



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\text{Запишем условие так: } a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \quad \text{где } a_5 - 5\text{-ый член последовательности, } d - \text{разность последовательности}$$

$$\begin{cases} (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 2d + 2d = 3x + 3 + 2d \\ 3x^2 = a_1 + 2d + 6d = 3x + 3 + 6d \Rightarrow 6d = 3x^2 - 3x - 3; \quad 2d = x^2 - x - 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) - 2 = 0$$

$$\text{Пусть } t = x^2 + 2x$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\text{По т. Виета: } \begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 2 \\ x^2 + 2x = -1 \end{cases}$$

$$1) \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 2 = 3$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$2) \quad x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x_3 = -1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + n^2m - 3mn = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим два случая 1)  $A = 13p^2$  и  $B = 75q^2$   
2)  $A = 75q^2$  и  $B = 13p^2$

1 случай:

$$A = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

Рассмотрим, каким может быть  $m+n$ . Т.к. ~~если~~ сумма натуральных, то и само число натуральное, поэтому  $m+n \in \{1; 13; p; p^2; 13p^2\}$

1)  $m+n=1 \Rightarrow 1-9=13p^2$  не может быть (X)

2)  $m+n=13 \Rightarrow 13-9=p^2; p^2=4 \Rightarrow p=2$  ~~но это будет~~ (V)

3)  $m+n=p \Rightarrow 13p=p-9 \Rightarrow p<0$  X

4)  $m+n=13p \Rightarrow p=13p-9 \Rightarrow 12p=9 \Rightarrow p \notin N$  X

5)  $m+n=p^2 \Rightarrow 13=p^2-9 \Rightarrow p^2=22 \Rightarrow p \notin N$  X

6)  $m+n=13p^2 \Rightarrow 1=13p^2-9 \Rightarrow 13p^2=10 \Rightarrow p \notin N$  X

Получилось, что только  $m+n=13$  подходит. Тогда рассмотрим B

$$B = 75q^2$$

$$mn(13-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2 \Rightarrow \begin{cases} mn = ? \\ mn = ? \end{cases} 2mn = 15q^2 \Rightarrow q: 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow \frac{30}{n} + n = 13 / \cdot n \neq 0 \text{ т.к. } n \in N$$

$$\begin{cases} n^2 - 13n + 30 = 0 \\ m_1 + m_2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 10 \\ n_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = 10 \end{cases}$$

2 случай:

$$B = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2. \text{ Аналогично делители } \{1; 13; p; 13p; p^2; 13p^2\}$$

1)  $m=n=1 \Rightarrow m-1=13p^2$  X

2)  $m=n=p \Rightarrow p^2-3=13p^2 \Rightarrow p^2=13p^2$  ~~не возможно~~  $p^2=16 \Rightarrow p=4 \Rightarrow p \text{ - простое}$  (X)

3)  $m=13 n=1$  не образует (P)  $\Rightarrow 14-3=p^2 \Rightarrow p \notin N$  X

4)  $m=p n=1$  (P)  $\Rightarrow p-2=13p \Rightarrow p \notin N$  X

5)  $m=p n=13$  (P)  $\Rightarrow p+10=p$  ~~не возможно~~ X

6)  $m=p^2 n=1$  (P)  $\Rightarrow p^2-2=13 \Rightarrow p^2>14 \Rightarrow p \notin N$  X

7)  $m=p^2 n=13$  (P)  $\Rightarrow p^2+10=1 \Rightarrow p^2=-9 \Rightarrow p \notin N$  X

8)  $m=13p^2 n=1$  (P)  $\Rightarrow 13p^2-2=1 \Rightarrow p \notin N$

Получилось, что не существует таких  $m, n \in N$ , чтобы выполнить любое



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

второе слушате. Таким образом у нас выполняется  
лишь первый слушат и в него мы можем пару залогов  
 $(n; n)$ , а именно  $(10; 3); (3; 10)$

Ответ:  $(3; 10); (10; 3)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№8

Дано:

△ABC

AX - биссектриса △ABC

M - середина BC

B || AX, MZ

ZAAX = Z

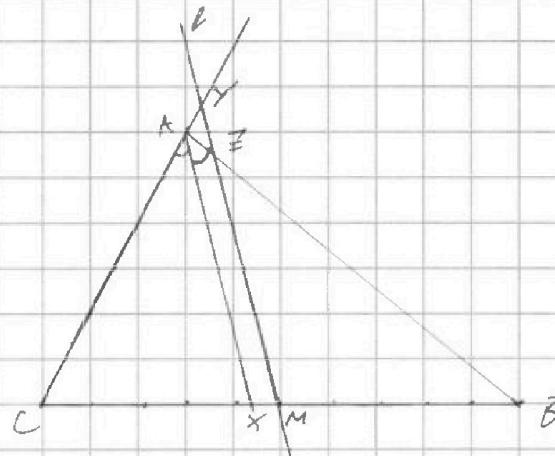
ZNAC = Y

AC = 18

AZ = 6

YZ = 8

Найти: BC



Решение:

$$l \parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle CAZ \text{ как соответственные}$$

$$\angle YZA = \angle BAX \text{ как параллельные линии}$$

$$AX \text{-биссектриса} \Rightarrow \angle CAZ = \angle BAX$$

$$\angle AYZ = \angle YZA \Rightarrow \triangle AYZ - \text{равнобедренный}$$

$$6AZ = AY$$

$$l \parallel AX \Rightarrow \triangle BAX \sim \triangle BZM \Rightarrow \frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}$$

$$\triangle CAZ \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CZ}{CM} \Rightarrow \frac{18}{CY} = \frac{18}{18+6} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CY = \frac{3}{4} CM$$

$$\text{Пусть } CM = x \Rightarrow BC = 2x \quad CX = \frac{3}{4} x \Rightarrow BX = \frac{5}{4} x$$

$$\frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}; \quad \frac{AB - AZ}{AB} = \frac{x}{\frac{5}{4}x} = \frac{4}{5}; \quad 5AB - 30 = 4AB; \quad AB = 30$$

$$\triangle AYZ \Rightarrow \cos \angle AYZ = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ} = \frac{16 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{44}{96} = \frac{11}{24} \Rightarrow \cos (\text{из теоремы косинусов})$$

$$\cos \angle CAB = \cos 2 \angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{11}{24} - 1 = -\frac{1}{12}$$

$$\triangle CAB \Rightarrow (\text{по т. косинусов}) \quad BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot CA \cdot AB \cdot \cos \angle CAB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 18^2 + 30^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{12}; \quad x^2 = 81 + 225 + 30 = 336 \Rightarrow x = 4\sqrt{21} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = 2x = 8\sqrt{21}$$

Ответ:  $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y \end{cases}$$

Рассмотрим второе выражение

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} - y^4 - 5y^2 - \sqrt{y} = 0 \quad x, y \geq 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$

$$\boxed{\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y}$$

$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$ , но правая часть всегда ~~неделимая~~ положительная, т. о.  
Из этого может быть равна нулю

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x} - \cancel{x}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 - 2\sqrt{(6-x)(x+1)} = 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) - (x+1 + 6-x) = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 + \cancel{\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}} - 2 = 0$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 & \textcircled{1} \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6] \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x} \quad | \uparrow^2$$

$$x+1 + \cancel{2\sqrt{x+1}} + 4 = 6-x$$

$$4\cancel{x+1} = 1-2x \quad | \uparrow^2$$

$$\begin{cases} (4x+4)^2 = (1-2x)^2 \\ 1-2x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 16x+16 = 1-4x+4x^2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$4x^2 + 8x + 4 = 1 - 4x + 4x^2$$

$$\begin{cases} x+4 = 1-4x \\ x+4 = -1+4x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$4x^2 + 20x - 15 = 0$$

$$D = 100 - 15 \cdot 4 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{10}}{4} \quad x_1 = \frac{-10 - 2\sqrt{10}}{4} < 0 \quad \text{не подходит}$$

$$x_2 = \frac{-10 + 2\sqrt{10}}{4} > 0$$

$$2) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 1 \quad | \uparrow^2$$

$$x+1 = 6-x + 2\sqrt{6-x} + 1$$

$$2x - 6 = 2\sqrt{6-x} \quad | \uparrow^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 6-x \quad | \uparrow^2$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12 = 13 \quad x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 3 \text{ подходит}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} > 3$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{5 - \sqrt{13}}{2}; \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

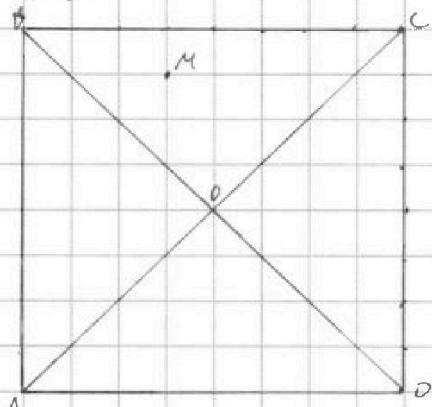
- |                               |                               |                               |                               |                               |  |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|
| 1<br><input type="checkbox"/> | 2<br><input type="checkbox"/> | 3<br><input type="checkbox"/> | 4<br><input type="checkbox"/> | 5<br><input type="checkbox"/> | 6<br><input checked="" type="checkbox"/> | 7<br><input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N<sup>6</sup>

Чтобы увидеть трёхугольники, при повороте раскраски могут перейти в друг друга, если же чтобы рассмотреть поворот, надо професии диагонали квадрата и тогда рассматриваться отдельно под получившимся треугольником, т.к. при повороте раскраска будет треугольники будут переходить сами в себя.



Всего точек  $81 \cdot 9^2 = 81$ . И соответственно способов выбрать первую точку тоже 81

Рассмотрим, сколько способов выбрать вторую точку в зависимости от её расположения в треугольниках по отношению к первой.

Пусть M- начальная точка В треугольнике  
т.е. в этом

всё есть ещё 2<sup>4</sup> точки, которые мы можем выбрать. Но чтобы получить треугольник выбрать точки  $\frac{81 \cdot 24}{2} = 81 \cdot 12$ . Но мы <sup>в зависимости от</sup> от расположения точки M мы можем повториться (если M в AOD например). Повтор всего 4, поэтому способов выбрать в рамках одного  $\frac{81 \cdot 12}{4} = 81 \cdot 3$

Если вторая точка находится в AOD, то таких точек 2<sup>4</sup> (всего 25, но точка O уже учтена в 6 случае). Причём повторений всего 2, поэтому способов  $\frac{81 \cdot 24}{2} = 81 \cdot 6$

Если в соседних треугольниках, то мы не учитываем те точки, которые лежат на диагоналях, поэтому способов выбрать вторую точку  $\frac{81 \cdot 32}{2} = 81 \cdot 16$ . Повторений ситуаций может быть 4, поэтому всего способов

$$\frac{81 \cdot 32}{2} = 81 \cdot 16$$

Итоговым количеством будет их сумма  $81 \cdot 6 + 81 \cdot 3 + 81 \cdot 4 = 81(6+3+4) = 81 \cdot 13 = 1053$

Ответ: 1053



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Дано:

$\triangle ABC$

$AM$ -медиана

$CL$ -биссектриса

$AM$ -диаметр  $\Omega$

$CL$ -диаметр  $\omega$

$\Omega \cap \omega = P; Q$

$PQ \parallel BH$ -высота  $\triangle ABC$

$\Omega \cap AC = N$

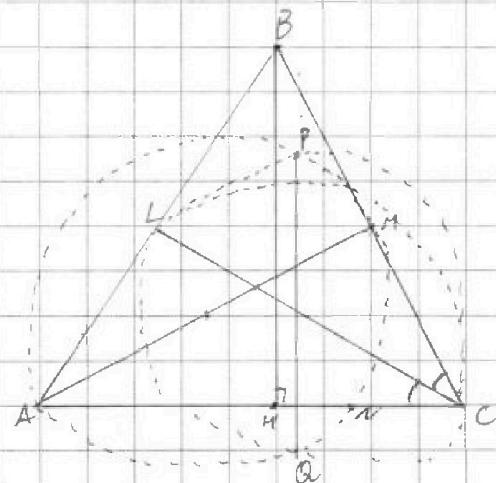
$AB = 10$

$AN = 8$

Найди:

$AB^2 = 10 \cdot AC \cdot BC$

$BH = ?$



Решение:

Проведем  $MN$ . Угол  $\angle ANM$ -вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому

$$\angle ANM = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AC$$

$PQ \parallel BH$   $\left\{ \begin{array}{l} PQ \perp AC \\ \end{array} \right\}$   $MN \parallel PQ \parallel BH$ , причем  $BH = \sqrt{MN}$  (по т.)

$BH$ -высота  $\triangle ABC$

т.к.  $PQ \perp MN$

$PQ, MN$ -хорды  $\perp L$

$\Rightarrow PQ \times \text{одн.} PM = QN$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_5 &= a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 &= a_1 + 8d = 3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x + 3 + 2d = (x^2 + 2x)^2 \\ 3x + 3 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$3x + 3 + x^2 - x - 1 = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x)^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) - 2 = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 1 \\ t_1 \cdot t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\left\{ -1 \pm \sqrt{3}; -1 \right\} \checkmark \\ &\text{D}_{1,2} x = -1 \\ &-3 + 3 = 0 \\ &(1-2)^2 = 1 \quad 3 \quad -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3} \\ &3 \quad 5 \quad ((1+\sqrt{3})^2 + 2(1+\sqrt{3})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left( (1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) \right)^2 \left( (1+\sqrt{3})(1+\sqrt{3}+2) \right)^2 \\ &3-1=2=4 \quad (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)^2 \\ &3(1+\sqrt{3})^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-3+3\sqrt{3}+3=3\sqrt{3} \quad 3(1+\sqrt{3}) \\ &\left( (\sqrt{3}-1)^2 + 2(\sqrt{3}-1) \right)^2 \left( (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) \right)^2 = 4 \\ &3(\sqrt{3}-1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x = 2 \\ x^2 + 2x = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2x - 2 = 0 \\ x^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

8

$$1) x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 2 = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$x = -3y + 13x^2 - 4\sqrt{3}y + 4$$

1-

$$2) x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

100% 80%

75%

13. 75

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3) = 15p^2$$

$$mA(m+n-3) = 13p^2$$

$$2p-3=13$$

$$2p=16 \quad p=5$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$m=5 \quad n=5 \quad m+n-3=13$$

$$\frac{1}{p} > 5$$

notebook

$$13p^2 = 13 \cdot 25p^2$$

$$m+n-3 = 13$$

$$m+n = 18$$

$$m+n = 15$$

$$m+n = 13$$

$$m+n = 10$$

$$m+n = 7$$

$$m+n = 4$$

1529 80%

~~m+n=p~~  
~~m+n-3=13p~~

~~m+n-3=p~~  
~~p=8=23p~~

~~13p=23p~~  
~~13=23~~

~~m+n=p~~  
~~p=8=13p~~

~~13p=13p~~  
~~13=13~~



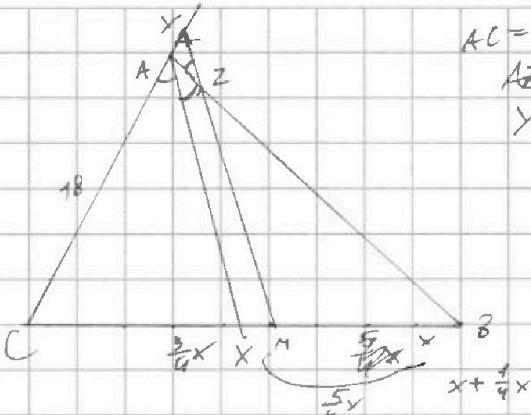


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



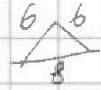
$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$\Delta X \cong \Delta Z \cong \Delta Y$$

$$AX = AZ = 6$$



$$8) \frac{36+36-6Y}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{72-6Y}{72} =$$

$$1 - \frac{6Y}{72} =$$

$$\frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{AB-AZ}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$CX = \frac{AC}{AB} (BC \cdot x)$$

~~$$5AB - 8AZ = 4AB$$~~

$$AB = \frac{8}{5} \cdot 6 = \frac{48}{5}$$

$$5AB - 20 = 4AB$$

$$AB = 30$$

$$4X^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{8}$$

$$\begin{array}{r} 30(30+4) \\ \hline 30 \cdot 34 \end{array}$$

$$X^2 = 81 + 225 + 30$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 30 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$m+n=13$$

~~$$mn=35$$~~

$$mn(13-9)=75p^2$$

$$4mn=75p^2$$

$$mn=p^2$$

$$q=2$$

$$m+n=13$$

$$mn=75p^2$$

$$13p^2-9=p$$

$$13p^2-p=9$$

$$q=2$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{3}{4}$$

$$CX = \frac{3}{4} CM = x$$

$$AB = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad m+n(m+n-3) = 13p^2$$

$$13p^2 = 4 \checkmark$$

$$13-9=4 \Rightarrow p=2$$

$$2) m+n=p$$

$$p-9=13p$$

$$12p=-9 \times$$

$$3) m+n=13p$$

$$13p-9=p$$

$$12p=8 \times$$

$$13p=9 \times$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

