



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Запишем условие так: $a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$

$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$, где a_j - j -ый член последовательности, d - разность последовательности

$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$

$$\begin{cases} (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 2d + 2d = 3x + 3 + 2d \\ 3x^2 = a_1 + 2d + 6d = 3x + 3 + 6d \Rightarrow 6d = 3x^2 - 3x - 3; 2d = x^2 - x - 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) - 2 = 0$$

Пусть $t = x^2 + 2x$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

По т. Виета: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 2 \\ x^2 + 2x = -1 \end{cases}$

1) $x^2 + 2x - 2 = 0$

$$D = 1 + 2 = 3$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

2) $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x_3 = -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + n^2m - 3mn = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим два случая $\begin{cases} 1) A = 13p^2 \text{ и } B = 75q^2 \\ 2) A = 75q^2 \text{ и } B = 13p^2 \end{cases}$

1 случай:

$$A = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

Рассмотрим, какими может быть $m+n$, т.к. это сумма натуральных, то и само число натуральное, поэтому $m+n \in \{1; 13; p; p^2; 13p^2; 13p^3\}$

$$1) m+n=1 \Rightarrow 1-9 = 13p^2 \text{ не может быть } (X)$$

$$2) m+n=13 \Rightarrow 13-9 = p^2; p^2=4 \Rightarrow p=2 \text{ (может быть)} (V)$$

$$3) m+n=p \Rightarrow 13p = p-9 \Rightarrow p < 0 \text{ } (X)$$

$$4) m+n=13p \Rightarrow p = 13p-9 \Rightarrow 12p = 9 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

$$5) m+n=p^2 \Rightarrow 13 = p^2-9 \Rightarrow p^2 = 22 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

$$6) m+n=13p^2 \Rightarrow 1 = 13p^2-9 \Rightarrow 13p^2 = 10 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

Получилось, что только $m+n=13$ подходит. Тогда рассмотрим B

$$B = 75q^2$$

$$mn(13-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2 \Rightarrow \begin{cases} 2mn = 15q^2 \\ mn = 7.5q^2 \end{cases} \Rightarrow 2mn = 15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow \begin{cases} mn=30 \\ m+n=13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ m+n=13 \end{cases} \Rightarrow \frac{30}{n} + n = 13 \quad | \cdot n \neq 0 \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} n^2 - 13n + 30 = 0 \\ n_1 + n_2 = 13 \\ n_1 \cdot n_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 10 \\ n_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = 10 \end{cases}$$

2 случай:

$$B = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \text{ Аналогично делители } \{1; 13; p; 13p; p^2; 13p^2\}$$

$$1) m=n=1 \Rightarrow 1-3 = 13p^2 \text{ } (X)$$

$$2) m=n=p \Rightarrow p^2-3 = 13p^2 \Rightarrow p^2 = 16 \Rightarrow p=4 \Rightarrow p \text{ не простое } (X)$$

$$3) m=13 \quad n=1 \text{ и наоборот } (p \neq 1) \Rightarrow 14-3 = p^2 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

$$4) m=p \quad n=1 \quad (p \neq 1) \Rightarrow p-2 = 13p \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

$$5) m=p \quad n=13 \quad (p \neq 1) \Rightarrow p+10 = p \text{ } (X)$$

$$6) m=p^2 \quad n=1 \quad (p \neq 1) \Rightarrow p^2-2 = 13 \Rightarrow p^2 = 15 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

$$7) m=p^2 \quad n=13 \quad (p \neq 1) \Rightarrow p^2+10 = 1 \Rightarrow p^2 = -9 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \text{ } (X)$$

$$8) m=13p^2 \quad n=1 \quad (p \neq 1) \Rightarrow 13p^2-2 = 1 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$$

Получилось, что не существует таких $m, n \in \mathbb{N}$, чтобы выполнялись л.в.в.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

второй случай. Таким образом у нас выполняется
лишь первый случай и в нём мы нашли пары значений
 $(m; n)$, а именно $(10; 3); (3; 10)$

Ответ: $(3; 10); (10; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№8

Дано:

$\triangle ABC$

AX - биссектриса $\triangle ABC$

M - середина BC

$\parallel AX, ME$

$\angle A = 2$

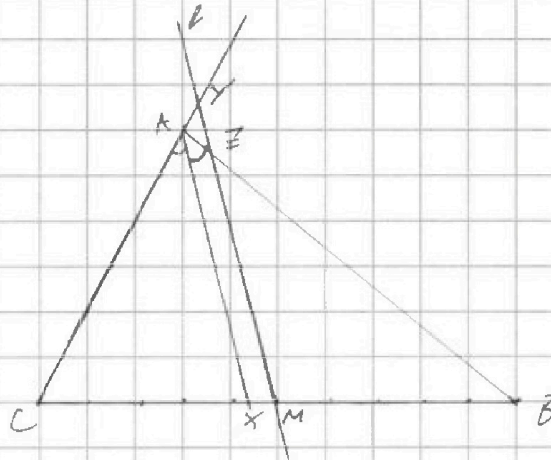
$\angle C = X$

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти: BC



Решение:

$\parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle CAX$ как соответственные
 $\angle YZA = \angle BAX$ как накрест лежащие

$\angle AYZ = \angle YZA \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный

$6 = AZ = AY$

AX - биссектриса $\Rightarrow \angle CAX = \angle BAX$

$\parallel AX \Rightarrow \triangle BAX \sim \triangle BZM \Rightarrow \frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}$

$\triangle CAX \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CY}{CA} = \frac{CM}{CX} \Rightarrow \frac{CX}{18+6} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4} CM$

Пусть $CM = X \Rightarrow BC = 2X$ $CX = \frac{3}{4}X \Rightarrow BX = \frac{5}{4}X$

$\frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX} \Rightarrow \frac{AB - AZ}{AB} = \frac{X}{\frac{5}{4}X} = \frac{4}{5}; 5AB - 30 = 4AB \Rightarrow AB = 30$

$\triangle AYZ \Rightarrow \cos \angle AYZ = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ} = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos$

(из теоремы косинусов)

$\cos \angle CAB = \cos 2\angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$\triangle CAB \Rightarrow$ (по т. косинусов) $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot CA \cdot AB \cdot \cos \angle CAB \Rightarrow$

$\Rightarrow 4X^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9}; X^2 = 81 + 225 + 30 = 336 \Rightarrow X = 4\sqrt{21} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = 2X = 8\sqrt{21}$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y \end{cases}$$

Рассмотрим второе выражение

$$\begin{aligned} x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} - y^4 - 5y^2 - \sqrt{y} &= 0 \quad x, y \geq 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (x - y)(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 &= 0 \\ \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y & \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 &= 0, \text{ но правая часть всегда положительная, т.о.} \\ &\text{не может быть равна нулю} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad \text{OДЗ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow x \in [0; 1] \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 - 2\sqrt{(6-x)(x+1)} &= 0 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) - (x+1+6-x) &= 0 \\ (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - 2 &= 0 \end{aligned}$$

Положим $t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \quad ① \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \quad ② \end{cases}$$

1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x} \quad | \uparrow^2$$

$$x+1 + 4\sqrt{x+1} + 4 = 6-x$$

$$4\sqrt{x+1} = 1-2x \quad | \uparrow^2$$

$$\begin{cases} 16(x+1) = (1-2x)^2 \\ 1-2x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x+16 = 1-4x+4x^2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 400$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 20}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{30}{4} = 7.5 > 0.5 \text{ не подходит} \\ x_2 = \frac{-10}{4} = -2.5 < 0 \end{cases}$$

2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$

$$\sqrt{x+1} + 1 = \sqrt{6-x} + 1 \quad | \uparrow^2$$

$$x+1 + 2\sqrt{x+1} + 1 = 6-x + 2\sqrt{6-x} + 1$$

$$2x-6 = 2\sqrt{6-x} \quad | \uparrow^2$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 = 6-x \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \approx 3.3 \text{ не подходит} \\ x_2 &= \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \approx 0.7 \end{aligned}$$

Ответ: $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



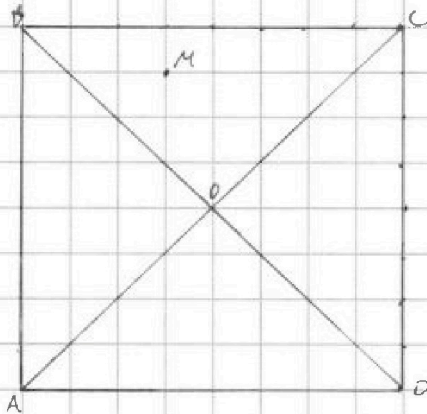
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Чтобы рассмотреть при повороте рассетки могут перейти в друг друга, так же. Чтобы рассмотреть поворот, надо провести диагонали квадрата и тогда рассматривать относительно них получающиеся треугольники, т.к. при повороте рассетки будут треугольниками будут переходить сами в себя.



Всего точек $9^2 = 81$. И соответственно способов выбрать первую точку тоже 81

Рассмотрим, сколько способов выбрать вторую точку в зависимости от её расположения в треугольниках по отношению к первой.

Пусть M - начальная точка в треугольнике т.е. в этом

$\triangle BOC$ есть ещё 2^4 точки, которые мы можем выбрать. Но 2^4 в треугольнике выбрать точки $\frac{81 \cdot 2^4}{2} = 81 \cdot 12$. Но мы можем повториться (если M в $\triangle BOC$ например). Повтор всего 4, поэтому способов выбрать в рамках одного $\triangle = \frac{81 \cdot 12}{4} = 81 \cdot 3$

Если вторая точка находится в $\triangle AOD$, то таких точек 2^4 (всего 25, но точка O была учтена в 4 случае). Причём повторений всего 2, поэтому способов $\frac{81 \cdot 2^4}{2} = 81 \cdot 6$

Если в соседних треугольниках, то мы не учитываем те точки, которые лежат на диагоналях, поэтому способов выбрать вторую точку $16 \cdot 2 = 32$. Повторений ситуаций может быть 4, поэтому всего способов

$$\frac{81 \cdot 32}{4} = 81 \cdot 4$$

Итоговым количеством будет их сумма $81 \cdot 6 + 81 \cdot 3 + 81 \cdot 4 = 81(6+3+4) = 81 \cdot 13 = 1053$

Ответ: 1053

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Дано:

$\triangle ABC$

AM - медиана

CL - биссектриса

AM - диаметр Ω

CL - диаметр ω

$\Omega \cap \omega = P; Q$

$PQ \parallel BH$ - высота $\triangle ABC$

$\Omega \cap AC = N$

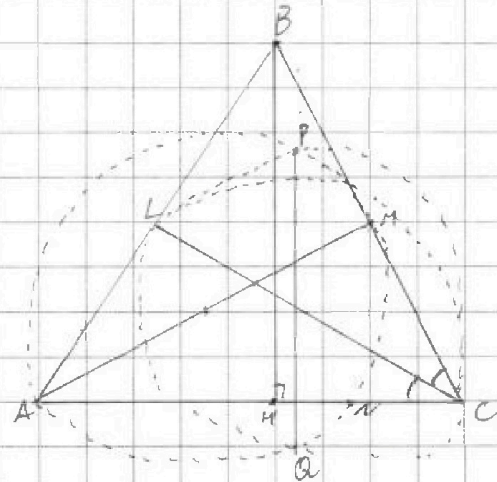
AB = 10

AN = 8

Найти:

$AB^2 = 100$ AC, BC

$AC^2 = 64$



Решение:

Проведем MN. Угол $\angle ANM$ - вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому

$\angle AMN = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AC$

$PQ \parallel BH$

BH - высота $\triangle ABC$

$\left. \begin{array}{l} PQ \perp AC \\ BH \perp AC \end{array} \right\} PQ \parallel BH$. Причем $BH = \frac{1}{2} MN$ (по т. Фалеса)

Т.к. $PQ \parallel MN$

PQ, MN - хорды Ω } PQ хорда $PM = QN$

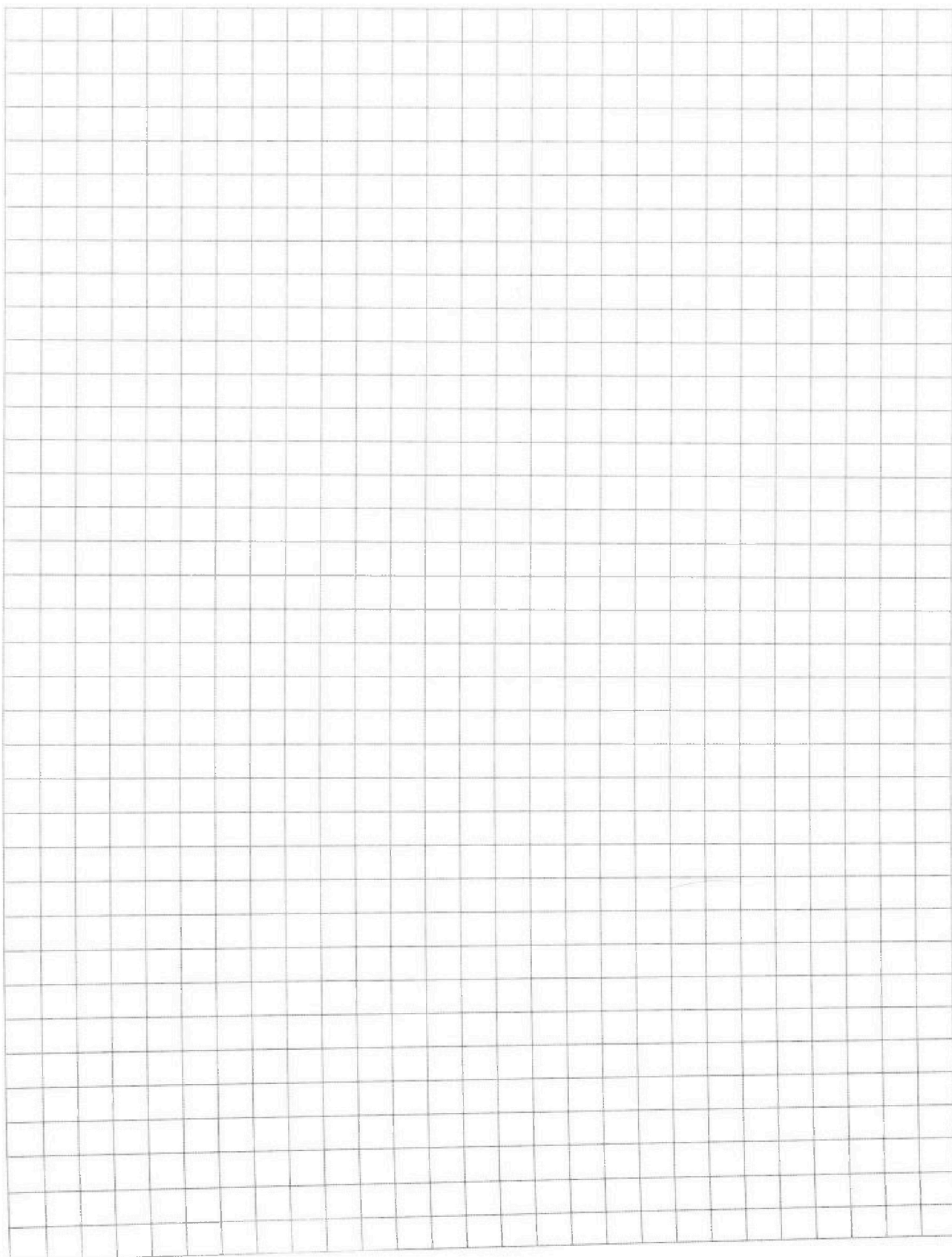


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$\begin{cases} 3x+3+2d = (x^2+2x)^2 \\ 3x+3+8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$3x+3+x^2-x-1 = (x^2+2x)^2$$

$$x^2+2x+2 = (x^2+2x)^2$$

$$(x^2+2x)^2 - (x^2+2x) - 2 = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$1) x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$2) x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x = -1$$

$$\{-1 \pm \sqrt{3}; -1\} \checkmark$$

$$\text{Для } x = -1$$

$$-3+3=0$$

$$(1-2)^2 = 1$$

$$\text{Для } x = -1 - \sqrt{3}$$

$$-3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$5 \left((1+\sqrt{3})^2 + 2(1+\sqrt{3}) \right)^2$$

$$\left((1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) \right)^2 \left((1+\sqrt{3})(1+\sqrt{3}+2) \right)^2$$

$$3-1=2 \Rightarrow 4 \left(\sqrt{3}-1+2\sqrt{3} \right)^2$$

$$3(1+\sqrt{3})^2$$

$$-3\sqrt{3}+3 = 3\sqrt{3}$$

$$3(1+\sqrt{3})^2$$

$$\left((\sqrt{3}-1)^2 + 2(\sqrt{3}-1) \right)^2 = \left((\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) \right)^2 = 4$$

$$3(\sqrt{3}-1)^2 = 4$$

$$\begin{cases} x^2+2x=2 \\ x^2+2x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+2x-2=0 \text{ } \textcircled{1} \\ x^2+2x+1=0 \text{ } \textcircled{2} \end{cases}$$

\neq

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) + (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$mA(m+n-3) = 13p^2$$

$$2p-3=13$$

$$2p=16 \Rightarrow p=8$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$m=8 \quad n=8 \quad m+n-3=13$$

$$p=8$$

$$m+n=2x$$

$$13 \cdot 3 = 39$$

$$39 = mn(m+n-3)$$

$$m=3 \quad n=3$$

$$q=3$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

$$m+n=25$$

$$n+n=9 \Rightarrow n=4.5$$

$$m+n=25$$

$$kq+9 = \frac{1 \cdot 25}{2} q$$

$$15 \cdot 29 = 435$$

$$m+n=9 \Rightarrow 13p$$

$$m+n=9$$

$$p=2 \Rightarrow 26$$

$$13p=26$$

$$m+n=75$$

$$m+n=15$$

$$m+n-9=75$$

$$8 \cdot 4 \cdot x$$

$$m+n-9=15$$

$$m+n-9=5$$

$$m+n=14x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

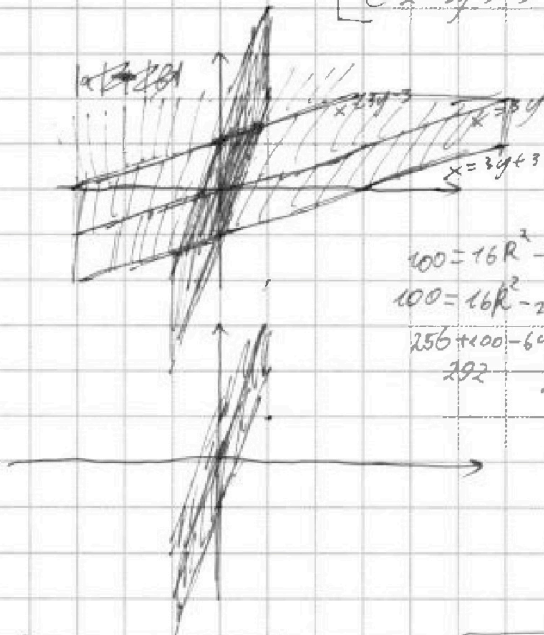
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \geq 0 \\ x-3y \leq 6 \\ x-3y \leq 0 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq 3y \\ x &\leq 3y+6 \\ x &\leq 3y \\ x &\geq 3y-3 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq 0 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y < 0 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \geq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x=y \\ 3x \geq y+1 \\ 3x+1 \geq y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4x+8y &= k \\ 8y &= -4x+k \\ y &= -\frac{1}{2}x + \frac{k}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100 &= 16R^2 - 256 + (8-CN)^2 \\ 100 &= 16R^2 - 256 + 64 - 16CN + CN^2 \\ 256 + 100 - 64 &= 16R^2 - 16CN + CN^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} &= 0 \\ 6-x &= x+1 \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 &= 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x^2 + 5x^2 - \sqrt{6-x} &= y^2 + \sqrt{x} + 5y^2 \\ x^2 + 5x^2 + \sqrt{x} - \sqrt{6-x} - y^2 - 5y^2 &= 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{6-x} &= 0 \\ (x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) &= 0 \\ (x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) &= 0 \\ (x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 &= 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{6-x}} &= \frac{1}{2\sqrt{6+5x-x^2}} \\ (x+1)(6-x) &= 6x - x^2 + 6 - x \\ \frac{6}{2} - \frac{1}{2\sqrt{6+5x-x^2}} &= 0 \\ \sqrt{x+1} - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} - \sqrt{6-x} + 5 &= 0 \\ \frac{x+1+6-x}{2} &= \end{aligned}$$

$$t^2 - 9t - 75q^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{p}{4} &= 16 + 12 = 28 \\ m &= \frac{30}{n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b+5 &= 20b \\ a-b-20b &= 0 \\ (a-b)^2 - (a^2 + b^2) &= \\ (a-b)^2 + (a-b) - 4 + 5 &= 0 \\ t^2 + t - 2 &= 0 \\ t_1 + t_2 &= -1 \quad t_1 = 2 \\ t_1 \cdot t_2 &= -2 \quad t_2 = -1 \\ \frac{5 + \sqrt{33}}{2} &\geq 3 \\ 5 + \sqrt{33} &\geq 6 \end{aligned}$$

$$13^2 - 2m^2 - b^2 = 189$$

$$\begin{aligned} 100 - 4 \cdot 15 &= 40 \\ \frac{2\sqrt{10} - 10}{4} \\ \frac{\sqrt{10}}{4} (2 - \sqrt{10}) \\ 5 &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mn &= 30 \\ m+n &= 13 \\ \frac{30}{n} + n &= 13 \\ n^2 - 13n + 30 &= 0 \end{aligned}$$

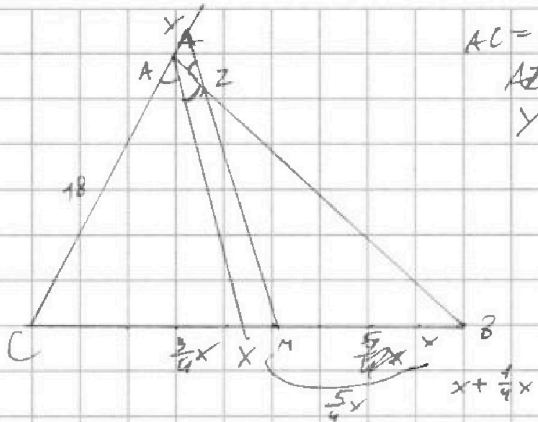


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$AX = AZ = 6$$

$$AY = AZ = 6$$



$$15 \cdot 5$$

$$81$$

$$336$$

$$336 \cdot 6$$

$$56 \cdot 2$$

$$28 \cdot 4$$

$$7$$

$$22$$

$$64$$

$$8$$

$$336 \cdot 16$$

$$21 \cdot 2$$

$$\frac{CX}{48} = \frac{BX}{48}$$

$$CX = \frac{AC}{AB} \cdot BX$$

$$\frac{AB - AZ}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$CX = \frac{AC}{AB} (BC - CX)$$

$$5AB - 8AZ = 4AB$$

$$AB = 4$$

$$\frac{AB - 6}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$5AB - 30 = 4AB$$

$$AB = 30$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{3}{4}$$

$$CX = \frac{3}{4} CM = x$$

$$\frac{6x}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$4x^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9}$$

$$30(30+4)$$

$$30 \cdot 34$$

$$x^2 = 81 + 225 + 30$$

$$225$$

$$255$$

$$81$$

$$336$$

$$m+n = 13$$

$$m \cdot n = 25$$

$$mn(13-9) = 45q^2$$

$$4mn = 45q^2$$

$$mn = 45 \Rightarrow 1 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 45 \quad x$$

$$q = 2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$13p = 4 \quad x$$

$$13-9=4 \Rightarrow p=2$$

$$2) \quad m+n=p$$

$$p-9=13p$$

$$12p = -9 \quad x$$

$$3) \quad m+n=13p$$

$$m+n-9=p$$

$$13p-9=p$$

$$12p=9 \quad x$$

$$4) \quad m+n=13p^2$$

$$13p^2-9=1$$

$$m+n(m+n-9) = 13p^2$$

$$m=n=p$$

$$2p-3=13$$

$$p=8 \quad x$$

$$2) \quad m=13 \quad p$$

$$n=p \quad p$$

$$13+p-9=p$$

$$4 \neq 0 \quad x$$

$$3) \quad m=13$$

$$n=1$$

$$14-9=p^2$$

$$5=p^2 \quad x$$

$$4) \quad m=13p^2$$

$$n=1$$

$$13p^2+1-9=1$$

$$13p^2=9 \quad x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

81.80

$\frac{81 \cdot 24}{2} + \frac{81 \cdot 24}{2}$
 $+ \frac{81 \cdot 80}{2}$
 $\frac{32 + 24 \cdot 24}{2}$
 $31 + 48$

$\frac{81 \cdot 16}{2} = 81.2$
 $\frac{81 \cdot 16}{4} = 81.4$

$\frac{AK}{AC} = \frac{KM}{CM}$
 $\frac{AK}{KM} = \frac{AC}{CM} = \frac{2AC}{BC} = \frac{2AL}{BC}$

$100 = 4R^2 - 256 \quad \text{C.N. AC}$
 $4R^2 = 100 + 256 = 356$
 $R^2 = 89$

$x' = x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ$
 $y' = x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ$

$r \cos \alpha = x$
 $r \sin \alpha = y$
 $r(\cos(90^\circ + \alpha))$
 $x = r \cos(90^\circ + \alpha)$
 $r \cos(90^\circ + \alpha) =$
 $r \cos 90^\circ \cos \alpha - r \sin 90^\circ \sin \alpha$
 $x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ$
 $x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ$

$64 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 = 4R^2$
 $\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 4R^2 - 64$
 $m^2 = 16R^2 - 256$

$AN = 8$
 $9 + 10 + 3 + 1$
 $10 \leq 10 \leq 5$

$4x - y \leq 4$
 $x - y \leq 1$
 $LP \geq 100$

$AN^2 + BN^2 = 100$
 $AN + 100 = 81^2$
 $LN = MN$
 $MA^2 + 64 = AM^2$
 $BM^2 + NA^2 =$