



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $k$  коэффициент прогрессии, тогда

$$x k^3 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \quad \text{— 6-ый член}$$

$$x k^{11} = (2-x)$$

$$x k^{17} = \frac{\sqrt{25x+34}}{(3x+2)^3}$$

$$k^8 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

Пусть 1

$$x \neq 0 \text{ т.к. } 2 \neq 0$$

$$4k \neq 0 \text{ т.к. тогда } x=2 \text{ т.к.}$$

$$2-x \neq 0$$

$$\sqrt{(50+34)(6+2)} \neq 0 \Rightarrow$$

или можно разделить

$$\frac{k^{17} x}{k^{11} x}$$

$$\Rightarrow k^8 = \frac{\sqrt{25x+34}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)^4}}$$

$$\Rightarrow k^8 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}; \quad k^4 = \frac{1}{|3x+2|}; \quad k^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$\frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x$$

$$\frac{(25x+34)(3x+2)}{|3x+2|} = x^2 + 4 = 4x$$

$3x+2 \neq 0$  т.к. тогда или  $k$  или  $x$  равны 0  
в пункте 1 мы привели почему это невозможно  
если

$$1) 3x+2 > 0 \quad x > -\frac{2}{3}$$

$$25x+34 = x^2 + 4 - 4x \quad x^2 - 29x - 30 = 0$$

~~12x~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 23x - 30 = 0$$

$$(x - 30)x + 1(x - 30) = 0$$

$$(x - 30)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 30 \quad x_2 = -1 \rightarrow \text{не подходит т.к. } x > -\frac{2}{3}$$

$$x = 30 \quad \text{Проверка:}$$

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)} > 0 \quad \sqrt{(30 \cdot 25 + 34)(90 + 2)} > 0$$

$$\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}} > 0$$

$$\sqrt{\frac{30 \cdot 25 + 34}{(90 + 2)^3}} > 0; \quad \sqrt{28^2} = 28$$

не надо проверять

$$2) \text{ если } 3x + 2 < 0 \quad x < -\frac{2}{3}$$

$$-25x + 34 = x^2 + 4 - 4x$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$D = 441 - 152 = 289$$

$$SD = 17$$

$$x_1 = \frac{17 - 21}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-17 - 21}{2} = -19$$

Проверка:

$$\sqrt{(-50 + 34)(-6 + 2)} > 0 \quad \sqrt{\frac{-50 + 34}{(-6 + 2)^3}} > 0$$

$x_2$

$$\sqrt{(25(-19) + 34)(2(-19) + 2)} > 0$$

$$\sqrt{-(25 \cdot 19 + 34)} = 24$$

$$\sqrt{-(-16)} = 4$$

$$4 = 4$$

-2 подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

-16 ~~фактура~~

$$\sqrt{-(-15 \cdot 25 + 34)} = \sqrt{40 \cdot 9 - 1 \cdot 25} = 21$$

21 ~~находит~~

$$\sqrt{15 \cdot 25 - 34} = \sqrt{21^2} = 21 \quad \text{на } x \text{ найти}$$

Ответ:  $x = -2$

$x = -18$

$$k = \frac{1}{\sqrt{5} \cdot 4} = \frac{1}{5 \cdot 2}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{5} \cdot 5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x + 3p \cos x + 12 \cos x + 4$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$12 \cos^2 x (1 + \cos x) + 4(1 + \cos^3 x)$$

1) если  $p = 1$ .

$$12 \cos x (1 + \cos x) + 4(1 + \cos x)(\cos^2 x + 1 - \cos x) = 0$$

$$(1 + \cos x)(12 \cos x + 4 \cos^2 x + 4 - 4 \cos x) = 0$$

⇒ одно корень при  $\cos x = -1$ .

~~или~~

2) если  $p \neq 1$ .

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 2 \cos^2 x + \cos x + (\cos x + 1)^2 = 0$$

при каких  $p$   $p \cos^3 x + 2 \cos^2 x + \cos x > 0$

$$D = 4 - 4p < 0$$

$$p > 1 \Rightarrow$$

при  $p < 1$  не выполняется

Ответ  $p \geq 1$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0.$

$a < b.$

$b - a.$

$(a-c)(b-c) = p$

$a^2 + b = 1000$

$(a-c)(b-c) = p^2$

$p^2 : (a-c) \Rightarrow (a-c) = p$

$p^2 : (b-c) \Rightarrow (a-c) = p$

Если  $(a-c) = p \Rightarrow (b-c) = p \Rightarrow$

$a - c = b - c$

$a = b$  противоречие

$(a-c) = 1$

$(b-c) = p$

$(a-c) = p^2$

$p^2 > 1 \Rightarrow k. p_{\min} = 2 \quad p_{\min} = 4 > 1.$

$\Rightarrow k. b > a \Rightarrow b - c > a - c \Rightarrow$

$(b-c)^2 = p^2 \quad (a-c) = 1 \quad (b-a+1) \sqrt{3} = p^2$

Handwritten calculations and notes on grid paper, including various algebraic manipulations and numerical work.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

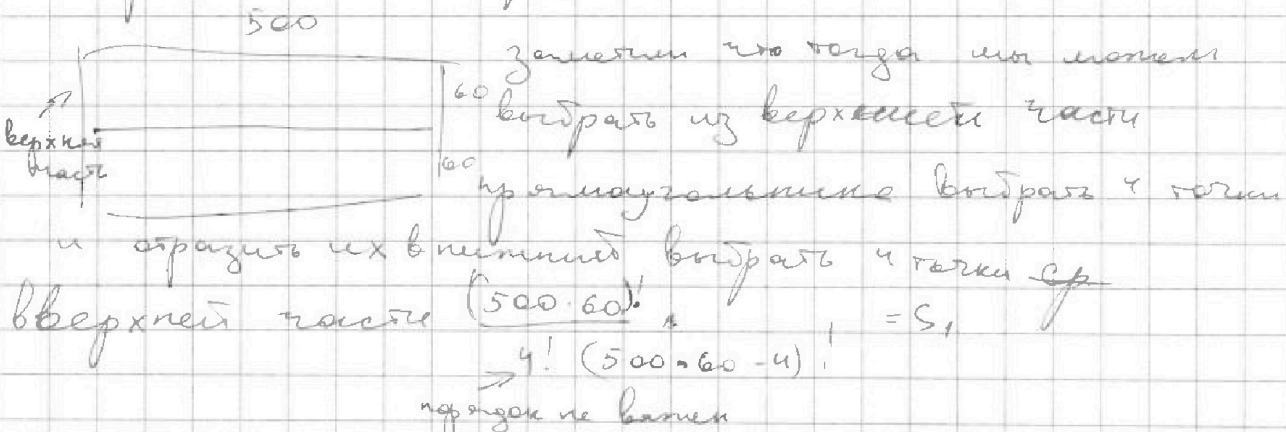
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

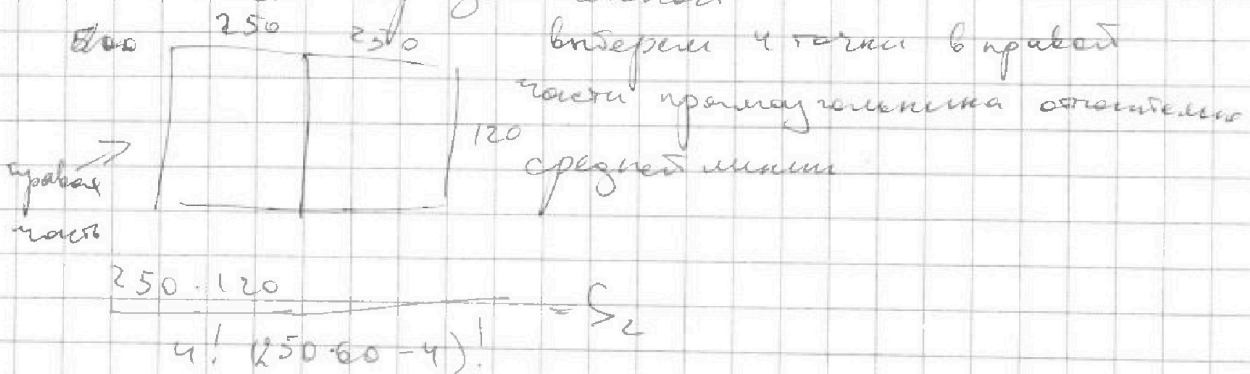
1) Заметим что обе средние линии будут по границам клеток (т.к. стороны четны)

2) Центр прямоугольника лежит на пересечении средних линий

I Посчитаем кол-во способов симметричных горизонтальной средней линии



II Посчитаем кол-во способов симметричных вертикальной



III Посчитаем кол-во способов выбрать 4 точки симметричные центру



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

250

60

Заметим что прямоугольник I симметричен III, а II - IV  $\Rightarrow$

если мы выберем 4 точки в прямоугольниках I и II мы можем добавить 4 симметричные отн центра

$$\frac{(250 \cdot 60 + 250 \cdot 60)!}{4! \cdot (250 \cdot 120 - 4)!} = S_3$$

IV Построим множество которое мы построили

образом:  $\rightarrow$  е симметричные относительно в ср. линии или средней линии и центра.

1) симметричные отн 2-м линиям

Дано: Дана тем что такие множества, симметричные к отн центра. Рассмотрим эти 8 точек возьмем пару симметричных отн вертикальной ср. линии

Заметим что имеют симметричные отн горизонтальной линии A, и B, тогда ср. линии совпадают  $\frac{1}{2} AB, B_1, A_1$

с о средними линиями  $\frac{1}{2} 500 \times 120 \Rightarrow$  центр совпадает.

$\rightarrow$  тогда AB, диагональ  $\Rightarrow$  центр симметричен центру  $AB, B_1, A_1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



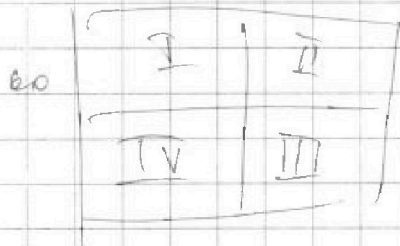
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ если множество симметрично относительно оси  $z_0$  и относительно центра тяжести

тогда  $\frac{250}{250}$  выберем 2 точки в нуле



тогда выберем симметричные от горизонтальной и вертикальной осей

вертикали

способов выбора  $S_1 = \frac{250 \cdot 60!}{2! \cdot (250 \cdot 60 - 2)!}$

и таких множеств мы посчитали  $S_{2,3,4}$

они одновременно выполняются все условия ⇒

$$\begin{aligned} \text{ком. во вариантах} &= S_1 + S_2 + S_3 - 2S_4 = \\ &= 3 \frac{\left(\frac{500 \cdot 120}{2}\right)!}{4! \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{2} - 2\right)!} - 2 \frac{\left(\frac{500 \cdot 120}{4}\right)!}{2! \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{4} - 2\right)!} = \\ &= \frac{3 \cdot \frac{500 \cdot 120}{2} \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{2} - 2\right) \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{2} - 3\right)}{4! \cdot 2 \cdot 1} \end{aligned}$$

$$= \frac{\left(\frac{500 \cdot 120}{4}\right) \cdot \left(\frac{500 \cdot 120}{4} - 1\right)}{3 \cdot 2} = \frac{30000 \cdot 28998 \cdot (28998 \cdot 28997 - 1)}{6}$$

$$= 1875 \cdot 28998 \cdot (28998^2 - 1 - 1) = 28998 \cdot 1875 \cdot 3 \cdot 28998$$

ответ →



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по условию:  $(a-c)(b-c) = p^2$ , тогда

$$p^2 : (a-c) \quad p^2 : (b-c) \Rightarrow \begin{cases} a-c = |1| & b-c = |p^2| \\ a-c = |p| \cdot n & b-c = |p| \\ a-c = |p^2| & b-c = |1| \end{cases}$$

I Если  $(a-c) = |p|$ , то  $b-c = |p|$  (чтобы произведение было  $p^2$ )  
(т.к.  $a-c \neq p, b-c = p$ , либо  $a-c = -p, b-c = -p$ )

тогда  $a-c = b-c \Rightarrow a = b$  противоречие т.к.  $b > a$ .

II Если  $(a-c) = |p^2|$ , то  $b-c = |1|$  (чтобы произведение было  $p^2$ )

1) тогда если  $(a-c)^2 = p^2$  а  $b-c \neq 1$ , то

$$p^2 > 1 \quad \text{т.к. } p_{\min} = 2 \quad p^2_{\min} = 4 > 1 \Rightarrow$$

$a-c > b-c \Rightarrow a > b$  противоречие

2) Если  $(a-c) = -p^2$   $b-c = -1$ , то

все этот вариант не подходит т.к.  $(a-c) < b-c \Rightarrow b > a$   
 $-p^2 < -1$

III) Если  $(a-c) = |1|$ , то  $(b-c) = |p^2|$  чтобы произведение было  $p^2$

1) если  $(a-c) = 1$ , а  $(b-c) = p^2$  подходит. т.к.

2) если  $(a-c) = -1$ , то  $(b-c) = -p^2$

$-p^2 < -1 \Rightarrow (b-c) < (a-c) \Rightarrow b < a$  противоречие

IV) тогда либо  $\begin{cases} (a-c) = -p^2 \\ (b-c) = -1 \end{cases}$  либо  $\begin{cases} (a-c) = 1 \\ (b-c) = p^2 \end{cases}$

$$\begin{cases} (a-c) = p^2 \\ (b-c) = -1 \end{cases} \Rightarrow b = c - 1 \quad c = b + 1 \Rightarrow a - b - 1 = -p^2 \Rightarrow$$

$$b - a = p^2 - 1 \quad b - a = (p+1)(p-1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Путь

$$b - a \mid 3 \Rightarrow (p-1)(p+1) \div 3 \text{ Заметим что}$$

среди любых 3 подряд идущих число кратно 3

Пусть  $a$  есть  $n, n+1, n+2$  если у первого делится на 3, то  $n+2 \div 3$ , если 2 то у  $n+1 \div 3$ , если 0 то оно кратно  $\Rightarrow$  среди  $(p-1), (p+1)$  и  $p$  одно кратно 3  $(p-1) \div 3, (p+1) \div 3 \Rightarrow p \div 3$

~~т.к.  $p$  простое  
число  $a$  не может делиться  
на 3, а  $b$  делится на 3~~

т.к.  $p$  простое

$$p = 3$$

$$b - a = 9^2 - 1 = 8 \Rightarrow a^2 + a + 8 = 1000 = 0$$

$$b = a + 8$$

$$a^2 + a + 992 = 0$$

$$D = 1 + 3968 = 3969$$

$$\sqrt{D} = 63$$

$$a_1 = \frac{63-1}{2} = 31 \quad a_2 = \frac{-63-1}{2} = -32$$

$$b_1 = 39$$

$$b_2 = -24$$

$$c_1 = 40 = b + 1$$

$$c_2 = -23 = b + 1$$

Проверка:

Проверка

$$39 + 31 = 8 \div 3$$

$$-24 > -32$$

$$39 > 31$$

$$-24 - (-32) = 8 \div 3$$

$$(39 - 40)(31 - 40) = (-1)(-9) = 9$$

$$(-24 - (-23))(-32 - (-23)) = (-1)(-9) = 9$$

$$(31)^2 + 39 = 1000$$

$$(-32)^2 + (-24) = 1000$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \text{ Если } \begin{cases} (b-c) = p^2 \\ (a-c) = 1 \end{cases} \Rightarrow a = c + 1, c = a - 1$$

$$b - a + 1 = p^2$$

$$b - a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \Rightarrow \text{по пункту 1.}$$

$$(p-1) \div 3 \quad (p+1) \div 3 \quad p \div 3 \text{ простое} \Rightarrow p = 3$$

$$b - a = 9 - 1 = 8.$$

$$b = a + 8.$$

$$a^2 + a - 992 = 0.$$

$$D = 1 + 3968 = 3969$$

$$\sqrt{D} = 63$$

$$a_1 = \frac{63 - 1}{2} = 31$$

$$a_2 = \frac{-63 - 1}{2} = -32$$

$$b_1 = 39$$

$$b_2 = -24$$

$$c_1 = a - 1 = 30$$

$$c_2 = a - 1 = -33$$

Проверка:

Проверка:

$$39 > 31$$

$$-24 > -32$$

$$39 - 31 \div 3$$

$$-24 - (-32) \div 3$$

$$(31 - 30)(39 - 30) = 9$$

$$(-32 - (-33))(-24 - (-33)) = 9$$

$$31^2 + 39 = 1000$$

$$(-32)^2 - 24 = 1000$$

Ответ:  $a_1 = 31 \quad b_1 = 39 \quad c_1 = 30$

$$a_2 = -32 \quad b_2 = -24 \quad c_2 = -33$$

$$a_3 = 31 \quad b_3 = 39 \quad c_3 = 30$$

$$a_4 = -32 \quad b_4 = -24 \quad c_4 = -33$$

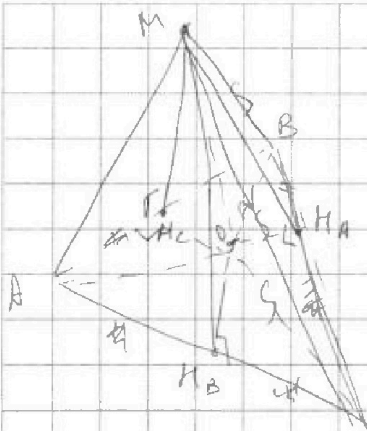


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



① по условию  $AB = BC = AC$

$H_C, H_A, H_B$  высоты на  $AB, BC, AC$

$$S_{AMB} = AB \cdot H_C \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$AC$  — основание  
соответственно

$$S_{AMC} = AC \cdot H_B \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$S_{MBC} = \frac{1}{2} BC \cdot H_A = 5$$

$\Rightarrow H_B = H_C$  т.к.  $AB = AC$

②  $MO$  — высота пирамиды.

$OH_B \perp MO$ ;  $OH_C \perp MO$ ;  $AH_C \perp MO$ , но

перпендикулярны  $\Rightarrow$

$\Delta MOH_B = \Delta MOH_C$  по катету ( $MO$  — общий)

и гипотенузе ( $H_B = H_C$ )

$$S_{ABC} = S_{OAC} + S_{OBC} + S_{OAB} = \frac{1}{2} OC \cdot AC + \frac{1}{2} OC \cdot BC + \frac{1}{2} OC \cdot AB = \frac{1}{2} OC \cdot (AC + BC + AB) = 8$$

③  $AH_B = AH_C$  т.к.  $\Delta AOH_B$  и  $\Delta AOH_C$  п/у  $AO$  и  $OH_B = OH_C$

$$OH_B = OH_C = \frac{1}{2} AC \Rightarrow H_B C = H_C B = AC - OH_B =$$

$$= AB - AH_C \Rightarrow OC = OB$$

$$\text{п/у } OH_C = OH_B \quad H_B C = H_C B \quad OC = OB \Rightarrow$$

④  $\Delta OBC$  р/б  $\Rightarrow OH_A \in AK$  где  $AK$  — высота  $ABC$   
т.к.  $OH_A$  — медиана и высота и  $AK$  — медиана



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. высота.  $4\sqrt{3}$

5 по формуле Герона

$$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{a^3}{2}\right)} = 4$$

$$\sqrt{\frac{3a^4}{16}} = 4 \quad \frac{3a^4}{16} = 16 \quad a^4 = \frac{4^4}{3} \quad a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$$

$$\frac{3a^4}{16} \leftarrow \text{высота} = \frac{5}{\frac{4}{\sqrt[4]{3}}} \cdot 2 = \frac{\sqrt[4]{3} \cdot 5}{2}$$

$$S_{ABE} = S_{AEO} + S_{ABO} + S_{BCO} = \frac{1}{2} (2H_{CO} + H_{AO}) AB = 4$$

$$2H_{CO} + H_{AO} = \frac{8}{\frac{4}{\sqrt[4]{3}}} = 2^4 \sqrt[4]{3}$$

$O \in AH \Rightarrow MO$  высота в  $\triangle AMH$ .

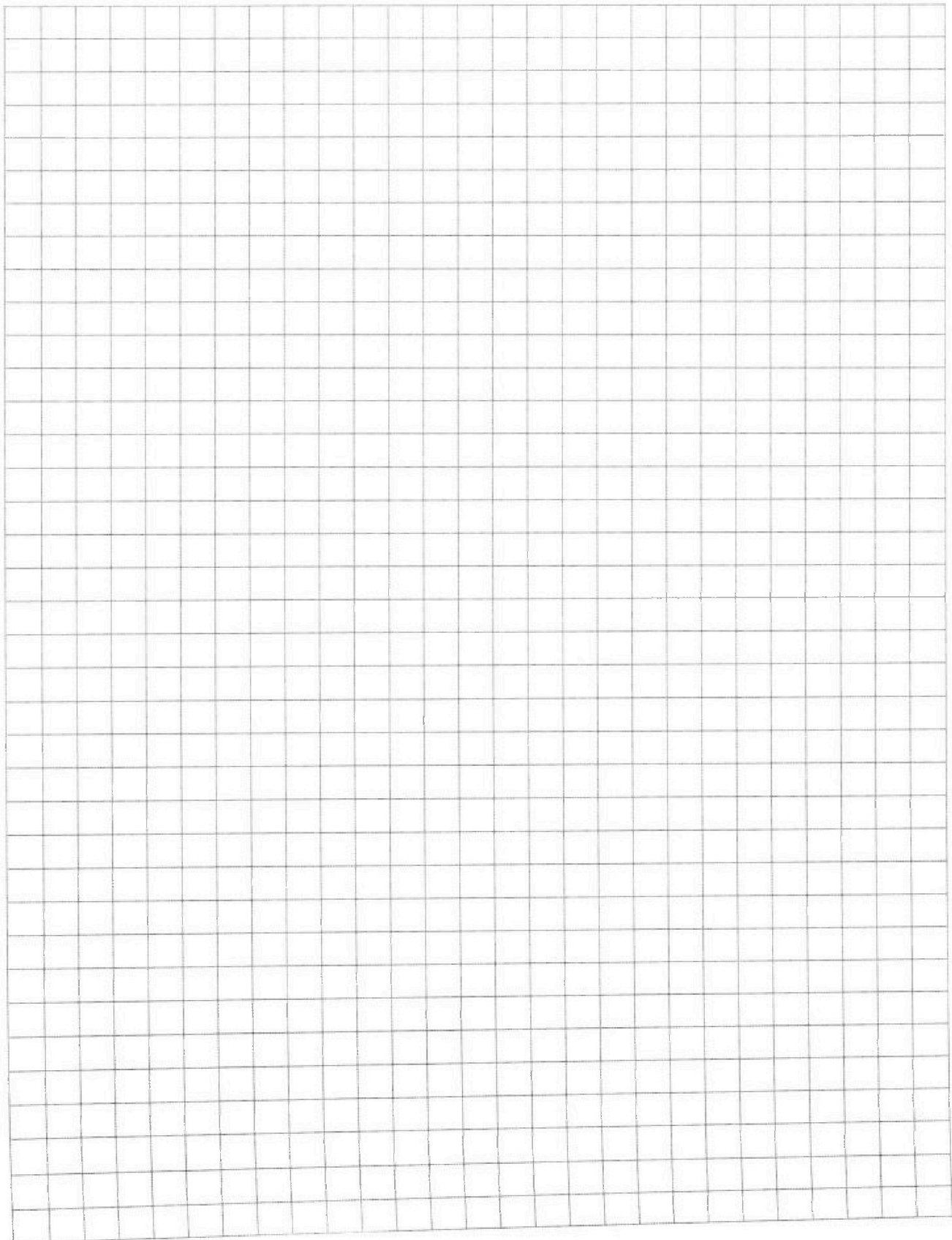


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \neq -6$$

$$x + 2z \leq 3$$

$$-20 \leq z \leq 20$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k^9 \quad x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot 2$$

$$k^{11} \quad x = (2-x)$$

$$k^{17} \quad x = \frac{\sqrt{25x+34}}{(3x+2)^3}$$

$$k^8 = \sqrt{(3x+2)^4} \cdot \frac{1}{(3x+2)^4}$$

$$k^8 = (3x+2)$$

$$k^8 = \frac{1}{(3x+2)^4}$$

$$k^9 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$k^9 = \frac{1}{(3x+2)}$$

$$\frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{3x+2}} = (2-x)$$

$$(2-x) \cdot \sqrt{3x+2}^3 = \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{1}$$

$$\frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{3x+2}} = (2-x)$$

$$\frac{(25x+34)(3x+2)}{3x+2} = x^2 + 4 - 4x$$

$$3x+2 > 0 \quad \text{range}$$

$$(25x+34) = x^2 + 4 - 4x$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

D=

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 15 \\ \hline 225 \\ 25 \\ \hline 275 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 34 \\ \hline 241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 241 \\ - 21 \\ \hline 220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ - 21 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \\ + 21 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 25 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 375 \\ - 38 \\ \hline 337 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

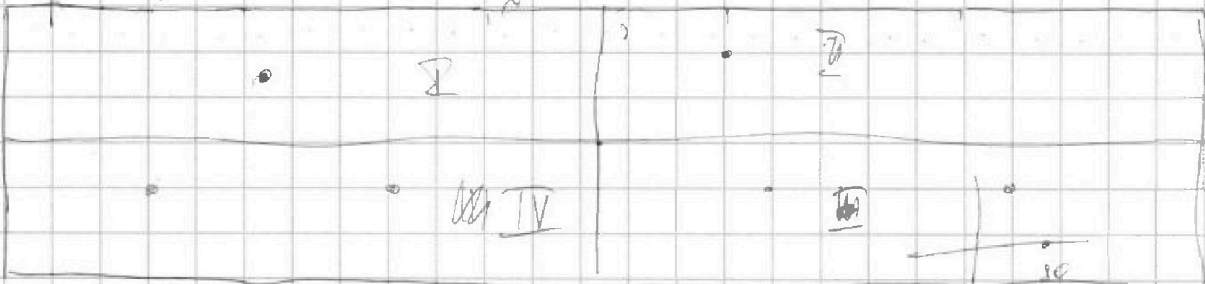
СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 2x \cos x - \sin x \sin 2x &= 120 \\ \cos x &= 2 \sin^2 x \cos x \\ 1 &= 2 \sin^2 x \end{aligned}$$

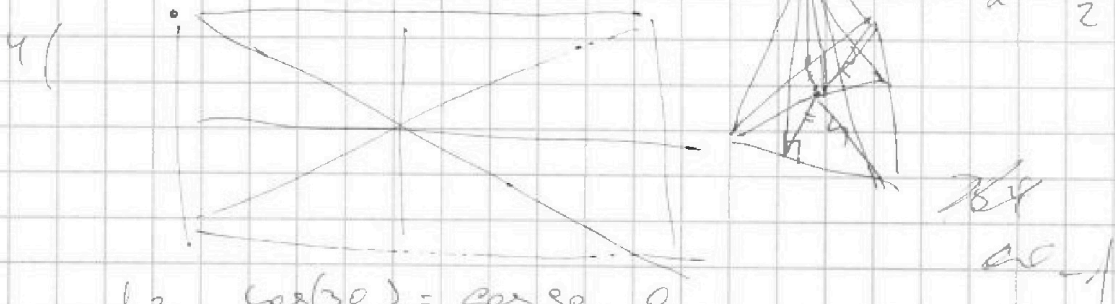
$12 \sqrt{3}$   
 $16$   
 $50 \sqrt{25}$

$$2 \cos^3 x - 3 \cos x$$



$$12 \cos^2 x - 6 + 3 \cos x + 4 \cos^3 x + 10 = 0$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$



$$\begin{aligned} \cos(30) &= \cos 90 = 0 \\ \cos 60 &= \cos 120 = -1/2 \\ \cos 120 &= -1 \end{aligned}$$

$2 - 3 = -1$

$$\frac{3a}{2} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 - 3 = 1$$
$$\frac{3a}{2} = 4$$
$$a^2 = \frac{4 \cos^3 x - 3 \cos x}{53}$$

$$\begin{aligned} \cos^3 x - 4 \sin^2 x \cos x \\ \cos^3 x - 4(1 - \cos^2 x) \cos x = 1 - 4 \cos x + 4 \cos^3 x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$29398^2 - 198 = \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$   
 $30000$   
 $30000 \cdot (29398) \cdot (29398) \cdot (29398) \cdot (29398) \cdot 19398$   
 $30000 \cdot 2 = 60000$   
 $15000 \cdot 2 = 30000$   
 $7500 \cdot 2 = 15000$   
 $3750 \cdot 2 = 7500$   
 $1875 \cdot 2 = 3750$   
 $DE \cdot AB + BD = AE = AD \cdot BE$   
 $AO \cdot NO = 2n \cdot 7x$   
 $OD \cdot ON = 20 \cdot 7$   
 $\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \sin x - \sin 2x \cdot \cos x = (OD + \frac{7}{20} OD) (OD + \frac{7}{20} OD)$   
 $= 2 \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin x - 2 \cos^2 x \cdot \sin x$