



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\ ИЗ \

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность арифм. прогр. равна  $d$ , тогда

$$d = \frac{a_6 - a_4}{2}, \text{ а также } d = \frac{a_{10} - a_6}{4}, \text{ где } a_i - i\text{-ый}$$

член арифм. прогр., тогда:

$$\frac{a_6 - a_4}{2} = \frac{a_{10} - a_6}{4}, \quad 2(a_6 - a_4) = a_{10} - a_6, \text{ подставим:}$$

$$2((8-9n) - (6-9n)) = 9n^2 - (n^2 - 2n)^2 = n^2(9 - (n-2)^2)$$

$$\Leftrightarrow 2(n^2 - 4n^3 + 4n^2 + 9n - 6) = -n^4 + 4n^3 + 5n^2$$

$$2n^4 - 8n^3 + 8n^2 + 18n - 12 = -n^4 + 4n^3 + 5n^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3n^4 - 12n^3 + 3n^2 + 18n - 12 = 0 \Leftrightarrow n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 = 0$$

замечим, что  $n=1$  подходит, разложим:

$$(n-1)(n^3 - 3n^2 - 2n + 4) = 0, \text{ замечим, что правая}$$

часть также делится на  $(n-1)$ , получаем:

$$(n-1)^2(n^2 - 2n - 4) = 0, \text{ решим } n^2 - 2n - 4, D = 4 + 16 = 20$$

$$n = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}, \Rightarrow \text{подходят также } n;$$

$$n=1, n=1+\sqrt{5}, n=1-\sqrt{5}.$$

Ответы:  $1, 1+\sqrt{5}, 1-\sqrt{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



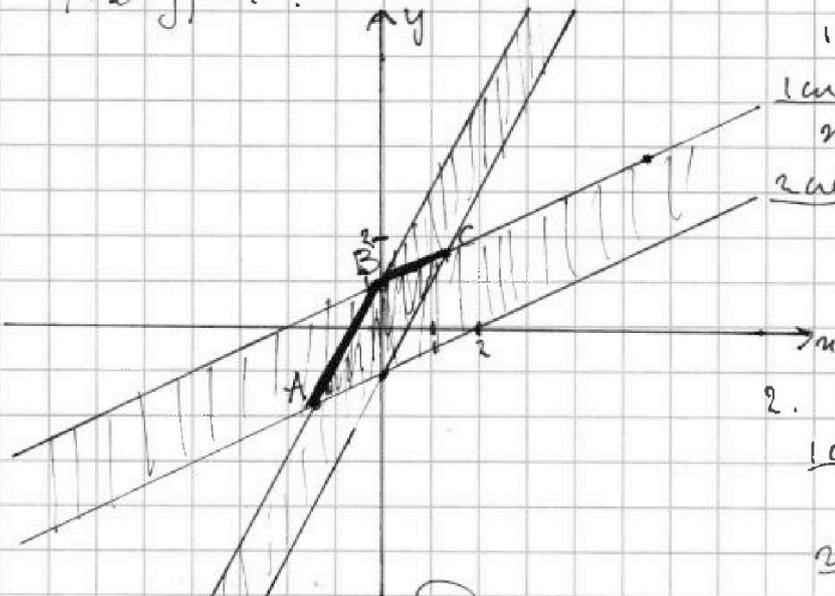
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Далее построим график  $|x - 2y| \leq 2$  и

$|2x - y| \leq 1$ :



1.  $|x - 2y| \leq 2$

1сл.  $x - 2y \geq 0, y \leq \frac{x}{2}$

$x - 2y \leq 2, y \geq \frac{x}{2} - 1$

2сл.  $x - 2y \leq 0, y \geq \frac{x}{2}$

$-x + 2y \leq 2, y \leq \frac{x}{2} + 1$

2.  $|2x - y| \leq 1$

1сл.  $2x - y \geq 0, y \leq 2x$

$2x - y \leq 1, y \geq 2x - 1$

2сл.  $2x - y \leq 0, y \geq 2x$

$-2x + y \geq 1, y \leq 2x + 1$

П.к.  $y$  так же меняется

что так же нужно найти пересек. 2-х областей - это значит, пер-е. Заметим, что  $\forall x \in$  нашей области мы можем выбрать единственную  $\emptyset$  большой  $y \Rightarrow$  нам нужно искать только на  $\emptyset$  широких отрезках  $[AB]$  и  $[BC]$ , также очевидно, что на отрезке  $[BC]$  самым большим значением

$3y + 5x$  будет обладать точка  $C$ , т.к.  $C$  увеличивается и увеличивается и  $y$ , аналогично и с  $\emptyset$  отрезком  $[AB] \Rightarrow$  на отрезках  $[AB]$  и  $[BC]$  самым большим значением  $3y + 5x$  будет обладать точка  $C, \Rightarrow$  и во всей области (убвн. методе пер-е.)

Найдем коорд. т.к.  $C$ :

$x = \frac{4}{3}, y = \frac{5}{3}$ , откуда

$$\begin{cases} y = \frac{x}{2} + 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2} + 1 = 2x - 1$$

$$3y + 5x = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$

$$(m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

1 шаг.  $A = 11p^2, B = 75q^2,$

$$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2, m+2n = k \in \mathbb{N},$$

$$k(k-7) = 11p^2, k > k-7, \Rightarrow k \text{ может быть}$$

равно  $11p^2, 11p, p^2, 11, \underline{1.1} k=11p^2, k-7=11p^2-7=1 \neq$

1.2  $k=11p, k-7=11p-7=p, \neq, \underline{1.3} k=p^2, k-7=p^2-7=11, \neq$

1.4  $k=11, k-7=4=p^2, p=2, \Rightarrow k=11 \text{ годн. } m+2n=11 \checkmark$

отсюда пары  $(1, 5), (3, 4), (5, 3), (7, 2), (9, 1)$  - годн.

но  $mn(m+2n+9) = 75q^2, 5(1+10+9) = 100 \neq, 12(3+8+9) = 240 \neq,$

$15 \cdot 20 = 300 = 2^2 \cdot 75 \checkmark, 14 \cdot 20 = 280 \neq, 9 \cdot 20 = 180 \neq$

годн. только  $(5, 3)$

2 шаг.  $A = 75q^2, B = 11p^2, mn(m+2n+9) = 11p^2$

$m+2n+9 > 11, m+2n+9$  может равняться  $11p^2, 11p, p^2, p,$

2.1  $m+2n+9 = 11p^2, m=n=1, m+2n+9=12 \neq, \underline{2.2} m+2n+9 = 11p,$

либо  $m, \text{ либо } n = p, \text{ либо } m, \text{ либо } n = 1, \underline{2.2.1} m+2n+9 = p+n = 11p \neq$

2.2.2  $m+2n+9 = 2p+10 = 11p \neq, \underline{2.3} m+2n+9 = p^2, \underline{2.3.1} m=1, n=11$

$1+22+9=32=p^2 \neq, \underline{2.3.2} m=n, n=1, 11+2+9=22=p^2 \neq$

2.4  $m+2n+9 = p, \Rightarrow$  либо  $m, \text{ либо } n$  больше или равно  $p.$

т.к.  $mn = 11p$  но тогда  $m+2n+9 > p \neq$  противоречие

$\Rightarrow$  в 2 шаг  $B = 11p^2$  - решений нет.

$\Rightarrow$  Ответ:  $(5, 3)$

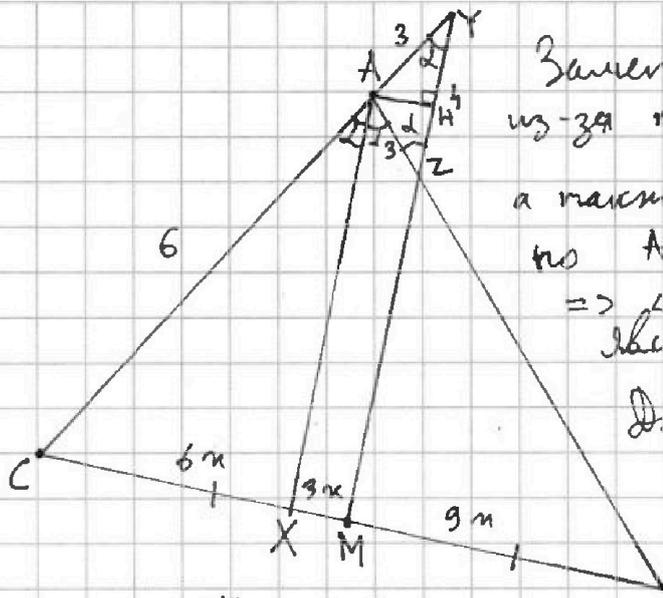


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что  $\angle XAB = \angle AZY$   
из-за пар-ти прямых  $(AX)$  и  $(ZM)$ ,  
а также  $\angle CAX = \angle CYM$  из  $(AX) \parallel (ZM)$ ,  
но  $AX$ -бис-са  $\Rightarrow \angle CAX = \angle XAB$   
 $\Rightarrow \angle AZY = \angle CYM \Rightarrow \triangle AYZ$   
является равностор.  $\Rightarrow AY = AZ = 3$

Далее из т. Палеса следует,  
что  $\frac{CA}{AY} = \frac{CX}{XM} = \frac{6}{3} \Rightarrow$   
 $CX = 6m, XM = 3m,$

но  $CM = MB \Rightarrow MB = CX + XM = 9m$ , то т. O бис-се

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XM} = \frac{6m}{12m} = \frac{1}{2}, \Rightarrow AB = 2AC = 12.$$

~~И теперь по т. косинусов найдем угол~~

В  $\triangle AZY$  пров. к бис-се (бис, мед.)  $AH$ ,  
и найдем  $\cos \alpha$ ,  $\cos \alpha = \frac{XH}{AY} = \frac{2}{3}$ . Определим найдем

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}, \quad (\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9})$$

И теперь по т. кос. найдем  $BC$ :  $BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot (-\frac{1}{9}) =$   
 $144 + 36 + \frac{2 \cdot 12 \cdot 6}{9} = 180 + 2 \cdot 4 \cdot 2 = 196$ , откуда  $BC = 14 = \sqrt{196}$

Ответ:  $BC = 14$



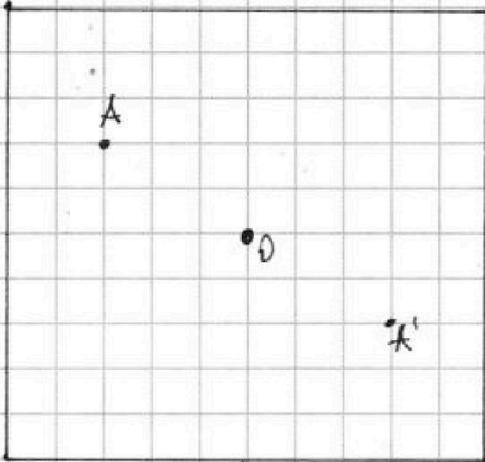
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что ~~все~~ всего

у нас 121 узел ( $11^2$ ),

и у каждого узла, кроме центрального (точка O),

есть противоположный ему узел, например для узла

A противоположный ~~ему~~.

узел A', такой, что  $A' = S_O(A)$  (центр. симм. фрм. O)

Заметим, что сама пара из A и A', где

A и A' противоположны (пара пар - какие-то

не противополож. узла), но у нас есть ч-вар-та

"навернуть нашу пару" так, что все вар-ты будут

отличаться, или же узлы противополож, но

только 2 вар-та, всего пар узлов:  $C_{121}^2 = \frac{121 \cdot 120}{2} =$

$= 121 \cdot 60$ , а также есть  $\frac{121-1}{2} = 60$  противополож. пар

$\Rightarrow$  непротивополож. пар у нас  $121 \cdot 60 - 60 = 120 \cdot 60$

тогда кол-во вариантов k будет:  $K = \frac{120 \cdot 60}{4} + \frac{60}{2} =$

$= 30 \cdot 60 + 30 = 30 \cdot 61 = 1830$  вариантов

Ответ: 1830 вариантов

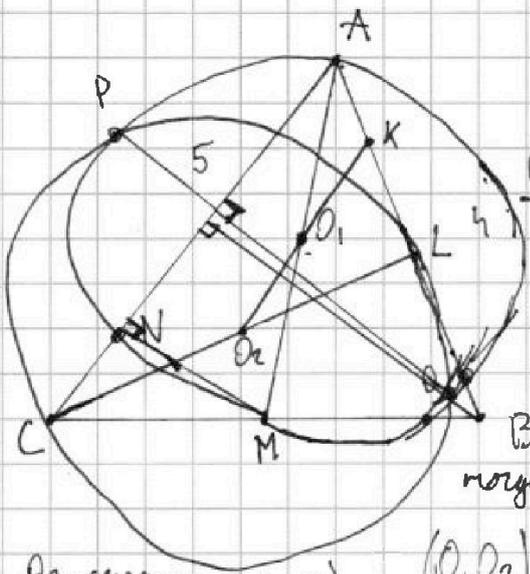


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



(PQ) перп. высоте из B  $\Rightarrow$  (PQ)  $\perp$  AC, м.к.  
 $\Omega$  высота из B  $\perp$  (AC)

Пусть  $O_1$  - сеп. [AM]

$O_2$  - сеп. [CL],

тогда  $O_1$  - центр  $\Omega$ ,  $O_2$  - м.к.

м.к.  $O_2$  - середина  $\omega$   $(O_1, O_2) \perp (PQ) \Rightarrow (O_1, O_2) \parallel (AC)$ .

$\Rightarrow (O_1, O_2) \cap (AB) = K$ ,  $K$  - сеп. [AL], м.к. [OK] сеп. линия

$\triangle KCL$ , но  $(ML) \parallel (OK)$ , как сеп. лин в  $\triangle KAL$ ,  $\Rightarrow$

$(ML) \parallel (AC)$ , но  $CM = MB \Rightarrow ML$  - сеп. линия  $\triangle ABC$

$\Rightarrow AL = LB$ ,  $\Rightarrow CL$  - медиана  $\triangle ABC \Rightarrow \triangle ABC$  - равност.

$\Rightarrow AC = BC$ , заметим, что  $\angle MNA = 90$ , м.к.  $N \in \Omega$

но AM - диаметр, пусть  $\angle CAB = 2\alpha$ , тогда  $\cos 2\alpha = \frac{0.5AB}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$

$\angle ACB = 180 - 2\alpha$ ,  $\cos \angle ACB = -\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{21}{25} - \frac{16}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$ , тогда  $\cos \angle ACB = \frac{CN}{CM}$

пусть  $CM = a$ , тогда  $CB = 2a = AC$ , тогда  $CN = 2a - 5$ ,

тогда  $\cos \angle ACB = \frac{2a - 5}{a} = \frac{17}{25}$ ,  $50a - 25 = 17a$ ,  $33a = 125$ ,

$a = \frac{125}{33}$ ,  $\Rightarrow AC = BC = \frac{250}{33}$ , тогда  $AL = BL = \frac{1}{2} = 2$ ,

пусть  $\angle ACL = \alpha$ ,  $CN = a$ , тогда  $CM = \frac{a+5}{2}$ ,

м.к.  $CM = MB = AC$  тогда  $\cos 2\alpha = \cos \angle NCM = \frac{CN}{CM} = \frac{2a}{a+5}$

$\sin \alpha = \frac{AL}{AC} = \frac{2}{\frac{2a+5}{2}} = \frac{4}{2a+5}$ ,  $\sin^2 \alpha = \frac{16}{(2a+5)^2}$ ,  $\cos 2\alpha = 1 - \frac{16}{(2a+5)^2}$ ,

$\cos 2\alpha = 1 - \frac{16}{(2a+5)^2} = \frac{2a}{a+5}$ , умножим на  $(a+5)^2$ :

$a^2 + 10a + 25 - 16 = 2a^2 + 10a$ ,  $a^2 = 17$ , отсюда  $a = \sqrt{17}$

$\Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{17}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$

$$= (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

1 случай:  $A = 11p^2$ ,  $B = 75q^2$ , тогда

$$A = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2, \quad m+2n = k \in \mathbb{N},$$

$A = k(k-7) = 11p^2$ , 1сл  $k = 11p$ ,  $k-7 = p$ , тогда,  
 $k = p+7 = 11p$ ,  $10p = 7 \neq$ , 2сл,  $k = 11p^2$ ,  $k-7 = 1$ ,  $k = 8$ ,  
 $8 = 11p^2$ ,  $\neq \Rightarrow$  в 1-м случае решений нет.

2 случай:  $A = 75q^2$ ,  $B = 11p^2$

Рассмотрим  $B = mn(m+2n+9) = 11p^2$ , заметим, что

$m+2n+9 \geq 11$ , 1сл.  $m+2n+9 = 11$ , тогда  $m = n = 1$ ,

$$1 \cdot 1 \cdot 11 = 11p^2, \quad p = 1 \notin \mathbb{P} \text{ или } - \text{противоречие}$$

2сл.  $m+2n+9 > 11$ , тогда 2.1  $m+2n+9 = 11p^2$ , тогда

$m = n = 1$ ,  $m+2n+9 = 12 \neq 11p^2 \neq$ , 2.2  $m+2n+9 = 11p$ ,

тогда  $mn = p$ , 2.2.1  $m = p$ ,  $n = 1$ ,  $p \cdot (p+10) = 11p^2$ ,  $p+10 = 11p$ ,

~~$10p = 11$~~ , 2.2.2  $n = p$ ,  $m = 1$ ,  $p(p+10) = 11p^2$ ,  $p+10 = 11p$ ,  $p = 1 \notin \mathbb{P} \neq$

2.3  $m+2n+9 = p^2$ , тогда  $mn = 11$ , либо  $m$ , либо  $n = 11$ , где  $10 = 1$

$m+2n+9$  равно либо  $11+2+9 = 22$ , - тогда, либо  $1+22+9 = 32 \neq$

2.4  $m+2n+9 = p$ , тогда либо  $m = p$ ,  $n = 11$ , либо  $m = 11$ ,  $n = p$ ,

2.4.1  $m = p$ ,  $n = 11$ ,  $p+22+9 = p$ ,  $31 = 0 \neq$ , 2.4.

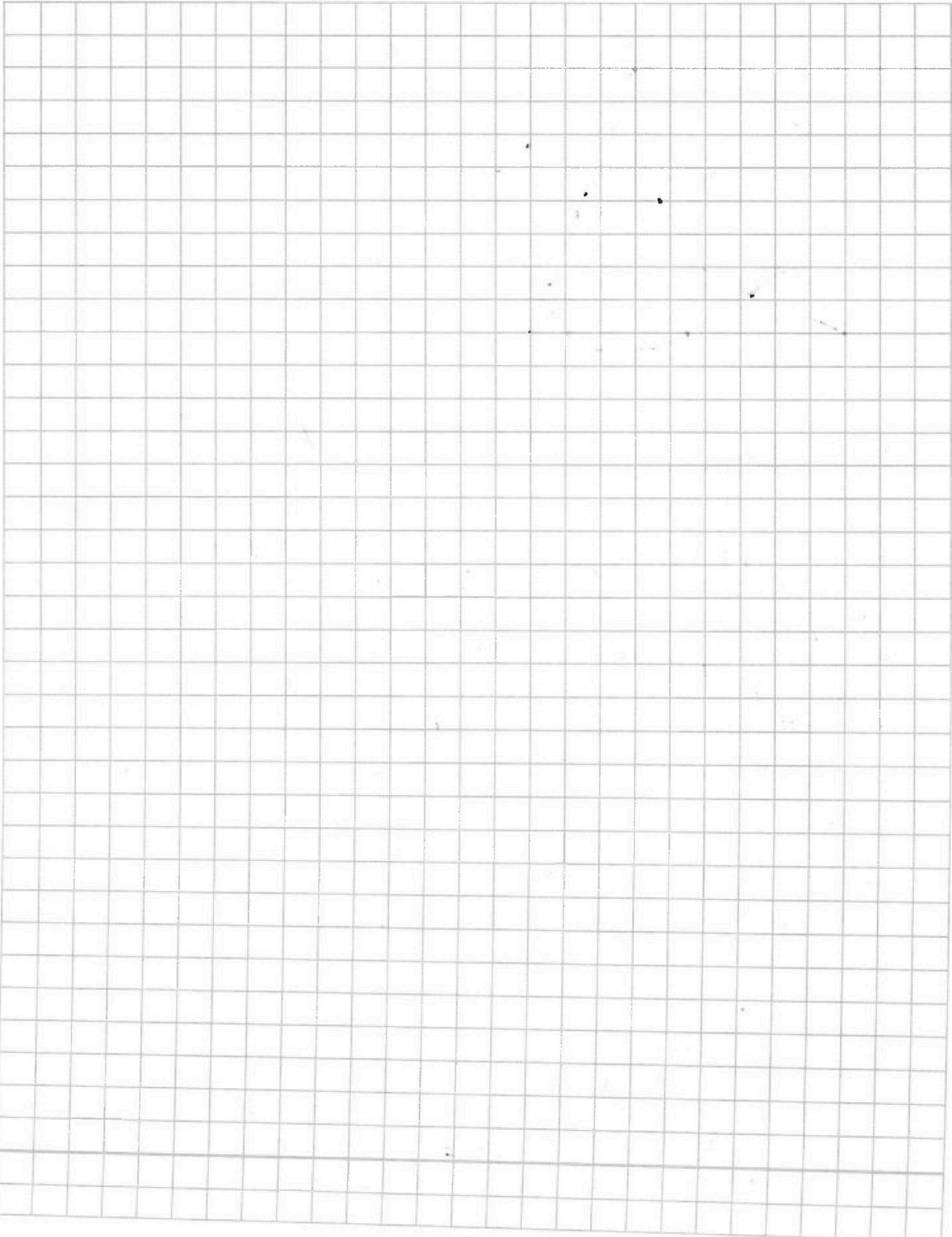


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(x^2 - 2x)^2}{2} = \frac{9x^2 - (x^2 - 2x)^2}{3}, \quad 2x^2(x-2)^2 = x^2(9 - (x-2)^2)$$

$$6 - 9x \geq (x^2 - 2x)^2, \quad x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 \leq 0 \quad 4 + 16 = 20$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2 \quad \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 \geq 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$16 - 32 + 4 + 12 - 4$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | x-1$$

$$x^3 - x^2$$

$$3x^2 + x^2$$

$$3x^2 - 3x^2$$

$$4x^2 + 6x$$

$$4x^2 - 4x$$

$$x^3(x-1) - 3x^2(x-1) - 2x(x-1) + 4(x-1)$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x^2(x-1) - 2x(x-1) - 4(x-1)$$

$$(x-1)(x^2 - 2x - 4)$$

$$y = 0,5x + 1$$

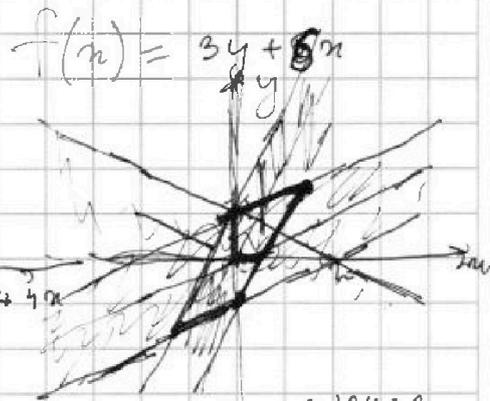
$$y = 2x - 1$$

$$2x - 1 = 0,5x + 1$$

$$1,5x = 2, \quad x = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}$$

$$3y + 6x - \text{max.}$$

$$y = \frac{x}{2} + 1, \quad x \leq \frac{4}{3}$$



$$m - 2y \leq 2, \quad -m + 2y \geq -2$$

$$y \geq \frac{m}{2} - 1, \quad y \leq \frac{m}{2} + 1$$

$$y \geq \frac{m-2}{2} = 0,5m - 1$$

$$m - 2y \leq 0$$

$$3(y + 2x) \geq \frac{m}{2}$$

$$-2z + 5m$$

$$z - 2y$$

$$2m - y \geq 0, \quad y \leq 2m$$

$$2m - y \leq 1$$

$$y \geq 2m - 1$$

$$-2m + y \leq 1$$

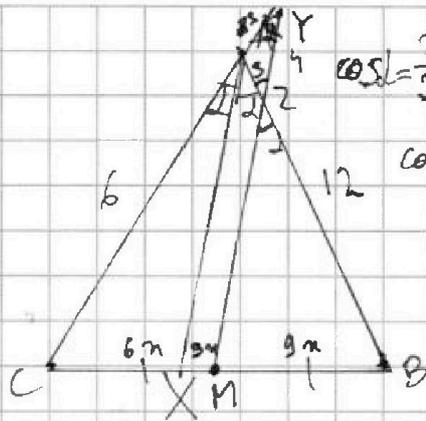


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



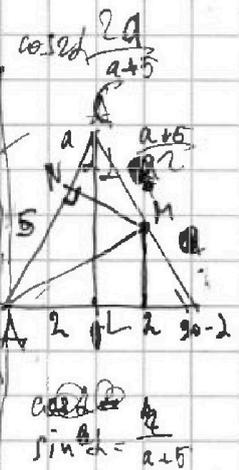
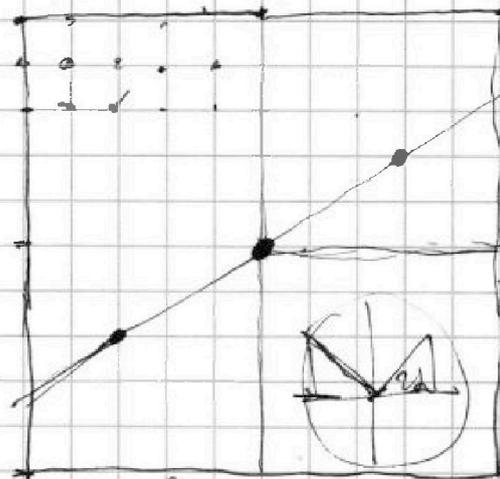
$\cos \alpha = \frac{2}{3}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{5}{9}$  **Терновик**

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$

$\frac{121 \cdot 120}{2} - 60$   
выбрать узел  
121 узел

$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$   
 $(m+2n)^2 - 7(m+2n)$   
 $(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$   
 $n(m^2 + 2mn + 4n^2)$



$\frac{121 \cdot 120 - 120}{2} + \frac{120}{2}$   
 $mn(m+2n+g) = 11p^2$

$x^3 - y^3 = 3y - 3x + \sqrt{5}y - \sqrt{5}x$

$\frac{121 \cdot 120}{2} = 121 \cdot 60 - 60$

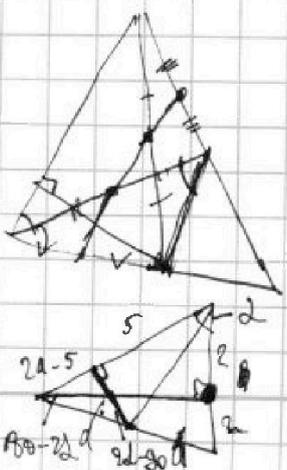
$\frac{16}{(a+5)^2} - \frac{(a+5)^2 - 16}{(a+5)^2}$   
 $\frac{16}{(a+5)^2} - 3n$   
 $\frac{32}{(a+5)^2}$

$11p^2 \cdot m = m = p \cdot 11p$   
 $mn(m+2n+g) = 11p^2$

$m+2n+g > 11$   
 $m+2n+g = \cancel{1}, \cancel{11}, \cancel{12}, 11p^2$

$(m+2n)(m+2n-7)$   
 $k/(k-7) = 11p^2$   
 $k = 11p^2$   
 $k = 11p$   
 $k = p^2$

$p+2+g = p+4 = 11p$   
 $1+2p+g = 11p = 2p+10$



$k-7 = n$   
 $11p^2 - 7 = n$   
 $p^2 = 18$   
 $\cos \alpha = \frac{2}{3}$   
 $2a-5$

