



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

Заметим, что так как $ac : 7^{37}$, то и $abc : 7^{37} \Rightarrow abc = 7^{37} \cdot k, k \in \mathbb{N}$

Пусть $ab = 2^{14} \cdot x \cdot 7^{10}$

$b = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot y$

$x, y, z \in \mathbb{N}$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot z$

Тогда $(abc)^2 = ab \cdot bc \cdot ac = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot xyz$

$abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{xyz} \cdot 2$

$abc \in \mathbb{N}$, поэтому $\sqrt{xyz} \cdot 2$ должно быть квадратом

натурального числа. Тогда $\sqrt{xyz} \cdot 2 \leq 24$. Тогда минимальное

значение $\sqrt{xyz} \cdot 2 = 4 \Leftrightarrow abc$ Тогда $\sqrt{xyz}$ должно быть

целым $\Rightarrow abc = 2^{26} \cdot 7^{32} \cdot \frac{\sqrt{xyz}}{2}$. Тогда $abc : 2^{26}$.

Значит $abc : 2^{26}$ и на 7^{37} Тогда минимальное значение $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример: $a = 2^9 \cdot 7^{10}$ $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} : 2^{14} \cdot 7^{10}$

$b = 2^5$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{27} : 2^{17} \cdot 7^{17}$

$c = 2^{17} \cdot 7^{27}$

$ac = 2^{21} \cdot 7^{37} : 2^{20} \cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2

Заметим, что $a|b : m$.

Тогда a взаимнопросто с m , b тоже.

Укажем, пусть $a = kx$, $m = ky$, но тогда $a|b : k \Rightarrow k|b : k$
 ~~$a|b : k$~~
 $b : k$

Но a и b взаимно
просто,

т.к. $\frac{a}{k}$ взаимнопросто k .

$$\frac{a|b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} - \text{делим на } m.$$

$$(a|b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m.$$

$$\text{Но и } a, \text{ и } b \text{ взаимнопросто с } m \Rightarrow \frac{8ab}{a} = 8b : m \Rightarrow \frac{8b}{b} : m \Rightarrow 8 : m$$

$$\text{Но тогда } m \leq 8.$$

Пример: $a=1, b=7$

$$\frac{1+7}{1^2 - 6 \cdot 1 \cdot 7 + 7^2} = \frac{8}{1+42+49} = \frac{8}{92}.$$

Ответ: при $m=8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N³ продолжение

$$49a^2 + 50a - 99 = 0$$

$$49a^2 - 49a + 99a - 99 = 0$$

$$(49a + 99)(a - 1)$$

~~Реш.~~ $a = -\frac{99}{49}$ или $a = 1$

Поскольку $a = \lambda^2$, то $a \geq 0 \Rightarrow a = 1$

$$\lambda^2 = 1 \Rightarrow \lambda = \pm 1 \quad AB = 8\lambda = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

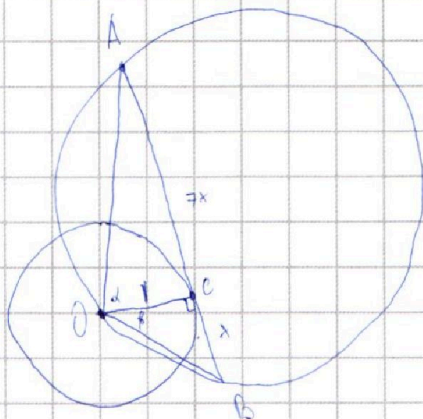
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N3

Рисунок $AC = 7x, BC = x$

$OC = 1$



по теореме синусов $\frac{AB}{\sin \angle AOB} = 2R = 10$

(т.к. $OC \perp AB$)

$\sin(\angle AOC + \angle COB)$

$AO = \sqrt{49x^2 + 1} \quad BO = \sqrt{x^2 + 1}$

Рисунок $\angle AOC = \alpha, \angle COB = \beta$

$\sin(\angle AOC + \angle COB) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha =$

$= \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{8x}{\sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1}}$

$\frac{8x}{\sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1}} = 10 \Rightarrow \sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1} = 10$

$(49x^2 + 1)(x^2 + 1) = 100$

Рисунок $a = x^2$

$49x^4 + 50x^2 + 1 = 100$ Рисунок $49a^2 + 50a + 1 = 100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \left(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) \left(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\text{либо } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0, \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}$$

$$\text{либо } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$4 \cdot 8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$45x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$4x^2 - 3x + \frac{9}{16} + \frac{9}{16} + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$\left(2x - \frac{3}{4}\right)^2 + 16 \cdot 2\sqrt{\dots}\sqrt{\dots} > 0$$

$$d = 22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3 = 484 + 482 = 966$$

$$x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 продолжим.

Тогда рассмотрим сколько вообще пар точек прямых. Из 10. (Все
группы точек от 0 до 1) К каждой прямой $13 \cdot \frac{24}{2} = 156$ точек.

Тогда если есть 2 прямые, то ~~для~~ на них $13 \cdot 13$ пар точек
(13 вариантов для выбора точки на первой прямой, для каждого
из них 13 вариантов выбора точки на 2-й прямой).

И так для 10 пар прямых всего 1690 пар точек.

Ответ: 1690.

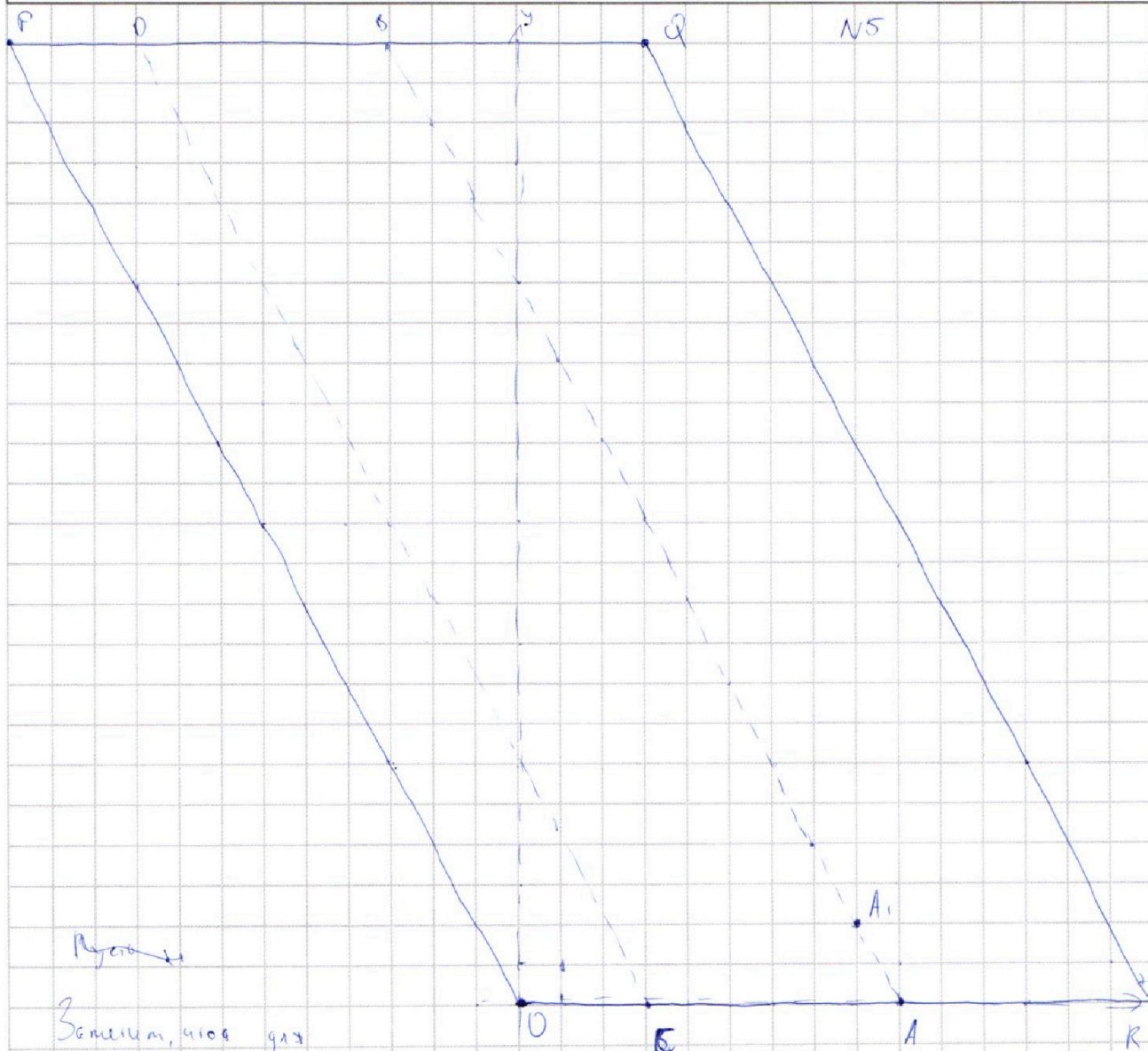
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение

Заметим, что для

точек O, O парой будут все целые точки,

лежащие на прямой $y = 12 - 2x$, а также на прямой $y = -12 - 2x$.

Таким образом для всех целых точек на прямой AB будут

получены все целые точки прямой OD и RQ . (Так как для

точек A и A_1

2-й прямой будут совпадать,

то y или $2x + y_1 = 2x_2 + y_2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

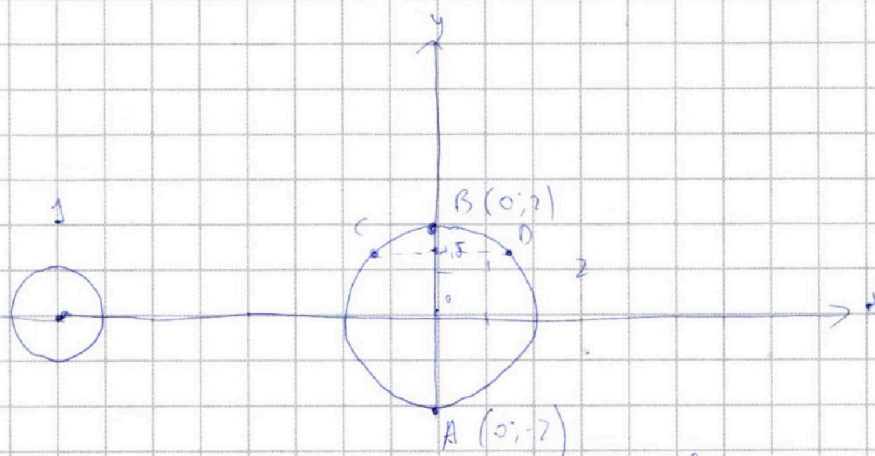
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6.

Задача, что решениями 2-го ур-я системы
будут точки в окр-тах.



Наша идея, чтобы прямая $y = ax + b$ имела с этими
окр-тами ровно 2 общие точки. Но если $y = ax$, то если
функция возрастающая, то при $b = -0,2$ функция проходит через
 A , а значит не пересекает 1-ую окр-ту, пересекает 2-ую окр-ту
в 2-х точках (т.к. касательной к окр-ту в этой точке является
горизонтальная прямая $y = -2$).

Аналогично, если функция убывающая, то при $b = 0,2$ она проходит
через B и еще ровно 1 точку другой окр-ты и не проходит
через 1-ую окр-ту. Наконец, если $a = 0$, то при $b = 0,15$
функция проходит через C и D . При значении для любого a найдется
такая b . Ответ: ~~для всех~~ $a \in (-\infty; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N7 продолжение

Итого $A \cdot I = \sqrt{2 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 5} = 2 + 3 = 5$

$$A \cdot I = \sqrt{2 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 5} = 2 + 3 = 5$$

Ответ: 5



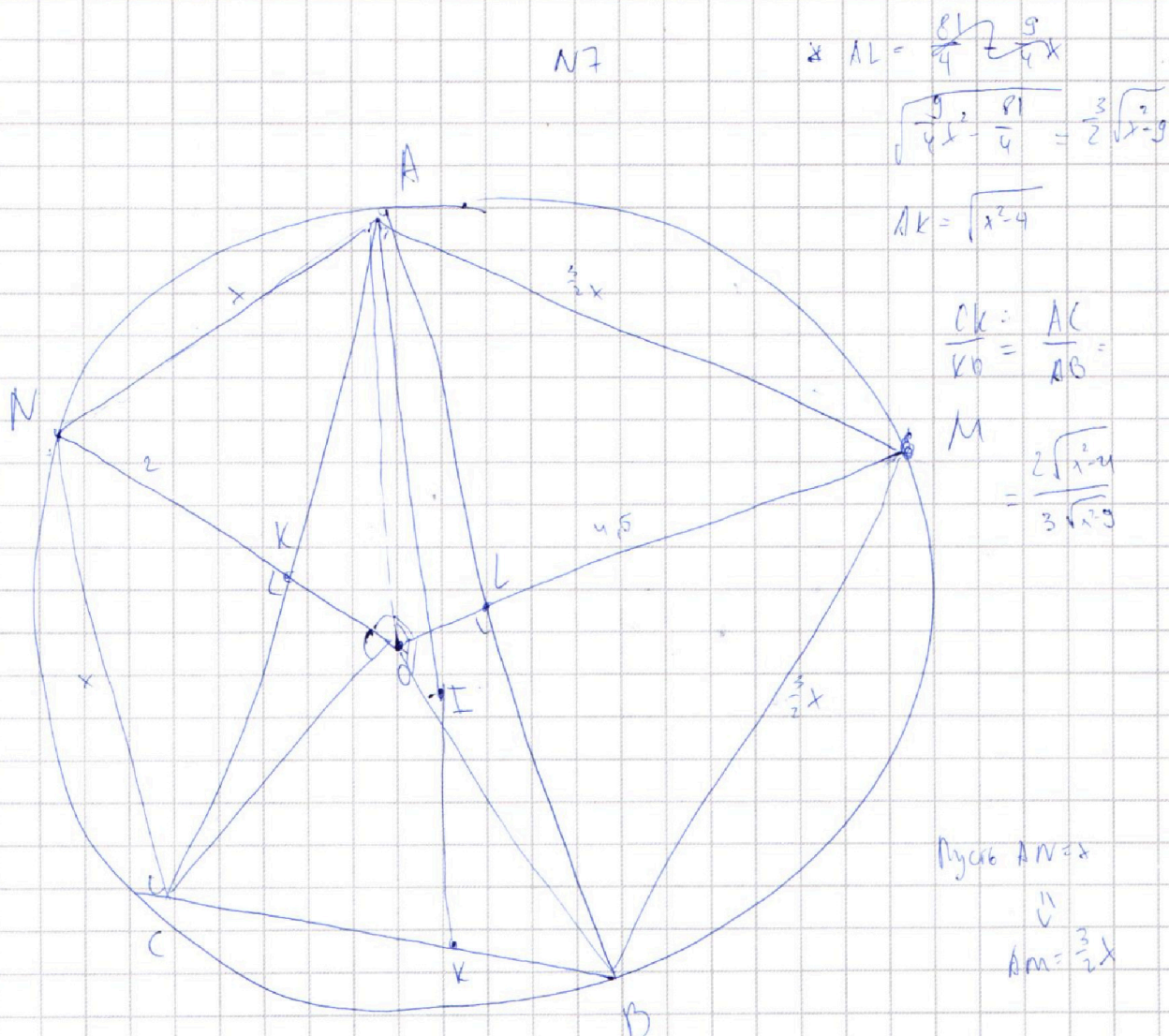
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AN = NC$ (опор на равные дуги)

Поскольку NK (расстояние от N до AC) - высота в $\triangle ANK$,
то $NK \perp AC \Rightarrow NK$ - сеп. пер. к $AC \Rightarrow NK \perp ML$ (ML - диаметр по NK)

пересекаются в O , центре $\odot$ опис. окружн.

$$S_{ANC} = \frac{AN \cdot NC \cdot \sin \angle ANC}{2} = \frac{AN \cdot NC \cdot AC}{4r} = \frac{AC \cdot 2}{2} \Rightarrow 4r = AN \cdot NC$$

Аналогично $4r = AM \cdot MB$

$$\frac{9}{4} \cdot AN^2 = AM^2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot AN = AM \quad AM = \frac{3}{2} AN$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

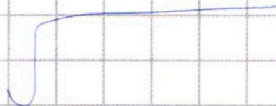
1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☒	☒	☒	☒



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots} = 0$$

$4x^2$

$$(2x + y)^2 = 4x^2 + 4xy$$

$$4xy = 3x$$

$$4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$48 - 9$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + \frac{21}{7}$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + \frac{7}{7}}$$

$$\frac{11}{2} \quad \frac{11}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$21^2 + 2x + 1 > 1$$

$$21^2 + 2x > 0$$

$$21^2$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 8x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$(2x^2 - 8x + 3) - \sqrt{2x^2 - 8x + 3} = (2x^2 + 2x + 1) - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} (\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - 1) = (\sqrt{2x^2 + 2x + 1} (\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1))$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \left(\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) \left(\sqrt{2x^2 - 8x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$22 + \sqrt{16 \cdot 61}$$

$$\frac{22 + \sqrt{976}}{82}$$

$$22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3$$

$$22 + 4\sqrt{32}$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2\sqrt{2x}$$

$$\frac{22}{44}$$

$$\frac{164}{432}$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\frac{(x-1)(2x-3)}{4 \cdot 24}$$

$$\frac{6184 + 432}{432}$$

$$\frac{2x^2 - 8x + 3}{-2x + 1} = \frac{1 \cdot 2x^2 + 2x + 1}{-2x + 1} - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{976}$$

$$1 + 7x - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$21^2 + 2x + 3 = 0$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 + 7x$$

$$244$$

$$122$$

$$4 \cdot (2x^2 + 2x + 1) = 8x^2 + 8x + 4 = 1 + 7x$$

$$61$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$2^{14} \cdot 7^{10}$$
$$2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$a: 2^{14} \cdot 7^{10}$$
$$b: 2^5$$
$$c: 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot y$$

$$ca = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot z$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot xyz$$

$$abc = 2^{17} \cdot 7^{28} \cdot \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot xyz}$$

$$= 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2 \cdot 49z}$$

$$2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\frac{3+5}{5^2 - 6 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9 \cdot 25 - 30} = \frac{8}{36 - 30} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$
$$14 \cdot 17 \cdot 20 = 34 \cdot 17 = 44 \cdot 7 = 51$$

$$\frac{1.7}{1 - 42.49} = \frac{8}{8}$$

$$a = -b$$
$$m$$

$$\frac{a}{b}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$8ab = a+b$$
$$m$$

$$a+b = m$$

$$8ab = m$$

$$a = -b$$

$$(a+b)^2 - 8ab = m$$

$$b \cdot b \cdot (-b) = 0$$

$$8b^2 = 0$$
$$m$$

$$-8b^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ |

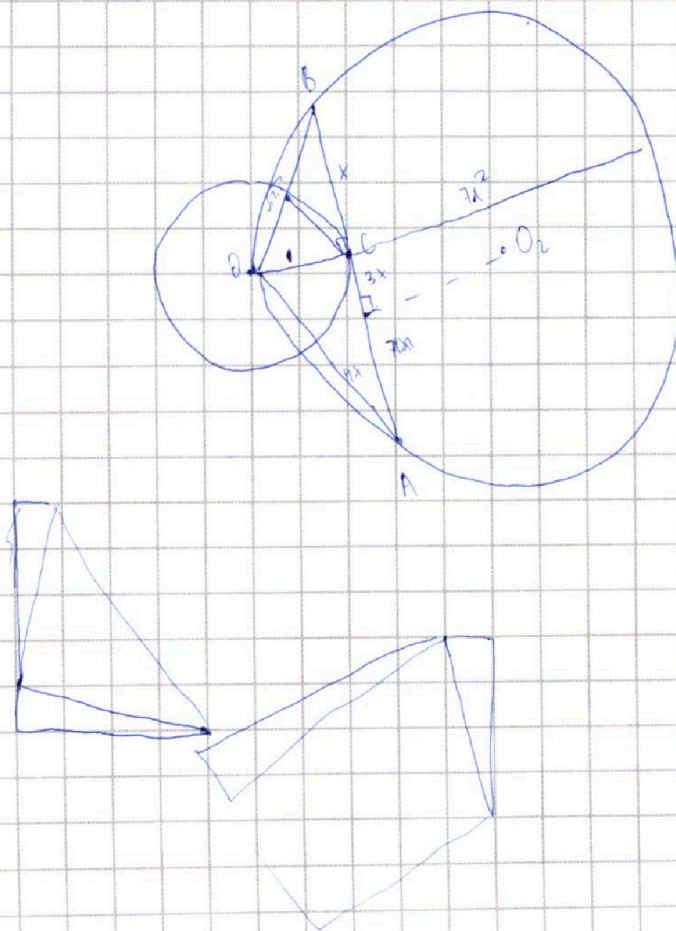
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$r\Omega = 5$$

$$OC = 1$$

$$\underline{AC:CB = 7}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad -45x^2$$

$$4 + 45x^2 - 28x$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 - 7x \quad -45x^2 - 28x$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 - 7x$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2 - 7x$$

$$2x^2 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-45x^2 - 28x$$

$$4x^2 - 4x^4 = (2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$4x^4 = 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 = 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3$$

$$0 = 4x^3 - 6x^3 - 2x^2 + 5x + 2$$

$$0 = 4x^3 - 6x^3 - 2x^2 + 5x + 2$$

$$6x^3 + 2x^2 - 1 - 2 = 0$$

$$6 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \frac{2}{7} - 2 = 0$$

$$6 \cdot \frac{8}{7^3} +$$

$$\frac{48}{7^3} + \frac{8}{7^2} - \frac{2}{7} - 2 = 0$$

$$\frac{48}{7^3} + \frac{56}{7^3} - \frac{98}{7^3} =$$

$$(45x^2 - 21x + 2)^2 =$$

$$5(-9x^2 + 5x) = 2$$

$$-45x^2$$

$$5x(-9x + 5) = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$x < \frac{2}{7}$$

1

часть -

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 2 \cdot (2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$2(36)x^4 - 25 \cdot 90x^3 + 25 \cdot 25x^2 = 4 \cdot 81x^4 + 81x^3 + 4x^2 - 20x^3 - 20x^2 - 10x + 12x + 6$$

$$25x^2(9x - 5)^2$$

$$81x^4 - 16x^3 + 4x^2 + 4 \cdot 2x + 6$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$x < \frac{2}{7}$$

$$-7x + 2 < 0$$

$$8 - 16 - 4 - 2x$$

$$x < \frac{2}{7} \quad (2 - 7x) < 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 < 2x^2 + 2x + 1$$

$$-5x + 3 < 2x + 1$$

$$-5x \quad 7x >$$

$$2x >$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Черновик

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{8 - 10 \cdot \frac{2}{7}} = 1$$

$$7x + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

2

$$\sqrt{8 \cdot \frac{4}{7}} = \sqrt{13}$$

$$49x^2 + 2x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 24x\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4 + 21\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$18 \cdot \sqrt{6}$$

$$49x^2 + 14x\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 7x + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\frac{11}{7}$$

$$-\frac{10}{7 \cdot 3}$$

$$-8 \cdot \frac{2}{7} \cdot 3$$

$$\frac{4}{7} \cdot 1$$

$$-5x + 3 \quad 2x + 1$$

$$-5 - \frac{7}{2} \cdot 3 \quad \frac{7}{2}$$

$$3 + \frac{10}{7}$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3x + 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{21}{7} \cdot \frac{10}{7 \cdot \frac{10}{3}} \cdot 18 + 6 \cdot 1 = -$$

$$-\frac{\sqrt{17}}{12} - 2 - 2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{(2x-3)(2x)}$$

$$2 \cdot \frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \frac{9}{2} + 4,5$$

$$\sqrt{(2x-3)(x+1)}$$

$$\frac{17}{2}$$

$$2x \cdot 8,5$$

$$x = 1,5$$

$$2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

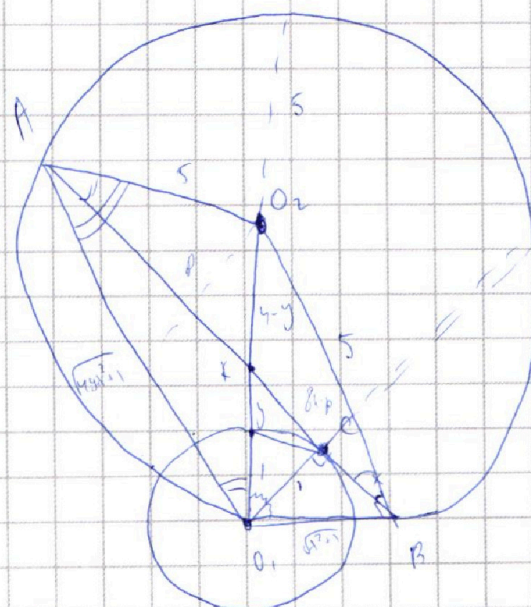
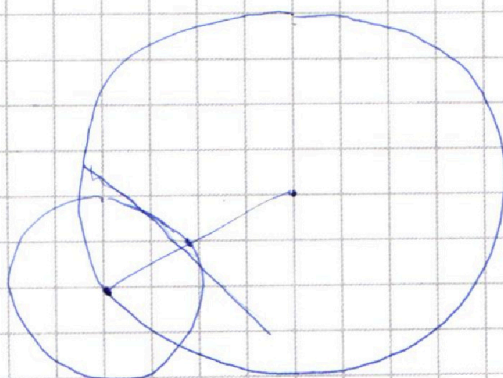
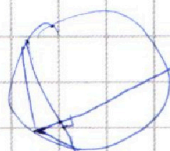
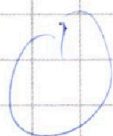
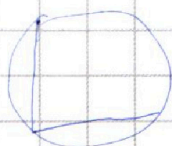
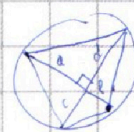
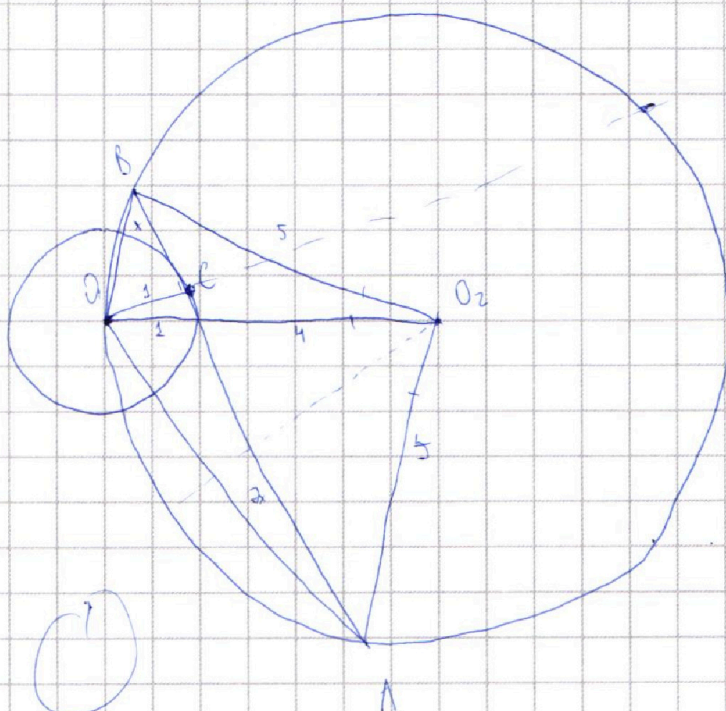
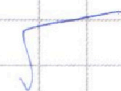
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$x \neq 7$

$7-7 \leq 6$



$$(x-p)/p = (1+y)/(1-y)$$



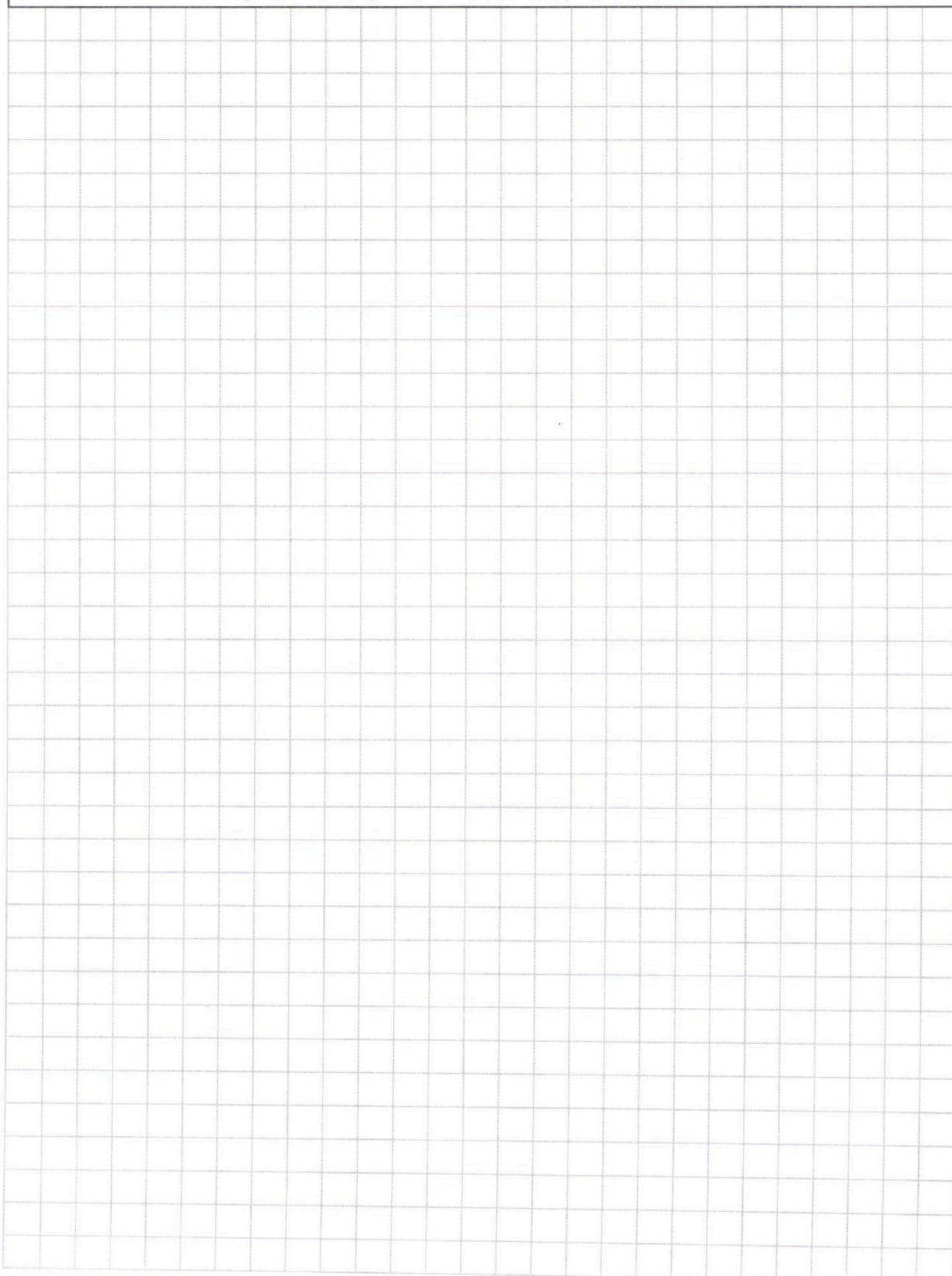
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

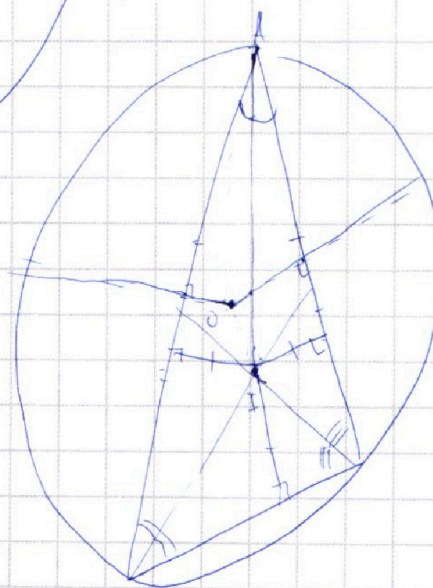
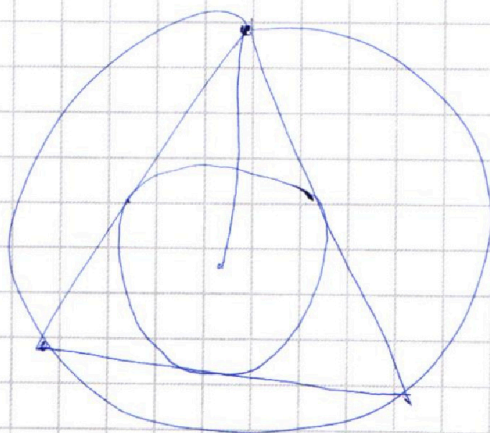
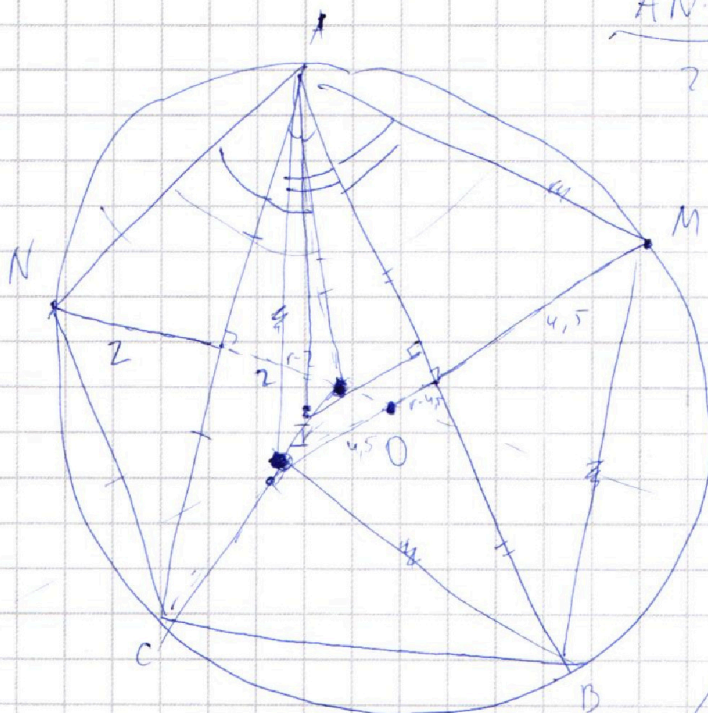
Черновик

$$AN \cdot NC \cdot \frac{AC}{2r} = 2 \cdot AC$$

$$\frac{AN \cdot NC}{2r} = 2$$

$$AN \cdot NC = 4r$$

$$AM \cdot MB = 9r$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

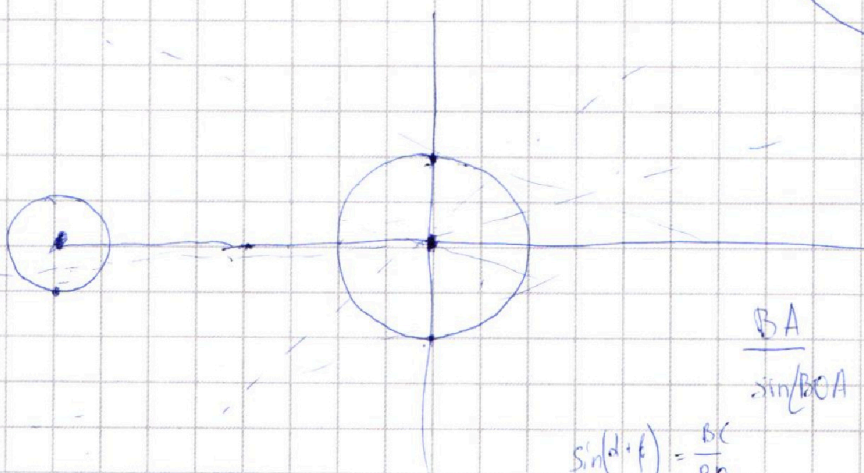
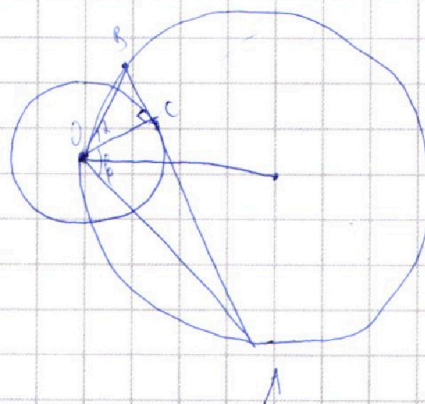
7
☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (1 + 8x^2 + y^2 - 1)(1 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$



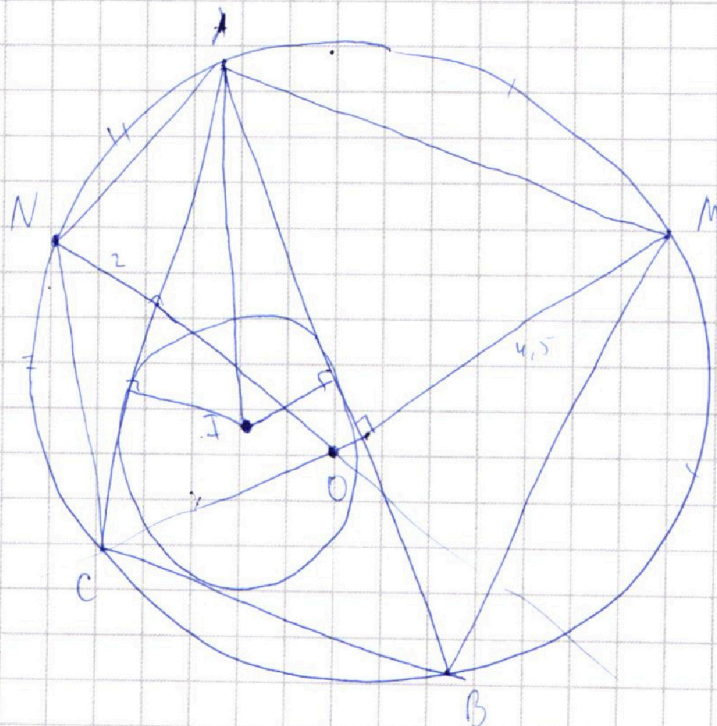
$$\frac{BA}{\sin \angle BOA} = 2R = 10$$

$$\sin(\angle BOA) = \frac{BC}{BO}$$

$$(1 + 8x^2 + y^2 - 1)$$

$$ax - y + 10b = 0$$

$$y = ax + 10b$$

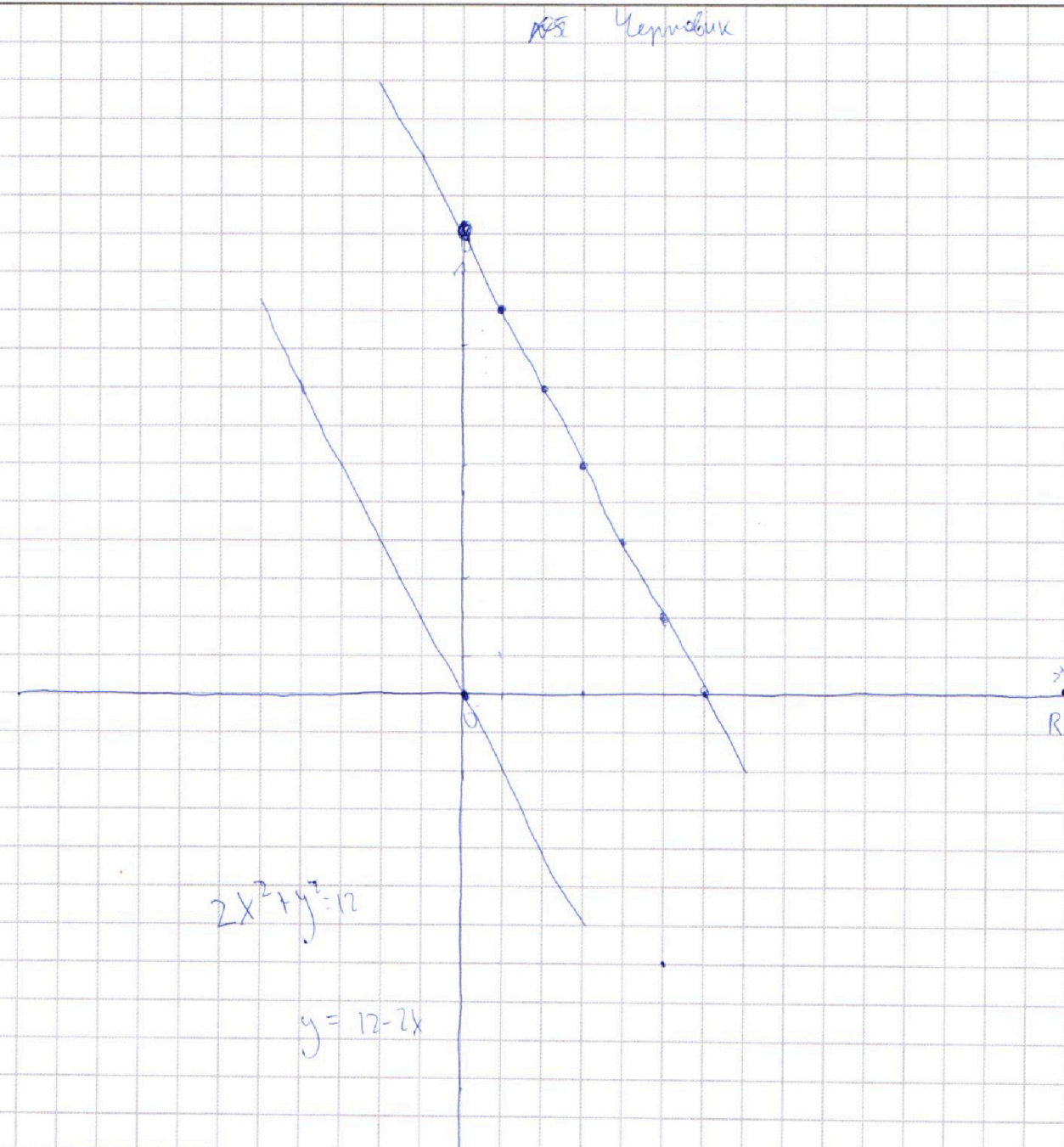


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x_1, y_1

$-y_2 = 1$

$y_2 = 12 - y_1 - 2x_1$