



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть d - разность арифметической прогрессии

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 18 \\ \hline 36 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$(*) \begin{cases} 6x + 18 + 2d = (x^2 - 4x)^2 / 3 \\ 6x + 18 + 6d = -3x^2 \quad (1) \end{cases}$$

$$\frac{-3x^2 - (x^2 - 4x)^2}{3} = 4d$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ 18x + 54 + 6d - 6x - 18 - 6d = 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ 12x + 36 = 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ 4x + 12 = (x^2 - 4x)^2 + x^2 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ (x^3 - 6x^2 + 5x + 6) / (x - 2) = 0 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ (x^2 - 4x - 3)(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \\ x \in \{2, 2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}\} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow 6d = -3x^2 - 6x - 18 \Leftrightarrow d = \frac{-x^2 - 2x - 6}{2}$$

$$\Rightarrow \forall x \exists d \Rightarrow$$

Ответ: $x \in \{2, 2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

min $14x + 7y$ -? N2

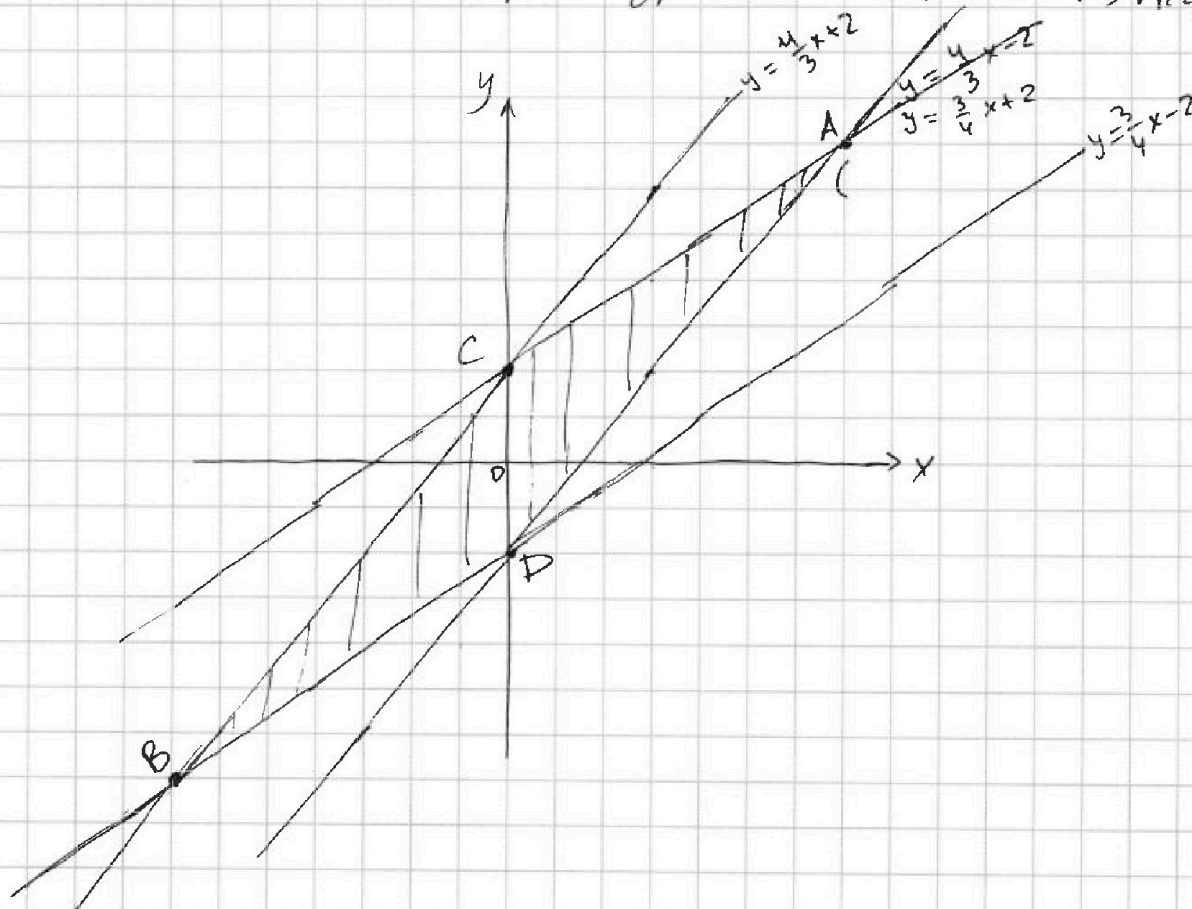
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq \frac{4}{3}x - 2 & (1.1) \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 & (1.2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq \frac{3}{4}x - 2 & (2.1) \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 & (2.2) \end{cases}$$

пусть $14x + 7y = a \Leftrightarrow y = -2x + \frac{a}{7}$

Отметим на пл. xOy реш. ~~ур. (1.1), (1.2), (2.1), (2.2)~~ (1) и (2)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

реш. (1) и (2) явл. ч-к ACBD (вкл. ~~в~~ стороны)
(мин-вом (x, y))

$$l_{1.1}: y = \frac{4}{3}x - 2, \quad l_{1.2}: y = \frac{4}{3}x + 2$$

$$l_{2.1}: y = \frac{3}{4}x - 2, \quad l_{2.2}: y = \frac{3}{4}x + 2$$

$$\{A\} = l_{1.1} \cap l_{2.2}, \quad \{B\} = l_{2.1} \cap l_{1.2}$$

$$\{C\} = l_{1.2} \cap l_{2.2}, \quad \{D\} = l_{1.1} \cap l_{2.1}$$

$$\left. \begin{array}{l} C(0; 2), D(0; -2) \\ A\left(\frac{48}{7}; \frac{50}{7}\right) \\ B\left(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7}\right) \end{array} \right\}$$

для $(14x + 7y)/\min$ дост. взять точку (x_0, y_0) ,
где x_0 - min из всех x уг. (1) и (2) и y_0 - тоже.
Такая т. \exists . Это B. \Rightarrow

$$\begin{aligned} \min(14x + 7y) &= 14 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) + 7 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = \\ &= -48 \cdot 2 - 50 = -146 \end{aligned}$$

Ответ: -146.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1.6. \quad t = p^2, \quad t + 9 = 13 \quad \rightarrow \quad p^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad p = 2$$

$$m - n = 4, \quad t = 4$$

$$mn \underset{>3}{(t+3)} = 3q^2 \Rightarrow \begin{cases} t+3=q \Rightarrow q=7 \\ t+3=3q \Rightarrow q=\frac{7}{3} \times \\ t+3=3q^2 \times (m \neq n) \\ t+3=q^2 \Rightarrow q=\sqrt{7} \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow q=7, \quad t+3=q, \quad mn=3q=21$$

$$\begin{cases} mn=21 \\ m-n=4 \end{cases} \xrightarrow{m, n > 0} (m, n) = (7, 3)$$

$$\text{Проверка: } A = (7-3)(7-3+9) = 4 \cdot 13 = 2 \cdot 2 \cdot 13 \quad \text{ok}$$

$$B = 7 \cdot 3 \cdot (7-3+3) = 7 \cdot 7 \cdot 3 \quad \text{ok}$$

$$1.5. \quad t = q^2, \quad t + 9 = 3 \quad \Rightarrow \quad q^2 + 9 = 3 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = -6 \quad \times$$

$$1.6. \quad t = 3q^2, \quad t + 9 = 1 \quad \Rightarrow \quad 3q^2 + 9 = 1 \quad \times$$

Итак, ! подх. пара $(m, n) = (7, 3)$

Прим.: " \times " значит "противоречие"

Ответ: $(7, 3)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(m, n) - ?$

\mathbb{N}^3

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n; B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$\{A, B\} = \{13p^2, 3q^2\}; p, q \in \mathbb{P}$$

т.е. ~~$A = 13p^2, B = 3q^2$~~ $A = (m-n)(m-n+9)$

$$B = mn(m-n+3)$$

т.е. $A = 13p^2, B = 3q^2$: $(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot p \cdot p$ (1)
 $m \cdot n \cdot (m-n+3) = 3 \cdot q \cdot q$ (2)

~~$A, B > 0 \Rightarrow m > n \Rightarrow m-n+3 > 3$~~

~~$m-n+3 \in \mathbb{N}, 3 \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N} \Rightarrow m-n+3 = 3q$~~

~~$(m-n+3) \in \{q, q^2, 3q, 3q^2\}$~~

~~1.1. $m-n+3 = q \Rightarrow m-n+9 = q+6$~~

~~1.1.1 $m = q, n = 3 \Rightarrow m = q - 3 + n$~~

~~1.1. $m-n$ - простое или 1, т.к. (1)~~

~~$A, B > 0 \Rightarrow m > n \Rightarrow m-n+3 > 3$~~

~~$\Rightarrow m-n+3$ - простое, т.к. (2)~~

~~но $m-n \in \mathbb{P} \cup \{1\}$, $m-n+3 \in \mathbb{P}$, только если $m-n = 2$.~~

~~$\Rightarrow p = 2$ (т.к. (1)) \Rightarrow ~~т.к.~~~~

~~(2) $\Rightarrow mn \cdot 5 = 3q^2$ ($\Rightarrow q = 5$) $\Rightarrow mn = 15$~~

~~$\begin{cases} m-n=2 \\ mn=15 \end{cases} \Rightarrow (m, n) = (5, 3)$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. для сл. 1 обяз. $(m, n) = (5, 3)$

Проверка: $(m-n)(m-n+9) = 13p^2$

$mn(m-n+3) = 3q^2$

~~$p: 2 \cdot 11 = 13p^2 (p \in \mathbb{P})$~~

1.2. m, n - сост. $m-n = p^2$, т.к. иначе только больше $m-n+9$.

Обозн. $t = m-n$.

1сл. $t(t+9) = 13 \cdot p \cdot p$, $mn(t+3) = 3q^2$

1.1. $t = 13$, $t+9 = p^2 \Rightarrow p^2 = 22$

~~$\forall m, n \in \mathbb{N} (2mn \rightarrow m-n, \text{ т.е. } mn > t)$~~

~~\Rightarrow 1.2. $t = p$, $t+9 = 13p \Rightarrow 12p = 9$~~

1.3. $t = 13p$, $t+9 = p \Rightarrow 12p = -9$

1.4. $t = 13p^2$, $t+9 = 1$

1.5. $t = 1$, $t+9 = 10 = 5 \cdot 2$

2сл. $t(t+9) = 3q^2$, $mn(t+3) = 13p^2$

1.1. $t = 3$, $t+9 = q^2 \Rightarrow q^2 = 12$

1.2. $t = 1$, $t+9 = 10 = 5 \cdot 2 = 3q^2$

1.3. $t = q$, $t+9 = 3q \Rightarrow q = 2q$

1.4. $t = 3q$, $t+9 = q \Rightarrow 2q = -9$

~~т.е.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = 36 + 144 - 144 \cos 2\alpha = 36 + 144 + 144 \cdot \frac{1}{9} =$$
$$= 180 + \frac{144}{9} = 180 + 16 = 196$$

$$\Rightarrow BC = 14$$

Ответ: 14.



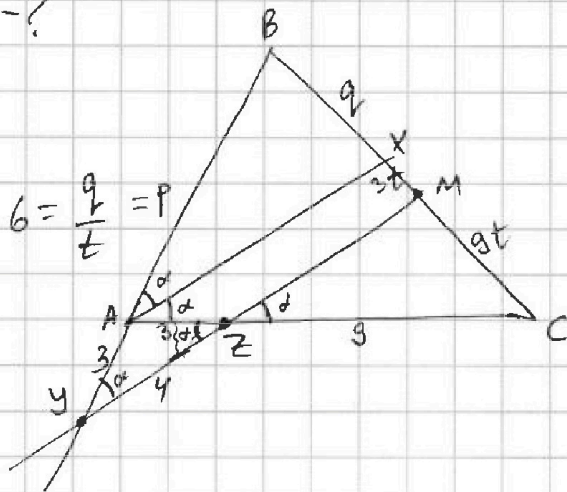
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

BC-?



нч

$BM = MC$

$$\begin{aligned} AC &= 12 \\ AZ &= 3 \end{aligned} \Rightarrow ZC = 9$$

$$YZ = 4$$

$$\begin{aligned} (AX) \parallel (ZM) &\Rightarrow \\ \angle XAC &= \angle MZC \\ &'' \\ \angle AZY & \end{aligned}$$

нчтб $xm = 3t$. $(AX) \parallel (ZM) \Rightarrow \frac{xm}{mc} = \frac{AZ}{ZC} = \frac{3}{9} \Rightarrow mc = 9t$

нчстб $AB = p$, $BX = q$.

$$[AX] - \text{сущ. в } \triangle ABC \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XB} \Rightarrow \frac{12}{p} = \frac{12t}{q} \Rightarrow$$

$$p = \frac{12q}{12t} = \frac{q}{t}$$

$$(AX) \parallel (YM) \Rightarrow \frac{AB}{AY} = \frac{BX}{XM} \Rightarrow \frac{q/t}{3} = \frac{q}{3t} \Rightarrow$$

$$AY = \frac{3t \cdot \frac{q}{t}}{q} = 3 \Rightarrow \triangle YAZ - \text{р/ф.}$$

нчстб $\angle BAX = \alpha$.

Т. син. гмв $\triangle YAZ$: $\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin 2\alpha}$

$$BM = MC \Rightarrow q + 3t = 9t \Rightarrow q = 6t. \Rightarrow p = \frac{q}{t} = 6$$

Т. кос. гмв $\triangle YAZ$: $4^2 = 3^2 + 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos 2\alpha \Rightarrow$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{9}$$

Т. кос. гмв $\triangle BAC$: $BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos 2\alpha$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x+y} & (2) \end{cases}$$

заметьте, что $x = y$ ур. (2)

решим (1) для $y = x$:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} \quad (3)$$

~~з.п. $a = x+6, b = 5-x$~~

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad \leftarrow 5 \rightarrow$$

$$a^2 - 2\sqrt{ab} + b^2 + 10\sqrt{ab} + 25 = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

~~$a, b \geq 0$~~

о.р. $\therefore x \geq -6, x \leq 5, x \in [-6; 5]$

$30-x-x^2$ - пар. ветвь вниз. $x_p = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

заметьте, что $f(x) = \sqrt{x+6} \nearrow$ на $[-6; 5]$

$g(x) = -\sqrt{5-x} \nearrow$ на $[-6; 5]$

$5 = \text{const}$

$h(x) = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} \nearrow$ на $[-6; -\frac{1}{2}]$

\searrow на $[-\frac{1}{2}; 5]$.

т.е. на $[-\frac{1}{2}; 5]$ не более 1 рещ.

з.п. ~~$a = x+6, b = 5-x$~~ т.к. левая часть \nearrow , правая \searrow .

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 - 4ab - 25 = -18\sqrt{ab}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) + g\left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = \sqrt{5\frac{1}{2}} - \sqrt{5\frac{1}{2}} + 5 = 5$$

$$h\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{\left(5\frac{1}{2}\right)\left(5\frac{1}{2}\right)} = 2\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2} \cdot 2 = \frac{11}{2} \cdot 2 = 11$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) + g\left(-\frac{1}{2}\right) + 5 < h\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$f(5) + g(5) + 5 = \sqrt{11} + \sqrt{0} + 5 = \sqrt{11} + 5$$

$$h(5) = 2\sqrt{11 \cdot 0} = 0$$

$$f(5) + g(5) + 5 > h(5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{на } \left[-\frac{1}{2}; 5\right] \exists! x, \text{ yg. (3).}$$

$$f(x) + g(x) + 5 = S(x)$$

$$S(-6) = 0 - \sqrt{11} + 5 = 5 - \sqrt{11} > 0 = h(-6)$$

$$h(-6) = 0$$

~~$$\frac{dS}{dx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2x} = \frac{1}{2 \cdot (-6)} = -\frac{1}{12} < 0$$~~

~~$$S(9) = \sqrt{10} - 1 + 6$$~~
~~$$h(9) = 2\sqrt{10}$$~~



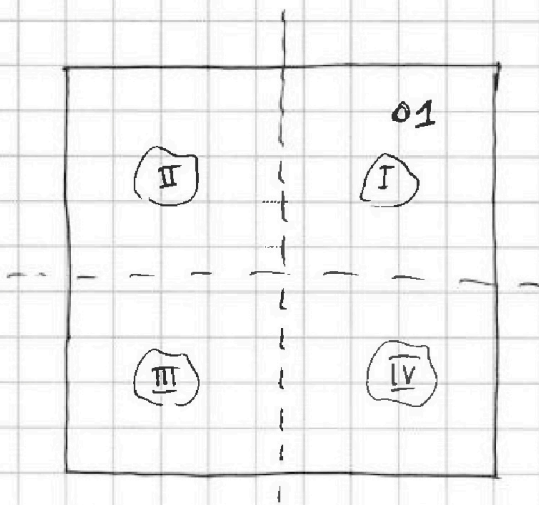
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



всего 100 узлов.

~~$$\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950$$~~
~~столько вар-в разместить 2 узла при фикс. полож. доски.~~
~~перекр.~~

разд. кв. на 4 области, в кажд. по 25 узлов (см. рис.)

Сначала посчитаем, как будто 2 разных узла отлич. гр. от гр. (узел 1 и узел 2).
 Обл. I выбираем так, что в ней узел 1.
 Ост. области нумеруем пр. ч/с.

вар-в для 1-го узла: 25; для 2-го: 99
 Итого $25 \cdot 99$ вар-в разместить узлы 1 и 2.
~~с учетом поворота, т.к. никакое разм. не полук.~~
 Из гр. поворотом, ибо уже зафикс. обл. I, и при приведении раскр. к тому, что узел 1 в той же области, раскр. полук. разные

1) Посчитаем кол-во вар-в, что 2 б. узла в ~~каждой~~ обл. Это кол-во равно кол-ву выбрать 2-места из 25 -ти = $\frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12$, т.к.

д.о.о. выбираем в I обл. 2 места, поворотом можно получить любые 2 места в II, III или IV обл.

И ~~любым~~ так посчитанные раскр. разные, т.к. они разные при приведении к тому, что



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если повернуть их так, чтобы оба д. узла были справа сверху (т.к. ~~25.12~~ так посчитано)

2) пост. кол-во вар-в выбрать 2 места для дельных узлов среди сосед. областей (д.о.о. I и II, т.к. поворотом получим левые сосед. области, и при этом все раскр. равные, т.к. они все их посчитаем с учетом, что в фикс. сосед. обл. они разные)

$$\text{Итак, } \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot \frac{50 \cdot 49}{2} = 25 \cdot 49 \text{ вар-в.}$$

3) пост. кол-во вар-в выбер. 2 узла для обл. раск. наискосок. (Посчитаем, аналогично п.1) и п.2), кол-во взять 2 места из I и III)

$$\frac{50 \cdot 49}{2} = 25 \cdot 49 \text{ вар-в}$$

$$\begin{aligned} \text{Всего } 25 \cdot 12 &= 25 \cdot 49 + 25 \cdot 49 = \\ &= 25(12 + 49 + 49) = 2750 \end{aligned}$$

Ответ: 2750.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 26 \Rightarrow \angle B = 13 \Rightarrow MS = \frac{1}{2} \angle B = \frac{13}{2} \text{ (т.к. } [MS] \text{ - ср. линия } \triangle LBC)$$

$$\text{пусть } BM = MC = y, \quad HN = NC = x.$$

$$LR = \frac{1}{2} BM = \frac{y}{2}, \text{ т.к. } [LR] \text{ - ср. лин. } \triangle ABM.$$

$$AN = AN - x = 20 - x$$

$$BH^2 = 26^2 - (20-x)^2, \quad BH^2 = (2y)^2 - (2x)^2$$

$$\Rightarrow 26^2 - (20-x)^2 = 4y^2 - 4x^2 \quad (1)$$

продлим ~~ML~~ CL за L: $C' \in [CL), CL = LC'$.

$$2AC^2 + 2BC^2 = AB^2 + CC'^2 \Rightarrow 2(20+x)^2$$

т.к. M' : $M' \in [AM) \setminus [AM]$ и $AM = MM'$

$$AM'^2 + BC^2 = 2AB^2 + 2AC^2 \Rightarrow (2AM)^2 + (2y)^2 = 2(26)^2 + 2 \cdot (20+x)^2$$

$$\text{но } AM^2 = AN^2 + NM^2 = AN^2 + \left(\frac{BH}{2}\right)^2$$

$$[CL] \text{ - мед. и бисс.} \Rightarrow AC = CB \Rightarrow 20+x = 2y \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow 26^2 - 400 + 40x - x^2 = 4y^2 - 4x^2 \Rightarrow$$

$$3x^2 + 26^2 - 400 + 40x = 4y^2 \quad \Rightarrow$$

$$(2) \Rightarrow 4y^2 = 400 + 40x + x^2 \quad \Rightarrow$$

$$3x^2 + 26^2 - 400 + 40x = 400 + 40x + x^2 \quad \Rightarrow$$

$$2x^2 = 800 - 26^2 = 800 - 676 = 124 \Rightarrow x^2 = 62 \quad (x \geq 0)$$

$$x = \sqrt{62}, \quad y = \frac{20+x}{2} = 10 + \frac{\sqrt{62}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = 20 + x = 20 + \sqrt{62}$$

$$~~AB~~ BC = 2y = 20 + \sqrt{62}$$

$$\text{Ответ: } AC = 20 + \sqrt{62}, BC = 20 + \sqrt{62}.$$

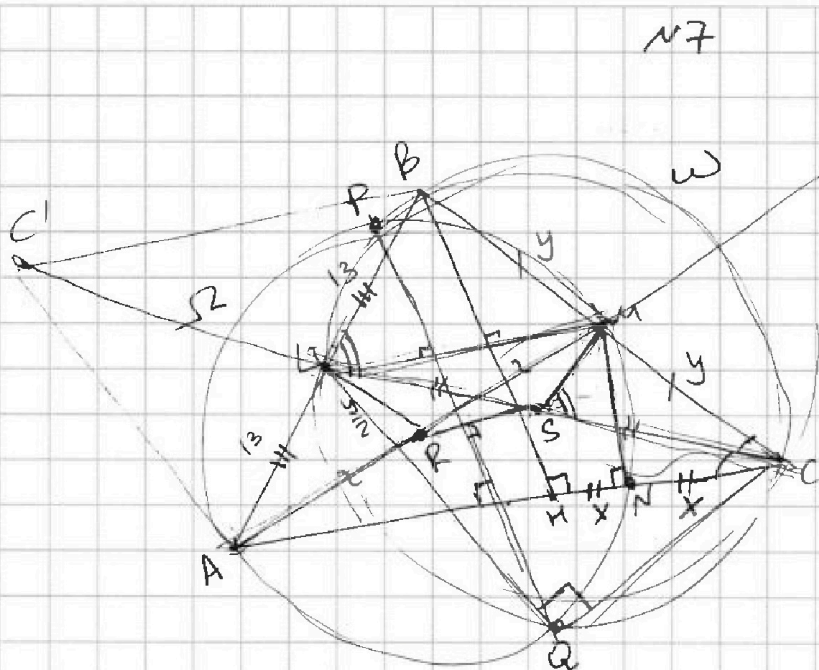


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N7

AC-? BC-?
 $AB = 26, AN = 20$
 BH - выс. $\triangle ABC$

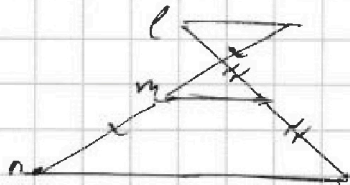
$(PQ) \perp (RS)$ - раб. окк Σ и ω , $(PQ) \perp (RS)$, $\exists e$
 R - сер. $[AM]$, S - сер. $[LC]$.

но $(PQ) \parallel (BH) \perp (AC) \Rightarrow (RS) \parallel (AC)$

$N \in \omega$, $[AM]$ - diam. $\omega \Rightarrow \angle ANM = 90^\circ \Rightarrow (NM) \parallel (BH) \Rightarrow$

$$HN : NC = BM : MC = 1 : 1$$

$(LM) \parallel (AC)$, т.к. $AR = RM, LS = SC, (RS) \parallel (AC)$:



(такое) получ. при повороте стороны \triangle вдоль ср. линии и $(LM) \parallel (AC)$ (по т. Фалеса)

$$(LM) \parallel (AC) \Rightarrow \frac{BL}{LA} = \frac{BM}{MC} = 1$$

LM - ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow LM = \frac{1}{2} AC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. It includes several equations, diagrams, and calculations.

Equations:

- $\frac{4}{3}x = \frac{3}{4}x + 21$
- $16x = 9x + 16 \cdot 3$
- $7x = 48$
- $\frac{4}{3} \cdot \frac{48}{7} = 2$
- $\frac{16 \cdot 4}{7} - 2$
- $\frac{64}{7} - 2$
- $\frac{50}{7}$
- $\frac{16}{9} \cdot \frac{16}{3} = \frac{256}{27}$
- $\frac{2 \cdot 3^2}{1 + 2 \cos 2\alpha}$
- $\frac{2 \cdot 3^2}{18}$
- $\frac{14 \cdot 14}{5} = \frac{196}{5}$
- $(x+5)(x-5) = 5x+30-6y-xy$
- $m^2 - 2m - 15 = 0$
- $m^2 - 15 = 2m$
- $(x+3)(x-5) = 99$
- $(x+6)(5-x) = 99$

Diagrams:

- A 3D diagram of a rectangular prism with vertices labeled A, B, C, D, E, F, G, H and various lines and points marked.
- A 2D diagram of a triangle with side lengths 3, 4, and 5, and an angle α between sides 3 and 4.
- A diagram showing a square with two circles inside, labeled I and II.

Calculations:

- $m(m-2n+9) - n(m+n+9)$
- $\frac{16}{3}x = 3x + 16$
- $\frac{48}{3} = 16$
- $\frac{16 \cdot 4}{7} - 2 = \frac{64}{7} - 2 = \frac{50}{7}$
- $\frac{16}{9} \cdot \frac{16}{3} = \frac{256}{27}$
- $\frac{2 \cdot 3^2}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$
- $\frac{14 \cdot 14}{5} = \frac{196}{5}$
- $m^2 - 2m - 15 = 0$
- $m^2 - 15 = 2m$
- $(x+3)(x-5) = 99$
- $(x+6)(5-x) = 99$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several stages of solving a system of linear inequalities and finding the area of a triangle.

Top Left: A small vertical calculation: $\frac{54}{18} = \frac{36}{36}$.

Top Middle: A system of linear equations: $\begin{cases} x - 8 = 17 - 4 - 12 \\ 16 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 12 \end{cases}$. The second equation is simplified to $16 - 64 + 68 - 8 - 12 = 0$, which simplifies to $0 = 0$.

Top Right: A diagram showing a triangle with vertices marked. The area is calculated as $S_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16$.

Middle Left: A system of linear inequalities: $\begin{cases} y \geq \frac{3x - 8}{4} \\ y \geq \frac{3x + 8}{4} \end{cases}$. The boundary lines are $y = \frac{3x - 8}{4}$ and $y = \frac{3x + 8}{4}$.

Middle Right: A vertical calculation: $\frac{27}{3} = \frac{9}{1} = 9$.

Bottom Left: A system of linear equations: $\begin{cases} x - 6 = 5 - 6 \\ 2 - 4 = -3 - 0 \end{cases}$. The second equation is $-2 = -3$, which is false, indicating no solution.

Bottom Middle: A system of linear inequalities: $\begin{cases} y \leq \frac{4x - 6}{3} \\ y \leq \frac{4x + 6}{3} \end{cases}$. The boundary lines are $y = \frac{4x - 6}{3}$ and $y = \frac{4x + 6}{3}$.

Bottom Right: A diagram showing a triangle with vertices marked. The area is calculated as $S_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16$.

Vertical Calculations: $\frac{62}{31} = 2$ and $\frac{29}{29} = 1$.

Final Answer: The area of the triangle is $S_{\triangle} = 16$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

