



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

- 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- 2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- 3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- 4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- 5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- 6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
- 7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \Rightarrow ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot x \text{ где } x \in \mathbb{N}$$

Аналогично для bc и ac . $\Rightarrow \min ab$ когда $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$
аналогично для bc и ac .

В любом случае, ~~если~~ если при $\min ab; bc; ac$ числа получат ненеодинаковые (что противоречит условию), то коротчайшее b и c не может быть другими простыми множителями кроме $2; 3; 5$, иначе число abc не будет \min .

$$\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Пусть: } a = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \\ b = 2^f \cdot 3^m \cdot 5^k \\ c = 2^d \cdot 3^e \cdot 5^f \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} x+f=8 \\ f+d=12 \\ x+d=14 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} f=3; x=5; d=9 \\ l=3; x=5; d=9 \end{array} \right. \quad l+f+d=17$$

$$\begin{array}{l} y+m=14 \\ m+e=20 \\ y+e=23 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} m=6,5; y=7,5; e=13,5 \Rightarrow a; b; c \notin \mathbb{N} \\ \text{значит числовы они } \in \mathbb{N} \\ ab \geq 2^3 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}; bc \geq 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{19}; ac \geq 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} y+m \geq 14 \\ m+e \geq 20 \\ y+e \geq 23 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \min \text{ варианн:} \\ m \geq 6,5 \\ y \geq 7,5 \\ e \geq 13,5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m=7 \\ y=7 \\ e=14 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{в любом} \\ \text{случае} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f+k=17 \\ k+z=12 \\ z+f=39 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} k=5 \\ z=7 \\ f=12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} k+z+f=24 \\ f=12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m=6 \\ y=8 \\ e=14 \end{array} \right. \quad m+y+e = 28$$

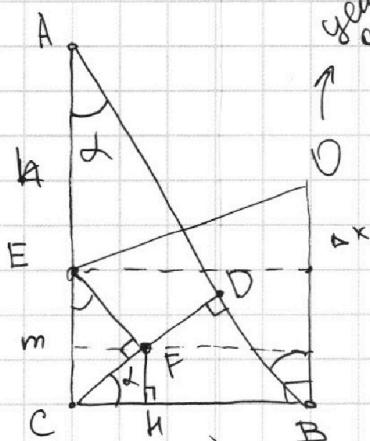
$$\text{Т.о. } abc = 2^{x+l+d} \cdot 3^{e+m+y} \cdot 5^{z+k+f} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{24}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{24}$$

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



члены $\frac{AD}{DB} = 5:2$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{AB}{AD} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{5}{7} S_{ABC}$$

и.к. $EF \parallel AD$, то

$$\triangle CEF \sim \triangle CAD$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CAD}} = k^2 \text{ где}$$

k - коэффициент подобия $\triangle CEF \sim \triangle CAD$

$$\text{таким } S_{CEF} = \frac{5}{7} S_{ABC} \cdot k^2$$

$$EC = m, \text{ тогда } CB^2 + \Delta x^2 = (m + \Delta x)^2$$

$$EA = h$$

$$\frac{CF}{FD} = \frac{m}{h}$$

$$(m - FH)^2 + (CB - CH)^2 = (m + \Delta x)^2$$

$$\text{при этом } \frac{m}{m+n} = k \quad \text{где } FH = k \cdot CD \cdot \sin \angle$$

$$\frac{m}{AC} = k \Rightarrow m = k \cdot AC$$

$$CB^2 + \Delta x^2 = (k \cdot AC + \Delta x)^2$$

$$(k \cdot AC - k \cdot CD + \Delta x)^2 + (CB - k \cdot CD \cdot \cos \angle)^2 = (k \cdot AC + \Delta x)^2$$

$$\begin{aligned} CB &= \sqrt{14x} & \sin \angle &= \frac{\sqrt{14}}{7} \\ AC &= \sqrt{35x} & \cos \angle &= \frac{\sqrt{35}}{7} \\ CD &= \sqrt{10x} \end{aligned}$$

при этом $AC; CD; \sin \angle; \cos \angle; CD$, - можно найти из того, что $AD = 5x; DB = 2x$

\Rightarrow можно выразить ~~через~~ через $x, \Delta x, m$

сократиться \Rightarrow найдем k .

$$\Delta x = \frac{14x - k^2 \cdot 35x}{2k \cdot \sqrt{35}} \quad \left(\frac{15k^2 + 14}{2k\sqrt{35}} \right)^2 + 14 + k^2 \cdot \frac{14 \cdot 25}{49} - 20k = \left(\frac{k^2 \cdot 70 + 14 - k^2 \cdot 35}{2k\sqrt{35}} \right)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

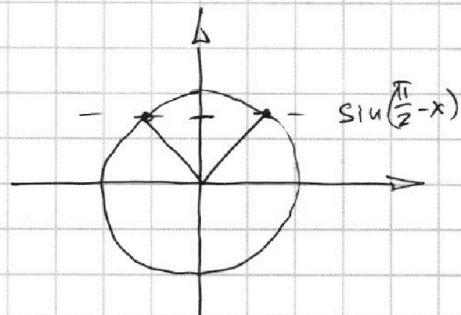
\arcsin определен ~~на~~ $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\Rightarrow \frac{\pi - 2x}{10} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$5\pi \geq \pi - 2x \geq -5\pi$$

$$4\pi \geq -2x \geq -6\pi$$

$$-2\pi \leq x \leq 3\pi$$



$$-\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi n \quad (1)$$

$n \in \mathbb{Z}$

$$-\frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k \quad (2)$$

$$1) 5\pi - 10x = \pi - 2x + 20\pi n$$

$$2) 5\pi - * = 10\pi - \pi + 2x + 20\pi k$$

$$-4\pi - 20\pi k = 12x$$

$$4\pi = 20\pi u = 8x$$

$$x = \frac{4\pi(1 - 5u)}{8}$$

$$\frac{-4\pi(1 + 5k)}{12} = x$$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{2}(1 - 5u)}$$

↳ монотонно убывающая

$$u = +2 \quad x = -4,5\pi$$

\downarrow функция

$\Rightarrow u > 2$ x не подходит

$$u = 1 \quad x = -2\pi$$

$$u = 0 \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$u = -1 \quad x = 3\pi$$

$$u < -1 \quad x > 3\pi$$

$$\boxed{x = -\frac{\pi}{3}(1 + 5k)}$$

↳ монотонно
убывающая

$$k = 1 \quad x = -2\pi$$

$$k > 1 \quad x < -2\pi \quad W$$

$$k = 0 \quad x = -\frac{\pi}{3}$$

$$k = -1 \quad x = \frac{4}{3}\pi$$

$$k = -2 \quad x = 3\pi$$

$$k < -2 \quad x > 3\pi \quad W$$

Одн. $x \in \{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; 3\pi; \frac{4}{3}\pi\}$ не подходит.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

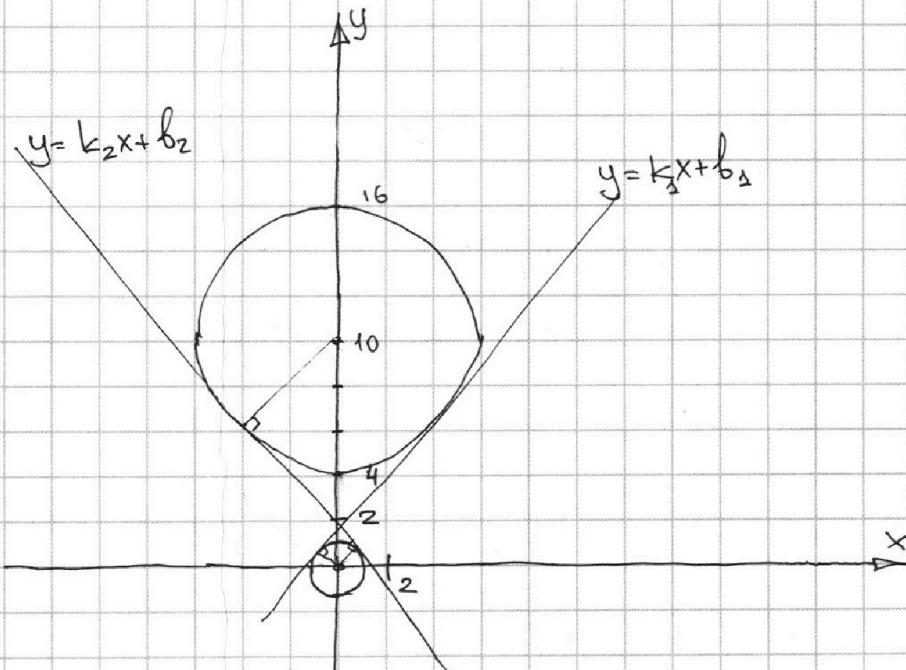
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

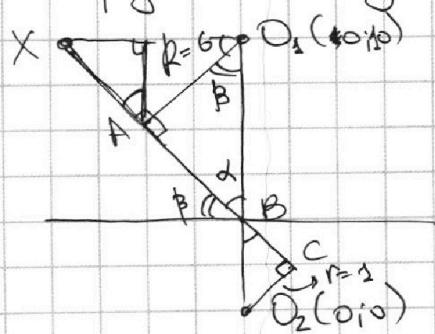
$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

Для начала рассмотрим
второе уравнение

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{- окружность с центром } (0;0) \text{ и } R=1 \\ \text{- окружность с центром } (0;10) \text{ и } R=6 \end{array}$$



Линии $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ - общие касательные
окружностей. При этом $k_1 > 0$; $k_2 < 0$.
 => если $\alpha \neq k_2$ или $\alpha \geq k_2$ с учетом знака k_2
 мы подберем в любом месте 4 решения - невозможно
 => достаточно решить k_1 и k_2
 И придется решать это из геометр. соображений:



$\triangle O_1AB \sim \triangle O_2CB$

$$\Rightarrow \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{R}{r} = 6$$

$$O_1B + O_2B = 10$$

$$O_2B = \frac{10}{7}$$

$$O_1B = \frac{60}{7}$$

$$k_2 = -\tan \beta$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{R}{O_1B} = \frac{6 \cdot 7}{60} = \frac{7}{10} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{10} \Rightarrow \tan \beta = \frac{\sqrt{51}}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично высчитываем, что $k_1 = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $k_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7}$

$\Rightarrow a > k_1$ т.е. $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ или $a < k_2$ т.е. $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$

Ответ: ~~или~~ $a > \frac{\sqrt{51}}{7}$ или $a < -\frac{\sqrt{51}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \cancel{\frac{4}{3}\log_{2x}5} - 3 \quad xy = n$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3}\log_{2x}5 + 3 = 0$$

$$\log_5(2x) = m$$

$$m^4 - \frac{13}{3}m + 3 = 0$$

$$3m^5 - 13 + 9m = 0$$

$$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = -\frac{1}{3}\log_y 5 - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3}\log_y 5 + 3 = 0$$

$$\log_5 y = l$$

$$3l^5 + 13 + 9l = 0$$

$$3(l^5 + m^5) + 9(m + l) = 0 \quad - \text{сложение}$$

$$3(m + l)(m^4 + l^4 + \dots) + 9(m + l) = 0$$

$$(m + l)(3(m^4 + l^4 + \dots) + 9) = 0$$

$$m + l = 0$$

$$\log_5(2xy) = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = 0,5$$

Объем: 0,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

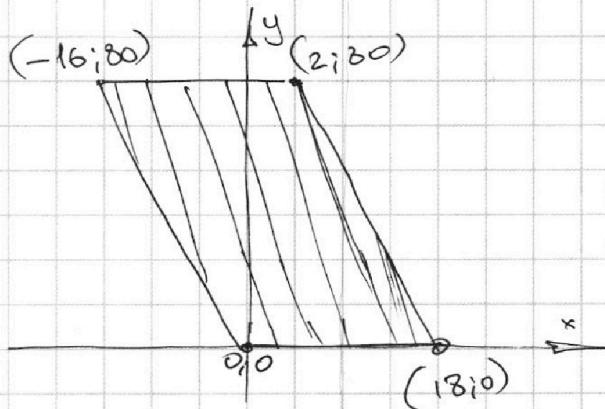
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & (x_1; y_1) \quad (x_2; y_2) \\ & \text{если точка } (x; y) \in \text{данному паралл-му, то} \\ & 0 \leq y \leq 80 \\ & y \geq -5x \\ & y \leq -5x + 90 \\ & \text{условие: } 5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45 \end{aligned}$$

~~коэф. наклона боковых (не || осей) сморон парал-ма = -5.~~

Возьмем точку A $(x_1; y_1)$. Тогда шесть + В не-
ходящий под данное условие $(5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45)$
точка. Рассмотрим какие еще точки лежат
~~подходящие под это условие.~~

$$\begin{aligned} & \text{Пусть подходит } \text{т. С. У неё } y_3 = y_2 + \Delta y \\ & \text{тогда } 5(x_3 - x_1) + y_2 + \Delta y - y_1 = 45 \\ & \Delta y + 5(x_3 - x_1) + 45 = 5x_2 + 5x_1 = 45 \\ & 5(x_3 - x_2) = -\Delta y \\ & 5\Delta x = -\Delta y \Rightarrow \Delta y = -5\Delta x \end{aligned}$$

\Rightarrow все точки подходящие под условие

лежат на прямой наклон $k = -5$, т.е.
если \parallel боковым сморон парал-ма.

Возьмем + A $(x_1; y_1)$ и + B $(x_1 + 9; y_1)$

Она подходит под условие \otimes .

\Rightarrow Возьмем правило с коэф. $k = -5$ и проходящую через
+ B. Все точки на неё ~~подходят~~ и только на неё
подходит под условие \otimes

Тогда получаем, что точки $(x; y)$ лежащие
на прямой $y = -5x + 45$ подходит под \otimes , а все
точки "чуть" (один коэф. x $x > \frac{45-y}{5}$) не
подходит. (т.к. для них $x_1 + 9$ имеет 5 за
граничей парал-ма)



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Стоим отмечать, что $(x;y)$ -человек находиться только
на прямых где $b \in \mathbb{Z}$ т.к. $y = -5x + b$

\downarrow
Человек

которых придают им $y = -5k$ то $y = -5x + 45$ всего 10.

Далее мысленно складываем, что на любой при-
мой вида $y = -5x + b$ где $y \in [0; 80]$ всего 17 человек

т.к.:

$$0 \leq y \leq 80$$

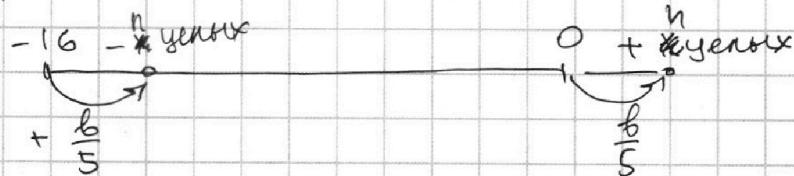
$$0 \leq -5x + b \leq 80$$

$$\frac{b}{5} \geq x \geq -16 + \frac{b}{5}$$

↑ 17 человек

$$b \leq 5$$

у первой $b=0$ 17 человек. Тогда



т.к. $\frac{b}{5}$ смещаем границы диапазона на равные
части прикид $b \leq 5$, то кол-во человек не
меньшется.

Если $b \leq 5$, то кол-во человек = 16. из ножки
~~аналогичных рассуждений~~.

тогда для каждого ~~значения~~ значении прямой $y = -5x + b$
(в диапазоне от $y = -5k$ до $y = -5x + 45$)

перейдём все значения прямой $y = -5x + b + 45$.

Итого: $b \in [0; 45] \rightarrow 46$ прямых

Две $b \in \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45\}$

17 значений и 17 знач. на прямой с
человеками \rightarrow человеками b .

Одна прямая ~~имеет~~ имеет 17 значений
значений для прямой $y = -5x + b$.
 \Rightarrow Всего: $10 \cdot 17^2 + 36 \cdot 16^2 = 12106$

Ответ: 12106.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



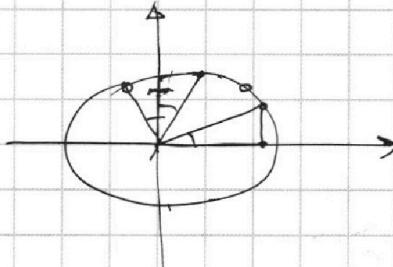
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

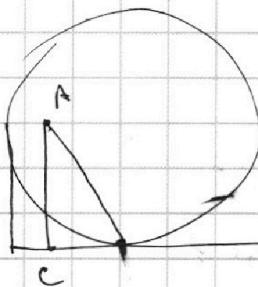
$$\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$



$$10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \pi - 2x$$

$$\frac{\pi - 2x}{10} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$\pi - 2x \in [-\pi; \pi]$$



$$5\pi \geq \pi - 2x \geq -5\pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi n$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k$$

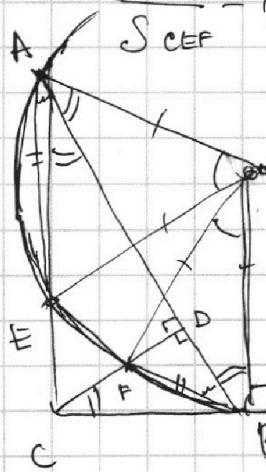
$$\begin{cases} 4\pi \geq -2x \\ -2x \geq -6\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\pi \leq x \\ +3\pi \geq x \end{cases}$$

$$AB \parallel EF$$

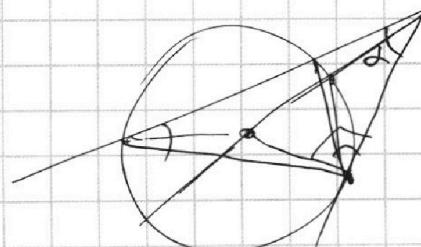
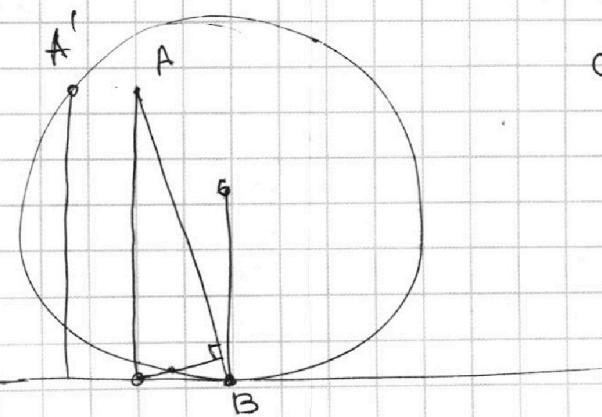
$$AD : DB = 5 : 2$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = ?$$



$$S_{ABC}$$

$$S_{ADC} = \frac{2}{7} S_{ABC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^8 3^{14} 5^{12}$$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$bc : 2^{12} 3^{20} 5^{17}$$

$$b = 2^l 3^m 5^k$$

$$ac : 2^{14} 3^{21} 5^{39}$$

$$c = 2^d 3^e 5^f$$

min abc - ?

$$ab = 2^{x+l} = 2^8$$

$$x+l = 8$$

$$l+f = 12$$

$$y+m = 14$$

$$m+e = 20$$

$$z+k = 17$$

$$k+f = 17$$

$$x+d = 14$$

$$x+2l+d = 20 \quad \left\{ \begin{array}{l} z+l = 6 \\ l = 3 \end{array} \right.$$

$$y+e = 21$$

$$x+d = 14$$

$$z+f = 39$$

$$x+2l+d = 20$$

$$\begin{aligned} y+m+2+e &= 34 \\ y+e &= 21 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} z+m = 13 \\ m = 6,5 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} x &= 5 \\ d &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7,5 \\ e &= 13,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z+2k+f &= 29 \\ z+f &= 39 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} z = 7 \\ k = 5 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} z &= 7 \\ f &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 7 \\ e &= 13,5 \\ y &= 7 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \\ e = 14 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} y &= 8 \\ m &= 6 \\ e &= 14 \end{aligned}$$

$$e = 14$$

$$\begin{aligned} m &= 6 \\ e &= 13,5 \\ z &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y+m &\geq 14 \\ m+e &\geq 20 \\ y+e &\geq 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m+y+ze &\geq 43 \\ m+y &\geq 14 \\ 14+ze &\geq 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 7 \\ y &= 7 \\ e &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &\geq 6,5 \\ y &\geq 7,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2e &\geq 27 \\ e &\geq 13,5 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

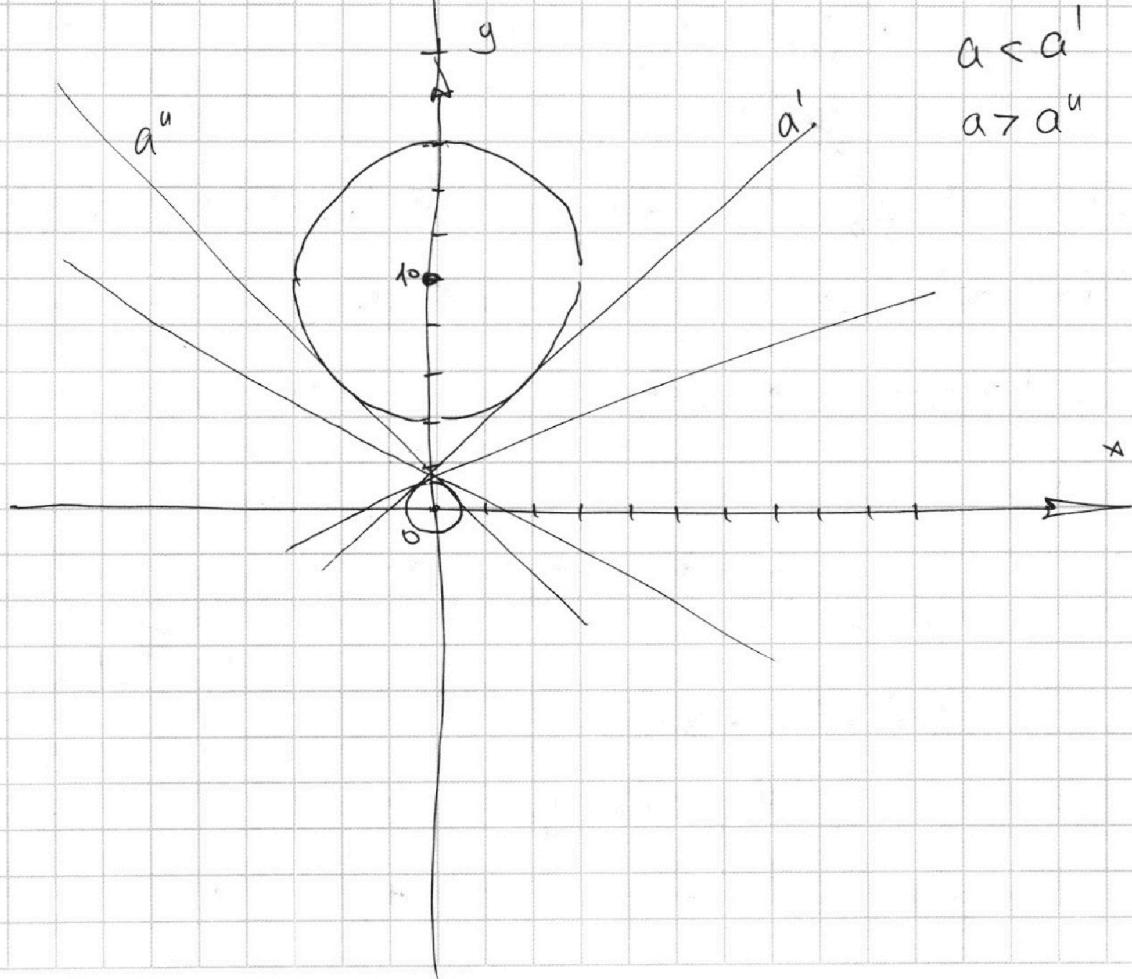
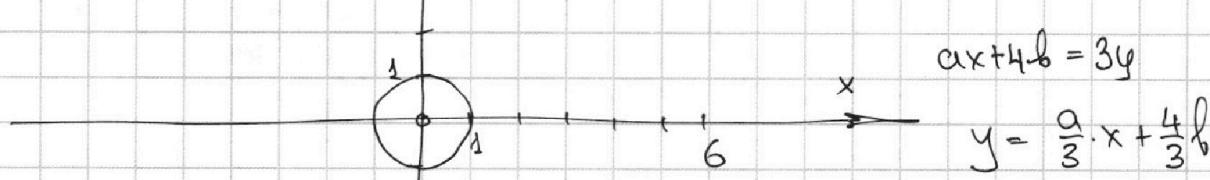
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N⁴.

$$\begin{cases} \rho ax - 3y + 4 \cdot b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

решение.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 3 0,2 - 3$$

$$xy - ?$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \cdot \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \cdot \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5(2x) = m$$

$$m^4 - 3 \cdot \frac{1}{m} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{m} - 3$$

$$\begin{cases} y = -5x + b_1 \\ y = -5x + b_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \end{cases}$$

$$m^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3m$$

$$0 \leq y \leq 80$$

$$-5x = y$$

$$x=0 \quad y=0$$

$$m(m^4 + 3) = \frac{4+9}{3}$$

$$y = -5x + b$$

$$x=-1 \quad y=5$$

$$x=-2 \quad y=-10$$

$$3m^5 + 9m - 13 = 0$$

$$0 \leq -5x + b \leq 80$$

$$x=-3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{2x} 5 - \frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$\begin{cases} x_1, y_1 - \text{верх} \\ x_2, y_2 - \text{ниж} \end{cases}$

$$\log_5^4(2x) + \log_5^4 y + 4 \log_y 5$$

$$-b \leq -5x \leq 80 - b$$

$$O(0;0)$$

$$\frac{x_1}{17} = \frac{2890}{9}$$

$$A(x_1, y_1)$$

$$B(x_2, y_2) \quad x \geq -16 + \frac{b}{5}$$

$$P(-16; 0)$$

$$\frac{x_1}{17} = \frac{2890}{9}$$

$$905x_2 - 5x_3 + y_2 - y_1 = 45$$

$$b \in [0; 90]$$

$$Q(2; 80)$$

$$\frac{x_2}{17} = \frac{2890}{9}$$

$$0 \leq y \leq 80$$

$$R(18; 0)$$

$$x_2 = 18, y_2 = 0$$

$$\frac{b_1}{16}$$

$$\frac{96}{96}$$

$$\frac{16}{16}$$

$$\frac{256}{36}$$

$$\frac{1536}{96}$$

$$\frac{768}{96}$$

$$\frac{9216}{2890}$$

$$y = -\frac{80}{16}x = -5x$$

$$y \leq -\frac{80}{16}x + 90 = -5x + 90$$

$$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45$$

$$-16 + \frac{b}{5} + 0 = 45$$

$$-16 + \frac{b}{5} = 45$$

$$y = 0$$

$$x = 18$$

$$5$$

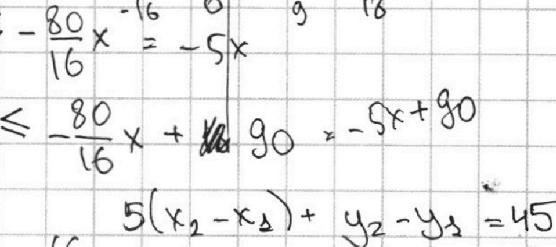
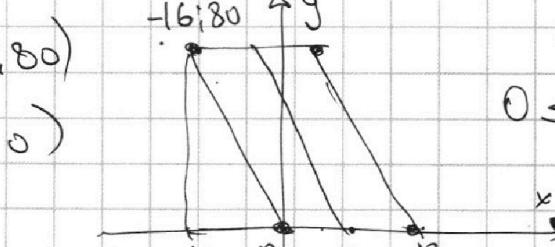
$$-\frac{16 \cdot 80}{16} + b = 0$$

$$b =$$

$$45 \cdot 18 =$$

$$= 810$$

$$90$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

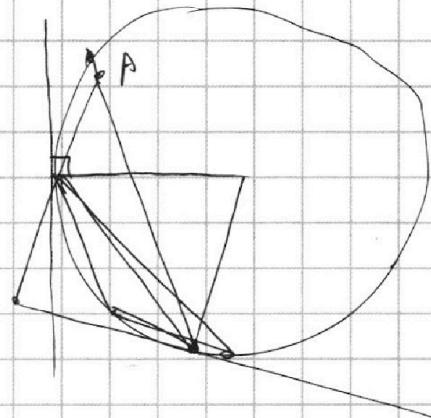
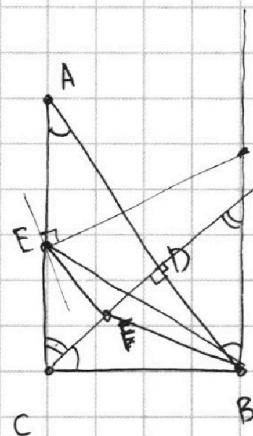
5

6

МФТИ.



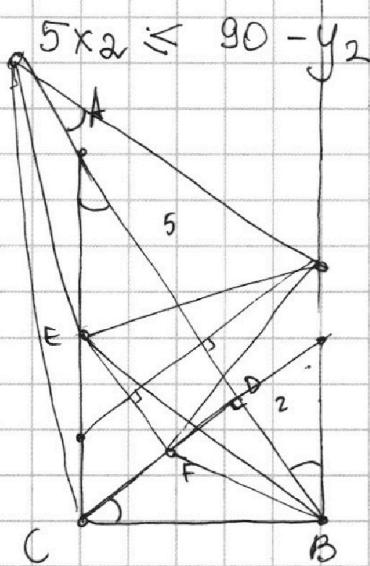
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(x_1; y_3) \quad x_2 \ y_2.$$

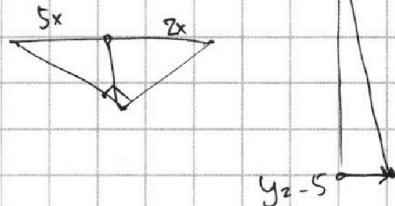
$$5x_2 \geq -y_2$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$



$$5\left(x_2 + \frac{1}{5}x_1\right) - y_2 - y_1 = 45$$

$$\frac{AE}{EC} = \frac{DF}{FC}$$



$$\frac{y}{2x} = \frac{5x}{y} \quad y^2 = 10x^2$$

$$y = \sqrt{10}x$$

$$OB = \sqrt{10+4} = \sqrt{14}x$$

$$AC = \sqrt{10+25} = \sqrt{35}x$$

$$\frac{\sqrt{14}x}{e} = \frac{\sqrt{10}x}{2x}$$

$$l = \frac{\sqrt{10}}{e} \cdot \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot x}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2x}$$

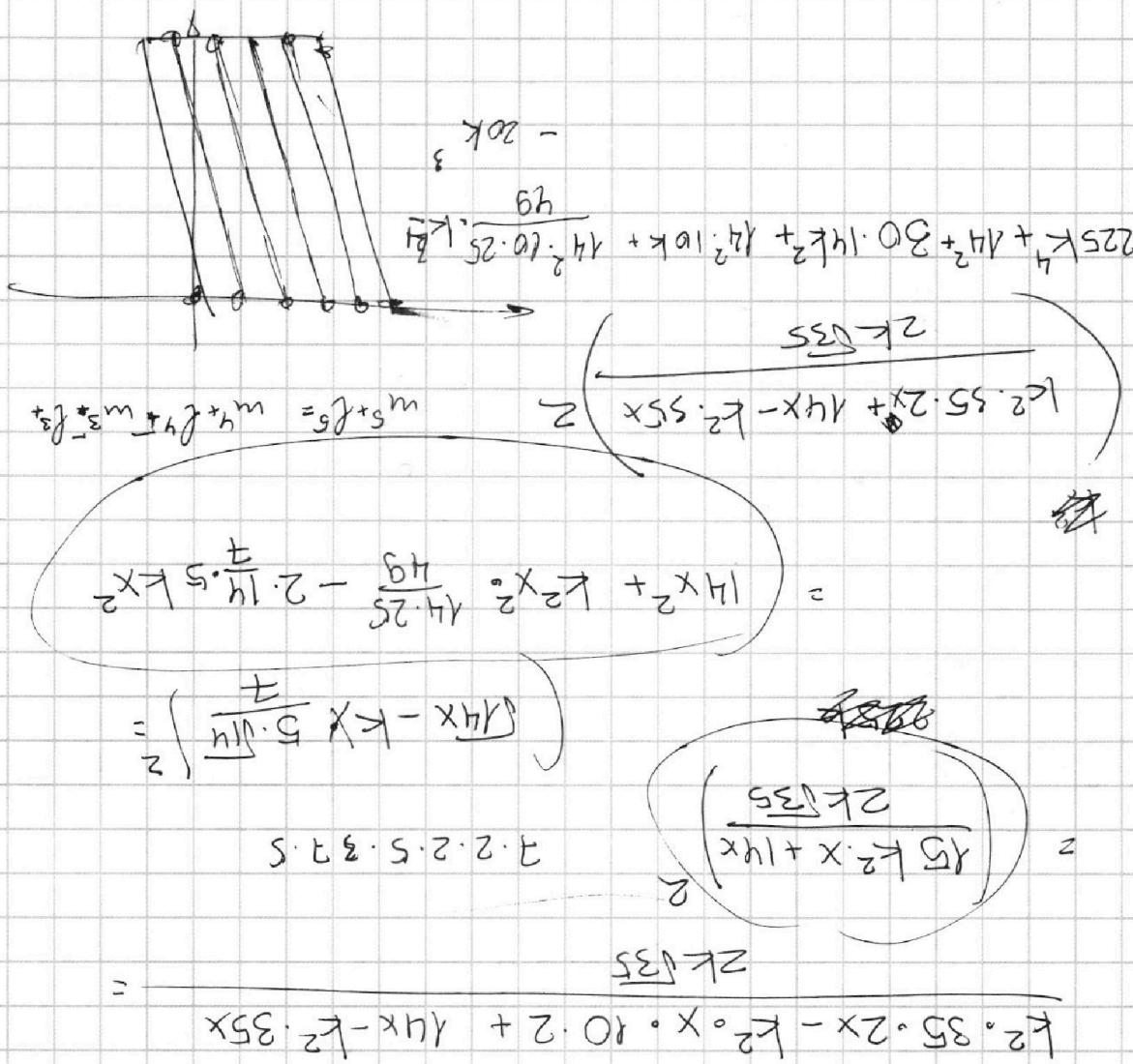


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta x = \frac{14x^2 - k^2 \cdot 35x}{2k\sqrt{35} \cdot x} = \frac{14x - k^2 \cdot 35}{2k\sqrt{35}}$$

$$44x^2 = k^2 \cdot 35x^2 + 2k \Delta x \sqrt{35}x$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{5}}x - k \cdot \sqrt{10}x + \sqrt{10}x^2 \right) + \left(\sqrt{4}x - k \cdot \sqrt{10}x + \sqrt{10}x^2 \right)$$

$$14x^2 + 8x^2 = 22 \cdot 35x^2 + 2x^2 + 2x \cdot \sqrt{35} x$$