



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нужно 1<sup>ий</sup> член прогрессии равен  $a_1$ , а второй член -  $a_1 \cdot q$ . Тогда

$$7^{\text{ий}} \text{ член } a_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \quad q^8 = a_1 \cdot q^8 = x+3, \quad 15^{\text{ий}} - a_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}$$

Чтобы эти члены существовали нужно, чтобы выполнялось след. ОДЗ:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup [6; +\infty) \\ x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty). \quad \text{Но если } x = \frac{9}{25}, \text{ то } 7^{\text{ий}} \text{ член} \\ \text{равен } 0, \text{ а } 9^{\text{ий}} \text{ член } \frac{9}{25}. \quad \text{Ко тогда или } a_1 = 0 \text{ или } q = 0, \\ \text{но в этих случаях } 7^{\text{ий}} \text{ и следующие члены равны } 0, \text{ но} \\ \text{тогда } \frac{a_1 \cdot q^{14}}{a_1 \cdot q^6} = q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(25x-9)(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \neq 0. \quad \text{т.е. } x \neq \frac{9}{25}. \\ \text{т.к. } x > \frac{9}{25} \end{cases}$$

$$\text{т.е. } q = \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(x-6)^2}}. \quad \text{Тогда } 9^{\text{ий}} \text{ член } a_1 \cdot q^8 = a_1 \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = x+3, \text{ т.е.}$$

$$a_1 = (x-6)^2(x+3) \quad \text{Тогда подставим } \text{в } 6^{\text{ий}} \text{ член:}$$

$$(x-6)^2(x+3) \cdot \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$(x+3) \cdot \sqrt[8]{\frac{(x-6)^{16} \cdot (x+3)^8}{(x-6)^{12}}} = \sqrt[8]{(x-6)^4(x+3)^8} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

Нужно  $x < 6$  (т.е.  $x < \frac{9}{25}$  но ОДЗ).

$$(x+3)\sqrt{6-x} = \sqrt{(9-25x)(6-x)} \Rightarrow (x+3)^2 = 9-25x \Rightarrow x^2+31x=0, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} x=0 & (1) \\ x=-31 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \text{Тогда } a_1 = 36 \cdot 3 = 108, q = \sqrt[8]{\frac{1}{6}}. \quad \text{заметим, что также } \begin{cases} x=0 & (1) \\ x=-31 & (2) \end{cases}$$

~~недопустимо~~ это прогрессия сущ. и  $7^{\text{ий}}$  член  $\sqrt{15}$

член подходит при  $x=0$ .

$$(2): \quad a_1 = -2 \cdot 9 \cdot 37^2, \quad q = \sqrt[8]{\frac{1}{37^2}}. \quad \text{также } \text{недопустимо} \quad \text{т.к. } a_1 < 0,$$

$$\text{т.е., например, } 7^{\text{ий}} \text{ член } a_1 \cdot q^6 < 0, \text{ но он равен } \sqrt{(25x-9)(x-6)} > 0$$

согласно ОДЗ

$X$ , т.е.  $x = -31$  не подходит

$$\text{Теперь нужно } x > 6. \quad \text{Тогда } (x+3)\sqrt{x-6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \Rightarrow (x+3)^2 = 25x-9, \text{ т.е.}$$

$$x^2+19x+18=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow \text{не подходит по ОДЗ} \\ x=18 \rightarrow a_1=12^2 \cdot 21, q = \sqrt[8]{\frac{1}{12^2}}. \quad \text{также прогрессия сущ. и } 7^{\text{ий}}, 9^{\text{ий}}, 15^{\text{ий}} \text{ члены подходят при } x=18, \text{ т.е.} \end{cases}$$

согласно ОДЗ

$$\text{Ответ: } x \in \{0; 18\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{y-x+4z} + 11 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z^2} \\ (y+4) + 4(y-5) = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим 3 случая для (2) :

Сл. 1  $y \leq -4$ . Тогда

$$-(y+4) + 4 \cdot -(y-5) = -5y + 16 = \sqrt{81-z^2}. \text{ Т.к. } -5y + 16 \text{ при } y \leq -4, \text{ то}$$

$$25y^2 - 160y + 256 = 81 - z^2 \Rightarrow z^2 = -25y^2 + 160y - 175.$$

Корни данного многочлена  $-y_1 = 5, y_2 = \frac{7}{5}$ . Тогда

заметим, что данный многочлен  $-25y^2 + 160y - 175$

неограничен ~~только на промежутке~~  $y \in [\frac{7}{5}; 5]$ . Но

в нашем случае  $y \leq -4$ , т.е.  $-25y^2 + 160y - 175 < 0$ , т.е.

$z^2 < 0$ .

Сл. 2  $-4 < y \leq 5$ . Тогда

$$(y+4) + 4 \cdot -(y-5) = -3y + 24 = \sqrt{81-z^2} \Rightarrow 9y^2 - 144y + 576 = 81 - z^2.$$

$z^2 = -9y^2 + 144y - 495$ . Корни этого многочлена

являются  $y_1 = -11$  и  $y_2 = -5$ . Т.е. ~~но~~ <sup>при  $y \in (-4; 5)$</sup>  ~~против~~ <sup>этот многочлен</sup> аналогично рассужд. из сл. 1

будет  $< 0$ , т.е.  $z^2 < 0$ .

Сл. 3  $y \geq 5$ .

$$(y+4) + 4(y-5) = 5y - 16 = \sqrt{81-z^2}. \text{ Из сл. 1 это значение}$$

тогда  $z^2 = -25y + 160y - 175 \geq 0$ . Из сл. 1 нет учесть, что

этот многочлен  $\geq 0$  при  $y \in [\frac{7}{5}; 5]$ , а у нас  $y \geq 5$ . Тогда

при  $y \geq 5$  многочлен отриц., т.е.  $z^2 < 0$ . значит  $y=5$ , а т.е.

$z=0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда подставим  $y = 5$  и  $z = 0$  в (1).

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

пусть  $\sqrt{x+5} = a$ ,  $\sqrt{1-x} = b$ , тогда

$$\begin{cases} a-b+4 = 2ab \\ a^2+b^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2-2ab = 6-4+6=8 = 2(a-b)$$

$$\text{т.е. } (a-b)^2+(a-b)-2=0$$

$$\text{тогда из.выведем } \begin{cases} a-b = 1 \\ a-b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1 & (3) \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2 & (4) \end{cases}$$

$$(3): \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x}$$

$$x+5 = 1 + 1-x + 2\sqrt{1-x}$$

$$2x+3 = 2\sqrt{1-x}$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x \Rightarrow 4x^2 + 16x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{144}}{16} = -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}. \quad \text{Заметим, что } \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-5; 1].$$

Проверим полученные  $x$

$\& 0 = \frac{4-3}{2} > \frac{\sqrt{11}}{2} - 2 > \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$ . т.е. этот  $x$  лежит  $\notin$  на  $[-5; 1]$ , т.е. является корнем.

$-\frac{7}{2} = -\frac{3}{2} \cdot 2 > -\frac{\sqrt{11}}{2} - 2 > -\frac{4}{2} - 2 = 4$  значит этот  $x$  также подходит.  
 $\frac{9}{2}, 5$ .

т.е. решениям системы являются точки  $(x; y; z)$  следующие

$$\text{Ответ: } \left( \frac{\sqrt{11}}{2} - 2; 5; 0 \right) \cup \left( -\frac{\sqrt{11}}{2} - 2; 5; 0 \right)$$

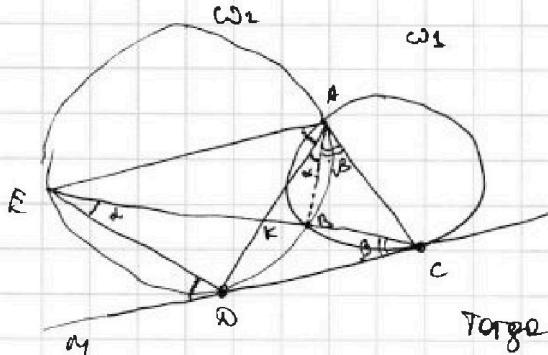
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Нужно  $E \in \angle AAD = k$ , тогда по условию

$$\frac{CK}{KE} = \frac{2}{5}$$

Нужно  $\angle NEC = \alpha$ ,  $\angle ECD = \beta$ . Тогда

$$\angle EAM (\text{ } M \in CD \text{ и лежит левее } D) = \alpha + \beta$$

Тогда  $\angle DEC = \alpha = \angle CAD$  (один из двух углов) (внеш. угол)

$\angle BAC = \angle BCD = \beta$  (угол между дугами и кас.)

$$\angle EAM = \alpha + \beta = \angle EAD (-ii-)$$

Тогда  $\angle EAD = \alpha + \beta$

$$\angle KAC = \angle KAB + \angle BAC = \alpha + \beta \Rightarrow AK - \text{бисс.} - \text{с.} \triangle EAC.$$

Значит по т. о бисс-се  $\triangle EAC \sim \triangle AAC$   $\frac{AC}{AE} = \frac{CE}{KE} = \frac{2}{5}$ .

Заметим, что  $\begin{cases} \angle EAD = \angle DAC = \alpha + \beta \\ \angle ADC = \angle DEA \end{cases}$  ( $\angle$  между дугами и кас.)

$\triangle EAD \sim \triangle AAC$  (по двум углам).

Тогда  $\frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$ . Нужно  $AC = 2x \Rightarrow AE = 5x$  (т.к.  $\frac{AC}{AE} = \frac{2}{5}$ ).

$$\text{Тогда } AD^2 = AC \cdot AE = 10x^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10}x.$$

Тогда также из подобия  $\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{CD}$ , т.е.

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{10}x}{2x} = \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

Ответ:  $ED : CD = \sqrt{10} : 2$   
или  $\sqrt{\frac{5}{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что на сторонах крестиков - 20г., то

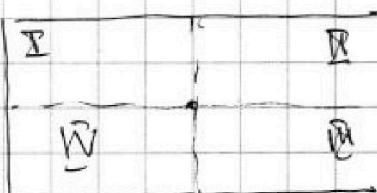
ср. линии проводят по правилу клетки и <sup>изображают ср. лин.</sup> делит прямогл. на 20000 и 20000 клеток.

Из этого видно, что для случая симметрии если одна из них

заметим, что ~~вертикальная~~ каждая из сторон Ч<sup>4</sup> клеток из

одной половины вертикальных 20000 клеток автоматически

делает ~~если~~ симметрич. раскраску, т.е.



Возьмем теперь вариант вектора симметрии. если вертикальная ср. лин.

- С<sub>20000</sub><sup>4</sup>, аналогично фигура изображена. С<sub>20000</sub><sup>4</sup>.

(заметим, что симметричные относ. ср. линии возможны лишь в случае, когда с одной стороны от неё находятся ровно Ч кл., из которых ровно Ч кл.)

т.к. каждое должно начинаться симметрией.

теперь центр. симметрии.

заметим, что если мы раскрасим клетку, например, в I четверти (см. рис.),

то автоматически будет раскрашена её симметрия в IV. т.е.

заметим, что если сверху и снизу от гориз. ср. лин. по Ч кл.

и спева направо от гориз. ср. лин. тоже по Ч кл.

т.е. достаточно выбрать Ч кл в I и IV для авт.раскрас.

вариант вектора С<sub>20000</sub><sup>4</sup> (если выберем случайно в I и II Ч клами и авт.раскрас

будет Ч в IV и I, то это раскраска уже будет в раскрасках

для I и IV, т.е. достаточно

посчитать вар. для I и IV.

Итого 3. С<sub>20000</sub><sup>4</sup> способ

ответ: 3. С<sub>20000</sub><sup>4</sup> способ.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$ -натурал.,  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .

Заметим, что если  $a-c = b-c = p$ , то  $a=b$ .  $\Rightarrow$  условие

запись

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \\ b-c=p \\ a-c=1 \end{cases}$$

*Всех случаев получим, что  
тогда*

$$b-a = \pm(p^2 - 1) \times 3 \text{ (по ул.)}$$

Найдём такие  $p$ . Заметим, что если

$$p \leq 1 \text{ или } p \geq 2, \text{ то } p^2 \leq 1 \Rightarrow p^2 - 1 \leq 0, \text{ т.е.}$$

$p \neq 1$  и  $p \neq 2$ , где  $p \geq 3$ . Единственное такое  $p=3$ .

тогда  $\begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \\ b-c=9 \\ a-c=1 \end{cases}$  (1)

(1): Тогда  $a=8+c$   $b=1+c$ . Тогда  
из нач. ул.  $8+c < 1+c$   
 $8 < 1$   $\Rightarrow$

отсюда

значит возможно только (2), т.е.

$$\begin{cases} b=8+c \\ a=1+c \end{cases} \text{ (здесь } a < b\text{)} \Rightarrow a^2 + b = 710 \text{ (из ул.)}$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 8 = c^2 + 3c + 10 = 710 \Rightarrow c^2 + 3c - 700 = 0.$$

тогда  $c = \frac{-3 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} c = -28 \\ c = 25 \end{cases}$  Тогда

$$\begin{cases} b = -19, a = -27, c = -28 \\ b = 34, a = 26, c = 25 \end{cases}$$
 *без возможные 3-е проверим их.*

1<sup>ae</sup>:  $-27 < -19, -19+27 = -8 \not\equiv 3, (-27)^2 - 19 = 710, (-27+28)(-19+28) = 9 = 3^2$

2<sup>ae</sup>:  $26 < 34, 34-26 = 8 \not\equiv 3, (26-25)(34-25) = 8 = 3^2, (-6)^2 + 34 = 710$

Ответ:  $(-27, -19, -28) \cup (26, 34, 25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q_4 \quad a = \sqrt{b^2 - b^2}$$

лекст

$$\sqrt{b^2 - b^2} - b + 4 = 2\sqrt{b^2 - b^2} b$$

$$2\sqrt{b^2 - b^2}(2b - 1) = 4 - b$$

$$(a-c)(b-c)$$

$$\begin{array}{l} a \neq c \\ b \neq c \\ a-c-b-c-p \end{array}$$

$$(b - b^2)(4b^2 - 4b + 1) = 4(b + b^2 - 8b)$$

$$-4b^4 + 24b^2 - 24b + 4b^3 + 6 - b^2 = 16 + b^2 - 8b$$

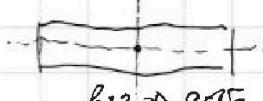
$$-4b^4 + 24b^2 + 4b^3 + 6 - b^2 = 16 + b^2 - 8b$$

$$-4b^4 + 24b^2 + 4b^3 + 6 - b^2 = 16 + b^2 - 8b$$

$$-4b^4 + 24b^2 + 4b^3 + 6 - b^2 = 16 + b^2 - 8b$$

$$4b^4 - 4b^3 - 22b^2 + 16b + 10 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$



$$b = 2 \Rightarrow q = 54$$

$$2b^4 - 2b^3 - 11b^2 + 8b + 5 = 0$$

$$-32 - 16 - 44 + 16 + 5 = 0$$

$$-48 - 53 - 60 = -2$$

$$x \in [-5; 1]$$

$$a^2 + b^2 + a - b + 4 =$$

$$(a+b)^2 = 10 + a - b$$

$$(a-b)^2 + 2 + b - a = 4(a-b)$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 12$$

$$a-b$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t^2 + t - 2 = 0 \\ t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \end{cases}$$

$$t^2 = -2$$

$$t = 1$$

$$a-b = -2$$

$$a-b = 1$$

$$8 - 4\sqrt{2} - 22 + 8\sqrt{2} + 5 = 0 \quad f(t) = 3pt^2 - 6t + 3 = -7 - \min$$

$$a=1 \quad b=\sqrt{5}$$

$$1 - \sqrt{5} + 4 = 5 - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} - 1 + 4 = 2\sqrt{5}$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 80}}{16} =$$

$$x_1 + x_2 = -4$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{176}}{16} = -2 \pm \frac{\sqrt{44}}{4} =$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{\frac{7}{2}} + 4 = 2\sqrt{\frac{55}{2}} = \sqrt{35}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{5} - \sqrt{7} + \sqrt{8}) = \sqrt{35}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} < \frac{\sqrt{11}}{4} < 1 & \quad -\frac{\sqrt{11}}{4} > -1 \\ -\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{7}}{4} < 0 & \quad -\frac{\sqrt{7}}{4} > -1 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ч. 1.  $y \leq -4$ .

$$(2): 4y + y - 4 = 4(y - 5) = -5y + 16 = \sqrt{81 - z^2}$$

$$81 - z^2 = 25y^2 + 256 - 160y$$

$$z^2 = -25y^2 + 160y - 175 < 0.$$

X

Ч. 2.  $-4 < y \leq 5$

$$y + 4 - 4(y - 5) = \sqrt{81 - z^2}.$$

$$-3y + 24 = \sqrt{81 - z^2}.$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$9y^2 - 144y + 576 = 81 - z^2.$$

у/т

$$\begin{array}{r} 32 \\ 32 \\ \hline 64 \\ 64 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 102 \\ 102 \\ \hline 200 \\ 200 \\ \hline 32 \\ 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 20 \\ \hline 15 \\ 15 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$z^2 = -9y^2 + 144y - 495$$

тогда  $y \geq 0$ , но  $y \leq 5$

$$y_1 + y_2 = 16$$

$$y_1 \cdot y_2 = 55$$

$$a = \frac{b - 4}{1 - 2b}$$

$$\begin{array}{l} y_1 = -11 \\ y_2 = -5 \end{array}$$

тогда из  $x = 1 - y$   
тогда  
(напр. выше)  
одев,  $2b = 1 - y$   
 $b(5) \neq 0$

$$a(1 - 2b) = b - 4$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 = 6.$$

$$13x^2 - 5$$

$$\max(x + 5) = 6 + \sqrt{11}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

6

$$\frac{b^2 - 8b + 16}{16b^2 - 4b + 1} + b^2 = 6$$

$$b^2 - 8b + 16 + 4b^4 - 4b^3 + b^2 - 24b^2 + 24b^6$$

значит  $y \geq 5$ .

$$5y - 16 = \sqrt{81 - z^2}.$$

$$25y^2 - 160y + 256 = 81 - z^2.$$

$$z^2 = -25y^2 + 160y - 175 = 0.$$

$$y_1 + y_2 = 16$$

$$= 5y^2 + 32y + \frac{35}{25} = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 20 \cdot 35}}{2 \cdot 10} = \frac{32 \pm 18}{10}$$

$$y_1 = 5 \Rightarrow z = 0$$

$$y_2 = \frac{7}{5}, \quad 2 + 2 - 11 + 8 + 5$$

Установка

$$-4x^2 - 16x + 20 = x + 5 + 1 - x + 16 - 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5}$$

$$4 \cdot \sqrt{-x^2}$$

$$4b^4 - 4b^3 - 22b^2 + 16b + 10 = 0.$$

$$2b^4 - 2b^3 - 11b^2 + 8b + 5 = 0.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b=c+1 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 = 710 = 10 \cdot 71$$

52

$$\begin{cases} a=c+1 \\ b=c+p^2 \end{cases}$$

$$\frac{a+b}{b-a} = \sqrt{3}$$

25  
28

26

26

156

52

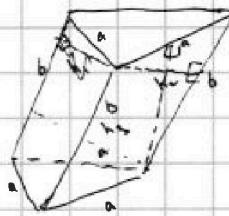
676

14



$$\begin{array}{r} 27 \\ 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$b = 710 - a^2$$



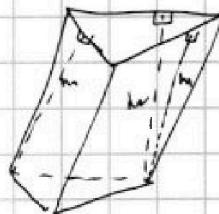
$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}a \cdot \frac{1}{2}a^2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

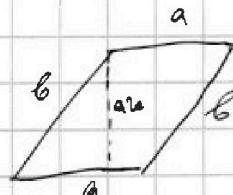
$$a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

50.



$$3 = h_1 \cdot a \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$h_2 = \sqrt{3}$$



$$(a-c)(b-c) = 4.$$

$$\begin{cases} a=4+c & (1) \\ b=c+1 & (1) \\ b=4+c & (2) \\ a=c+1 & (2) \end{cases} \quad (1) b-a = -3 \times \text{X} \quad (2) \times$$

$$c = -3 \pm \sqrt{92808}$$

$$\begin{aligned} a-c = p^2 &\Rightarrow b-a = 1-p^2/3 \\ b-c = 1 &\Rightarrow p^2-1/3. \end{aligned}$$

$$(a-c)(b-c) = 9.$$

$$\begin{cases} a=9+c \\ b=c+1 \\ b=9+c \\ a=c+1 \end{cases} \quad b-a = -8.$$

$$b-c=p^2$$

$$a-c=1.$$

$$\begin{aligned} p^2-1 &\equiv 1 \\ \frac{p^2}{3} &\equiv 2 \end{aligned}$$

$$(a-c)(b-c) = 9.$$

$$p^2-1 \equiv 2$$

$$p^2 = 2$$

$$p^2 = 1 \quad \uparrow \quad p^2-1 \equiv 0 \quad \frac{p^2-1}{3} \cdot a \not\equiv 0 \quad \text{т.к.}$$

$$p \equiv 2 \text{ или } p \equiv 1 \text{ т.к.}$$

Минимум при  $p \equiv 0$ , т.е. при  $p=3$ .

$$a=9+c$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \\ b-c = 1 \\ b-c = 9 \\ a-c = -1 \end{cases} \quad b = 1+c.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

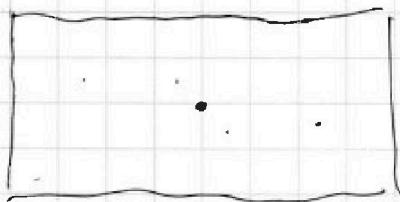
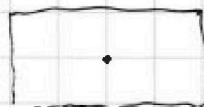
- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

200 - ерез мен.

200





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4z \geq 2 \sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2}.$$

$$\text{OZ 3: } \begin{cases} x \in [-5; 10] \\ z \in [-8; 8] \end{cases}$$

$$16x=4z$$

$$-x \leq 5$$

$$1-x \leq 6 \Rightarrow 1-x-4z \leq 6-4z$$

$$6-4z \geq 0.$$

$$6 \geq 4z$$

$$\frac{6}{4} \geq z \Rightarrow z \leq \frac{3}{2}$$

$$z \in [-8; \frac{3}{2}]$$

$$-4x \leq 20$$

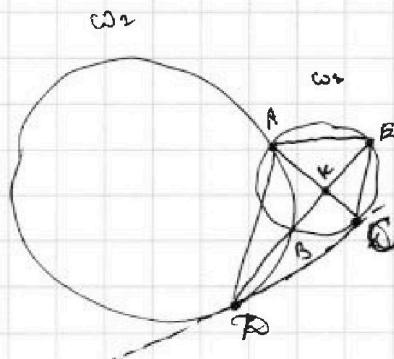
$$z \geq -9.$$

$$x^2 \leq 20$$

$$-x^2 \leq 0 \quad -x^2 - 4x \leq 20.$$

$$-4x \leq 20$$

$$-x^2 - 4x + 2 \leq 21 \frac{1}{2}$$



Если  $\triangle ABC$ ?

$$\frac{EK}{KE} = \frac{2}{5}.$$



$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AB}.$$

$$AD^2 = 10y^2$$

$$AD = \sqrt{10}y$$

$$CK = 2x \quad CE = 7x.$$

$$KE = 5x \Rightarrow$$

$$CB \cdot CE = CD^2$$

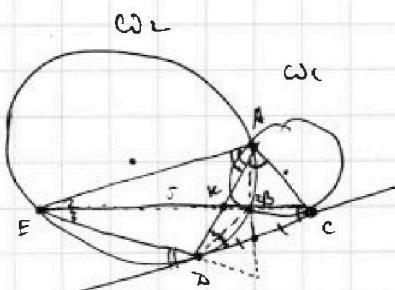
$$CB \cdot KE = CD^2$$

$$5x \cdot KA \cdot (2x - CB) = AK \cdot KE \quad \frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{10}y}{2y}$$

$$CB \cdot 7x = CD^2$$

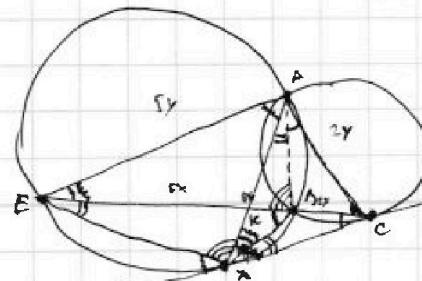
$$10x^2 - 5x \cdot CB = AK \cdot KE$$

$$= \text{?}$$



$$CB \cdot BE = CA^2$$

$$AK \cdot KE$$



$$3y = 11x \quad AK = \text{бисс. с.}$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{AC}{AE} = \frac{2}{5}. \quad 11x = 1 + ?$$

$$3y + 2x + 11x = 23x + 28 = 180^\circ$$

$$3y + 3y + 11x + ? = 180^\circ$$

$$3y + 3y + 11x + ? = 180^\circ$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, a<sub>1</sub>, b, ...

$$a_1 \cdot b^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad a_1 b^8 = x+3 \quad a_1 b^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{(25x-9)} \\ \cancel{(x-6)^3} \end{array}$$

$$b^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad b^6 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3(x+3)^2}}$$

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3(x+3)^2}}$$

$$\frac{x+3^2}{\sqrt{(25x-9)^3}}$$

$$x > 6$$

$$\sqrt{\frac{(x-6)^4(x+3)^2}{(x-6)^3}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{(x-6)(x+3)^2} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{x+3^2} = \sqrt{25x-9}$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \rightarrow \text{не подходит по ОДЗ.}$$

$$x < 0, \text{ т.е. } x < \frac{9}{25}$$

$$(x+3)(x+3)\sqrt{6-x} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{(9-25x)(6-x)}$$

$$\sqrt{488} = \frac{6 \cdot 3}{5^2} \cdot \frac{4 \sqrt{1}}{6^3} = 128 \cdot \frac{1}{6^2} = 128$$

$$4 \sqrt{6 \cdot 3^2} = 4 \sqrt{6^2 \cdot 3^2} = \sqrt{6^2 \cdot 3^2} = 18$$

$$37^2 \cdot (-28)$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup [6; \infty) \\ x \in [6; 9] \end{cases}$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{9}{25}\right] \cup [6; \infty)$$

$$b^8 = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^4(25x-9)} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$a_1 \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = x+3 \quad b = \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$$

$$(x-6)^2(x+3) \cdot \sqrt{\frac{1}{(x-6)^6}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{(x-6)^3}}$$

$$a_1 \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = x+3$$

$$a_1 = (x+3)(x-6)$$

$$(x-6)^2(x+3) \cdot \sqrt{\frac{1}{(x-6)^6}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{(x-6)^3}}$$

$$a_1 \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = x+3$$

$$a_1 = (x+3)(x-6)$$

$$(x-6)^2(x+3) \cdot \sqrt{\frac{1}{(x-6)^6}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{(x-6)^3}}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -31$$