



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Запишем условие так: $a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$

$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$, где a_j - j -ый член последовательности, d - разность последовательности

$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$

$$\begin{cases} (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 2d + 2d = 3x + 3 + 2d \\ 3x^2 = a_1 + 2d + 6d = 3x + 3 + 4d \Rightarrow 6d = 3x^2 - 3x - 3; 2d = x^2 - x - 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) - 2 = 0$$

Пусть $t = x^2 + 2x$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

По т. Виета: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 2 \\ x^2 + 2x = -1 \end{cases}$

1) $x^2 + 2x - 2 = 0$

$$D = 1 + 2 = 3$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

2) $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x_3 = -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + n^2m - 3mn = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим два случая 1) $A = 13p^2$ и $B = 75q^2$
2) $A = 75q^2$ и $B = 13p^2$

1 случай:

$$A = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

Рассмотрим, какими может быть $m+n$, т.к. это сумма натуральных, то и само число натуральное, поэтому $m+n \in \{1; 13; p; p^2; 13p^2; 13p^3\}$

1) $m+n=1 \Rightarrow 1-9 = 13p^2$ не может быть (X)

2) $m+n=13 \Rightarrow 13-9 = p^2; p^2=4 \Rightarrow p=2$ (может быть) (V)

3) $m+n=p \Rightarrow 13p = p-9 \Rightarrow p < 0$ X

4) $m+n=13p \Rightarrow p = 13p-9 \Rightarrow 12p = 9 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

5) $m+n=p^2 \Rightarrow 13 = p^2-9 \Rightarrow p^2 = 22 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

6) $m+n=13p^2 \Rightarrow 1 = 13p^2-9 \Rightarrow 13p^2 = 10 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

Получили, что только $m+n=13$ подходит. Тогда рассмотрим B

$$B = 75q^2$$

$$mn(13-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2 \Rightarrow \begin{cases} 2mn = 15q^2 \\ mn = 7.5q^2 \end{cases} \Rightarrow 2mn = 15q^2 \Rightarrow q: 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow \frac{30}{n} + n = 13 \quad | \cdot n \neq 0 \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} n^2 - 13n + 30 = 0 \\ n_1 + n_2 = 13 \\ n_1 \cdot n_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 10 \\ n_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = 10 \end{cases}$$

2 случай:

$$B = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \text{ Аналогично делители } \{1; 13; p; 13p; p^2; 13p^2\}$$

1) так как $m=n=1 \Rightarrow m=1=13p^2$ X

2) $m=n=p \Rightarrow p^2-3 = 13p^2 \Rightarrow p^2 = 16 \Rightarrow p=4 \Rightarrow p$ не простое (X)

3) $m=13 \quad n=1$ и наоборот (V) $\Rightarrow 14-3 = p^2 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

4) $m=p \quad n=1$ (V) $\Rightarrow p-2 = 13p \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

5) $m=p \quad n=13$ (V) $\Rightarrow p+10 = p$ X

6) $m=p^2 \quad n=1$ (V) $\Rightarrow p^2-2 = 13 \Rightarrow p^2 = 15 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

7) $m=p^2 \quad n=13$ (V) $\Rightarrow p^2+10 = 1 \Rightarrow p^2 = -9 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$ X

8) $m=13p^2 \quad n=1$ (V) $\Rightarrow 13p^2-2 = 1 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$

Получилось, что не существует таких $m, n \in \mathbb{N}$, чтобы выполнялись л.в.в.в.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

второй случай. Таким образом у нас выполняется
лишь первый случай и в нём мы нашли пары значений
 $(m; n)$, а именно $(10; 3); (3; 10)$

Ответ: $(3; 10); (10; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№8

Дано:

$\triangle ABC$

AX - биссектриса $\triangle ABC$

M - середина BC

$\parallel AX, ME$

$\angle A = 2$

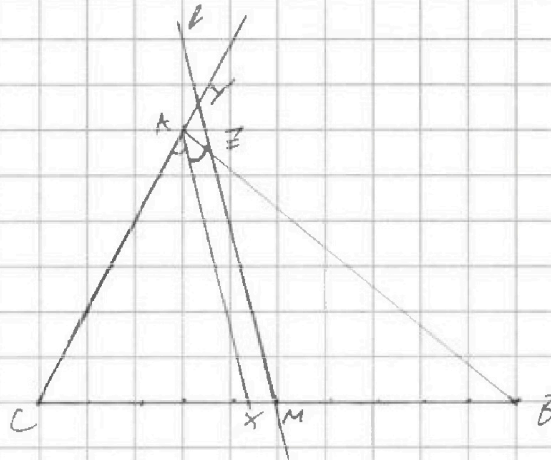
$\angle C = X$

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти: BC



Решение:

$\parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle CAX$ как соответственные

$\angle YZA = \angle BAX$ как накрест лежащие

$\angle AYZ = \angle YZA \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный

$6 = AZ = AY$

AX - биссектриса $\Rightarrow \angle CAX = \angle BAX$

$\parallel AX \Rightarrow \triangle BAX \sim \triangle BZM \Rightarrow \frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}$

$\triangle CAX \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CY}{CA} = \frac{CM}{CX} \Rightarrow \frac{CX}{18+6} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4} CM$

Пусть $CM = X \Rightarrow BC = 2X$ $CX = \frac{3}{4}X \Rightarrow BX = \frac{5}{4}X$

$\frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX} \Rightarrow \frac{AB - AZ}{AB} = \frac{X}{\frac{5}{4}X} = \frac{4}{5}; 5AB - 30 = 4AB \Rightarrow AB = 30$

$\triangle AYZ \Rightarrow \cos \angle AYZ = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ} = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos$

(из теоремы косинусов)

$\cos \angle CAB = \cos 2\angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$\triangle CAB \Rightarrow$ (по т. косинусов) $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot CA \cdot AB \cdot \cos \angle CAB \Rightarrow$

$\Rightarrow 4X^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9}; X^2 = 81 + 225 + 30 = 336 \Rightarrow X = 4\sqrt{21} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = 2X = 8\sqrt{21}$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y \end{cases}$$

Рассмотрим второе выражение

$$\begin{aligned} x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} - y^4 - 5y^2 - \sqrt{y} &= 0 \quad x, y \geq 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (x - y)(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 &= 0 \\ \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y & \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 &= 0 \end{aligned}$$

но правая часть всегда положительная, т.о. может быть равна нулю

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

OD3: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \Rightarrow x \in [0; 6] \\ x \leq 6 \end{cases}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 - 2\sqrt{(6-x)(x+1)} = 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) - (x+1+6-x) = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - 2 = 0$$

Положим $t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \quad ① \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \quad ② \end{cases}$$

1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x} \quad | \uparrow^2$$

$$x+1 + 4\sqrt{x+1} + 4 = 6-x$$

$$4\sqrt{x+1} = 1-2x \quad | \uparrow^2$$

$$\begin{cases} 16(x+1) = (1-2x)^2 \\ 1-2x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x+16 = 1-4x+4x^2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 400$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 20}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{30}{8} = 3.75 > 0.5 \text{ не подходит} \\ x_2 = \frac{-10}{8} < 0 \end{cases}$$

2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$

$$\sqrt{x+1} + 1 = \sqrt{6-x} + 1 \quad | \uparrow^2$$

$$x+1 + 2\sqrt{x+1} + 1 = 6-x + 2\sqrt{6-x} + 1$$

$$2x-6 = 2\sqrt{6-x} \quad | \uparrow^2$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 = 6-x \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \approx 4.3 \text{ не подходит} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \approx 0.7 \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



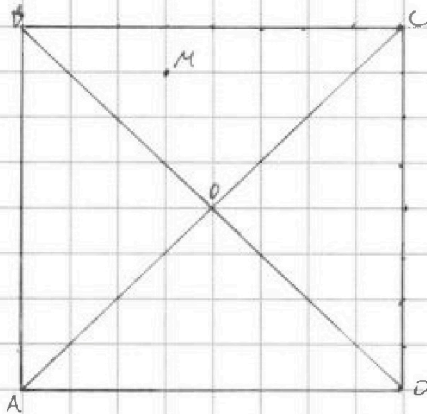
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Чтобы рассмотреть при повороте ~~каждые~~ могут перейти в друг друга, так же. Чтобы рассмотреть поворот, надо провести диагонали квадрата и тогда рассматривать относительно них получающиеся треугольники, т.к. при повороте ~~развернется~~ будут треугольнички будут переходить сами в себя.



Всего точек $81 \cdot 9^2 = 81$. И соответственно способов выбрать первую точку тоже 81

Рассмотрим, сколько способов выбрать вторую точку в зависимости от её расположения в треугольничках по отношению к первой.

Пусть M - начальная точка в треугольничке т.е. в этом

$\triangle BOC$ есть ещё 2^4 точки, которые мы можем выбрать. Но ~~в~~ ~~этом~~ ~~треугольничке~~ ~~выбрать~~ ~~точки~~ $\frac{81 \cdot 2^4}{2} = 81 \cdot 12$. Но мы ~~не~~ ~~можем~~ ~~не~~ ~~в~~ ~~зависимости~~ ~~от~~ ~~ра~~ ~~сположения~~ ~~точки~~ ~~M~~ ~~мы~~ ~~можем~~ ~~повториться~~ (если M в $\triangle BOC$ например). Повтор всего 4, поэтому способов выбрать в рамках одного $\triangle \frac{81 \cdot 12}{4} = 81 \cdot 3$

Если вторая точка находится в $\triangle AOD$, то таких точек 2^4 (всего 25, но точка O была учтена в 4 случае). Причём повторений всего 2, поэтому способов $\frac{81 \cdot 2^4}{2} = 81 \cdot 6$

Если в соседних треугольничках, то мы не учитываем те точки, которые лежат на диагоналях, поэтому способов выбрать вторую точку $16 \cdot 81 = 32$. Повторений ситуаций может быть 4, поэтому всего способов

$$\frac{81 \cdot 32}{4} = 81 \cdot 4$$

Итоговым количеством будет их сумма $81 \cdot 6 + 81 \cdot 3 + 81 \cdot 4 = 81(6+3+4) = 81 \cdot 13 = 1053$

Ответ: 1053

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Дано:

$\triangle ABC$

AM - медиана

CL - биссектриса

AM - диаметр Ω

CL - диаметр ω

$\Omega \cap \omega = P; Q$

$PQ \parallel BH$ - высота $\triangle ABC$

$\Omega \cap AC = N$

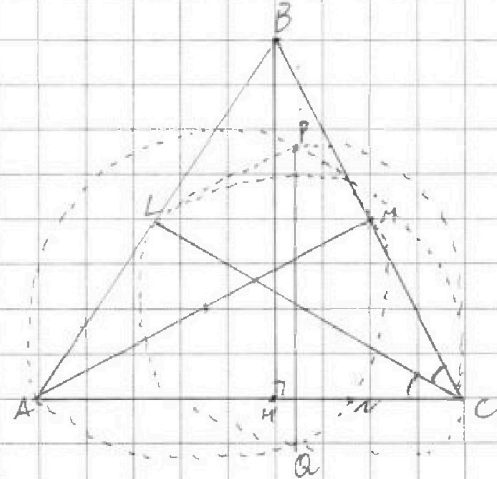
$AB = 10$

$AN = 8$

Найти:

$AB^2 = 100$ AC, BC

$AC^2 = 64$



Решение:

Проведем MN. Угол $\angle ANM$ - вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому

$\angle AMN = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AC$

$PQ \parallel BH$

BH - высота $\triangle ABC$

$\left. \begin{array}{l} PQ \perp AC \\ MN \perp AC \end{array} \right\} MN \parallel PQ \parallel BH$. При этом $BH = \frac{1}{2} MN$ (по т. Фалеса)

т.к. $PQ \parallel MN$

PQ, MN - хорды Ω } PQ хорда $PM = QN$

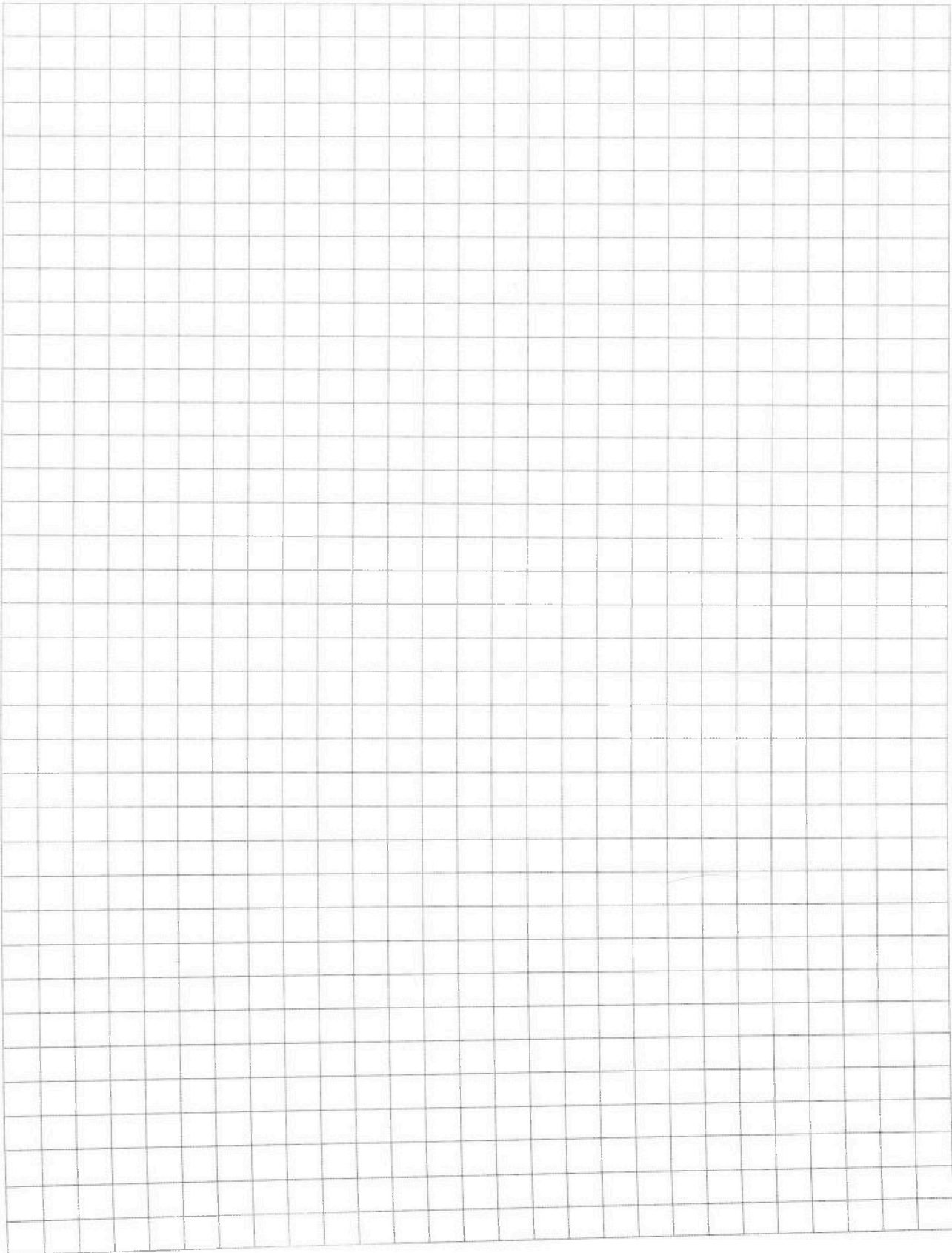


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$\begin{cases} 3x+3+2d = (x^2+2x)^2 \\ 3x+3+8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$3x+3+x^2-x-1 = (x^2+2x)^2$$

$$x^2+2x+2 = (x^2+2x)^2$$

$$(x^2+2x)^2 - (x^2+2x) - 2 = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$\{-1 \pm \sqrt{5}; -1\} \checkmark$$

$$\text{Для } x = -1$$

$$-3+3=0$$

$$(1-2)^2 = 1$$

$$\text{Для } x = -1 - \sqrt{3}$$

$$-3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$5 \left((1+\sqrt{3})^2 + 2(1+\sqrt{3}) \right)^2$$

$$\left((1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) \right) \left((1+\sqrt{3})(1+\sqrt{3}+2) \right)^2$$

$$3-1=2=4 \left(\sqrt{3}-1+\sqrt{3} \right)^2$$

$$3(1+\sqrt{3})^2$$

$$-3\sqrt{3}+3 = 3\sqrt{3} \quad 3(1+\sqrt{3})^2$$

$$\left((\sqrt{3}-1)^2 + 2(\sqrt{3}-1) \right)^2 = \left((\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) \right)^2 = 4$$

$$3(\sqrt{3}-1)^2 =$$

$$\begin{cases} x^2+2x=2 \\ x^2+2x=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+2x-2=0 \text{ ①} \\ x^2+2x+1=0 \text{ ②} \end{cases}$$

$$1) x^2+2x-2=0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$2) x^2+2x+1=0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$10^2 = 100$$

$$13 \cdot 75$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) + (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$m \cdot n(m+n-3) = 13p^2$$

$$2p-3=13$$

$$2p=16 \quad p=8$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$m = p \quad n = p \quad m+n-3 = 13$$

$$p=5$$

$$m+n=2x$$

$$13 \cdot 3 =$$

$$m+n=13$$

$$m=5$$

$$n=8$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

$$m+n = 25$$

$$n+n=9 = 2q$$

$$m+n = 2q + 9$$

$$2q+9 = 25 \quad q=8$$

$$m+n=9 \quad m+n-9=0$$

$$m+n=15$$

$$m+n=21$$

$$m+n=27$$

$$m+n=33$$

$$m+n=39$$

$$m+n=45$$

$$m+n=51$$

$$m+n=57$$

$$m+n=63$$

$$m+n=69$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

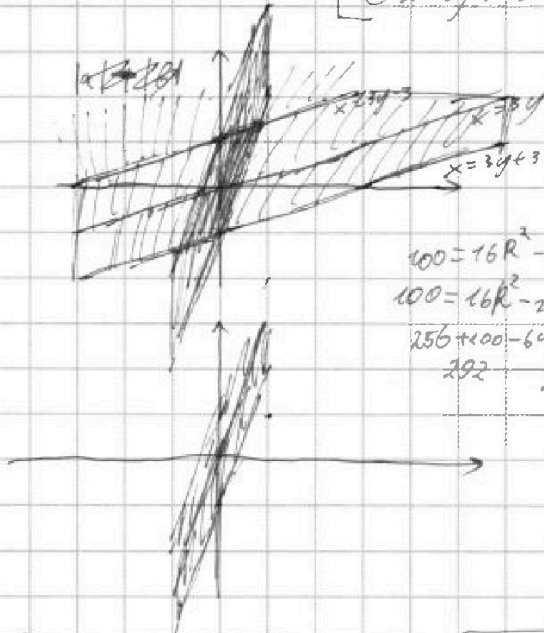
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \geq 0 \\ x-3y \leq 6 \\ x-3y \leq 0 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq 3y \\ x &\leq 3y+6 \\ x &\leq 3y \\ x &\geq 3y-3 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq 0 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y < 0 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \geq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x=y \\ 3x \geq y+1 \\ 3x+1 \geq y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8y &= -4x+k \\ y &= -\frac{1}{2}x + \frac{k}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100 &= 16R^2 - 256 + (8-CN)^2 \\ 100 &= 16R^2 - 256 + 64 - 16CN + CN^2 \\ 256 + 100 - 64 &= 16R^2 - 16CN + CN^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} &= 0 \\ 6-x &= x+1 \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 &= 2\sqrt{6+5x-y} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} &= y^4 + \sqrt{x} + 5y^2 \\ x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} - y^4 - 5y^2 &= 0 \\ (x^2-y^2)(x^2+y^2) + 5(x^2-y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (x-y)(x+y)(x^2+y^2) + 5 &= 0 \\ (x-y)(x+y)(x^2+y^2+5) &= 0 \\ (x-y)(x+y)(x^2+y^2+5) &= 0 \\ (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y+5) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) &= 0 \\ (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y+5) + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 &= 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{6-x}} (x+1)(6-x) &= 6x-x^2+6-x \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{6-x}} &= 6-x \\ \sqrt{x+1} - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} - \sqrt{6-x} + 5 &= 0 \\ \frac{x+1+6-x}{2} &= \end{aligned}$$

$$t^2 - 9t - 75q^2 = 0$$

$$\frac{p}{4} = \frac{16+12}{2\sqrt{7}} = 28$$

$$\begin{aligned} a+b+5 &= 20b \\ a-b-20b &= 0 \\ (a-b)^2 - (a^2+B^2) &= \\ (a-b)^2 + (a-b) - 4 + 5 &= 0 \\ t^2 + t - 2 &= 0 \\ t_1 + t_2 &= -1 \quad t_1 = 2 \\ t_1 \cdot t_2 &= -2 \quad t_2 = -1 \end{aligned}$$

$$13^2 - 27mn^2 - 12 = 189n^2$$

$$\begin{aligned} mn &= 30 \\ m+n &= 13 \end{aligned}$$

$$\frac{2\sqrt{10}-10}{4}$$

$$\frac{30}{n} + n = 13$$

$$\frac{\sqrt{10}}{4} (2 - \sqrt{10})$$

$$\frac{5+\sqrt{13}}{2} \geq 3$$

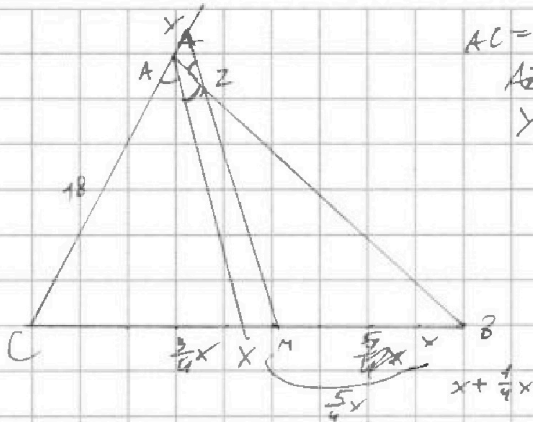


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

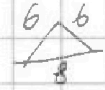
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AC = 18
AZ = 6
YZ = 8

~~AX = AZ = 8~~
AY = AZ = 6



16.21
15 5
8 1
3 3 6
336 6
56 8 2
28 4
7 22
84 8
336 16
21 2

$\frac{CX}{48} = \frac{BX}{48}$

$CX = \frac{AC}{AB} \cdot BX$

$\frac{AB-AZ}{AB} = \frac{4}{5}$

$CX = \frac{AC}{AB} (BC - CX)$

~~5AB - 8AZ = 4AB~~
AB =

$\frac{AB-6}{AB} = \frac{4}{5}$

5AB - 30 = 4AB
AB = 30

$\frac{CX}{CM} = \frac{3}{4}$

$CX = \frac{3}{4} CM = x$

$\frac{36 + 36 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{72 - 36}{72} = \frac{36}{72} = \frac{1}{2}$

$\frac{8}{72} = \frac{1}{9}$

$\frac{6x}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{2}{3}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$2 \cdot \frac{1}{9} - 1 = -\frac{7}{9}$

$4x^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{2}$

30(30+4)
30 34

$x^2 = 81 + 225 + 30$

225 255
81 336

$mn = 13$
 $mn = 25$
 $mn(13-9) = 45q^2$
 $4mn = 45q^2$
 $mn = 45 \Rightarrow 1 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 45 \times$
 $q = 2$

$A = (m+n)(m+n-9)$
 $B = mn(m+n-3)$

$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$ max $mn(m+n-3) = 13p^2$
 $13p = 4 \times$ $m = n = p$
 $13-9=4 \Rightarrow p=2$

2) $m+n=p$
 $p-9=13p$
 $12p = -9 \times$
3) $m+n=13p$
 $m+n-9=p$
 $13p-9=p$
 $12p=9 \times$

$2p-3=13$
 $p=8 \times$
2) $m=13$
 $n=p$
 $13+p-9=p$
 $4=0 \times$
3) $m=13$
 $n=1$
 $14-9=p^2$
 $5=p^2 \times$

4) $m+n=13p^2$
 $13p^2-9=1$

4) $m=13p^2$
 $n=1$
 $13p^2+1-9=1$
 $13p^2=9 \times$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

81.80

$\frac{81.24}{2} + \frac{81.24}{2} + \frac{81.80}{2}$

$\frac{32 + 24 + 24}{2}$

$\frac{81.16}{2} = 81.2$

$\frac{81.16}{4} = 81.4$

$\frac{81.16}{8} = 81.4$

$\frac{AK}{AC} = \frac{KM}{CM}$

$\frac{AK}{KM} = \frac{AC}{CM} = \frac{2AC}{BC} = \frac{2AL}{BL}$

$100 = 4R^2 - 256 \quad \text{C.N. AC}$

$64 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 = 4R^2$

$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 4R^2 - 64$

$m^2 = 16R^2 - 256$

$x' = x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ$

$y' = x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ$

$r \cos \alpha = x$

$r \sin \alpha = y$

$r(\cos(90^\circ + \alpha))$

$x = r \cos(90^\circ + \alpha)$

$r \cos 90^\circ \cos \alpha - r \sin 90^\circ \sin \alpha$

$x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ$

$x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ$

$AN = 8$

$9 + 10 + 3 + 1 = 10 + 10 + 5$

$4x - y \leq 4$

$x - y \leq 1$

$LN = MN$

$MA^2 + 64 = AM^2 \quad BN^2 + NA^2 =$