



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть d - разность заданной арифм. прогрессии!

1) Если $3x+3$ - член n й член прогрессии, $(x^2+2x)^2$ - пятый, а $3x^2$ - девятый, то по определению арифм. прогрессии: $(x^2+2x)^2 = (3x+3) + 2d$;

$$3x^2 = (x^2+2x)^2 + 4d \Rightarrow \begin{cases} (x^2+2x)^2 + 4d = 3x^2 & (1) \\ (3x+3) + 2d = (x^2+2x)^2 & (2) \end{cases} \quad \begin{aligned} M_3(2) &= 72d = (x^2+2x)^2 - (3x+3) \\ &= 74d = 2(x^2+2x)^2 - 2(3x+3) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 74d = (x^2+2x)^2 + 2(x^2+2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow 3(x^2+2x)^2 = 3(x^2+2x) + 6$$

$$\text{пусть } t = x^2+2x \Rightarrow (1) \Rightarrow 3t^2 = 3t + 6 \Rightarrow t^2 = t + 2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0, \text{ но}$$

$$t^2 - t - 2 = (t-2)(t+1) \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \text{?}C1: t=2 \Rightarrow x^2+2x=2 \Rightarrow x^2+2x-2=0$$

$$\text{Несим. уравнение: } D = (+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}.$$

$$\underline{\text{ДЛ}:} \quad t+1=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow x^2+2x+1=0 \quad ; \quad D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } x \in \{-1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}\} - 1 \}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Задача, что при решении y : $4y+8x$ растёт при ~~увеличении~~^{убавлении} x ,
точка при решении y : $4y+9x$ растёт при ~~увеличении~~^{убавлении} y .

2) Дали. первое неравенство: $|x-3| \leq 3$ $\Leftrightarrow -3 \leq x-3 \leq 3$

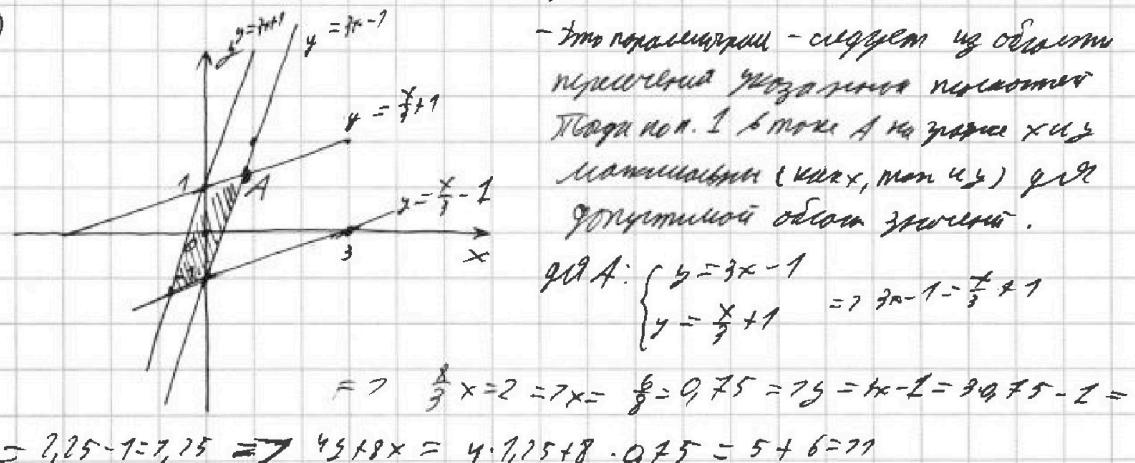
Дали. второе $x-3 \geq 3 \Rightarrow x \geq 6$. Итак: $|x-3| \leq 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \leq 3 \\ x-3 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x}{3}-1 & \text{- первое неравенство} \\ y \leq \frac{x}{3}+1 & \text{- второе неравенство} \end{cases}$$

Дали. второе неравенство: $|3x-5| \leq 10 \Rightarrow \begin{cases} 3x-5 \leq 10 \\ 3x-5 \geq -10 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5 \leq 10 & \text{- первое неравенство} \\ 3x-5 \geq -10 & \text{- второе неравенство} \end{cases}$$

3)



Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) A = m^2 + 2mn + n^2 - mn = (m+n)^2 - q(m+n) = (m+n)(m+n-q)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 2mn = mn(m+n-2).$$

$$14. (m+n)(m+n-q) = 13p^2; mn(m+n-2) = 7q^2. m, n \in \mathbb{N}; p, q \in \mathbb{Z}$$

$$m+n-q = \frac{13p^2}{mn} \geq 0 \Rightarrow m+n \geq q. 13p^2 : m+n \geq q \Rightarrow \text{либо } m+n=13, \text{ либо } m+n=13p, \text{ либо}$$

$$m+n=13, \text{ либо } m+n=13p^2. \text{ Если } m+n=13 \Rightarrow 7(m+n)(m+n-q) = 13 \cdot 4 = 13p^2 \Rightarrow p^2 = 4$$

$$= 7p^2 \Rightarrow p=2 \text{ или } mn(m+n-2) = 10mn = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \Rightarrow 5^2 \cdot 1 \cdot q^2 : 2 = q^2,$$

$$m \cdot n \cdot 960 = 7 \cdot 10mn = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2 \Rightarrow mn = 2 \cdot 3 \cdot 5, \text{ если } m=2, mn=15 \Rightarrow m+n=13$$

если $m=3, mn=10$ - подходит, если $m=5$, то $n=6$ - подходит, если

если $m=2 \cdot 3 \cdot 5$, то $mn=13-67 \Rightarrow m, n \in \mathbb{N}$ суть ищущиеся,

$$\text{но } 2 \neq 13 \Rightarrow \begin{cases} n=10 \\ m=3 \end{cases} \quad \text{если } m+n=13, \text{ то } m+n-q = \frac{13p^2}{13p} = p$$

$$= 7 \cdot 13p - q = p = 7 \cdot 12p = q \Rightarrow p = \frac{q}{12} \notin \mathbb{N} - \{0\}. \text{ Если } mn=p, \text{ то } m+n-q = \frac{13p^2}{p}$$

$$= 13p \geq m+n - q^2, \text{ если } m+n=13p^2, \text{ то } m+n-q=13p^2 \Rightarrow m+n=10 \Rightarrow 13p^2=10,$$

тогда $10 : 13 = 87$.

$$26. (m+n)(m+n-q) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2; mn(m+n-2) = 13p^2. \text{ Значит, то есть, либо } (m+n)(m+n-q) : 3, \text{ либо либо либо } m+n : 3, \text{ либо } m+n-q : 3.$$

$$\text{если } n \neq m : 3 \Rightarrow m+n-2 : 3 \Rightarrow mn(m+n-2) : 3 = 7 \cdot 13p^2 : 3 \text{ или } (13, 7) = 9, mn$$

$$p^2 : 3 = 7p = 3 \text{ или } p \in \mathbb{N}. p \neq 0 \Rightarrow 13p^2 = 13 \cdot 9. \text{ Тогда либо } m+n-q : 3, \text{ либо } q : 3$$

$$= 7(m+n) : 3 \text{ и } (m+n-q) : 3 = 7(m+n)(m+n-q) : 9, \text{ но и. либо } 9 \neq 1, m+n^2 \cdot 1 \cdot q^2 : 9$$

$$m+n-q = p \in \mathbb{N} = 7(m+n)(m+n-q) = 7 \cdot 1 \cdot q / \text{если } a \text{ делит } mn$$

~~$$a^2 - 9a - 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot q = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81+4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot q}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81+280q}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{361+280q}}{2} = \frac{19 \pm \sqrt{280q}}{2}$$~~

~~$$= \frac{19 \pm \sqrt{8472q}}{2} \text{ значит, то либо } m+n-q : 9, \text{ либо } 9 \mid 0 \text{ о. о. } m+n-q, \text{ либо}$$~~

$$n : 3, \text{ либо } m+n : 3 \Rightarrow mn(m+n-2) : 3 \neq 22729 = 713 \cdot 9 : 17 = 87. \text{ тогда } (m+n-1) : 9$$

$$\Rightarrow 7(m+n)(m+n-q) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 = 675; a = m+n \Rightarrow a^2 - 9a - 675 = 0, \text{ либо } 675 \text{ подходит}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9 \pm \sqrt{81+4 \cdot 675}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2}, \text{ но } 52^2 = 2704 < 2781 < 53^2 = 2809 \Rightarrow 2704+2524 = 5228$$

$$= 7a \in \mathbb{N}, \text{ либо } 2524 \text{ - подходит. } 52^2. \text{ Если либо } m+n-q : 3, \text{ либо } 7 \cdot 3 \mid m+n-q$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-q) : 9 = 7 \cdot 3 = 21 - \text{ также подходит под условие уравнения. Ответ: } m=10 \text{ и } n=10$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{6-x} = y^4 - \sqrt{6-x} + 5y^2 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\text{Рассм. } f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{6-x}.$$

значит, что для двух

корней $x > 0$ и $y > 0$ (корни $\sqrt{6-x}$) $f(x) = f(y)$ (если $x > 0$ и $y > 0$)

$\Leftrightarrow x = y$, т.к. лин. д. о. о. $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x^4 + 5x^2 = y^4 + 5y^2$,
 $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{y+1} - \sqrt{6-y}$.

$$2) \text{Рассм. (1): } x^4 + 5x^2 - \sqrt{6-x} = y^4 - \sqrt{6-x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 + 5x^2 + \sqrt{6-x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{6-x} \Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x = y \text{ н.п. 1}$$

$$\begin{aligned} \text{Рассм. (2): } & \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (\text{дел. 2}) \\ & \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (\text{н.п. 2}) \quad \text{значит, что } (6-x)(x+1) = \\ & = -x^2 + 5x + 6 = 7 \text{ н.п. } a = \sqrt{x+1}; b = \sqrt{6-x} \Rightarrow a - b + 5 = 2ab \\ & \Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = a^2 - (a-b) - 5 + b^2 \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) = a^2 + b^2 - 5 \\ & \Rightarrow \text{н.п. } a^2 = \sqrt{x+1}^2 = x+1, a(a^2) = (\sqrt{6-x})^2 = 6-x, \text{ но } (a-b)^2 + (a-b) = x+1 + 6-x - 5 = \\ & = 2 \Rightarrow \text{если } t = (a-b), \text{ то } t^2 + t = 2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0 \\ & \underline{\text{т.к. }} t = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \Rightarrow \text{если } a^2 = x+1, b^2 = 6-x \text{ и } x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} + 6-x = 1 \\ & \Rightarrow 2\sqrt{6+5x-x^2} = 6 \Rightarrow \sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow 6+5x-x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0 \\ & \Rightarrow \text{ДК: } x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-4(3)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ но } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow x_1 > 3, x_2 < 0; \\ & \frac{5+\sqrt{13}}{2} < \frac{5+4}{2} = 4.5 \Rightarrow x < 6 = 6 - x > 0 - \text{неверно.} \end{aligned}$$

$$24: t = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \Rightarrow x+1 - 2\sqrt{6+5x-x^2} + 6-x = 4$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{6+5x-x^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6+5x-x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-4(\frac{9}{4}-6)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2}; \sqrt{49} = 7 \Rightarrow x_1 = 7, x_2 = -2 \text{ - мал. и не подходит}$$

$$6(2) \sqrt{7} \text{ есть. и } \frac{5+\sqrt{49}}{2} < \frac{5+7}{2} = 6 \Rightarrow 6 - x > 0 - \text{неверно.}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{5+\sqrt{49}}{2}, \frac{5-\sqrt{49}}{2} \right)$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Построим из-то чудо до венца шаров. У нас есть 9 стержней (стержни и в шарах).
Чудо = 7 шаров и гранитные шары 1-9-7 в чуде. Значит, что квадрат (шары) совмещается с собой при четырех отворотах чудо на 90° и 180° чудо.

Построим, что это было чудо в квадрате без учёта отверстий: ил. $C_{81}^2 =$
 $= \frac{81!}{791 \cdot 2} = \frac{80 \cdot 81}{2} = 40.81$ (2) шары, что при подсчете 180° вершина.

Чудо 2 состоит: 1) 4. Всего таких позиций в 1 получившем шаре. 2) 4. Всего позиций позиций. Значит, что на общей квадратной ячейке 4 × 4 = 16. 81. Если нет, то они идут либо в 1, либо в 2, т.е. в 1 чудо в квадрате перейдут в противоположную позицию, а во 2 чудо, отвечающие в квадрате: $\Rightarrow N \cdot \frac{N}{2} = 20.81$ - Каждой ячейке шары пары, сколько она совмещают позиции на 180° одна. Число.

3) Чудо повернется 90°: Это будет и шары на чудо в квадрате ячейки 4 × 4. Значит, в квадрате, в котором не участвует чудо шаром 0. Значит, что у каждого есть пара, с которой она совмещается позициями на 90°, значит ли это что из этих пары одна должна расположена в 1, 2, 3, 4. Каждая такая переходит в позицию, которая имеет номер n (или доля в позиции 1 или 2, или в 3 или 4), или в позицию, на которой делится позиция n если она в позиции m , иначе l , или доля n/m : \Rightarrow Сигнал 2 чудо 2 чудо пересекают только если одна из зеркал совмещает позиции $= 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь россы. Вы супер, когда зачекнешь 0 и еще одна из

отмеченных 80 задач: Их $80 \rightarrow$ вам супер: $\frac{N}{2} \cdot \frac{L}{2} + 80 =$
 $= \frac{40 \cdot 87}{4} + 80 = 20 \cdot 87 + 90 = 1620 + 80 = 1700$.

Ответ: 1700

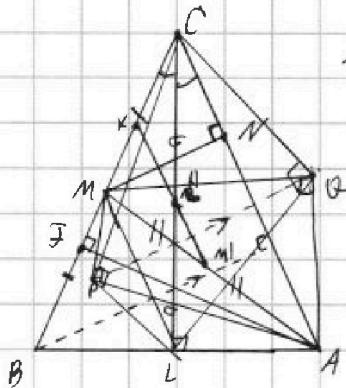


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Рассмотрим треугольник $\triangle ABC$. Тогда $L'NQ'$ -середина $\angle BAC$ соответственно. Значит, что $\deg(\ell, \omega) = \deg(\ell, \Omega) = 0 = \deg(\ell, \omega) = \deg(\ell, \Omega)$

$\Rightarrow PQ$ -подлинная для ω и $\Omega = PQ \perp LM$!

Но $PQ \parallel BL$ в силу ℓ , а значит $BL \perp AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$. $\{K\} = \{M'\} \cap (BL)$, тогда

$\ell \perp AM$: M' -середина AM и $M'K \parallel AC$

$\Rightarrow M'K$ -сред. линия $AM = MK$ -сред. см. Получаем $LM:KL$ -пр.

Линия $KL \parallel ML = ML \parallel M'L' \parallel AC = \text{пост. фаза для } \angle CBA$ и

$(ML \parallel AC) : \frac{BL}{CM} = \frac{BC}{AL} = \frac{BL}{AL} = \frac{f}{f} = 1 = BL = AL = CL$ -бисектриса и

медиана $\triangle ABC = \text{пост. фаза для } \angle BCA$, т.к. $AB = 10 = 7$

$AL = BL = \frac{AB}{2} = 5$. Далее рассмотрим $\triangle ABC$, тогда $\angle MFA = 90^\circ$

$\Rightarrow F \in \Omega$. Тогда $\angle MFA = 90^\circ$ и $\angle NCA = \angle MCF$.

$AC = x$ $CN = AC - AN = x - 8$ $CM = \frac{BL}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ $CF = \sqrt{x^2 - 2.5^2}$; $CM^2 + CF^2 = AF^2$; получим

$x^2 - 2x - 48 = 0$, т.к. Значит, что $x = 8$. (L-бисектриса, но $L \neq F$ - означает вном из си

$\triangle ABC = \text{пост. фаз.} \Rightarrow m.r. \{B\} = (AC) \cap (CF)$, но $BL \cdot BA = BF \cdot BC$.

$$BF = BC - CF = x - 8; BL \cdot BA = 5 \cdot 10 = 50 \Rightarrow x(x-8) = 50;$$

из уравнения: $x \cdot (x-8) = 0$; $x = 0,5x \cdot y = 8 - 8 = 0,5y$

$$\Rightarrow y = 2x - 16 \Rightarrow x(x - (2x - 16)) = 50 \Rightarrow x(-x + 16) = 50$$

$$\Rightarrow -x^2 + 16x - 50 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{144}}{2} = 8 \pm \sqrt{144} = 8 \pm 12$$

$= 20$ и 4 , но $x = 8$, но Q не может быть

(AC) ката стоки $\Rightarrow AC = BC = 8 + \sqrt{144}$

Ответ: $AC = BC = 8 + \sqrt{144}$

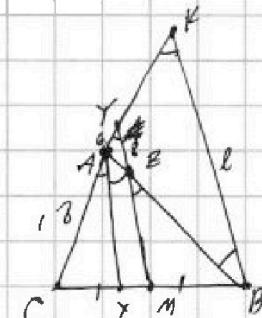


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \angle MZB = \angle YAB - \text{сост. ул. при } MZ \parallel AX \text{ и } \angle MZB = \angle YAB$$

Поскольку $MY \parallel AX \Rightarrow \angle CYA = \angle CAK = \gamma$ (по т. о. 4), то

$$\angle AYB = \angle YZA = \angle AAYZ - \pi/2 \Rightarrow \angle AYB = \pi/2 - \gamma = 45^\circ - \gamma$$

$= 70^\circ - \alpha$ (т. о. $\angle Y = \angle A + \angle YB = 24^\circ$). Поэтому $\triangle AYB$ прямой

$MY \parallel AX$, значит $\{K\} = (AC) \cap \ell$. значит, что

тогда $KY \perp \ell$: и - серединна BC и $MY \parallel BC$

$$\Rightarrow MY - \text{ср. линия } \triangle ABC = 70^\circ - \gamma$$

$$= 70^\circ - \pi/2 = 30^\circ \text{ и т.к. } \angle Y \perp \ell, \text{ то } \angle AYB = \angle AKB$$

$$\Rightarrow \angle AKB = \pi/2 \Rightarrow AK = AB = 30. \text{ Поскольку } \angle AYB \sim \angle AKB, \text{ то}$$

$$\frac{AY}{AK} = \frac{YB}{BK} \Rightarrow AK = \frac{AY \cdot YB}{AY} = \frac{30 \cdot 8}{6} = 40; \text{ ит. ср. линия } \triangle ABC$$

$$= 70^\circ - \frac{BK}{2} = 20 = 160^\circ. \text{ Косинусов ф-н } \cos \alpha: \text{ и } \angle YZB = \alpha, \text{ то}$$

$$= \cos^2 \alpha + 8^2 = 16 + 64 = 80$$

$$= 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$$

$$= 70^\circ. \text{ Косинусов ф-н } \cos \alpha: \text{ и } \angle YAH = \alpha, \text{ то}$$

$$= 24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} = 576 + 400 - 320 = 656 = 8 \sqrt{336}$$

$$= 8 \sqrt{336} = 8 \sqrt{8 \cdot 42} = 8 \sqrt{8} \sqrt{42} = 8\sqrt{84}$$

Ответ: $8\sqrt{84}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чирковиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9.(Cнч8) -50

Чертежик.

$$4 \cdot 75 + 4 \cdot 9 = 300 : 4 = 75 \quad 75 \cdot 9$$

$$\begin{aligned} a_1, a_2, a_3, a_4 & \text{, } a_5, a_6, a_7, a_8, a_9 \\ (x^2+2x)^2 & \text{, } 3x^2 \\ 3x^2 & \\ m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n & \\ m^2 + mn^2 - 3mn & \\ (m+n) = \frac{19}{2} & \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \\ 13p^2 & \quad 7 \cdot 9 \cdot 10^2 \\ 4 \cdot 9 \cdot 10 & \\ 37 \cdot 10^2 = 640 & \end{aligned}$$

10.(Cнч8)

$$(x^2+2x) = \frac{\cos \alpha}{2}$$

$$3x^2 + 2x = (x^2+2x)^2 \Rightarrow 2d = (x^2+2x)^2 - 3x^2$$

$$4d = 2(x^2+2x)^2 - 6x - 6$$

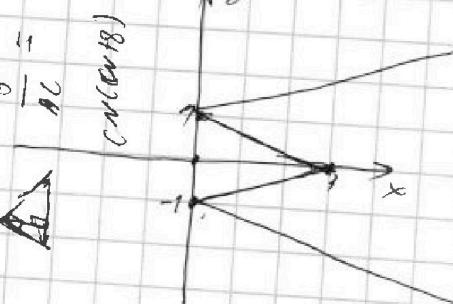
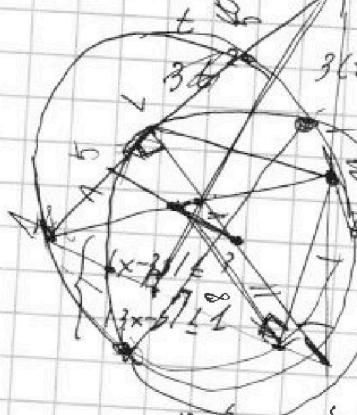
$$(m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$(x^2+2x)^2 + 4d = 3x^2$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

$$(x^2+2x)^2 + 2(x^2+2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2$$

$$\begin{aligned} 13p^2 & \\ 4 \cdot 9 \cdot 10 & \\ 37 \cdot 10^2 & \end{aligned}$$



$$|x-3y|=3$$

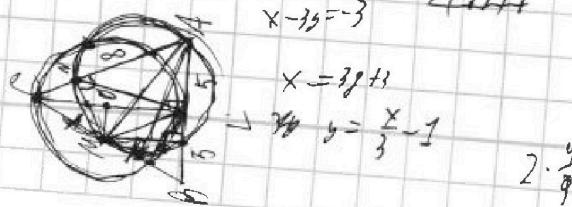
$$x-3y=7 \quad y \neq 0$$

$$x-3y=3$$

$$x-3y=-3$$

$$x=3y+3$$

$$y = \frac{x}{3} - 1$$



$$2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{1}{9}$$

$$t^2 - t - 2 = 0 \quad 6^2 = 6^2 + 9^2 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$(t-2)(t+1) = 0 \quad |x-3y|=3$$

$$x^2 + 2x = 2 \quad 76 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 8^2$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \quad 7 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = ?$$

$$0 = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12 \quad \cos \alpha = \frac{8}{\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$x^2 + 2x = -1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0 \quad x \in \{-1, -1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}\}$$

$$x = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{8}{9}} =$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \quad = \frac{16}{3}$$



$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - (\gamma - 10) \alpha = \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

