



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2
~~Для того чтобы она существовала, если шаг прогрессии y , то $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot y^2 = (x+3)$; $(x+3) \cdot y = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ где~~

~~все значения должны быть действительными, $y^2 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{x+3}$; $y^6 = \frac{(\sqrt{(25x-9)(x-6)})^3}{(x+3)^3} = \frac{\sqrt{(25x-9)^3}}{(x-6)^3}$; $x \cdot (2y-1) = 4-y$
 $x = \frac{4-y}{2y-1}$~~

~~$\frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}}{(x+3)^3} = \frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}}}{(x-6)^3}$, $25x-9 \neq 0$, иначе вся прогрессия
 $x=0$ так же y~~

~~должны быть нулями, а $x+3$ будет не 0, $y = 3$ или $y = 1$ тогда $x-6=0$
 $x = -3$~~

~~$(25x-9) \cdot (x-6) = 6$ $x = -2$ $\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4$
 $1-x = x+5$
 $2x = 4-4$
 $y = -2$~~

Для того чтобы она существовала должны быть такой шаг прогрессии, что $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot y^2 = (x+3)$; $(x+3) \cdot y = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$;

$y^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$; $y^6 = \frac{(x+3)^3}{(25x-9)^{\frac{3}{2}}(x-6)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{(25x-9)^3}}{\sqrt{(x-6)^3} \cdot (x+3)}$

$25x-9 \neq 0$, иначе вся посл. нули, $x+3 \neq 0$, а можно $x-6 \neq 0$ и $x+3 \neq 0$, тогда можем сократить; $\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2} = 1 \Rightarrow (x+3)^2 = \pm(25x-9)$

то есть $x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$; $x^2 - 19x + 18 = (x-18)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1$ или $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и второй случай $(x+3)^2 = -25x+9$; $x^2+6x+9 = -25x+9$;

$x^2+31x=0$; $x=0$ или $x=31$, имеет 4 случая:

0, 1, 18, 31, в случае с 0 все числа действительные,

в случае с 1 нет $(25x-9) > 0$; $(x-6) < 0$; 18 и 31 подходят.

Ответ: 0, 18, 31



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Эта задача существовала, если шаг прогрессии y ,
то $\sqrt{25x-9}(x-6) \cdot y^2 = (x+3)$; $(x+3) \cdot y^6 = \sqrt{25x-9} \sqrt{(x-6)^3}$;~~

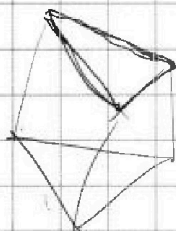
~~$$y^2 = \frac{\sqrt{25x-9} \cdot x+3}{\sqrt{25x-9} \cdot (x-6)} \cdot y^6 = \frac{(x+3) \sqrt{25x-9} \sqrt{(x-6)^3}}{(x-6)^2 \cdot (x+3)} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^2 \cdot (x+3)}$$~~

~~$$\frac{(25x-9)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{3}{2}}}{(x+3)^3} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x+3)}$$~~

~~Теперь - это формула, но $x+3$ всегда $\neq 0$, значит на $(25x-9)^{\frac{1}{2}}$ можно
возвести, аналогично у нас $(x-6)^{\frac{3}{2}}$ и $(x+3)^{-1}$, $\text{in } \text{system}$~~

~~$$\frac{(25x-9) \cdot (x-6)^3}{(x+3)^2} = 1$$~~

~~$$\sqrt{45} - \sqrt{1-x-4x^2} = 2\sqrt{y^2 x - x^2 + 2}$$~~
~~$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2x^2}$$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4/|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Найдём $\min(|y+4| + 4/|y-5|)$, при $x \geq 5$, строгое расст,

м.е. \min в $y=5$, при $y \in [-4; 5]$ при уменьшении y она тоже растёт, т.к. $4/|y-5|$ растёт быстрее чем $|y+4|$ которой

растёт как $|y|$ и при $y \leq -4$ тоже аналогично, и при 0

$\min = \min(f(5), f(-4)) = (9, 36) = 9 \Rightarrow$ так как в. 2

$\sqrt{81-z^2}$, максимум которой $= 9$ при $z=0$, то $z=0$, $y=5$, и тогда решим систему.

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{-(x+5)(x-1)}$$

$$2\sqrt{-(x-1)(x+5)} = \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4, \text{ но если } x \geq -5$$

$x \geq -5; x \leq 1$ и из ограничений следует, что число делителей

меньше, поэтому $(x+5)(1-x) = 2\sqrt{-(x-1)(x+5)} = \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4$,

если $\sqrt{1-x} = a; \sqrt{x+5} = b$, то $2ab = a - b + 4; (a+2b) - (a-b) = 4$

$$\Rightarrow a = \frac{4-b}{2b+1}, \text{ но если } \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-(x-1)(x+5)}$$

$$4 \cdot (1-x)(x+5) - 16 \sqrt{-(x-1)(x+5)} + 0 = 0 \Rightarrow 4 \sqrt{-(x-1)(x+5)} = 0$$

$$4 \cdot (1-x)(x+5) - 16 \sqrt{-(x-1)(x+5)} + 0 = 0; 4a^2 - 14a + 10 = 0; a = 1 \text{ и } 1.4$$

$$a = 1.25; \text{ если } a = 1; (1-x)(x+5) = 1; -x^2 - 4x + 5 = 1; -x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2;$$

$$\text{и если } -x^2 - 4x + 5 = 2.5; x^2 + 4x - 2.5 = 0; \text{ Ответ: } 2.$$



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10; \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x;$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1, \text{ тогда}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10;$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0; \quad /4 \quad p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0;$$

$$x = t, \quad t \in [-1; 1] \quad p t^3 - 4 t^2 + 4 t - 1 = 0, \quad \Delta = -1 < 0 \Rightarrow \text{горизонтальная}$$

линия будет еще точка на $[-1; 1]$ где $p-2 \geq 0$, тогда будет

корень, ~~максимум достигается в 0~~ заметим, что при ^{$p > 0$} увеличении p ^{в.ч.} ~~исходит~~ ^{возрастает} некоторое ~~число~~ ^{значение} и ~~оно~~ ^{оно} не увеличивается, т.е. надо найти такое ~~значение~~ ^{значение} ~~где~~ ^{где} ~~есть~~ ^{есть} ~~единственный~~ ^{единственный} корень на отрезке $p=1$ ~~подходит~~ ^{подходит} ~~в~~ ^в ~~точке~~ ^{точке} ~~1~~ ¹

$$= (t-1)(t^2 - 3t + 1)$$

$p \geq 0, \quad \Delta \geq 0 \Rightarrow 0$, т.е. корень есть, если ~~исходить~~ ^{исходить} ~~ее~~ ^{ее} ~~так~~ ^{так}.

на $[-1; 1]$, ~~то~~ ^{то} ~~он~~ ^{он} ~~не~~ ^{не} ~~может~~ ^{может} ~~быть~~ ^{быть} ~~производной~~ ^{производной} ~~идеи~~ ^{идеи} ~~на~~ ^{на} ~~концах~~ ^{концах}

$$\text{Кл } (p t^3 - 4 t^2 + 4 t - 1)' = 3 p t^2 - 8 t + 4 = \left(\sqrt{3p} t - \frac{4}{\sqrt{3p}} \right)^2 + 4 - \frac{16}{3p}, \text{ при}$$

~~котором~~ ^{котором} ~~имеет~~ ^{имеет} корень

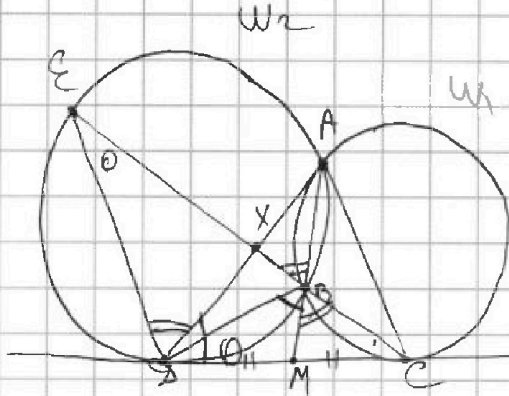


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AD \cap CE$ в точке X .

$$\text{Тогда } \frac{CX}{XE} = \frac{S_{\triangle XCE}}{S_{\triangle XDE}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} DC \cdot \sin \angle ADC}{\frac{1}{2} DE \cdot \sin \angle CDE} = \frac{DC \cdot \sin \angle ADC}{DE \cdot \sin \angle ADE} = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{DE} = \frac{2}{5} \cdot \frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ADC}, \text{ найдем это отношение.}$$

Заметим, что B - точка Шаня в $\triangle ADC$ (по опр. точки Шаня), тогда по её св-вам, AB - медиана ($AB/BC = m$) и $\angle BAC = \angle CAB$; $\angle BCD = \angle BAC$, и т.к. MD - касательная

к W_2 , то $\angle DBM = \angle DA$ и $\angle EDA = \angle EBA = \angle MBC$, тогда

$$\frac{\sin \angle ADE}{\sin \angle ADC} = \frac{\sin \angle MBE}{\sin \angle DBM} = \frac{BD}{BC} \text{ (теорема синусов}$$

для $\triangle MB$ и $\triangle MBC$), причем $\frac{BD}{BC} = \frac{DE}{DC}$ (из-за подобия

$\triangle BCD$ и $\triangle DEC$ из-за равных углов и из-за касательной) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{DC}{DE} = \frac{2}{5} \cdot \frac{DE}{DC} \Rightarrow \left(\frac{DC}{DE}\right)^2 = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{DC}{DE} = \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ Ответ: } \sqrt{\frac{2}{5}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

например в левой ^{верхней} ~~верхней~~ клетке, строит 2 симметрии, оставшиеся для симметрии аналогично $BAC = C_{10000}^2$, и $ABAC$, по сути тоже C_{10000}^2 , так как все они являются способами пересечения 2 симметрий, поэтому $ABAC - 2(AB + AC + BC) + 3ABAC =$
 $= 3C_{20000}^4 - 2 \cdot 3 \cdot C_{10000}^2 + 3 \cdot C_{10000}^2 = 3 \cdot C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2$
Ответ: $3 \cdot C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(x+4)^2 + 4} = 2\sqrt{(y_1 - x)^2 + z^2}$$

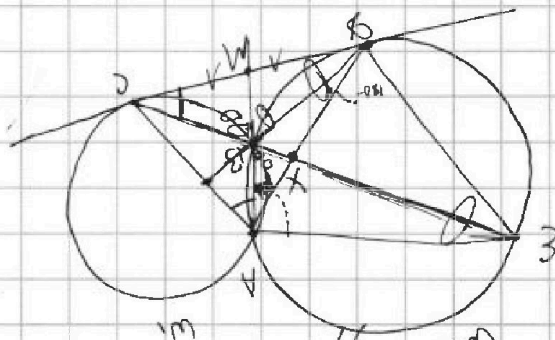
$$|(y+4)(x+y-5)| = \sqrt{81-2^2}$$

$$3pt^2 - 8t + 4 \text{ имеет корни на } [-1; 1]$$

$$p \geq 1$$

$$p = 0,8$$

$$2,4t^2 = 8t + 4$$



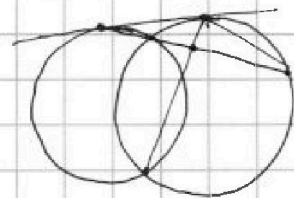
$$3pt^2 - 8t + 4$$

$$\frac{3p}{8p}$$



$$p = \frac{16}{14}$$

$$(a-1)(4a+10)$$



$$\left(\sqrt{3p}t - \frac{8}{2\sqrt{3p}} \right)^2 + 4 = \frac{64}{12p}$$

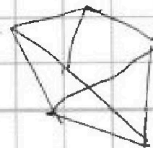
$$\sqrt{3p}t = \frac{4}{\sqrt{3p}}$$

$$t = \frac{4}{3p}$$

$$x = \frac{1}{p}$$

$$4px^3 - px^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{4}{p^2} + \frac{4}{p} - 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$ так p^2 имеет только делители $\{p, p^2\}$
то это то из $a-c, b-c$ равно ± 1 , оставшееся $\pm p^2$ или
это то $\pm p$, оставшееся $\pm p$, при этом $a < b \Rightarrow$
 $\Rightarrow b-c > a-c \Rightarrow$ остаются только случаи $b-c = p^2$;
 $a-c = 1$ и $b-c = -1$; $a-c = -p^2$, в первом
случае, у нас $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$, если p не равно 3, то
 $p \equiv 1$ или $\equiv 2 \pmod{3}$, так как p -простое и делится только на 3
и на себя $\Rightarrow (p-1)(p+1) \not\equiv 3 \Rightarrow b-a \not\equiv 3$, что неверно
по условию $\Rightarrow p=3 \Rightarrow b-a = 3^2 - 1 = 8$; $b = a + 8$, тогда
 $a^2 + b = a^2 + (a+8) = 710$; $a^2 + a - 702 = 0$; $(a+27)(a-26) = 0$;
получается $a = -27$ или $a = 26$, если $a = 26$, то $b = 34$,
 $c = 25$, если $a = -27$, то $b = -19$, $c = -28$, если
же $b-c = -1$, $a-c = -p^2$, то $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$, аналогично
 $p=3$, то есть $b-a = 8$; $a^2 + b = 710$, $a = -27$ или 26 , $b =$
 $= 34$, $c = 35$, в случае с 26 , $b = -19$, $c = -18$, в
случае с -27 . Ответ: $(26, 34, 25)$; $(-27, -19, -28)$;
 $(26, 34, 35)$; $(-27, -19, -18)$

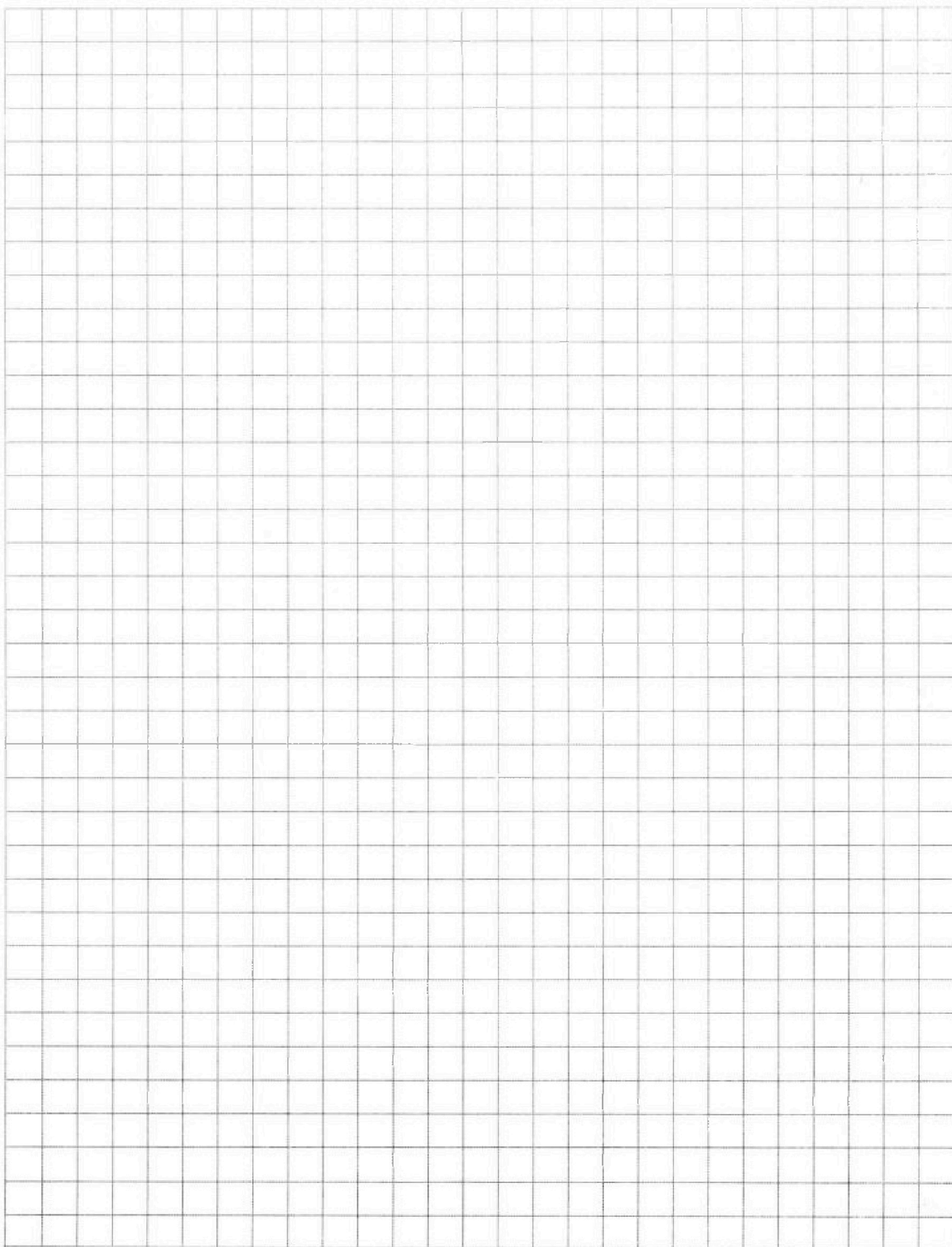


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



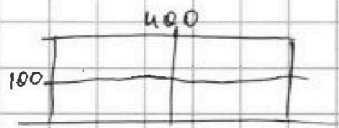


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сначала прозвучат те способы, когда он симметричен относительно одной из средних линий, относительно большей: C_{20000}^4 так как мы выбираем 4 из верхней части и затем симметрируем аналогично C_{20000}^4 относительно меньшей средней линии, но есть способы, где узко что и другое, это когда фигура симметрична относительно

Пусть A - способы, когда он симметричен относительно меньшей сред. линии, B - относительно большей, C - относительно центра, тогда ответ - это $A \cup B \cup C =$

$$= A + B + C - 2(A \cap B + A \cap C + B \cap C) + 3(A \cap B \cap C) = \text{способы}$$

$|A| = C_{20000}^4$, так как мы выбираем 4 клетки в одной

половине и симметрируем их, $|B| = C_{20000}^4$, аналогично, и

$$|C| = \binom{40000}{4} \cdot \binom{2}{2} \cdot C_{20000}^4 = (40000 \cdot 39999 \cdot 39998 \cdot 39997) \cdot 1 \cdot 1$$

мы выбираем по 4 клетки, и затем ее симметрируем и выбираем в одной из половин

далее $A \cap B$ - способы когда клетки симметричны относительно обеих ср. линий, их C^2 так как мы в $\frac{1}{4}$ части

выбираем 2 и симметрируем, $A \cap C = \binom{40000}{2} \cdot C_{10000}^2$, так как мы выбираем 2 клетки.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a cylinder.

Diagram 1: A cylinder with a sphere of radius R inside it. The sphere's center is O . A vertical line through O is labeled $12 \cos x =$. The cylinder's radius is M . A point D is on the cylinder's surface, and ED is a chord. The angle between the radius OD and the vertical axis is x .

Diagram 2: A sphere with center O and radius R . Points A, B, C, E are on the sphere's surface. AB is a chord, and AE is a diameter. The angle $\angle AOB = 2x$. The distance from O to the chord AB is p .

Equations and Calculations:

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad 400 \cdot 100$$

$$49016 \quad -p - 3p - 4 \quad (4p+4)$$

$$400 \quad 20000 \quad 4p+4 \geq 0$$

$$\cos 2x = \cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x$$

$$\cos x (2 \cos^2 x - 1) = 2 \cos x \cos^2 x - 2 \sin x \cos x$$

$$(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+4) \cos x = 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4 \cos^3 x - 12 \cos^2 x + \cos x \cdot (3p+4) = 4$$

$$AVBUC = A+B+C - 2 \cdot A \cap B - 2 \cdot A \cap C - 2 \cdot B \cap C + A \cap B \cap C$$

$$4x^3 - 12x^2 + x \cdot (3p+4) = 4$$

Other notes:

- $\cos(\pi) = -1$
- 39986
- $20000 \cdot 19998$
- $400 \cdot 20$
- 20000
- $\cos(2x) = \frac{255}{116} = \frac{2}{5} \quad x = \frac{\pi}{2}$
- $\frac{CX}{XE} = \frac{s(\cos x)}{s(2x)}$
- $= \frac{2R \cdot \sin \angle CA}{2R \cdot \sin \angle AE}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0 \quad c = 1/2$$

$$p \cos 3x + 3(p+1) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\begin{aligned} a - b &= 1 \\ b - c &= p \\ a + b &= 7 \end{aligned}$$

$$3pt^2$$

$$\cos(3x)$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2} - x$$

$$\begin{aligned} \cos\left(3 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - (3x - \frac{\pi}{2})\right) \end{aligned}$$

$$a - 1 - c = p$$

$$a - c = p + 1$$

$$a - b = a - 1$$

$$b - c = \frac{p}{2}$$

$$a - b = \frac{p}{2}$$

$$b - c = \frac{p}{2}$$

$$a - b = \frac{p}{2}$$

$$a - c > b - c$$

$$\cos(3x) - \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\sin 3x = \sin(2x+x)$$

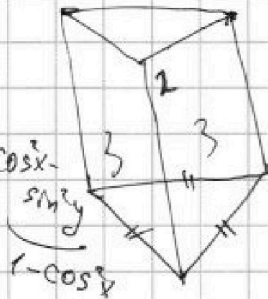
$$a - c = 2p$$

$$a = b + 1$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cos x -$$

①

$$\cos 2x = \cos^2 x -$$



$$\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$$

$$a < b$$

$$b - a = 3$$

$$(a-b)/(b-c) = p^2$$

$$a - b = p$$

$$b - c = p$$

$$a + b = 7 \text{ or } 10$$

$$-\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$202/2$$

$$-\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$= \sin(-3x)$$

$$(b+1) + b = 7 \text{ or } 10$$

$$\sin 3x$$

$$b^2 + 3b + 4 = 7 \text{ or } 10$$

$$a - b =$$

$$\begin{aligned} \cos\left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \end{aligned}$$

$$202 = 2 \cdot 13 \cdot 3^3 = 26 \cdot 27$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos(3x) + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$\begin{matrix} 1-2+1 \\ -3p+3p \end{matrix}$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$\begin{matrix} -4t^3+4t-1 & 4t^2-4t+1 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 12 \cos^2 x + 4 \end{matrix}$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$\begin{matrix} \cos x = x \\ x = \frac{\pi}{2} \end{matrix}$

$$px^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$p \geq 1$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$\max(px^3 - 3x^2 + 3x)$$

$$3px^2 - 6x + 3$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -1+2-1 & x=-1 \\ -4x=0 \\ -4x+3=0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \frac{2}{p^2} + \frac{3}{p} \\ -2x^2 + 3x \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3x^2 - 3x + 1 \\ x = \frac{3}{4} \end{matrix}$$

$$\cos x = 1 \quad \rightarrow 36 - 12 \cdot 3 \cdot p$$

$$36 - 36p$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$p = \frac{4}{3}$$

$$2p+4=16$$

$$p \leq 1$$

$$4p+4=16$$

$$0; 1; 9; 0; 2$$

$$-t^3 - 4t^2 + 4t - 1 = 0$$

$$p \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 = 0$$

$$4p+12=16$$

$$p \geq 1$$

$$4t^2 - 4t + 1 \geq 0$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{3}{p^2} + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 = 0$$

$$-2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$p+3p+12$$

$$4p+12$$

$$-\frac{2}{p^2} + 3 \cdot \frac{1}{p} - 1 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$0; 0,5; 9; 0; 1$$