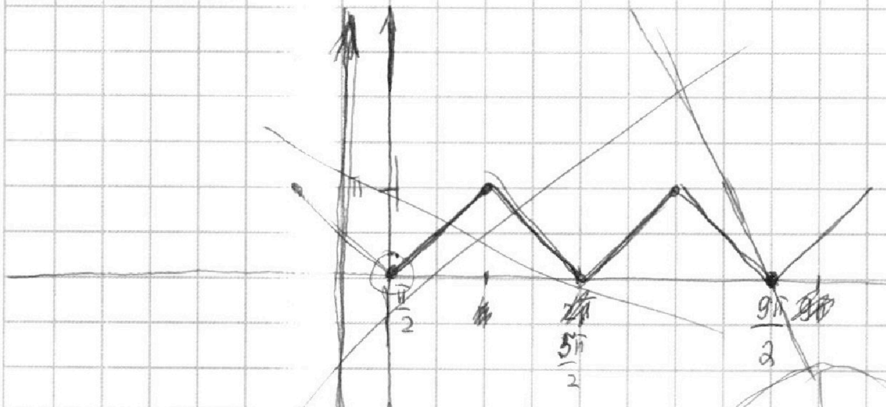
$225 \times 45 = 1125 + 900 = 10125$

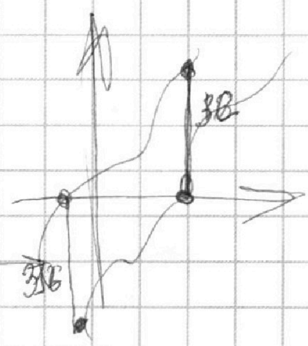
$CF(2R - 2CF) = 14x^2$

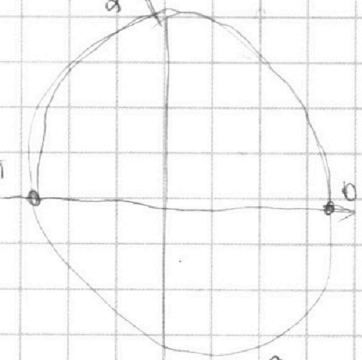
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



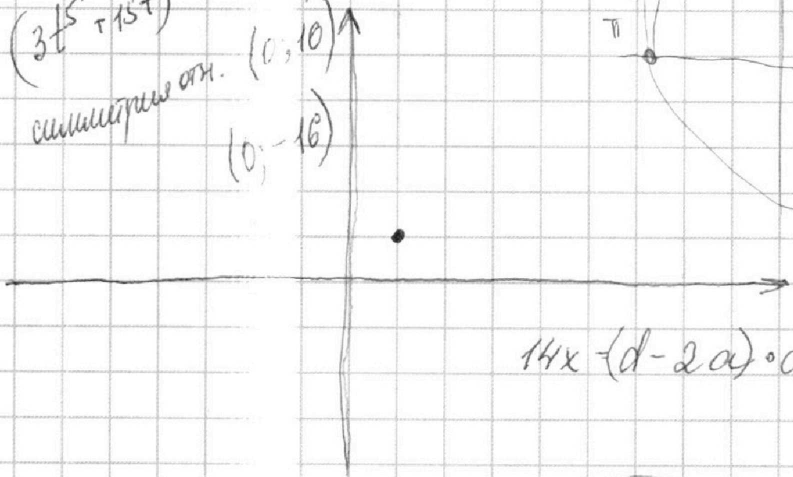




$(3t^5+15t)$ нечётн.

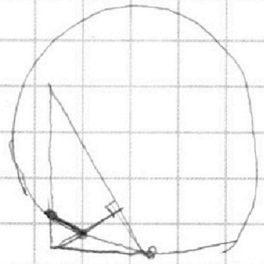
симметрия отн. $(0;10)$

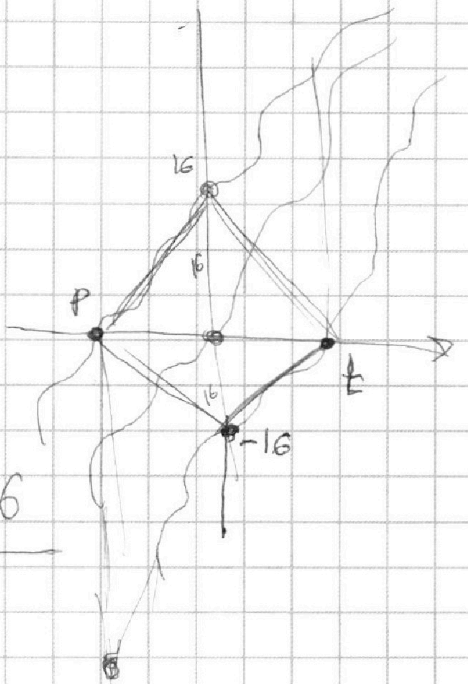
$(0;-16)$



$\frac{9}{10}\pi - \frac{2x}{5}$

$14x-(d-2a)\cdot a$





	1	-2	1	
1	1	-1		

5 4 3

3 | 0 | 0 | 0 | 15 | 16