



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусто d - по условию заданной ариф. прогрессии!

1) Если $3x+3$ - третий член прогрессии, $(x^2+2x)^2$ - пятый, а $3x^2$ - седьмой, то по определению ариф. прогрессии: $(x^2+2x)^2 = (3x+3) + 2d$;

$$3x^2 = (x^2+2x)^2 + 4d \Rightarrow \begin{cases} (x^2+2x)^2 + 4d = 3x^2 & (1) \\ (3x+3) + 2d = (x^2+2x)^2 & (2) \end{cases} \quad \begin{aligned} \text{Из (2)} & \Rightarrow 2d = (x^2+2x)^2 - (3x+3) \\ & \Rightarrow 4d = 2(x^2+2x)^2 - 2(3x+3) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{по (1)}: (x^2+2x)^2 + 2(x^2+2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow 3(x^2+2x)^2 = 3(x^2+2x) + 6$$

пусть $t = x^2+2x \Rightarrow (1) x=1 \quad 3t^2 = 3t+6 \Rightarrow t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$, но

$$t^2 - t - 2 = (t-2)(t+1) \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \text{1) } t=2 \Rightarrow x^2+2x=2 \Rightarrow x^2+2x-2=0:$$

решим 4. уравнение: $D = (+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4+8=12 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} =$
 $= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}.$

2) $t+1=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow x^2+2x+1=0 : D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$

\Rightarrow Ответ: $x \in \{-1+\sqrt{3}; -1-\sqrt{3}; -1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Значит, что при фиксированном y : $45+8x$ растёт при увеличении x ,
также при фиксированном x : $45+8x$ растёт при увеличении y .

2) Базис. первое неравенство: $|x-35| \leq 2 \Rightarrow x-35 \leq 2 \vee x-35 \geq -2$

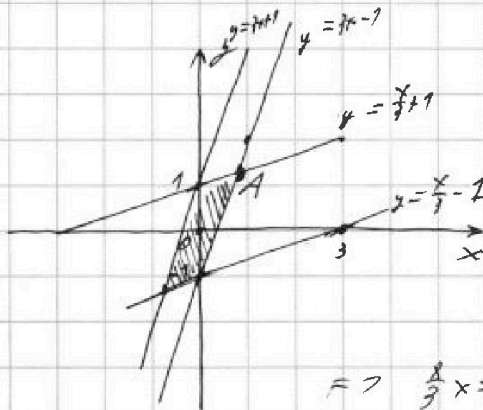
Базис. второе $x-35=9 \Rightarrow y = \frac{x}{3}-1$. Тогда тогда $|x-35| \leq 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-35 \leq 3 \\ x-35 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x}{3}-1 \text{ - неравенство} \\ y \leq \frac{x}{3}+1 \text{ - неравенство} \end{cases}$$

Базис. второе неравенство: $|3x-2| \leq 10 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2 \leq 1 \\ 3x-2 \geq -1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3x-1 \text{ - неравенство} \\ y \leq 3x+1 \text{ - неравенство} \end{cases}$$

3)



Значит, что при фиксированном x (x) и y (y)

- это параллелограмм - следует из области
применения неравенств
Тогда по л. 1 А также А на графике x и y
максимально (как x , так и y) в
допустимой области.

$$\text{реш А: } \begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = \frac{x}{3} + 1 \end{cases} \Rightarrow 3x - 1 = \frac{x}{3} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3}x = 2 \Rightarrow 7x = \frac{8}{3} \Rightarrow 0,75 = 7y = 3x - 1 = 3 \cdot 0,75 - 1 =$$

$$= 2,25 - 1 = 1,25 \Rightarrow 45 + 8x = 4 \cdot 1,25 + 8 \cdot 0,75 = 5 + 6 = 11$$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2 n + mn^2 - 7mn = mn(m+n-7)$$

$$5^2 \cdot 3 \cdot 9 = 75 \cdot 9 = 675$$

$$= 675 \cdot \frac{3}{3} = 2025$$

14. $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$; $mn(m+n-7) = 75q^2$. $m, n \in \mathbb{N}$; $p, q \in \mathbb{Z}$

$$m+n-9 = \frac{13p^2}{m+n} \neq 0 \Rightarrow m+n \neq 9, 13p^2: m+n \neq 9 \Rightarrow \text{либо } m+n=13, \text{ либо } m+n=13p, \text{ либо}$$

$$m+n=13, \text{ либо } m+n=13p^2. \text{ Если } m+n=13 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 = 13p^2 = 7p^2 = 4$$

$$= 7p^2 = 4 \text{ не в } \mathbb{Z}, \text{ значит } mn(m+n-7) = 10mn = 5^2 \cdot 2 \cdot q^2 \Rightarrow 5^2 \cdot 2 \cdot q^2 = 2 \cdot 9 = 2$$

$$m \cdot n \cdot 9 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10mn = 5^2 \cdot 2 \cdot q^2 \Rightarrow mn = 2 \cdot 3 \cdot 5, \text{ если } m=2, \text{ то } n=15 \Rightarrow m+n=17$$

$$\text{Если } m=3, \text{ то } n=10 \text{ - не подходит, если } m=5, \text{ то } n=6 \text{ - не подходит, если}$$

$$\text{если } m=2 \cdot 3 \cdot 5, \text{ то } m+n=13 \text{ - не подходит} \Rightarrow \text{н.к. } p \in \mathbb{Z} \text{ и } q \in \mathbb{Z} \text{ существуют}$$

$$\text{то } \begin{cases} m=3 \\ n=10 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} m=5 \\ n=6 \end{cases} \text{ Если } m+n=13p, \text{ то } m+n-9 = \frac{13p^2}{p} = p$$

$$= 713p - 9 = p \Rightarrow 712p = 9 \Rightarrow p = \frac{9}{712} \notin \mathbb{Z} \text{ - не подходит. Если } m+n=p, \text{ то } m+n-9 = \frac{13p^2}{p} =$$

$$= 13p \neq m+n \text{ - не подходит. Если } m+n=13p^2, \text{ то } m+n-9=1 \Rightarrow m+n=10 \Rightarrow 13p^2=10,$$

$$\text{то } 10:13 \text{ - не подходит.}$$

24. $(m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$; $mn(m+n-7) = 13p^2$. Заметим, что тогда, тогда

$$(m+n)(m+n-9) : 3, \text{ так как, тогда либо } m+n : 3, \text{ либо } m+n-9 : 3.$$

$$\text{Если } m+n : 3 \Rightarrow m+n-9 : 3 \Rightarrow mn(m+n-7) : 3 \Rightarrow 13p^2 : 3 \text{ и н.к. } (13, 3) = 1, \text{ то}$$

$$p^2 : 3 \Rightarrow p : 3, \text{ н.к. } p \in \mathbb{Z} \Rightarrow 13p^2 = 13 \cdot 9. \text{ Тогда тогда и } m+n-9 : 3, \text{ и н.к. } 9 : 3$$

$$\Rightarrow (m+n) : 3 \text{ и } (m+n-9) : 3 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) : 9, \text{ н.к. } 9 \neq 1, \text{ то } 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 / 9,$$

$$\text{то } q : 3 = p \in \mathbb{Z} \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 / 9 \text{ или } a = m+n, \text{ то}$$

$$a^2 - 9a = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 / 9 \Rightarrow a^2 - 9a - 25q^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot q^2}}{2}$$

$$\text{Заметим, что тогда } mn(m+n-7) : 9, \text{ и н.к. } 9 : 3, \text{ то}$$

$$p : 3, \text{ н.к. } m+n : 3 \Rightarrow mn(m+n-7) : 3 \neq 13p^2 \Rightarrow 13 \cdot 9 : 3 \neq 13 \cdot 9 : 3 \text{ - не подходит. Тогда } (m+n-7) : 9$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot 3^2 = 675; a = m+n \Rightarrow a^2 - 9a - 675 = 0, \text{ тогда, тогда}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 675}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2}, \text{ но } 5^2 = 2504 \cdot 2781 \cdot 25^2 = (5211)^2 = 2704 + 2521$$

$$\Rightarrow a \notin \mathbb{Z}, \text{ н.к. } \sqrt{2781} \text{ - не целое. Если же } m+n-9 : 3, \text{ то н.к. } 9 : 3, \text{ то } m+n : 3$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9) : 9 = 25 \cdot 3 \text{ - значит } mn(m+n-7) \text{ не делится на } 9. \text{ Ответ: } m=10 \text{ и } n=3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

1)
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

Рассм. $f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$.
Заметим, что эта функция возрастает.

определяем на $x \geq 0$ и $y \geq 0$ возрастает $f(x)$ ^{строго} $f(x) = f(y)$ ^{тогда} $x=y$ ^(тогда)

$\Rightarrow x=y$, т.к. лем. д.о.о. $f(x) > f(y)$. $x \geq y$, то $x^4 \geq y^4$, $5x^2 \geq 5y^2$, $\sqrt{x} \geq \sqrt{y} \Rightarrow f(x) \geq f(y)$.

2) Рассм. (2): $x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2 \Rightarrow x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$
 $\Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x=y$ по л. 1

Рассм. (1): $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$ (по л. 2) Заметим, что $(6-x)(x+1) = -x^2 + 5x + 6 \Rightarrow$ пусть $a = \sqrt{x+1}$; $b = \sqrt{6-x} \Rightarrow a-b+5 = 2ab$
 $\Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = a^2 - (a-b) - 5 + b^2 \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) = a^2 + b^2 - 5$
 \Rightarrow т.к. $a^2 = (\sqrt{x+1})^2 = x+1$, $a(b)^2 = (\sqrt{6-x})^2 = 6-x$, то $(a-b)^2 + (a-b) = x+1 + 6-x - 5 = 2 \Rightarrow$ пусть $t = (a-b)$, то $t^2 + t = 2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0$
1) $t = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \Rightarrow$ возведем в 2 и $x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} + 6-x = 1$
 $\Rightarrow 2\sqrt{6+5x-x^2} = 6 \Rightarrow \sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow 6+5x-x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0$
 $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$; но $x \in [5-\sqrt{13}; 70]$
 $\frac{5+\sqrt{13}}{2} < \frac{5+4}{2} = 4,5 \Rightarrow x < 6 \Rightarrow 6-x > 0$ - подходит.

2) $t = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \Rightarrow x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} + 6-x = 4$
 $\Rightarrow 2\sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{6+5x-x^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6+5x-x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} - 6 = 0$
 $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-4(\frac{9}{4}-6)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}$; $\sqrt{40} > 5 \Rightarrow 5-\sqrt{40} < 0$ - не подходит, т.к. $6-x > 0$
б) (2) \sqrt{x} есть. и $\frac{5+\sqrt{13}}{2} < \frac{5+7}{2} = 6 \Rightarrow 6-x > 0$ - подходит

Ответ: $(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2})$; $(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2})$; $(\frac{5+\sqrt{40}}{2}, \frac{5+\sqrt{40}}{2})$



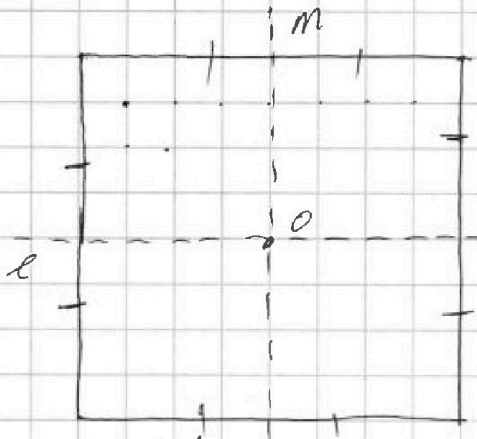
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим как-то узел в виде квадрата. У нас есть 9



сплошное (узлы и в центре O узел $= 7$ или 4 равноправных узла $1-9-9-1$ узел. Заметим, что квадрат (узлы) совмещается собой при повороте относительно центра на 90° и 180° углов.

Рассчитаем, сколько всего поворотов квадрата без учета поворотов: $n C_{91}^2 =$

$$= \frac{81!}{79! \cdot 2!} = \frac{80 \cdot 81}{2} = 40 \cdot 81 \quad \text{Заметим, что при повороте на } 180^\circ \text{ узел}$$

на 2 сигнала: 1с1. Если точка находится в 1 равноправном узле 1 и 4

2с1. Вращаем попарно узлы. Заметим, что на каждой стороне квадрата по 9 узлов $n = 40 \cdot 81$ каждый поворот имеет 2 пары или при повороте на 180° пары совмещаются сами собой, но при этом узлы 1 и 4 , или 2 и 3 , они будут попарно n на 2 , т.е. в 1с1. Тогда в итоге придут в равноправности попарно, а в 2с1, остаются в паре: $n \rightarrow \frac{n}{2} = 20 \cdot 81$ - каждой паре по 2 сигнала, с которой она совмещается поворотом на 180° угла, центра.

3) При повороте на 90° : Если задан квадрат 4 равных радиуса 2 м. Если вы радиусы, в которых не учитывается центр квадрата O . Заметим, что у каждой есть пара, с которой она совмещается поворотом на 90° , причем ни одна из точек пары была рассмотрена в $1, 2, 3, 4$. Каждый точка переходит в равноправность (каждому элементу n - 2 или 3 или 4 или 5 или 6 или 7 или 8 или 9 или 10 или 11 или 12 или 13 или 14 или 15 или 16 или 17 или 18 или 19 или 20 или 21 или 22 или 23 или 24) переключаются только если одна из точек - центральная точка $= 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площа раскл. вв сумам, когда зачисти 0 и мизі орку из

Воткнув 80 ммек: $W \times 80 \Rightarrow$ вт сдаль: $\frac{40.87}{2} \cdot \frac{1}{2} + 80 =$
м.2 м.3 с.м.4

$$= \frac{40.87}{4} + 80 = 20.87 + 80 = 1620 + 80 = 1700.$$

Ответ: 1700

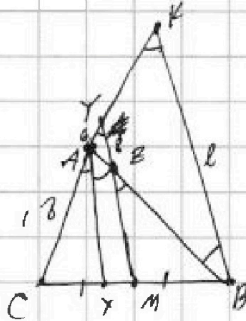


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle MZB = \angle YAB$ - соответственные при $(MZ \parallel AX)$ и $\angle MZB = \angle AZY$
 Также из $MY \parallel AX \Rightarrow \angle CAX = \angle CYZ = \alpha$ и $AX \parallel BC$,
 тогда $\angle AYZ = \angle YZA = \alpha$ и $\angle AYZ = \alpha$ и $\beta \Rightarrow \alpha Z = AY = 6$
 $\Rightarrow \angle CY = \angle CAY = 24$. Проведем $ZM \parallel BC$

$MY \parallel AX$, пусть $\{K\} = (AC) \cap BC$. Заметим, что
 тогда $\triangle BKC$: M - середина BC и $MY \parallel BK$
 $\Rightarrow MY$ - ср. линия $\triangle BKC \Rightarrow \angle CY = \angle K$

$\Rightarrow \angle K = 24 \Rightarrow AK = KY + AY = 30$ и т.д. $ZY \parallel BK$, тогда $\triangle ZY \sim \triangle BK$

$\Rightarrow \triangle BAK$ - равнобедренный $\Rightarrow AK = AB = 30$. Также т.к. $\triangle AYZ \sim \triangle KVB$, то

$$\frac{AY}{AK} = \frac{YZ}{BK} \Rightarrow BK = \frac{AK \cdot YZ}{AY} = \frac{30 \cdot 6}{6} = 40$$

$\Rightarrow MY = \frac{BK}{2} = 20$ и т.д. Рассмотрим $\triangle AYZ$: $\angle AYZ = \alpha$, то

$$\angle YZA = \angle ABZ = \alpha \Rightarrow AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \alpha =$$

$$\Rightarrow 6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 8^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

\Rightarrow по т. косинусов в $\triangle CYM$: $CM^2 = CY^2 + YM^2 - 2 \cdot CY \cdot YM \cdot \cos \alpha =$

$$= 24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} = 576 + 400 - 640 = 976 - 640 = 336$$

$$\Rightarrow CB = 2CM = 2\sqrt{336} = 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}$$

ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

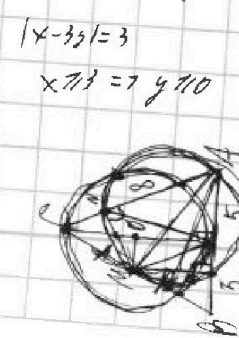
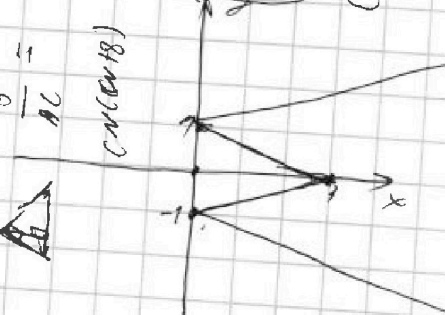
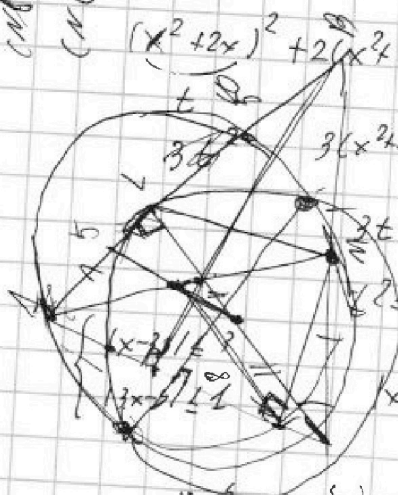
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

2. CN(Cat8)

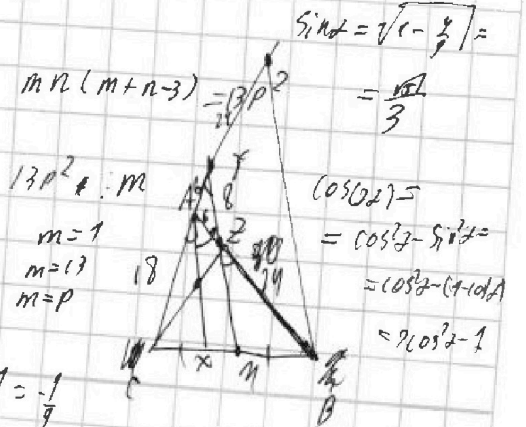
$(N(Cat8) = \frac{CN(Cat8) \cdot d}{2}$



$3x+3+2d = (x^2+2x)^2 = 72d = (x^2+2x)^2 - 3x^2$
 $(x^2+2x)^2 + 4d = 3x^2$
 $(x^2+2x)^2 + 2(x^2+2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2$
 $3(x^2+2x)^2 - 3x^2 + 6x + 6 = 3(x^2+2x) + 6$
 $t^2 - 2 = 0$
 $(t-2)(t+1) = 0$
 $x^2 + 2x = 2$
 $x^2 + 2x - 2 = 0$
 $x^2 + 2x = -1$
 $x^2 + 2x + 1 = 0$
 $x = \frac{-2}{2} = -1$

$7 \cdot 75 + 4 \cdot 9$
 $4 \cdot 24 = 4 \cdot 4 \cdot 27$
 $300 : 4 = 75$
 $m^2 + 2mn + n^2 - 9n - 9n$
 $m^2n + mn^2 - 3mn$
 $(0x^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$
 130^2
 $7 \cdot 7 \cdot 70^2$
 $4 \cdot 9 \cdot 20$
 $37 \cdot 70 = 2590$

$67 = 6^2 + 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$
 $1x - 31 = 3$
 $7 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = 9^2$
 $7 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = ?$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12$
 $\frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0$
 $x = \frac{-2}{2} = -1$
 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{49}} = \frac{\sqrt{40}}{7}$
 $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1$



$2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$(x - 2)(x - 5) = 50$
 $x^2 - 7x + 10 = 50$
 $x^2 - 7x - 40 = 0$
 $D = 49 + 160 = 209$
 $x = \frac{7 \pm \sqrt{209}}{2}$

$(x - 2)(x - 5) = 50$
 $x^2 - 7x + 10 = 50$
 $x^2 - 7x - 40 = 0$
 $D = 49 + 160 = 209$
 $x = \frac{7 \pm \sqrt{209}}{2}$

$(a - b)(a - b - 1) = 2 \cdot 5 = 10$
 $(a - b)^2 - (a - b) - 2 = 10$
 $(a - b)^2 - (a - b) - 12 = 0$
 $D = 1 + 48 = 49$
 $a - b = \frac{1 \pm 7}{2} = 4 \text{ or } -3$

$(x - 2)(x - 5) = 50$
 $x^2 - 7x + 10 = 50$
 $x^2 - 7x - 40 = 0$
 $D = 49 + 160 = 209$
 $x = \frac{7 \pm \sqrt{209}}{2}$

$(m+n)^2 - 9(mn)$
 $mn(m+n-3) = 27 \cdot 3 \cdot 9^2$
 $(m+n)(mn-9) = 130^2$
 $mn > 9$

$130^2: mn > 9$
 $mn = 19$
 $mn = 190$
 $mn = 1900$
 $mn = 19000$

$m+n = 17$
 $m+n = 190$
 $m+n = 1900$
 $m+n = 19000$

$m+n = 3 \Rightarrow 130^2: 3 = 79 \cdot 3$
 $m+n = 13 \Rightarrow 10: 2 = 7 \cdot 9 = 2 = 7$

$m+n = 19 \Rightarrow m+n-9 = p$
 $\Rightarrow 13p - 9 = p$
 $\Rightarrow 12p = 9$
 $p = \frac{9}{4} = 2.25$

$m = 3, n = 10$
 $m = 10, n = 3$

$5 \cdot 3 \cdot 2^2 = 10 \cdot mn$
 $5 \cdot 3 \cdot 2 = mn$
 $m+n = 13$

$8 \cdot 4 = \frac{4 \cdot 5}{x \cdot 9}$
 $x \cdot 25 = \frac{4 \cdot 5}{6 \cdot 4 \cdot 8}$
 $6 \cdot 0 \cdot 0$

516