



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1

$$ab : (3^{14} \cdot 7^{13}) \Rightarrow ab = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc : (3^{19} \cdot 7^{17}) \Rightarrow bc = m \cdot 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac : (3^{23} \cdot 7^{42}) \Rightarrow ac = n \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}, \text{ где } k, m, n \in \mathbb{N}$$

Перемножим ab , bc и ac :

$$ab \cdot bc \cdot ac = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13} \cdot m \cdot 3^{19} \cdot 7^{17} \cdot n \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$a^2 b^2 c^2 = kmn \cdot 3^{56} \cdot 7^{72}$$

Значит:

$$abc = \sqrt{kmn} \cdot 3^{28} \cdot 7^{36}$$

Максимальное abc достигается
при максимальном $\sqrt{kmn}$

$$\text{Заметим, что } abc : ac \Rightarrow abc : (3^{23} \cdot 7^{42}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{kmn} \geq 7^6 \quad \text{Значит максимальное}$$

значение $\sqrt{kmn} = 7^6$ значит

$$abc = 7^6 \cdot 3^{28} \cdot 7^{36} = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Проверкой убеждаемся, что при таком
значении abc $abc : ac$, $abc : ab$ и $abc : bc$.

$$\text{Ответ: } 3^{28} \cdot 7^{42}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) По arcsine III.1:

$$AB = AC + CB = 1 + 25 = 26$$

3) AB — диаметр Ω . Значит радиус равен половине AB :

$$O_1M = O_1O_2 = O_1A = O_1D = \frac{AB}{2} = 13.$$

4) По arcs. III.1:

$$O_1C = OA - CA = 13 - 1 = 12.$$

5) O_2C — радиус
 AC — касательная | по свойству касательной
 $\Rightarrow AC \perp O_2C$

6) По т. Пифагора в $\triangle O_1CO_2$ ($\angle O_1CO_2 = 90^\circ$):

$$O_1O_2^2 = O_1C^2 + O_2C^2$$

$$O_2C = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1C^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} =$$

$$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$$

$$O_2N = O_2E = O_2C = 5. \text{ (радиусы } \Omega)$$

7) Опустим на отрезок O_1D перпендикуляр
из O_2F .

8) $O_2E \perp ED$
 $FD \perp ED$ | по свойству параллельных прямых
 $\Rightarrow O_2E \parallel FD$

9) $O_2F \perp O_1D$
 $ED \perp O_1D$ | по свойству параллельных прямых
 $\Rightarrow O_2F \parallel ED$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} 10) \quad O_2 E \parallel F D \quad (\text{по п. 8}) \\ \quad O_2 F \parallel E D \quad (\text{по п. 9}) \end{array} \left| \Rightarrow O_2 E D F - \text{параллелограмм. Значит:} \right.$$

$$FD = O_2 E = 5 \quad \text{и} \quad O_2 F = ED.$$

$$11) \quad \text{По акс. III.1:}$$

$$O_1 F = O_1 D - F D = 13 - 5 = 8$$

$$12) \quad \text{По т. Пифагора в } \triangle O_1 O_2 F (\angle O_1 F O_2 = 90^\circ):$$

$$O_1 O_2^2 = O_2 F^2 + O_1 F^2$$

$$O_2 F = \sqrt{O_1 O_2^2 - O_1 F^2} = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

$$13) \quad \text{По пунктам 7 и 10} \quad NM = ED = O_2 F = \sqrt{105}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{105}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

дано:

$$\begin{cases} 5x - y = 3z \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \end{cases}$$

Задача 5.

Найти:

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{12 + 3z^2}$$

минимум
→ max значение

Решение:

1) Выразим x и z через y .

$$\begin{cases} z = \frac{5x - y}{3} \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{\frac{5x - y}{3}} \end{cases}$$

↑

$$\begin{cases} z = \frac{5x - y}{3} \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{45}{5x - y} \quad (1) \end{cases}$$

2) Выразим x через y , используя уравнение (1):

$$\frac{40xy - 8y^2 + 5x^2 - xy}{xy(5x - y)} = \frac{45xy}{xy(5x - y)}$$

$$\frac{40xy - 8y^2 + 5x^2 - xy - 45xy}{xy(5x - y)} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 5x^2 - 6xy - 8y^2 &= 0 \quad (2) \\ xy(5x - y) &= 0 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 5x^2 - 6xy - 8y^2 = 0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq \frac{y}{5} \end{cases}$$

Отдаently решим ур-е (2):

$$D = 36y^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-8)y^2 = 36y^2 + 160y^2 = 196y^2$$

$$x = \frac{6y \pm \sqrt{196y^2}}{10}$$

$$\begin{cases} x = \frac{20y}{10} \\ x = -\frac{8y}{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

3) Подставим x в исходную систему:

$$\begin{cases} z = \frac{5x - y}{3} \\ \begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} z = \frac{10y - y}{3} \\ x = 2y \\ z = \frac{-4y - y}{3} \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 3y \\ x = 2y \\ z = -\frac{5}{3}y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

4) Подставим x и z , выраженные первым способом,
в выражение, минимальное значение которого
надо найти.

$$\frac{25 \cdot (2y)^2 - y^2 - (3y)^2}{y^2 + 3(3y)^2} = \frac{100y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 27y^2} =$$

$$= \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = 3 \frac{3}{14}$$

Теперь подставим в то же выражение x и z ,
выраженные вторым способом:

$$\frac{25 \cdot \left(-\frac{4}{5}y\right)^2 - y^2 - \left(-\frac{5}{3}y\right)^2}{y^2 + 3\left(-\frac{5}{3}y\right)^2} = \frac{16y^2 - y^2 - \frac{25}{3}y^2}{y^2 + \frac{25}{3}y^2} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{(16 \cdot 9 - 9 - 25)y^2}{(9 + 25 \cdot 3)y^2} = \frac{144 - 9 - 25}{9 + 75} = \frac{110}{84} = \frac{55}{42} \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} 1 \frac{13}{42}$$

Получаем, что данное выражение может

быть равно $3 \frac{3}{14}$ или $1 \frac{13}{42}$. $1 \frac{13}{42} < 3 \frac{3}{14}$,

поэтому ответ — $1 \frac{13}{42}$

Ответ: $1 \frac{13}{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 6.

Пусть x км/ч — скорость велосипедиста,
 y км/ч — скорости мотоциклиста, S км — рассто-
яние от А до В. Составим таблицу с
известными из условия данными:

	скорость, км/ч	время, ч	расстояние, км
Велосипедист. I путь	x	$\frac{S}{x}$	S
Мотоциклист. I путь	y	$\frac{S}{y}$ на час меньше	S
Велосипедист. II путь	x	$\frac{S}{y}$	$x \cdot \frac{S}{y}$
Мотоциклист. II путь	y	$\frac{S}{x}$	$y \cdot \frac{S}{x}$ на 49 км больше
Велосипедист. III путь	$x+7$	$\frac{S}{x+7}$	S
Мотоциклист. III путь	$y+7$	$\frac{S}{y+7}$ на 36 мин меньше	S

Поскольку из условия задачи в I путь мотоциклист затратил на 1 час меньше, то составим уравнение:

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Так как по условию задачи во II случае мощность прожара бы на 49 километров больше, то составим уравнение:

$$\frac{y}{x} S = \frac{x}{y} S + 49$$

Так как по условию задачи в III случае мощность загорания бы на весь путь на 36 минут $= \frac{36}{60}$ часа $= \frac{3}{5}$ часа меньше, то составим уравнение:

$$\frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5}$$

По смыслу задачи $S > 0$, $y > 0$, $x > 0$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 1 \\ \frac{y}{x} S = \frac{x}{y} S + 49 \\ \frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5} \end{cases} \quad \begin{array}{l} | \cdot xy \\ | \cdot xy \end{array}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} Sy = Sx + xy \\ y^2 S = x^2 S + 49xy \\ \frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(y-x) = xy & (1) \\ S(y^2-x^2) = 49xy & (2) \\ \frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + \frac{3}{5} & (3) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Из уравнений (1) и (2) найдем $x+y$:

$$\begin{cases} 5(y-x) = xy \\ 5(y-x)(y+x) = 49xy \quad (\Leftrightarrow) \\ (\Leftrightarrow) xy(y+x) = 49xy \\ \underline{x+y = 49} \quad (4) \end{cases}$$

2) Приведем обе части ур-я (3) к общему знаменателю:

$$\frac{55y + 355}{5(x+7)(y+7)} = \frac{55x + 355 + 3xy + 21x + 21y + 3 \cdot 49}{5(x+7)(y+7)}$$
$$\frac{55y - 55x + 355 - 355 - 3xy - 21x - 21y - 3 \cdot 49}{5(x+7)(y+7)} = 0 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 55(y-x) - 3xy - 21(x+y) + 147 = 0 \quad (\Leftrightarrow) \\ 5(x+7)(y+7) \neq 0 \quad - \text{всегда верно по смыслу задачи} \end{cases}$$

Подставим значения $5(y-x)$ и $x+y$ из уравнений (1) и (4):

$$\begin{aligned} (\Leftrightarrow) \quad 5 \cdot xy - 3xy - 21 \cdot 49 - 3 \cdot 49 \\ 2xy = 49 \cdot 24 \\ xy = 49 \cdot 12 \quad (5) \end{aligned}$$

3) Из уравнений (4) и (5) найдем x и y :

$$\begin{cases} x+y = 49 \\ xy = 49 \cdot 12 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = 4y - y \\ (4y - y)y = 49 \cdot 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - 49 \cdot y + 49 \cdot 12 = 0 \\ x = 4y - y \end{cases} \quad (6)$$

Решим квадратное уравнение (6):

$$D = 49^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 \cdot 12 = 49 \cdot (49 - 48) = 49 \cdot 1$$
$$y = \frac{49 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$y = \frac{49}{2}$$

$$y = \frac{56}{2}$$

$$y = 21$$

$$y = 28$$

$$\begin{cases} y = 21 \\ y = 28 \\ x = 4y - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 29 \\ y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 21 \\ y = 28 \end{cases}$$

По условию задачи $y > x$ (так как мотоциклист выехал раньше), значит $x = 21$; а $y = 28$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

у) Подставим x и y в уравнение (1):

$$5(28 - 21) = 21 \cdot 28$$

$$75 = 21 \cdot 28$$

$$5 = 3 \cdot 28$$

$$5 = 84$$

Таким образом расстояние от А до В
равно 84 километра

Ответ: 84 километра



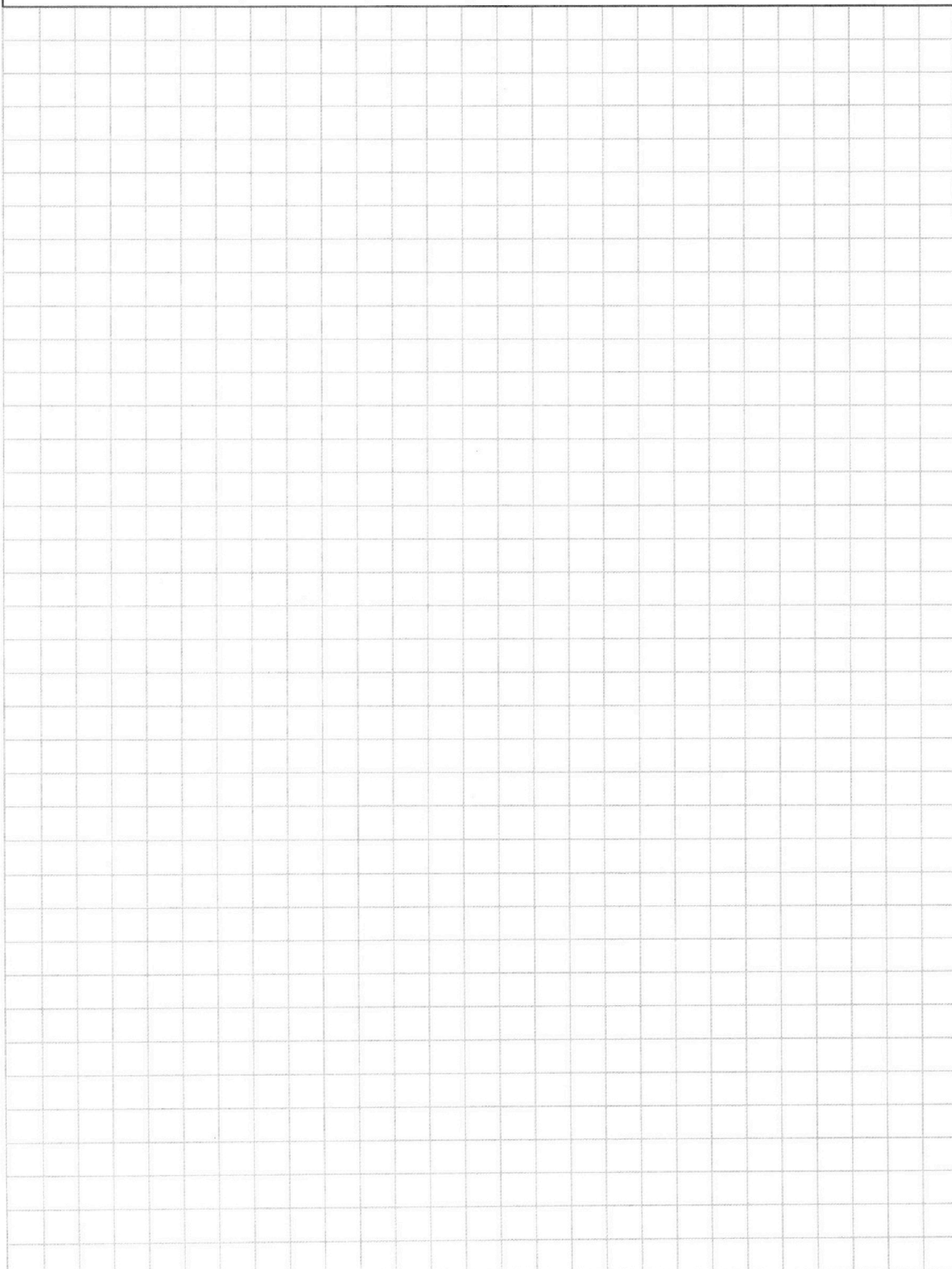
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$ab = k 3^{14} 7^{19}$$

$$bc = l 3^{19} 7^{17}$$

$$ac = m 3^{23} 7^{42}$$

$$\frac{ab}{ac} = \frac{b}{c} = \frac{k}{m} = \frac{1}{3^{29} 7^{29}}$$

$$\frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} = \frac{l}{m} = \frac{1}{3^{47} 7^{25}}$$

$$ck = \frac{1}{3^{57} 7^{29}} = al$$

$$c = a \frac{l}{k} = 3^{57} 7^{29}$$

$$a \cdot a \frac{l}{k} = 3^{57} 7^{42}$$

$$\frac{km}{3^{18} 7^{28}}$$

$$abc = \sqrt{\frac{km}{e}} = \frac{1}{3^{10}} \cdot \frac{l^2}{7^{12}} \cdot \frac{a^2}{nk}$$

$$a = 3^{14}$$

$$b = 7^{13}$$

$$c = 3^{19} 7^4$$

$$bc =$$

$$ac = 3^{32} 7^4$$

$$a = 7^{13}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{k}{m} = \frac{1}{3^{10} 7^{18}}$$

$$abc = \sqrt{\frac{km}{e}} = \frac{1}{3^{10} 7^{18}}$$

$$abc = \sqrt{\frac{km}{e}} = \frac{1}{3^{10} 7^{18}}$$

$$a = \frac{1}{3^9 7^{14}}$$

$$c = a \frac{l}{k} = 3^{57} 7^{29}$$

$$l = a \frac{l}{m} = \frac{1}{3^{47} 7^{25}}$$

$$\frac{km}{3^{18} 7^{28}}$$

$$abc = \sqrt{\frac{km}{e}} = \frac{1}{3^9 7^4} \cdot \frac{l^2}{m^2} \cdot \frac{a^2}{nk}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{16y^2 - y^2 - y^2}{2y^2} = \frac{14y^2}{2y^2} \Rightarrow$$

$$D = 36y^2 + 4 \cdot 5 \cdot 8y^2$$

$$D = (36 + 160)y^2$$

$$D = 196y^2$$

$$x = \frac{6y \pm 14y}{10}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4}{5}y \end{cases}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{5x-3z} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{8(5x-3z)}{x} + 1 = 15x - 3z$$

$$40x - 24z + xz = 75x^2 + 45xz = 0$$

$$24z^2 - 86xz + 25x^2 = 0$$

$$5x^2 - 8xy - 8y^2 = 0$$

$$\frac{5x}{y} - 8 - 8\frac{y}{x} = 0$$

$$\frac{5x}{y} - 8 = 8\frac{y}{x}$$

$$\frac{5x^2}{y^2} - 8\frac{x}{y} - 8 = 0$$

$$5t^2 - 8t - 8 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 160}}{10} = \frac{8 \pm 14}{10}$$

$$t = 2 \text{ or } t = -\frac{4}{5}$$

$$x = 2y \text{ or } x = -\frac{4}{5}y$$

$$z = y$$

$$\frac{25 \cdot 4y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 9y^2} = \frac{5x-y}{5x-y}$$

$$86 = 2 \cdot 43$$

$$\frac{40y^2}{10y^2} = \frac{4y^2}{y^2} = 4$$

$$D = 4 \cdot 43^2 x^2 - 4 \cdot 24 \cdot 25x^2$$

$$D = 4x^2(43^2 - 24 \cdot 25)$$

$$y = 5x - 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{5x-3z} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{8(5x-3z)}{x} + 1 = 15x - 3z$$

$$40x - 24z + xz = 75x^2 + 45xz = 0$$

$$24z^2 - 86xz + 25x^2 = 0$$

$$5x^2 - 8xy - 8y^2 = 0$$

$$\frac{5x}{y} - 8 - 8\frac{y}{x} = 0$$

$$\frac{5x}{y} - 8 = 8\frac{y}{x}$$

$$\frac{5x^2}{y^2} - 8\frac{x}{y} - 8 = 0$$

$$5t^2 - 8t - 8 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 160}}{10} = \frac{8 \pm 14}{10}$$

$$t = 2 \text{ or } t = -\frac{4}{5}$$

$$x = 2y \text{ or } x = -\frac{4}{5}y$$

$$z = y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{y} + 1$$

$$5y = 5x + 5x$$
$$\frac{5}{x} = \frac{5}{y} + 1$$

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{y} + 1$$

$$5(y - x) = 5x$$

$$5y + 35 = 5x + 35 + 5(x + 1) + 7$$

$$5y - 5x + 35 = 5x + 35 + 5x + 5 + 7$$

$$5y - 5x = 5x + 5 + 7$$

$$25(y - x) = 35 \cdot 49$$

$$5(y - x) = 5x$$

$$5(y^2 - x^2) = 49x$$

$$5 \cdot \frac{5x}{5} (x + y) = 49x$$

$$x + y = 49$$

$$5(y - x) \cdot 49 = 49x$$

$$x = 49 - y$$

$$5y = 5(49 - y) + (49 - y) \cdot 9$$

$$5y = 49 \cdot 5 - 5y + 449 - y^2$$

$$0 = 9y^2 + y(25 - 49) - 49 \cdot 5 = 0$$

$$9y^2 + 24y - 245 = 0$$

$$x \cdot y = 18 \cdot 49$$

$$25(y - x) = 35 \cdot 49$$

$$5y - 5x = (x - y) \cdot 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$ab = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13}$$
$$bc = 2 \cdot 3^{13} \cdot 7^{17}$$
$$ac = m \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}$$
$$\frac{ab}{bc} = \frac{3^{14} \cdot 7^{13}}{2 \cdot 3^{13} \cdot 7^{17}} = \frac{3}{2 \cdot 7^4}$$
$$\frac{ab}{ac} = \frac{3^{14} \cdot 7^{13}}{m \cdot 3^{23} \cdot 7^{42}} = \frac{1}{m \cdot 3^9 \cdot 7^{29}}$$

$$abc = 3^{22} \cdot 7^{42}$$

$$ac = abc$$

$$b = 1$$

$$b - x =$$

$$\frac{2 \cdot 3^2}{49+7}$$

$$bc = ac$$

	x	y	z
ac	$\frac{3}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{3}{z}$
bc	$\frac{3}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{3}{z}$
ab	$\frac{3}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{3}{z}$
abc	$\frac{3}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{3}{z}$

$$\frac{3}{x} = \frac{3}{y} + 1$$

$$\frac{3}{x} = \frac{3}{y} + 1$$

$$\frac{3}{x+7} = \frac{3}{5} + \frac{y+7}{5}$$

$$25 = 49 + 1 \cdot 6$$

$$5y = 5x + 14$$

$$5t = \frac{1}{5} + 49$$

$$5t^2 - 49t - 5 = 0$$

$$105 = 21$$

$$15 \cdot 7$$

$$105 + 64$$

$$\frac{49 + \sqrt{49 + 9 \cdot 5}}{25}$$

$$S\left(\frac{1}{5}(x+y)\right) \approx 49$$

$$x+y = 49$$

$$\begin{cases} x+y = 49 \\ y-x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$S\left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}\right) = 49$$

$$S\left(\frac{y^2 - x^2}{xy}\right) = 49$$

$$\begin{cases} 2y = 49 + \frac{1}{5} \\ y = \frac{49}{2} + \frac{1}{10} \end{cases}$$

