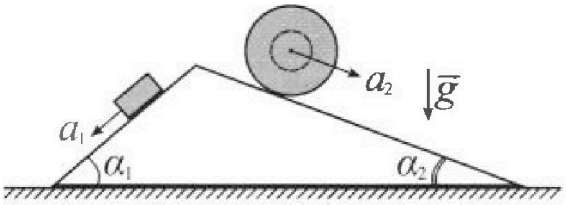
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

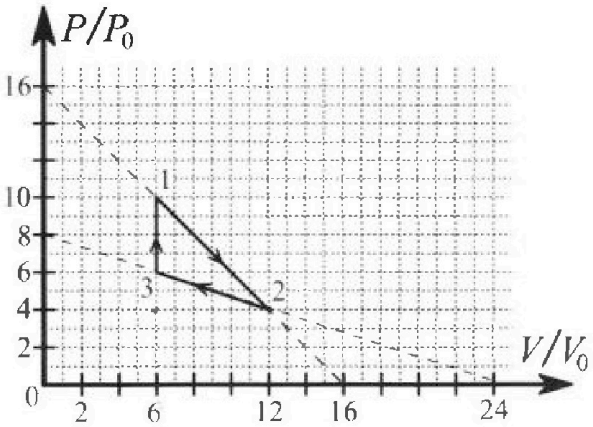
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту $\alpha_1 (\sin\alpha_1 = 3/5, \cos\alpha_1 = 4/5)$ и $\alpha_2 (\sin\alpha_2 = 8/17, \cos\alpha_2 = 15/17)$. Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый отве т выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0. Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

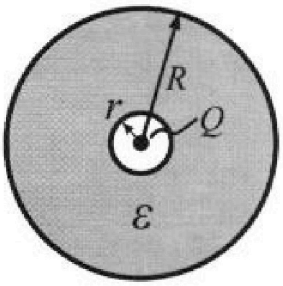


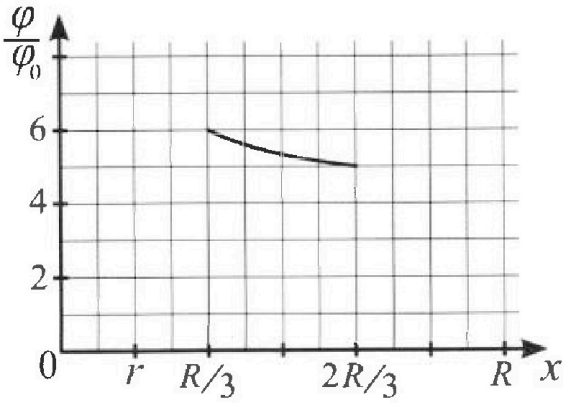
1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ε и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

1) Считая известными r, R, Q, ε, найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
2) Используя график, найти численное значение ε.



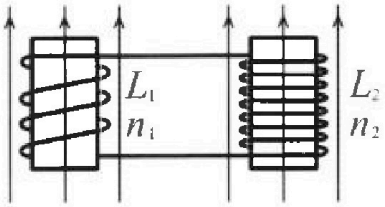


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

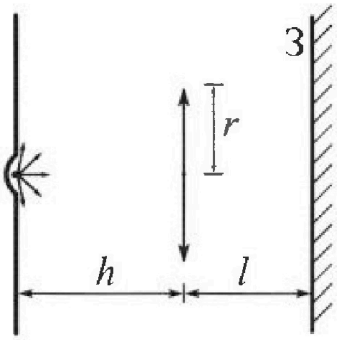
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S. Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



1) С какой скоро стью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

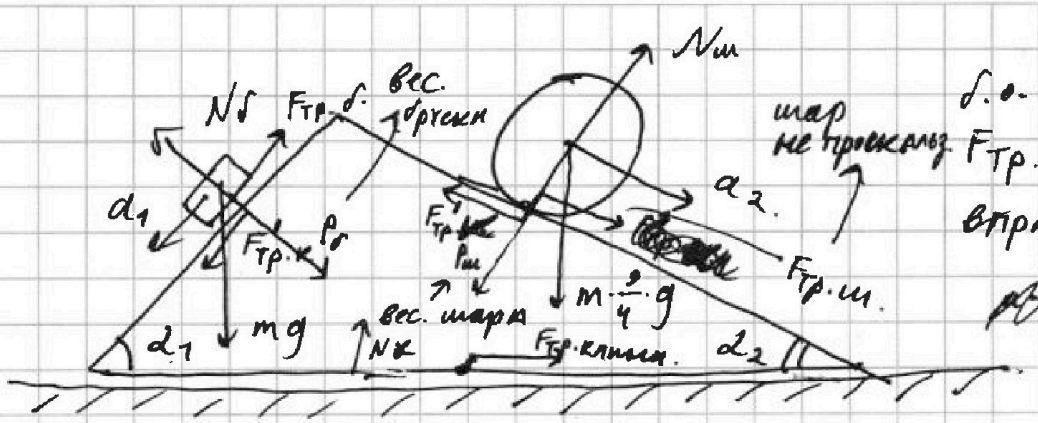
Ответы дайте в [см^2] в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

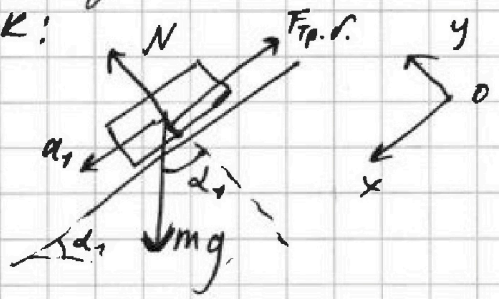


шар не проскальз. $F_{тр.}$ клина напр. вправо

б.о.о.

рассм. по отдельности; учитывая, что клин неподв.

брусок:



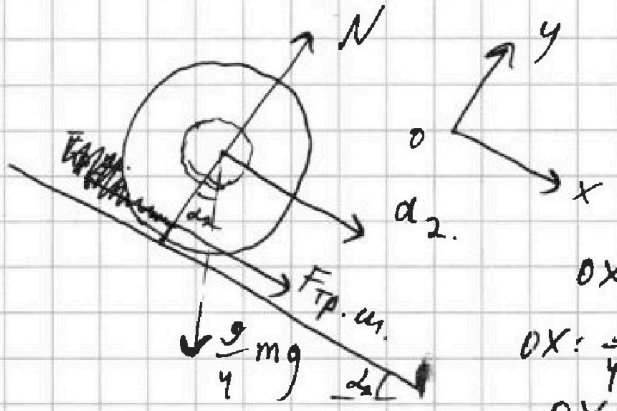
2-ой закон Ньютона на оси:

$ox: ma_1 = mg\sin(\alpha_1) - F_{тр.б.}$

$oy: 0 = N_б - mg\cos(\alpha_1)$

1) $F_{тр.б.} = mg\cdot\sin(\alpha_1) - ma_1 = m\left(g\cdot\frac{3}{5} - g\cdot\frac{5}{17}\right) = \frac{26}{85}mg.$

шар:



2-ой закон Ньютона на оси:

$ox: \frac{9}{4}ma_2 = F_{тр.ш.} + \frac{9}{4}mg\sin(\alpha_2)$

$oy: 0 = N_ш - \frac{9}{4}mg\cos(\alpha_2)$

2) $F_{тр.ш} = -\frac{9}{4}mg\sin(\alpha_2) + \frac{9}{4}ma_2 = m\cdot\frac{9}{4}\left(\frac{8}{27}g - g\cdot\frac{8}{17}\right) =$

$= mg\cdot -\frac{80}{459}\cdot\frac{9}{4} = -mg.$ (т.е. сила тр. не разгоняет шар, а тормозит.)

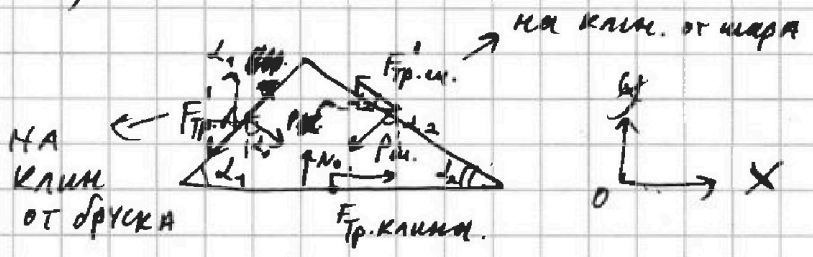
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

3) Клин:



нас интересуют только проекции на ось OX!

2-ой закон Ньютона.

$$P_б \cdot \sin(\alpha_1) - P_ш \cdot \sin(\alpha_2) - F'_{тр.б} \cdot \cos(\alpha_1) - F'_{тр.ш} \cdot \cos(\alpha_2) + F_{тр.клина} = 0 \ !$$

по 3-му закону Ньютона:

$$P_ш = N_ш = \frac{9}{4} mg\cos(\alpha_2) = \frac{135}{68} mg$$

$$P_б = N_б = mg\cos(\alpha_1) = \frac{4}{5} mg$$

$$F'_{тр.б} = F_{тр.б} = \frac{26}{85} mg$$

$$F'_{тр.ш} = F_{тр.ш} = \frac{20}{51} mg$$

$$F_{тр.клина} = \frac{135}{68} \cdot \frac{8}{17} \cdot mg + \frac{26}{85} \cdot \frac{4}{5} \cdot mg - \frac{15}{17} \cdot \frac{20}{51} mg - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} mg =$$

$$= \frac{270}{289} \cdot mg + \frac{104}{425} mg - \frac{100}{289} mg - \frac{12}{25} mg = \frac{170}{289} = \frac{10}{17}$$

$$F_{тр.клина} = mg \cdot \left(\frac{10}{17} + \frac{104}{25 \cdot 17} - \frac{12 \cdot 17}{25 \cdot 17} \right) = mg \left(\frac{10}{17} - \overbrace{\frac{100}{25 \cdot 17}}^{\frac{4}{17}} \right) = \frac{6}{17} mg.$$

Ответ: 1) $F_{тр.б} = \frac{26}{85} mg$

2) $F_{тр.ш} = \frac{20}{51} mg$

3) $F_{тр.клина} = \frac{6}{17} mg.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $|A_ц| = S_{графика\ p(V)}$: $\Rightarrow |A_ц| = \frac{1}{2}\cdot 6V_0\cdot 6P_0 - \frac{1}{2}\cdot 6V_0\cdot 2P_0 =$

$= 3V_0(6P_0 - 2P_0) = \underline{\underline{12V_0P_0}}$.

при этом заметим, что

$A_ц > 0$ т.к. $A_{3-1} = 0$ ($\Delta V_{3-1} = 0$)

$A_{1-2} > A_{2-3}$ $\left(\begin{array}{l} P_{1,2} > P_{2-3}\ (\forall V / \{\text{т-ка } 2\}) \\ \Delta V_{1-2} > 0;\ \Delta V_{2-3} < 0 \end{array}\right)$ $\Rightarrow$ $\boxed{A_ц = 12P_0V_0}$

$\Delta U_{1,2} = C_V\nu\Delta T_{1-2} = \frac{3}{2}R\nu\Delta T_{1-2}$ $\left(\begin{array}{l} i = \frac{3}{2} \\ \text{-ид. одноат. газ} \end{array}\right)$

ур-е менд.-Клайп. для точек 1, 2, 3:

1: $10P_0\cdot 6V_0 = \nu RT_1$

2: $4P_0\cdot 12V_0 = \nu RT_2$

3: $6P_0\cdot 6V_0 = \nu RT_3$

$\Rightarrow$ $T_1 = 60\frac{P_0V_0}{\nu R}$, $T_2 = 48\frac{V_0P_0}{\nu R}$, $T_3 = 36\frac{P_0V_0}{\nu R}$.

$\Rightarrow \Delta T_{1-2} = T_2 - T_1 = -12\frac{P_0V_0}{\nu R}$.

$\Rightarrow \Delta U_{1-2} = -\frac{3}{2}\cdot 12\cdot P_0V_0 = -18P_0V_0$

$\Rightarrow \boxed{\eta = \left|\frac{\Delta U_{1-2}}{A_ц}\right| = \left|\frac{-18P_0V_0}{12P_0V_0}\right| = \frac{3}{2}.}$

2) рассм. процесс 1-2. т.к. произв. P·V для некот. точек 1-2 $\geq$ произв. P·V любой т-ки процессов 2-3 и 3-1 $\Rightarrow$ макс. темп. достигалась в нём. (на 3-1 изм. увелич $\Rightarrow$ нет макс.)

выраз. T из ур. менд.-Клайп. $T = \frac{PV}{\nu R}$

теперь $\frac{P}{P_0}\left(\frac{V}{V_0}\right)$ на уч-ке 1-2: $\Rightarrow$ получ. зав-ть $P(V)$

сост. аналитич. зав-ть

$\frac{P}{P_0} = 16 - \frac{V}{V_0}\cdot 1 \Rightarrow P = 16P_0 - V\cdot\frac{P_0}{V_0}$

подст. $P(V)$ в $T(P;V)$.

$$T = \frac{V\left(16P_0 - V\cdot\frac{P_0}{V_0}\right)}{\nu R} = \frac{1}{\nu R}\left(16P_0\cdot V - V^2\cdot\frac{P_0}{V_0}\right).$$

тогда: T_{max} будет при $T' = 0 = \left(16P_0 - 2V_x\cdot\frac{P_0}{V_0}\right)\frac{1}{\nu R}$

$$\Rightarrow T_{max} = \frac{8V_0\left(16P_0 - 8\cdot V_0\cdot\frac{P_0}{V_0}\right)}{\nu R} = \boxed{\frac{64V_0\cdot P_0}{\nu R} = T_{max}}$$

$V_x\cdot\frac{P_0}{V_0} = 8P_0 \Rightarrow \boxed{V_x = 8V_0}$

$\Rightarrow$ до т-ки $(8V_0; 8P_0)$ темп. росла, а после падала. (при $V < 8V_0$: $T' > 0$; при $V > 8V_0$: $T' < 0$)

$$\Rightarrow \lambda = \frac{T_{max}}{T_3} = \frac{\frac{64P_0V_0}{\nu R}}{\frac{36P_0V_0}{\nu R}} = \frac{64}{36} = \left(\frac{8}{6}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{16}{9}}$$

3) теперь так же (на наличие т-ки extr.) исслед. процесс 2-3:

$$\frac{P}{P_0} = 8 - \frac{1}{3}\cdot\frac{V}{V_0} \Rightarrow \boxed{P = 8P_0 - \frac{1}{3}V\cdot\frac{P_0}{V_0}}$$

$$T = \frac{8VP_0 - \frac{1}{3}V^2\frac{P_0}{V_0}}{\nu R} \Rightarrow T' = \frac{1}{\nu R}\cdot\left(8P_0 - \frac{2}{3}V_x'\cdot\frac{P_0}{V_0}\right) = 0.$$

$$8P_0 = \frac{2}{3}V_x'\cdot\frac{P_0}{V_0}$$

$$\boxed{V_x' = 12V_0.}$$

(при $V < 12V_0$. $T' > 0$)

$\Rightarrow$ внутр. энерг. растёт на всём процессе.

$\Rightarrow$ в процессе 2-3. $\Delta U_{вн} > 0$; $A_г < 0$ ($\forall\tau$).

Тогда, для расчёта КПД необх определить ч-ки, на которых энергия подводится.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

рассм. на уч-ке 3-1: $A_г = 0$; $\Delta U_{3-1} > 0$

$\Rightarrow$ тепло подводилось.

тогда рассм. $(E_п)'$ для процессов 1-2 и 2-3:

полн. энерг. газа

$E_п = \frac{3}{2}\nu R T \Rightarrow E_п \sim T$

$\Rightarrow \Delta E_п = Q \Rightarrow Q' \sim T'$

~~1-2: $E_п = \frac{3}{2}PV$; $(E_п)' = \frac{3}{2}V\left(16P_0 - V\cdot\frac{P_0}{V_0}\right)$~~

$\Rightarrow$ extr. Q и T совпад. $\Rightarrow$ из наших предыд. рассуждений: (а так же уч-ки монот-ти)

1-2: $[6; 8]$ – энерг. подвод-сь; $[8; 12]$ – отвод-сь.

2-3: весь процесс подводилась энергия.

$$\Rightarrow \delta = \frac{A_ц}{\Delta U_{3-1} + \Delta U_{1-max} + A_{г_{1-max}} + \Delta U_{2-3} + A_{г_{2-3}}}$$

$$\Delta U_{3-1} = \frac{3}{2}R\cdot\nu\cdot\left(\frac{60P_0V_0}{\nu R} - \frac{36P_0V_0}{\nu R}\right) = \frac{3}{2}\cdot 24\cdot P_0V_0 = 36P_0V_0$$

$$\Delta U_{1-max} = \frac{3}{2}R\nu\left(\frac{64P_0V_0}{\nu R} - \frac{60P_0V_0}{\nu R}\right) = \frac{3}{2}\cdot 4P_0V_0 = 6P_0V_0$$

от т-ки 1 до extr.

$$A_{г_{1-max}} = 2V_0\cdot\left(\frac{8P_0 + 10P_0}{2}\right) = 18P_0V_0$$

площадь трапеции

$$\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2}\nu R\cdot(48-36)\frac{P_0V_0}{\nu R} = \frac{3}{2}\cdot 12P_0V_0 = 18V_0P_0$$

$$A_{г_{2-3}} = 6V_0\cdot\left(\frac{4P_0 - 6P_0}{2}\right) = -6P_0V_0 \text{ (отрицат. раб.)}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{12V_0P_0}{36P_0V_0 + 6P_0V_0 + 18P_0V_0 + 18P_0V_0 - 6P_0V_0} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер** страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Ответ:

1) $\eta = \left|\frac{\Delta U_{1-2}}{A_{ц}}\right| = \frac{3}{2}$

2) $\lambda = \frac{T_{max}}{T_3} = \frac{16}{9}$

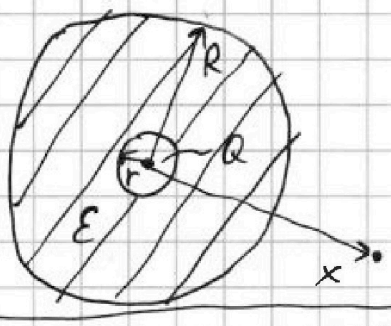
3) $\delta = \frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



центрально-симм.

по т. Гаусса для симметрич. системы и пов-ти: ~~шар~~ сфера с радиусом „x":

$$\int \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = 4\pi x^2 E_x$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{kQ}{x^2}$$

поле вне диэл. (при $x > R$)

т.к. при $x \to \infty$: $\varphi \to 0$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{kQ}{x}}$$

заметим, что согласно графику $r < \frac{R}{3}$.

теперь рассм. потенциал точек внутри шара отталкиваясь от φ_0:

рассм. точку на расст. L: $(r < L < R)$ и её потенц.

из общих соотн-ий:

$$d\varphi = E(L)\,dL$$

$$\Delta\varphi = \int (\vec{E}(L)\cdot d\vec{L})$$

у нас: $L \in (r;R)$: $E(L) = \frac{k}{\varepsilon}\cdot\frac{Q}{L^2}$

$L \notin (r;R)$: $E(L) = \frac{kQ}{L^2}$

$\Rightarrow$ для точки внутри диэл:

$$\varphi_L - \varphi_0 = -\int_x^R \frac{kQ}{L^2}\,dL + (-1)\int_R^L \frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{kQ}{L^2}\,dL = -\left(-\frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{\varepsilon L} + \frac{kQ}{R\varepsilon}\right)$$

т.к. $\vec{E} \uparrow\downarrow d\vec{L}$

$$= kQ\left(\frac{1}{R}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) + \frac{1}{x} - \frac{1}{L\varepsilon}\right)(-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_L = \frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) - \frac{kQ}{x} + \frac{kQ}{L\varepsilon}$$

$$\boxed{\varphi_L = \frac{kQ}{L}\cdot\frac{1}{\varepsilon} - \frac{kQ}{R}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)}$$

т.е. в диэл. изм. потенц. в ε раз меньше чем в вакууме

$$\Delta\varphi_{вак} = \varepsilon\cdot\Delta\varphi_{диэл.}$$

т.к. $\Delta\varphi_1$

$$\varphi_0 - \varphi_L = \int_L^R \frac{kQ}{\varepsilon L^2}\,dL + \int_R^x \frac{kQ}{L^2}\,dL =$$

$$= -\frac{kQ}{R\varepsilon} + \frac{kQ}{L\varepsilon} - \frac{kQ}{x} + \frac{kQ}{R}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) Тогда, для нахожд. ε из графика. выраз аналитич. зав-ть $\frac{\varphi}{\varphi_0}(L)$ для $L \in (r; R)$ (т.к. обозн. x уже занято)

$$\Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_0}(L) = \frac{2kQ}{x} + \frac{kQ}{R}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) - \frac{kQ}{L\varepsilon}$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = 2 + \frac{11}{12}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) - \frac{11}{12}\cdot\frac{R}{L}\cdot\frac{1}{\varepsilon}$$

тогда: рассм. 2 точки на графике: $\left(\frac{R}{3}; 6\right)$; $\left(\frac{2R}{3}; 5\right)$.

$$\Delta\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right) = 5 - 6 = -\frac{11}{12}\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\varepsilon} - \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\varepsilon}\right) = -\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\varepsilon}.$$

$$1/\varepsilon = 1\cdot\frac{12\cdot 2}{11\cdot 3} = \frac{24}{33}$$

Ответ: 1) ~~$\varphi(L) = \frac{kQ}{L}\cdot\frac{1}{\varepsilon} + \frac{kQ}{R}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$~~ абсолютн. потенциал.

2) $\varepsilon = \frac{33}{24}$ $\quad \frac{\varphi(L)}{\varphi_0} = 2 + \frac{11}{12}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) - \frac{11}{12}\cdot\frac{R}{L}\cdot\frac{1}{\varepsilon}$

относит. потенциал. (отн. φ_0).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) рассм. связь Ф-потока магн. поля в катушке и I — то в ней же

$\Phi = LI$

$\Rightarrow d\Phi = L\,dI$ (при $L = const$).

$\Delta\Phi = L\Delta I$ — для кажд. катушки

заметим, что ΔI не зав-т от характера изм.-я „Ф"

тогда в сист. из 2-х катушек:

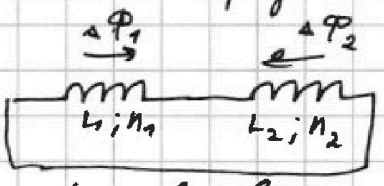
$\Delta\Phi_\Sigma = L_\Sigma \cdot \Delta I$; $L_\Sigma = L_1 + L_2$ (послед. соед.) $= \frac{13}{4}L$.

$\Delta\Phi_1$ $\Delta\Phi_2$

$\Delta\Phi_1 = \Delta B_1 \cdot n_1 \cdot S = \left(\frac{3}{4}B_0 - B_0\right) nS$

$\Delta\Phi_2 = \Delta B_2 \cdot n_2 \cdot S = \left(\frac{8}{3}B_0 - 4B_0\right)\frac{3}{2}nS$

однако! т.к. изм. потоков „разнонапр-ны":



$\Delta\Phi_1 = -\frac{7}{4}B_0 nS$

$\Delta\Phi_2 = -\frac{4}{3}B_0 \cdot \frac{3}{2}n \cdot S = -2B_0 nS$.

$\Rightarrow$ (т.к. в ответе нас интересует модуль):

$|\Delta\Phi_\Sigma| = |\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1| = \frac{7}{4}B_0 nS$.

$\Rightarrow |\Delta I| = |I_k - 0| = |I_k|$:

нач. ток по усл. = 0

$$|I_k| = \frac{\frac{7}{4}B_0 nS}{\frac{13}{4}L} = \frac{7}{13}\cdot\frac{B_0 nS}{L}.$$

Ответ:

1) $\left|\frac{dI}{d\tau}\right| = \frac{4}{9}\cdot\frac{nSd}{L}$

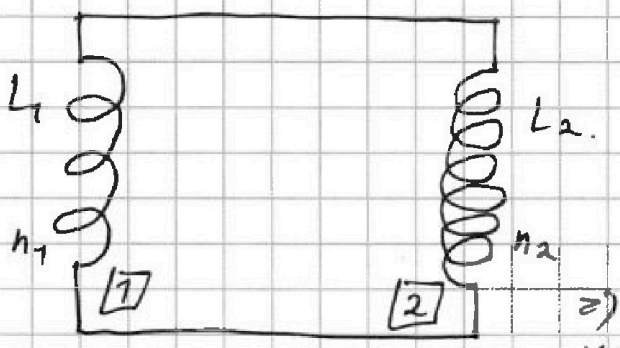
2) $|I_k| = \frac{7}{13}\cdot\frac{B_0 nS}{L}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$L_1 = L$; $L_2 = \frac{9}{4} L$

$n_1 = n$; $n_2 = \frac{3}{2} n$.

катушки находятся далеко друг от друга $\Rightarrow$ пренебрегаем взаимоиндукцией.

Омическое сопр-е в системе пренебрежимо мало $\Rightarrow$ в усл-ях задачи $\Phi = const$ ($\forall \tau$ при $B = const$, $L = const$).

1) $\frac{\Delta B}{\Delta \tau} = -\alpha$

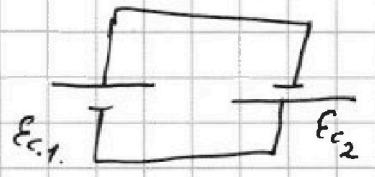
$\frac{\Delta B_2}{\Delta \tau} = 0$ (во 2-й катушке для внеш. поля)

при изм. внеш. поля в 1-й катушке в ней изм. поток $\Rightarrow$ возник $\mathcal{E}_c$, которое в свою очередь возбуждает изм. тока во 2-й катушке при постоянном внеш. магн. поле.

Тогда: $\mathcal{E}_{c_1} = -\frac{d\Phi_1}{d\tau} = -n_1 S \cdot \frac{dB}{d\tau} = n_1 S \alpha$

во 2-й катушке:

$$\mathcal{E}_{c_2} = -\frac{d\Phi_2}{d\tau} = -L_2 \cdot \frac{dI}{d\tau}$$



по 2-му пр-лу Кирхгофа: $\mathcal{E}_{c_1} + \mathcal{E}_{c_2} = 0$.

$\Rightarrow \mathcal{E}_{c_1} = -\mathcal{E}_{c_2} \Rightarrow L_2 \cdot \frac{dI}{d\tau} = n_1 S \alpha$.

$\Rightarrow \left| \frac{dI}{d\tau} = \frac{n_1 S \alpha}{L_2} = \frac{n S \alpha}{\frac{9}{4} L} \right| \Rightarrow \boxed{\left| \frac{dI}{d\tau} \right| = \frac{4}{9} \cdot \frac{n S \alpha}{L}}$

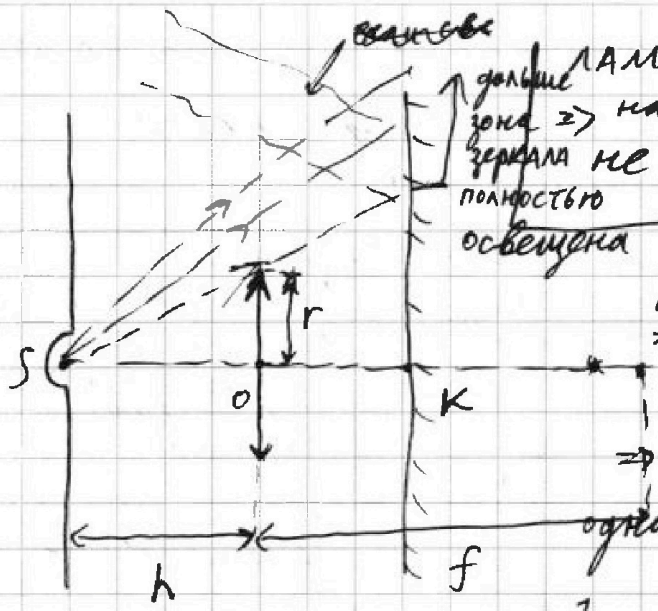
2) на след. странице.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



ЛАМПОЧКА располож. в выемке => напрямую свет от неё не попадает на стену.

заметим, что. $F = 2h/3 < h$.

=> ист. располож. после фокуса.

„справа от"

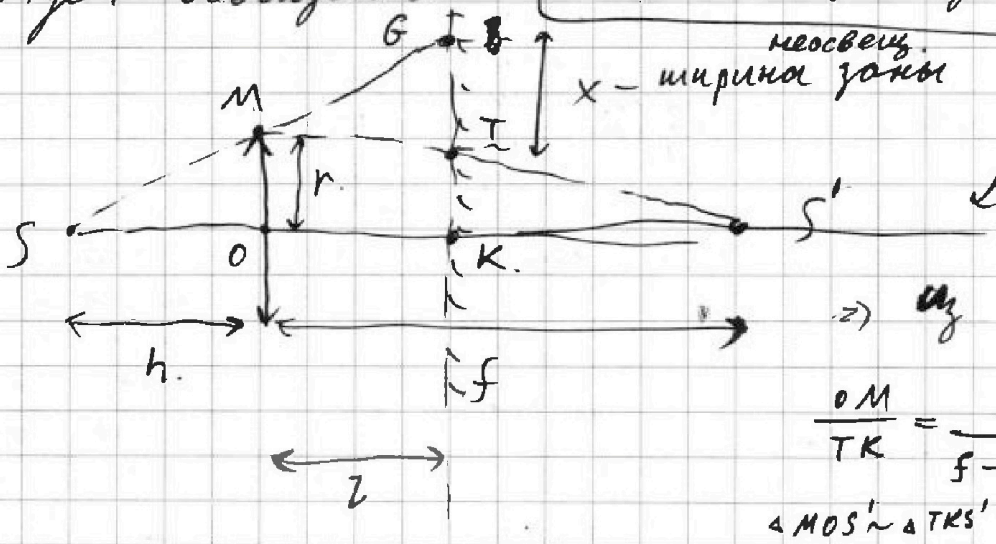
=> изобр. будет. действительным.

однако, по ф-ле тонк. линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \; : \; f = \frac{Fh}{h-F} = \frac{\frac{2}{3}\cdot h^2}{\frac{1}{3}h} = 2h$$

$f > l$ => изобр будет „за" зеркалом.

в такой системе, часть зеркала не будет освещена:



гл. опт. ось

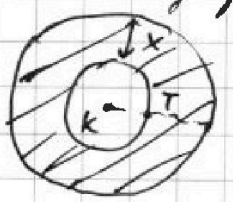
=> из подобных Δ-в.

$$\frac{OM}{TK} = \frac{f}{f-l} = \frac{2h}{2h-\frac{1}{2}h} = \frac{4}{3} \Big| \Rightarrow \boxed{TK = \frac{3}{4}r}$$

$\triangle MOS' \sim \triangle TKS'$

тогда: $x = \frac{3}{2}r - \frac{3}{4}r = \frac{3}{4}r$.

=> неосвещ. зона зерк. имеет вид:



$KT = \frac{3}{4}r$:

$$S_{\text{неосв. зерк}} = \pi\cdot\left(\frac{3}{2}r\right)^2 - \pi\left(\frac{3}{4}r\right)^2 = \frac{27}{16}\pi r^2 = 27\pi\,(\text{см}^2)$$

$\triangle MOS \sim \triangle SGK$

$$\frac{GK}{OM} = \frac{h+l}{h} = \frac{\frac{3}{2}h}{h} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{GK = TK + x = \frac{3}{2}r}$$

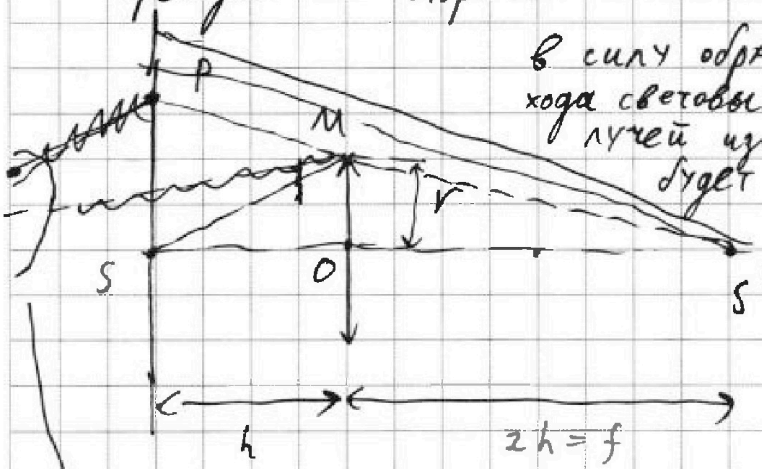
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) теперь рассмотрим аналогичную ситуацию, но уже абстрагировавшись от S и ~~стен~~ зеркала и перейдя к вторичн. источнику S':



в силу обратимости хода световых лучей изобр. S' будет в т-ке S

~~заметим, что после S'' больше изображ. в сист. не будет вкл. в задачу, т.к. стена не отражает свет, а линза не стена, линза.~~

заметим, что и в 1), и во 2) достаточно рассм. уч-к с линзой, т.к. все остальн. части стены и зеркала освещены прямым светом.

~~$S'' = 2OS''$~~

~~$2h = \frac{2}{3}h$~~

=> „тёмной" окажется зона в виде круга с центром в т-ке S и радиусом SP (считая ист. точечным, площадь изобр. от S' не учит. (пренебрегаем).

=> $S_{\text{неосв. стены}} = \pi \cdot |SP|^2$; из подобия Δ-в: $\Delta PSS' \sim \Delta S'OM$:

$$\frac{r}{2h} = \frac{SP}{3h} \Rightarrow \boxed{SP = \frac{3}{2} r}$$

=> $S_{\text{неосв. стены}} = \frac{9}{4}\pi r^2 = 36\pi$ (см²)

Ответ: 1) $S_{\text{неосв. зерк.}} = 27\pi$ см²

2) $S_{\text{неосв. стены}} = 36\pi$ см².

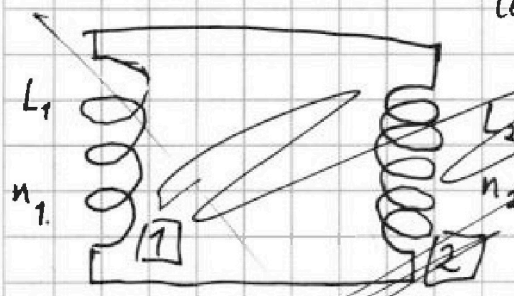
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА 2 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$L_1 = L$; $L_2 = \frac{9}{4}L$.

$n_1 = n$; $n_2 = \frac{3}{2}n$.

катушки находятся далеко друг от друга => пренебрегаем взаимоиндукцией.

Омические сопр-ие катушек и проводов пренебр. мало => в усл-ях задачи $\Phi = const$ ($\forall \tau$; при $B = const$, $L = const$)

1) $\boxed{B = \mu_0 N I}$ $\boxed{(\mu = 1)}$.

$\frac{\Delta B}{\Delta \tau} \to$ в 1 катушке. $\frac{\Delta B}{\Delta \tau} = -\alpha$

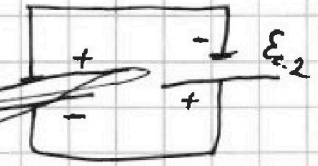
$\frac{\Delta B_2}{\Delta \tau} = 0$

при изм. внеш. поля в 1-й катушке появится ЭДС, => для его компенсации, эдс появится и во 2-й катушке при неизм. поле:

$\frac{\Delta B}{\Delta \tau} = -\alpha$; $\mathcal{E}_{c_1} = -\frac{d\Phi}{d\tau} = -N_1 S \cdot \frac{dB}{d\tau} = n_1 S \cdot \alpha$

N_1 — число витк. в 1-й кат.

=> во 2-й кат. появится эдс: $\mathcal{E}_{c_2} = -\frac{d\Phi}{d\tau} = -L_2 \cdot \frac{dI}{d\tau}$ (т.к. $B_{внеш} = const$)



по 2-му пр-лу Кирхгофа: $\mathcal{E}_{c_1} + \mathcal{E}_{c_2} = 0$.

=> $\mathcal{E}_{c_1} = -\mathcal{E}_{c_2}$ => $\boxed{L_2 \cdot \frac{dI}{d\tau} = n_1 S \alpha}$

=> $\left|\frac{dI}{d\tau}\right| = \frac{n_1 S \alpha}{L_2} = \frac{n S \alpha}{\frac{9}{4}L}$ => $\boxed{\left|\frac{dI}{d\tau}\right| = \frac{4}{9} \cdot \frac{n S \alpha}{L}}$

2) на след. странице.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) Рассм. связь Ф-потока магн. поля в катушке и I-тока в ней же

$\Phi = B \cdot S \cdot n = \mu_0 n^2 S I$ | исп-ем соотн-я о том, что $B = \mu_0 n \cdot I \cdot \frac{1}{l}$; где l-длина

$\Rightarrow d\Phi = \mu_0 n^2 S\, dI$ (т.к. $n = const$, $S = const$)

$\Rightarrow \Delta\Phi = \mu_0 n^2 S \Delta I$ – для кажд. катушки. (заметим, что ΔI не зависит от характ. изм-я Φ)

тогда: рассм. изм. потока в системе из 2-х катушек:

$\Delta\Phi_\Sigma = \mu_0 n_\Sigma^2 S \Delta I_\Sigma$

$\Delta\Phi_1$ $\Delta\Phi_2$

изм. тока одно для всех витков в системе.

$\Delta\Phi_1 = \Delta B_1 \cdot n_1 \cdot S = \left(\frac{3}{4}B_0 - B_0\right) n_1 S$

$\Delta\Phi_2 = \Delta B_2 n_2 S = \left(\frac{8}{3}B_0 - 4B_0\right) n \cdot \frac{3}{2} S$

$\Rightarrow \Delta\Phi_1 = -\frac{1}{4} B_0 n S$

$\Delta\Phi_2 = -\frac{4}{3} B_0 \cdot \frac{3}{2} n S = -2 B_0 n S$

$\Rightarrow \Delta I_\Sigma = -\frac{9}{4} \cdot \frac{B_0 \cdot n \cdot S}{\mu_0 n_\Sigma^2 S}$

$n_\Sigma = n_1 + n_2 = \frac{5}{2} n$

$\boxed{\Delta\Phi_\Sigma = -\frac{9}{4} B_0 n S}$

$\boxed{\Delta I_\Sigma = -\frac{9}{4} \cdot \frac{B_0}{\mu_0 \cdot n \cdot \frac{25}{4}} = -\frac{9}{25} \cdot \frac{B_0}{\mu_0 \cdot n}}$

изначально тока в катушках нет

$\Rightarrow \Delta I_\Sigma = I_к - 0.$

теперь найдём исходн. ток в катушках!

в самом начале тока в катушках нет.

$\Rightarrow$ в общ. случае: $\Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2 = \Delta B_1 \cdot S n_1 + \Delta B_2 \cdot S \cdot n_2 = \mu_0 (n_1 + n_2) \Delta I$

$\Delta I = \frac{\Delta B_1 n_1 + \Delta B_2 \cdot n_2}{(n_1 + n_2)^2}$ тогда: $I_0 - 0 =$

$\Rightarrow \boxed{|I_к| = |\Delta I_\Sigma| = \frac{9}{25} \cdot \frac{B_0}{\mu_0 \cdot n}}$

$\frac{12}{42+18}$ $\frac{12}{60}$ $\frac{1}{6}$

$36 + 6 + 36 - 6 = \frac{72}{72}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{NI}{L}$

$\frac{11}{12}$

$L = \mu_0 n^2 L S$

$\mathcal{E} = \frac{8-12}{3}$

$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{B \cdot SN}{I} = \frac{\mu_0 N^2 I S}{L}$

$\frac{11}{12}$

$\frac{5}{17}$ $I = \mu_0 n B$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{S \cdot N \cdot dB}{dt} =$

$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot r^2}{r^3}$

$\varphi = \frac{kQ}{r}$ $\mathcal{E} = -\frac{SN}{dt}$

$B = \frac{I}{r} = nI$

$\varphi_q \Rightarrow r \downarrow$

$\Delta\varphi_x = \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{x}$ $\frac{1}{17} - \frac{25}{17} = \frac{26}{85}$

$\Phi = BSN =$

$E = \frac{k}{\varepsilon}$

$= \mu_0 n^2 I S$

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

E_d $\mu_0 S n^2 I$

$\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0}$ $d\Phi = dI$

$\Delta\Phi = \Delta B S n$

$\frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{x}$ $\Delta B_1 \cdot S \cdot n_1 + \Delta B_2 \cdot S \cdot n_2 = \mu_0 (n_1 + n_2)^2 S \cdot \Delta I$

$\Delta I = \frac{\Delta B_1 \cdot n_1 + \Delta B_2 \cdot n_2}{\mu_0 (n_1 + n_2)^2}$

$R < x$ $\frac{5}{17} = \frac{25}{85}$ $\frac{57}{85}$

$\frac{11}{12}$

$\frac{3}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon + 1}$

$\frac{\varepsilon^2 + 1}{\varepsilon} \frac{11}{12} = 5$

φ_0

$\mathcal{E} = \frac{5}{11} - 1 = -\frac{6}{11}$

$\frac{72}{11} - 1 = \frac{61}{11}$

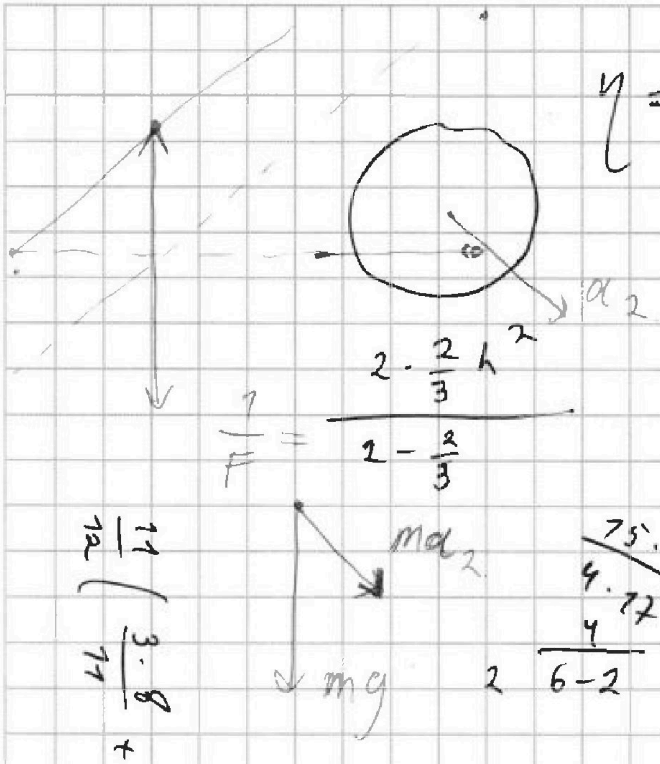
$\mathcal{E} = \frac{61}{72} = \frac{2}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\eta = \frac{A_{ug.}}{Q_{подв.}}$ $\frac{8}{27} - \frac{8}{17}$.

$\beta I = M$ $\frac{4}{6-4} = \frac{4}{2} = 2$

$\frac{1}{F} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} h^2}{2 - \frac{2}{3}}$

$\beta \cdot I$

$\frac{8}{4} \cdot 16 =$

$\frac{75 \cdot 9}{4 \cdot 17} = \frac{135}{68}$

$\frac{4}{6-2}$

$\frac{8(17-27)}{17 \cdot 27}$

36

$-\frac{80}{459}$

$\frac{135}{34} \cdot \frac{4}{17} = \frac{135}{17} \cdot \frac{2}{17} = \frac{270}{289}$

$\frac{4}{3}$

$\frac{27}{17} =$

$\frac{5 \cdot 20}{17 \cdot 17}$

$\frac{3 \cdot 8}{11} + 1 - \frac{8}{11} =$

$\frac{2 \cdot 8}{11} + 1 \cdot \frac{11}{12}$

$\frac{11}{12}$

$\frac{14}{12}$ $3 \frac{8 \cdot 73}{17 \cdot 25} = \frac{704}{425}$

$\frac{204}{25 \cdot 17}$

$\frac{2700}{4} = 425$

$\frac{704}{425} = 2 \cdot 52$

$\frac{20}{3 \cdot 17} = \frac{20}{51}$

$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 73}{5 \cdot 85}$

$\frac{9}{4} - \frac{9}{16}$

$\frac{4}{16} \cdot 9 - \frac{9}{16}$

$\frac{6}{4} - \frac{3}{4}$

$\frac{3 \cdot 9}{16} = \frac{27}{16}$

$5 \cdot 5 \cdot 17$