



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(√1.)

Так как $ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$, то и число abc будет делиться на это произведение. То есть минимальное число $abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$ и $ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$. Найдем минимальное b . Рассмотрим число на сирени 7 . Тогда, пусть $a = 2^m \cdot 7^{10}$; $c = 2^n \cdot 7^{27}$. Тогда первые два неравенства будут выполняться отсюда семёрки (то есть если рассмотрим выражение $ab : 7^{10}$).

$$ab : 2^{14} 7^{10} \text{ равносильно числу } \begin{cases} ab : 2^{14} \\ ab : 7^{10} \end{cases}$$

Следовательно, для минимизации числа b оно не делится на 7 .

Тогда, пусть $a = 2^m \cdot 7^{10}$. Тогда $c = 2^{(20-m)} \cdot 7^{10}$.

Следовательно, если $b = 2^x$, то первые два выражения представляем в виде.

$$\begin{cases} m+x \geq 14 \\ (20-m)+x \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 20+2x \geq 31 \Rightarrow x \geq 5,5. \text{ Тогда, } m=8,5, \text{ но}$$

такого не можем быть, потому что тогда a — не натуральное. Следовательно, любая дробная сирень x — не подходит. Следовательно, $x=6 \Rightarrow m=8$.

Тогда, $a = 2^8 \cdot 7^{10}$; $b = 2^{14}$; $c = 2^{12} \cdot 7^{27}$

Тогда, $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(уч) Пусть $k = 2x^2 - 5x + 3$
 $m = 2x^2 + 2x + 1$.

Тогда исходное уравнение упрощаем

$$\sqrt{k} - \sqrt{m} = k - m$$

$$(\sqrt{k} - \sqrt{m}) = (\sqrt{k} - \sqrt{m})(\sqrt{k} + \sqrt{m})$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{k} - \sqrt{m} = 0 \\ \sqrt{k} + \sqrt{m} = 1 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{k} = \sqrt{m} \\ \sqrt{k} + \sqrt{m} = 1 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} k = m \\ k \geq 0 \\ m \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} k = m \\ k \geq 0 \\ m \geq 0 \\ \sqrt{k} + \sqrt{m} = 1 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \end{array} \right.$$

Сложим второй ур-не с ур-нем из условия. Тогда

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 9 - 42x + 49x^2$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 3 \cdot 41 = 121 + 123 = 244 = 2\sqrt{61}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \\ x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \end{array} \right.$$

оба корня подходят
в оба.

Ответ: $\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}; \frac{2}{7}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

И-но, у прямых $y_1 = -2x_1 + (a-12)$ и $y_2 = -2x_2 + a$
 $a \in [0; 30]$ и $(a-12) \in [0; 30]$.

И-но, мы имеем $(30-12)^{+1} = 19$ пар
прямых. ~~И-но, если мы можем считать~~ Из
них 10 пар первой линии и 9 пар второ-
рой линии. И-но, любой может пересекать
две прямые из пары, следовательно
12 или 13 точек (в зависимости от линии че-
рты), перескающих на второй прямой из
пары. Т.о., всего у нас $10 \cdot 13^2 + 9 \cdot 12^2$ пар
точек.

$$10 \cdot 169 + 9 \cdot 144 = 1690 + 1296 = 2986.$$

Ответ: 2986 пар.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(5.)

$$2x_2 + y_2 - 2x_1 - y_1 = 12.$$

Если ~~$y_1 = -2x_1 + a$, то $y_2 = -2x_2 + (12 - a)$~~

$y_2 + 2x_2 = a$, то $y_1 + 2x_1 = (a - 12)$.

Эти два ур-ня задают нам две параллельные прямые, расположенные на 12 единиц одна выше другой. Они имеют коэффициент наклона (-2) . Найдем уравнение боковой грани пар.-линии (ОП).

$$\begin{cases} 0 = 0 + b \\ 12 = -12k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = -2 \end{cases}$$

т.е., прямые параллельными прямыми параллельными.

Прямые вида $y = -2x + b$ могут быть двух разностей на два вида:

- 1) ~~линия~~ линия проходит через центральную точку на "верхней" грани пар.-линии
- 2) не линия.

Первый вид прямых задается ур-нем $y = -2x + 20$
второй вид прямых — $y = -2x + (20 - 1)$

Т.е., прямые $y_1 = -2x_1 + (a - 12)$ и $y_2 = -2x_2 + a$ — одного типа, т.е. -12 -го типа. Прямые первого вида проходят через 13 центральных точек (все диагональные 12 и 1 касательная угловая), а второго типа — 12 ~~и~~ у/с точек. Найдем количество прямых каждого типа: на верхней стороне пар.-линии 16 у/с точек (т.е. ее длина $15 - 0 = 15$), т.е. прямых 16, а прямые второго типа расположены между ними, то есть их 15. Вторая боковая сторона пар.-линии задается уравнением $y = -2x + 30$, т.е.

$$\begin{cases} 0 = 15k + b \\ 12 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ 15k + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 30 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

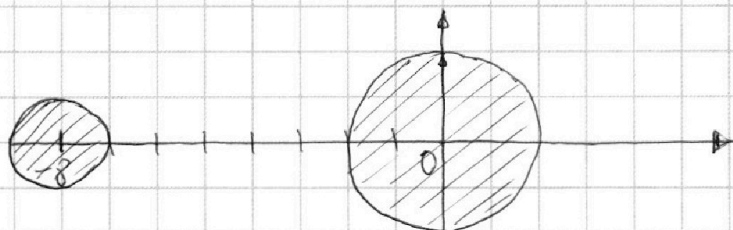
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Второе уравнение задаем нам два кру-
га с центрами $(-3; 0)$ и $(0; 0)$ и радиусами
1 и 2 соответственно.



Первое ур-ие задаем нам прямой $y = ax + 10b$.
И-м, что ^{система} уравнение имеет два решения,
то прямая должна иметь ровно две об-
щие точки с окружностями или с одной из
них. С одной окр-тью она может иметь
либо ровно одну общую точку, либо не
иметь, либо иметь бесконечно много.
С двумя окр-тями она может иметь
2 общие точки или будет касательной
к ним (внутренней или внешней).

$$\text{Т.о.}, \begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = ax + 10b \\ y = \sqrt{4 - x^2} \end{cases}$$

$$ax + 10b = \sqrt{4 - x^2}$$

$$a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4 - x^2$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0.$$

Или ур-ие имеет одну общую точку $D = 0$.

$$D_4 = 100a^2b^2 - 100a^2b^2 - 100b^2 + 4a^2 + 4 = 0.$$

$$100b^2 = 4a^2 + 4.$$

$$25b^2 = a^2 + 1.$$

$$b = \pm \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5}$$

$$\text{Ан-ко } \begin{cases} y = ax + 10b \\ y = \sqrt{1 - (x+3)^2} \end{cases} \Rightarrow ax + 10b = \sqrt{1 - (x+3)^2} \Rightarrow a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 - (x+3)^2$$

$$(1 + a^2)x^2 + (20ab + 16)x + 100b^2 + 63 = 0.$$

$$D_4 = (10ab + 8)^2 - (100b^2 + 63)(a^2 + 1) = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 - 100a^2b^2 - 100b^2 - 63a^2 - 63 = 0.$$

$$160ab + 1 - 100b^2 - 63a^2 = 0$$

$$100b^2 - 160ab + 63a^2 - 1 = 0.$$

$$D_b = 80^2a^2 - 6300a^2 + 100 = 100(a^2 + 1) = (10\sqrt{a^2 + 1})^2$$

$$b = \frac{80a + 10\sqrt{a^2 + 1}}{100} = \frac{8a + \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$b = \frac{80a - 10\sqrt{a^2 + 1}}{100} = \frac{8a - \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

Т.о., где первой окр-ми $b = \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5}$
где второй окр-ми: $b = \frac{8a - \sqrt{a^2 + 1}}{10}$

Сл-но, касаясь прямых данных касательная
одних ~~прямых~~ окр-ми, сл-но, б. где перв.
окр-ми равно б — где второй. Если ~~какая~~
~~но 2 равносильных уравнения~~ ур-ие

$$\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a - \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$3\sqrt{a^2 + 1} = 8a$$

$$9a^2 + 9 = 64a^2$$

$$a^2 = \frac{9}{55}$$

$$a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a + \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$a^2 + 1 = 64a^2$$

$$a^2 = \frac{1}{63}$$

$$a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a + \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$9a^2 + 9 = 64a^2$$

$$a^2 = \frac{9}{55}$$

$$a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5} = \frac{8a - \sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$a^2 + 1 = 64a^2$$

$$a^2 = \frac{1}{63}$$

$$a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$$

Таким образом, имеем 4 значения

а.

$$\text{Ответ: } -\frac{3}{\sqrt{55}}, -\frac{1}{\sqrt{63}}, \frac{1}{\sqrt{63}}, \frac{3}{\sqrt{55}}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

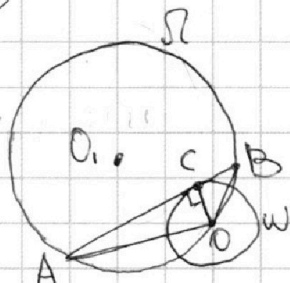
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12.



Обозначим центр окр-ти ω — O' . Тогда, отрезок $OC \perp AB$ по свойству касательной, то есть в прямоугольнике AOB , вписанном в окр-ть Ω , OC — высота. Обозначим длину стороны $AB = 8x \Rightarrow AC = 7x$, $CB = x$.

$$\text{Т.о., } S_{AOB} = OC \cdot AB \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 8x \cdot \frac{1}{2} = 4x.$$

В $\triangle AOB$ по теореме Пифагора $AO = \sqrt{AC^2 + x^2} = \sqrt{49x^2 + 1}$ по т. Пифагора.
 Сл-но, $AO = \sqrt{x^2 + 1}$, $OB = \sqrt{x^2 + 1}$.

$$\text{Т.о., } S_{AOB} = \frac{AO \cdot OB \cdot AB}{4 \cdot R_{\Omega}} = \frac{\sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot 8x}{4 \cdot 5} = 4x$$

$$\sqrt{(49x^2 + 1)(x^2 + 1)} = 10$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$\text{Пусть } t = x^2 \geq 0.$$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0.$$

$$D = 25 \cdot 25 + 99 \cdot 49 = 5476 = (74)^2$$

$$t = \frac{-25 \pm 74}{98} = 1$$

$$t = \frac{-25 - 74}{98} < 0 \text{ — не подходит.}$$

$$\text{Сл-но, } x^2 = 1. \text{ Т.к. } x > 0, \text{ то } x = 1.$$

$$\text{Сл-но, } |AB| = 8x = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(w2.) \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-4ab}$$

См-но, если же можно сократить
на m , то

$$\begin{aligned} a+b &= km \\ (a-b)^2 &= n^2 m + b \\ 4ab &= fm + b \end{aligned}$$

Вк.

$\pm 8.$

$$\frac{11+16}{4} = \frac{27}{4} \approx 7.$$

$$\frac{11-16}{4} = -\frac{5}{4}.$$



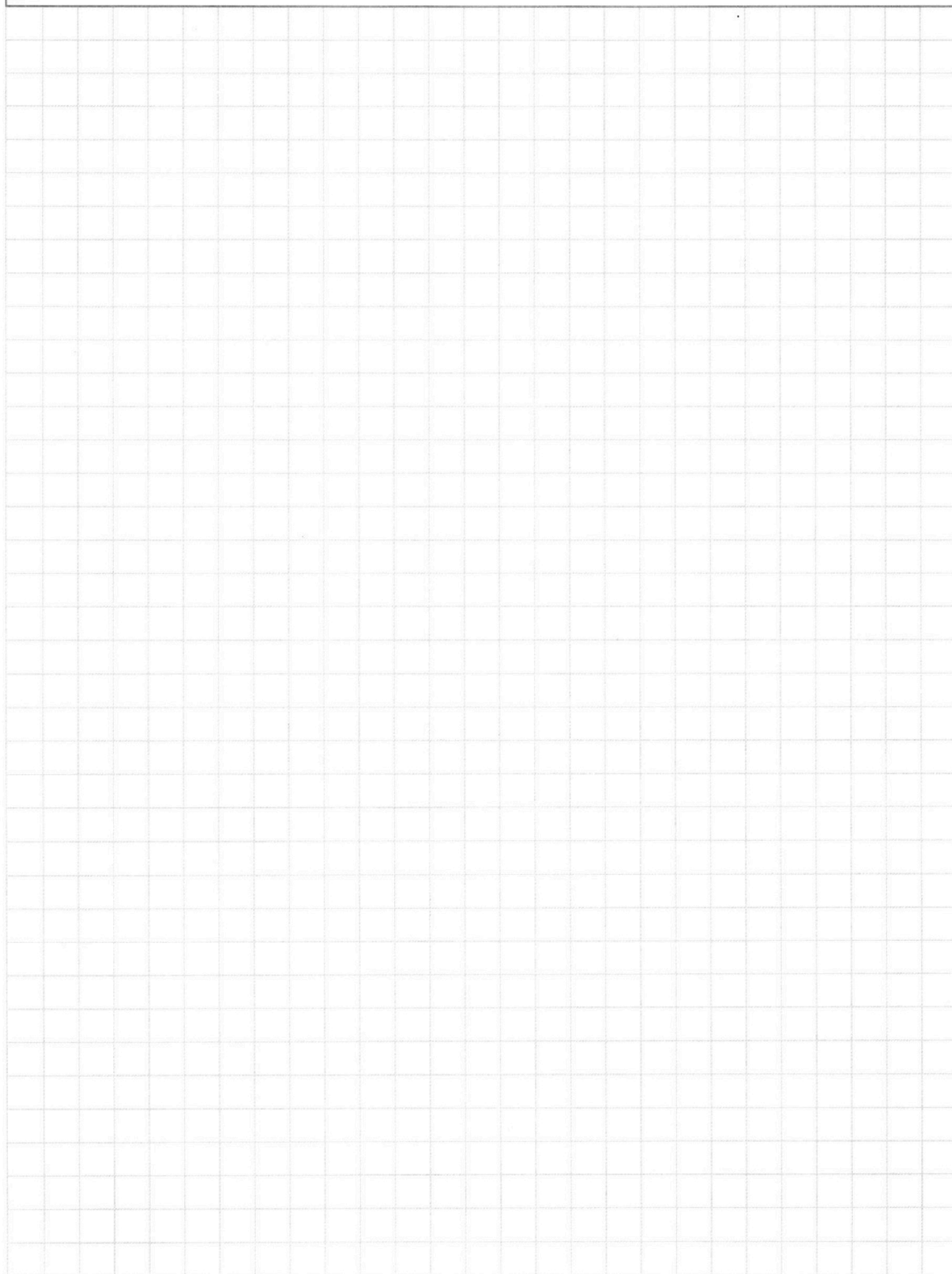
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 4ab} = \frac{7}{1-48} = \frac{7}{-47}$$

$$a = 9m + 6$$

$$b = 8m + 7$$

$$(9m+6)(8m+7) = 4 = f(m)$$

$$(9m+6)(8m+7)$$

$$(72m^2 + (6+72)m + 42) = 4$$

$$a^2 + b^2 = km + c$$

$$6ab = (m + (m-c))$$

$$a+b \div m$$

$$a^2+b^2 = km+c$$

$$6ab = km+c-m$$

$$2ab = \frac{1}{3}m + \frac{c}{3} - \frac{m}{3}$$

$$a^2+b^2 \div m^2$$

$$km+c+\frac{1}{3}m-\frac{m}{3}+\frac{c}{3} \div m^2$$

$$2c \div m$$

$$(k+\frac{1}{3}-\frac{1}{3})m+c(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}) \div m^2$$

$$c = \frac{m}{2}$$

$$\frac{4}{3}c \div m^2$$

$$c \leq m$$

$$2c \geq m$$

$$2c \geq m$$

$$c = 0$$

$$c < m$$

$$2c \div m^2$$

$$2c+m \geq m+c$$

$$c \geq 0$$

$$\frac{4}{3} = \frac{9}{6}$$

$$\frac{4+3}{4^2+3^2-6 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7}{25-22}$$

$$a+b = km$$

$$a-b = nm$$

$$4ab = fm$$

$$a+b \div m$$

$$a^2+2ab+b^2 \div m^2$$

$$km+c+\frac{1}{3}m+\frac{m}{3}-\frac{c}{3} \div m^2$$

$$m(k+\frac{1}{3}+\frac{1}{3})+\frac{2}{3}c \div m^2$$

$$k+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} \div m$$

$$\frac{2}{3}c \div m^2$$

$$2c \div m^2$$

$$2m-20 \div m$$

$$m \geq 20$$

$$20 \div m$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -7x + 2.$$

$$\sqrt{k} - \sqrt{m} = k - m. \quad \begin{matrix} k \geq 0 \\ m \geq 0 \end{matrix}$$

$$k + m - \sqrt{km} = k^2 - 2mk + k^2.$$

$$k - \sqrt{k} = m - \sqrt{m}.$$

$$k^2 + k - 2k\sqrt{k} = m^2 + m - 2m\sqrt{m}.$$

$$k - m = k^2 - m^2.$$

$$(k - m) = (k - m)(k + m)$$

$$\sqrt{k} - \sqrt{m} = 0$$

$$\sqrt{k} = \sqrt{m} \Rightarrow k = m$$

$$\sqrt{k} + \sqrt{m} = 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4a^2 - 100b^2 + 4 = 0$$

$$63a^2 - 160ab + 100b^2 - 1 = 0$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

$$b = \frac{67a^2 + 3}{160a}$$

$$y = ax + 10b$$

$$y^2 = 4 - x^2$$

$$a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 4 - x^2$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (20ab)x + 100b^2 - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 100a^2b^2 - 100a^2b^2 - 100b^2 + 4 + 4a^2 = 0$$

$$4a^2 + 4 = 100b^2$$

$$b^2 = \frac{4a^2 + 4}{100} \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$b = -\frac{1}{5}\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\frac{67a^2 + 3}{160a} = \frac{2\sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$\frac{67a^2 + 3}{32} = 2\sqrt{a^2 + 1}$$

$$4489a^4 + 402a^2 + 9 = 1024a^2 + 1024$$

$$4489a^4 - 622a^2 - 1015 = 0$$

$$311 \cdot 311 + 1015 \cdot 4489$$

$$\begin{array}{r} \times 2156 \\ 2156 \\ 12786 \\ 10780 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 216 \\ 216 \\ 1296 \\ 216 \\ 432 \\ 46656 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 311 \\ 311 \\ 311 \\ 933 \\ 96724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4489 \\ 1015 \\ 22445 \\ 4489 \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4489 \\ 4556335 \\ 96721 \\ 4653056 \end{array}$$

$$4653056$$

$$\begin{array}{r} \times 32 \\ 32 \\ 64 \\ 96 \\ 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 205 \\ 205 \\ 1025 \\ 0000 \\ 410 \\ 42025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 215 \\ 215 \\ 1075 \\ 215 \\ 430 \\ 46225 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$80^2 a^2 - 63a^2 + 100 = 0.$$

$$100a^2 + 100 = 0. \quad (100a^2 + 100)^2$$

$$b = \frac{80a + 10\sqrt{a^2 + 1}}{100} = \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5}$$

$$10\sqrt{a^2+1} = 809$$

$$\sqrt{a^2+1} = 29.$$

$a > 0$

$$a^2 + 1 = 64a$$

$$a^2 - 64a + 1 = 0.$$

$$64^2 + 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 64 \\ \hline 6. \end{array}$$

$$+ 62x^2 - x - 3$$

50.45×3
 625.2

$$\rightarrow 2x^9 + 6x^5 = 5 + x + 2x^6 - 8x^3 - 4x^9$$

$$4x^4 + 2x^5 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3$$

$$\text{Sh. OS} \\ (5 - 2 \times 5) \times 5$$

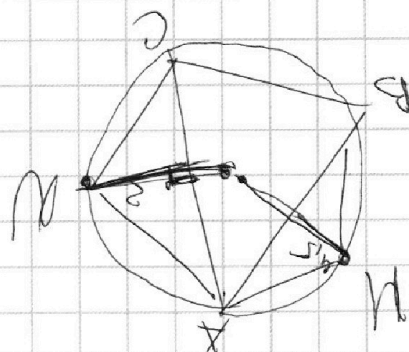
$$XS^2 - 2SX = (x^2 + 2x + 2)(x^2 + 5x + 3)$$

$$\cancel{2} \cancel{X} \cancel{Y} + X \cancel{Y} - \cancel{X} = \cancel{X} \cancel{Y} + \cancel{2} \cancel{X} \cancel{Y} + \cancel{X} \cancel{Y} - \cancel{X} \cancel{Y}$$

$$19 + 7 + 10 + 10 =$$

$$= 8 + X S_2^{-} X \wedge (X \vee 14) + X 6 + 8 + X S_2^{-} X \wedge$$

$$0,8x^2 - 5x + 3 = 0,8x^2 + 2x + 1 + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(√4)

$$\sqrt{(x-1)(x-\frac{3}{2})} = \sqrt{\dots}$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (\frac{3}{2}; +\infty).$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 = \sqrt{\dots} = 4 - \frac{14}{2}x + 49x^2$$

$$-45x^2 + 11x = \sqrt{\dots}$$

$$(x(45x-11))^2 = (2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1).$$

$$4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 =$$

$$= 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 = 0.$$

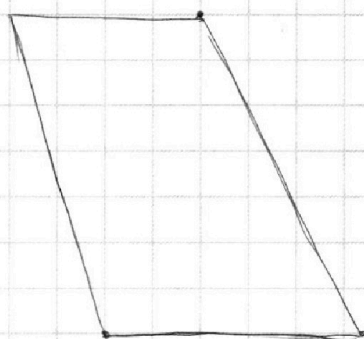
45x

x 45
 45
 225

$$45^2 x^4 =$$

$$2x_1 + y_1 = 12 + 2x_2 + y_2$$

$$x + y = 3.$$



$$400a^2b^2 =$$

$$= 100a^2b^2$$

$$4a^2 - 100b^2 + 4 = 0.$$

$$(a^2+1)(100b^2-4).$$

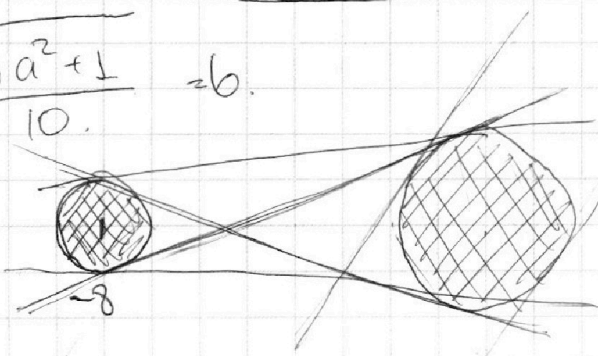
$$(100a^2b^2 + 100b^2 - 4a^2 + 4).$$

$$100a^2b^2.$$

$$4a^2 + 4 = 100b^2.$$

$$(a^2+1)x^2 + 2abx + 100b^2 - 4 = 0.$$

$$\frac{2\sqrt{a^2+1}}{10} = b.$$



$$ax + 10b = x^2 + y^2 - 4.$$

$$11x + 10b = \sqrt{-x^2 + 4}.$$

$$(ax)^2 + 2abx + 100b^2 = 4 - x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

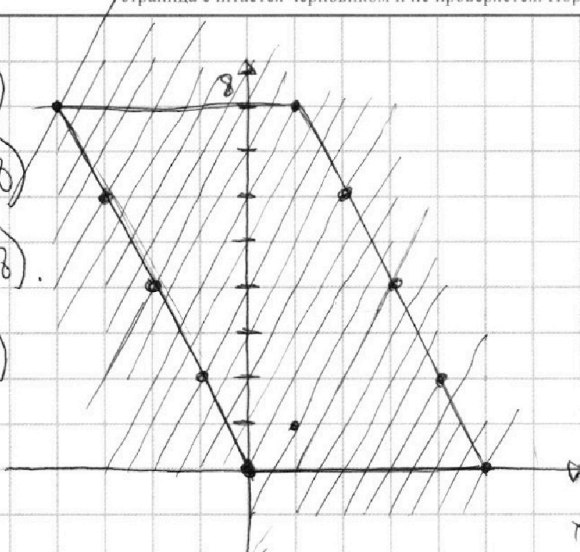


$O(0;0)$

$P(-4;8)$

$Q(2;8)$

$R(5;0)$



$$2x - y = 2$$

$$y = 2x - 2$$

$$2x - y =$$

$$2x + y = 1$$

$$2x - y = 11$$

$$0 = \frac{1690}{1296}$$

$$20 - 8$$

$$12 \cdot 14$$

$$1296$$

$$1296$$

$$12 \cdot 14$$

$$\frac{14}{12} = \frac{28}{28}$$

$$\frac{14}{12} = \frac{168}{168}$$

$$\frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

$$30$$

$$\frac{12}{30}$$

$$+360$$

$$+16$$

$$+12$$

$$388$$

$$8 \text{ и } 5$$

$$7 \text{ и } 4$$

$$7 \text{ и } 4$$

$$ax + 10b = (x-8)^2 + 2$$

$$a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 - x^2 - 16x - 64$$

$$10$$

$$(a^2+1)x^2 + (20ab+16)x + (100b^2+63)$$

$$(20ab+16)^2$$

$$(10ab+8)^2$$

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 -$$

$$100a^2b^2 - 63a^2 - 100b^2 - 63$$

$$63a^2 - 160ab + 100b^2 - 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \times 1227 \\ 1227 \\ 8589 \\ 2454 \\ 2454 \\ 1227 \\ \hline 1505529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1243 \\ 1243 \\ 3729 \\ 4972 \\ 2486 \\ 1243 \\ \hline 1545049 \end{array}$$

$$\times 1300$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 13 \\ 39 \\ \hline 13 \\ \hline 1690000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1293 \\ 1293 \\ 9079 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1293 \\ 1293 \\ 3879 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1287 \\ 1287 \\ 09 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11673 \\ 1594 \\ 1297 \\ \hline 1582209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11637 \\ 2586 \\ 1293 \\ \hline 1671849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 6351 \\ 2401 \\ 6351 \\ 0000 \\ 25404 \\ 12702 \\ \hline 15248752 \end{array}$$

$$\frac{abc}{4R} = \frac{1}{2} ah_a$$

$$\frac{8x \cdot \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+49+1}}{20} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8x.$$

$$\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)} = 10$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0.$$

$$28: 625 + 441$$

$$8x \cdot \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)} = 4x.$$

$$\begin{array}{r} -25+74 \\ 49 \\ \hline \sqrt{49} \end{array}$$

$$\frac{9}{7} \sqrt{11}.$$

$$\begin{array}{r} \times 74 \\ 74 \\ 296 \\ 518 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 25 \\ 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 9 \\ 441 \end{array}$$

$$1086.$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 36 \\ 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -25+74 \\ 1. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 99 \\ 441 \\ 441 \\ \hline +4852 \\ 625 \\ \hline 5476 \\ \times 76 \\ 76 \\ 353 \\ 532 \\ \hline 5673 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

~~$$2^{14} \cdot 7^{10}$$~~

$$2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{20}$$

$$c =$$

$$b = 2^6 \cdot 7^{10}$$

$$a = 2^8 \cdot 7^{10}$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$m + x \geq 14$$

$$(20 - m) + x \geq 17$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

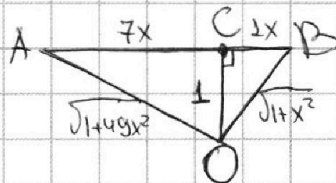
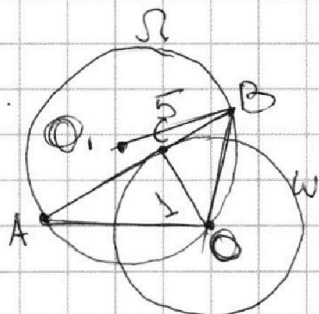
$$1500625 + 153664 =$$

$$=$$

$$\frac{1}{4} = 9 - 1 = (2\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{2} \quad \begin{cases} a = (3 + 2\sqrt{2})b \\ a = (3 - 2\sqrt{2})b \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1500625 \\ + 153664 \\ \hline 1654289 \end{array}$$

$$\frac{a+b}{(a - (3 + 2\sqrt{2})b)(a - (3 - 2\sqrt{2})b)}$$



$$\begin{array}{r} \times 1303 \\ 1303 \\ \hline 09 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1227 \\ 1227 \\ \hline 8589 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6400 \\ 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4627 \\ 4627 \\ \hline 999529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2450 \\ 2450 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12250 \\ 9800 \\ \hline 4900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1225 \\ 1225 \\ \hline 6125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2401 \\ 64 \\ \hline 9604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14406 \\ \hline 153664 \end{array}$$

$$80x = 7x \sqrt{(1+x^2)(1+49x^2)}$$

$$\left(\frac{80}{7}\right)^2 = 49x^4 + 50x^2 + 1$$

$$2401x^4 + 2450x^2 - 6400 = 0$$

$$\begin{array}{r} 6400 \\ - 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2401 \\ 64 \\ \hline 9604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14406 \\ \hline 153664 \end{array}$$