



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если abc минимально, то оно не включается в себя ^{минимум} множителей кроме 2 и 7, поэтому мы можем представить a, b, c в виде:

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}; \quad b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}; \quad c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}, \text{ тогда}$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2} = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2}, \text{ аналогично}$$

$$bc = 2^{\alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_2 + \beta_3}$$

$$ac = 2^{\alpha_1 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_3}$$

Из условия задачи мы можем вывести неравенства на степени из-за делимости:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 15 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 23 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 18 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 39 \end{cases}$$

Сложим неравенства и поделим на 2 и получим:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 27,5$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34, \text{ но } \beta_1 + \beta_3 \geq 39, \Rightarrow$$

$\Downarrow$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28, \text{ т.к. } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{N}$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 39$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{N}$, т.к. иначе числа a, b, c были бы рациональными.

Из неравенств следует, что $abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$.

Пример: $a = 2^{11} \cdot 7^{11}$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}; (2^{15} \cdot 7^{11})$$

$$b = 2^4 \cdot 7^0$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18}; (2^{17} \cdot 7^{18}) \quad abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$ac = 2^{24} \cdot 7^{39}; (2^{24} \cdot 7^{39})$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-2ab-2ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}, \text{ по условию}$$

$$(a+b):m$$

$$((a+b)^2-2ab):m \Rightarrow (-2ab):m \quad [\text{т.к. } (a+b):m \Rightarrow (a+b)^2:m, \text{ а}$$

если $(-2ab):m$, то и $2ab$ делится на m (не делится)]

У a и b нет общих множителей, т.е. дробь несократима, а это значит, что и у $a+b$ нет общих множителей ни с a , ни с b ^①, т.е. $ab \not\vdash m$, а значит $(-2):m$

$$\text{и } m=2$$

① Если бы были, то $a+b = x \cdot a$

$$b = a(x-1) \Rightarrow \text{дробь сократима на } a \text{ — противоречие}$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Подставим это в т. Лагранжа для O_2 и А:

$$\left(\frac{17}{2}x^2 - \frac{7}{2}\right)^2 + 144x^2 = 13^2$$

$$\frac{17^2}{4}x^4 - \frac{17 \cdot 7}{2}x^2 + \frac{49}{4} + 144x^2 = 169 \quad | \cdot 4$$

$$289x^4 - 238x^2 + 49 + 576x^2 = 676$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \rightarrow \text{подбирается} \\ x^2 = -\frac{627}{289} \rightarrow \text{нот. Баэма (D > 0, н. D = 338^2 + 627 \cdot 289 \cdot 4)} \end{cases}$$

↗ не подходит

Значит $x = 1$

$$AB = 24x = 24$$

Ответ: 24

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-2x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = (3x^2-6x+2) - (3x^2+3x+1)$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = (\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1})(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1})$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1} \quad (1) \\ \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1): \sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1} \quad |^2$$

$$\begin{cases} 3x^2-6x+2 = 3x^2+3x+1 \\ 3x^2+3x+1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1=2x \\ 3x^2+3x+1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1 = 1\frac{10}{4} > 0 \end{cases}$$

$$(2): \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \quad |^2$$

$$3x^2-6x+2 + 3x^2+3x+1 + 2\sqrt{3x^2-6x+2}\sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

$$6x^2-3x+3 + 2\sqrt{3x^2-6x+2}\sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

Рассмотрим $6x^2-3x+3$: $6x^2-3x+3 = 3(2x^2-x+1)$

$$2x^2-x+1$$

Вершина: $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$ мин. знач. $= 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{7}{8}$, значит

$$6x^2-3x+3 \geq 3 \cdot \frac{7}{8} > 1, \text{ то тогда } 2\sqrt{3x^2-6x+2}\sqrt{3x^2+3x+1} < 0,$$

это невозможно, значит корней нет

Ответ: $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

Каждое ~~натуральное~~ натуральное число (x, y) составлено число $2x + 4y$

Рассмотрим как будет выглядеть плоскость:

0 2	
-1 1 3 5	7 9 11 13
-2 0 2 4	8 10 12
-3 -1 1 3	5 7 9 11
-4 -2 0 2	4 6 8 10
-5 -3 -1 1	3 5 7 9
-6 -4 -2 0	2 4 6 8
-7 -5 -3 -1	1 3 5 7
-8 -6 -4 -2	0 2 4 6

ед. отрезок - 1 клетка, пересечение осей: $(0, 0)$

Заметим, что на прямой вида $y = -2x + b$, где $b \in \mathbb{Z}$ в целых точках стоят одинаковые числа, т.е.

дифференцируются:

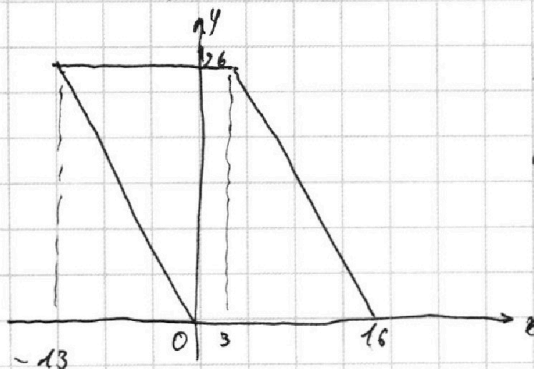
$$2x + 4y = 2x + (-2x + b) = b$$

Условие для пары точек: $2x_2 - 2x_1 + 4y_2 - 4y_1 = 14$

$$(2x_2 + 4y_2) = 14 + (2x_1 + 4y_1)$$

т.е. для чисел на прямой $y = -2x + b$ можно составить числа на прямой $y = -2x + b + 14$

Теперь рассмотрим наш параллелограмм.



Левая сторона задаётся уравнением $y = -2x$, значит на ней все точки будут иметь $2x + 4y = 0$ и их там будет 14 (однажды от -13 до 0 вал.)

На единицах будут стоять на $y = -2x + 1$ их будет 13: ~~по границе~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ординами от 1 до 25 через $z \in \{1; 3; 5; \dots; 25\}$
Для двоих будем $y = -2x + z$, аналогично с 0 или будем
14 и т.д.

Каждая нечетная $2x + y$ будет иметь 13 чисел, а
четная: 14

$$\text{Последняя } 2x + y = 2 \cdot 16 + 0 = 32,$$

теперь будем составлять $2x + y$ так, чтобы

$$(2x_2 + y_2) = 14 + (1x_1 + 1y_1)$$

14

0

На четном у нас будет

15

1

$$14 \cdot 14 = 196 \text{ пар}$$

16

2

⋮

На нечетном - $13 \cdot 13 = 169$ пар,

31

17

при этом пары эти же

32

18

пересекаться.

Четных всего ~~10~~, нечетных: 9

(0, 2, 4, ..., 18)

(1, 3, 5, ..., 17)

$$\text{Значит, всего пар: } 10 \cdot 196 + 9 \cdot 169 = 3481$$

Ответ: 3481 пара точек

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



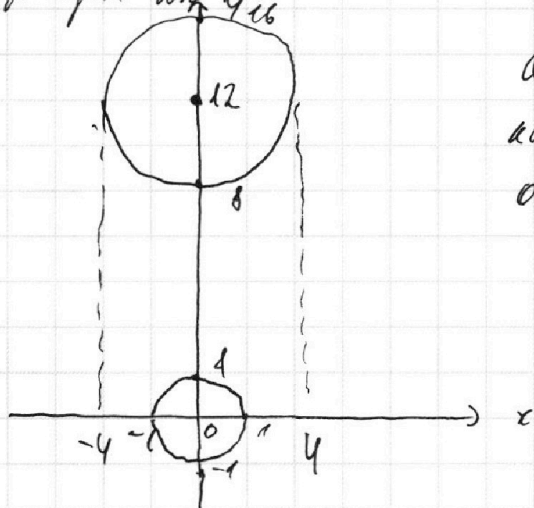
16

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ \begin{cases} x^2+y^2-1 \leq 0 \\ x^2+(y-12)^2-16 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2-1 \geq 0 \\ x^2+(y-12)^2-16 \leq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Заметим, что это
уравнение описывает

нарисуем их



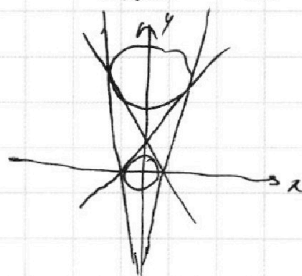
$ax+y-8b=0$ — прямая, которая
как-то проходит через
окружности.

$\leq$ значит, что прямая проходит
внутри окружности (+ касательная)

$\geq$ значит, что снаружи (+кас)

Роз сам решил, но пока бы и роз прямая пере-
секает окружности, но если она это делает не
по касательной, то решений будет бесконечно. Значит,
прямая $ax+y-8b=0$ — касательная к обеим окружностям

и и штука



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

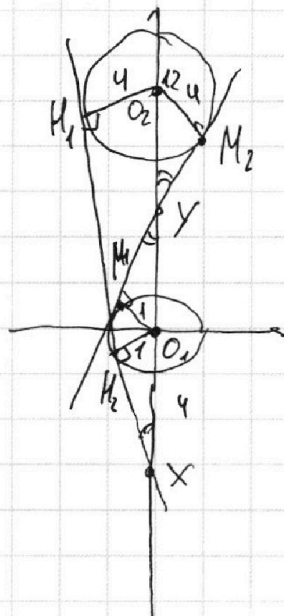
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдем их точки пересечения с осью y :



$$r_{\text{вал}} = R = 1 \quad R_{\text{доп}} = \sqrt{16} = 4$$

$$1. \quad O_2 H_1 X \sim O_1 H_2 X$$

$$\frac{O_2 H_1}{O_1 H_2} = \frac{O_2 X}{O_1 X}$$

$$4 = \frac{O_2 X}{O_1 X} \quad ; \quad O_2 O_1 = 12 \Rightarrow$$

$$O_1 X = 4$$

$$2. \quad O_2 M_2 Y \sim O_1 M_1 Y$$

$$\frac{O_2 M_2}{M_1 O_1} = \frac{Y O_2}{Y O_1}$$

$$4 = \frac{Y O_2}{Y O_1} \quad ; \quad O_1 O_2 = 12 \Rightarrow O_1 Y = 2,4$$

$$O_2 Y = 2,4$$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

Далее все совпадает



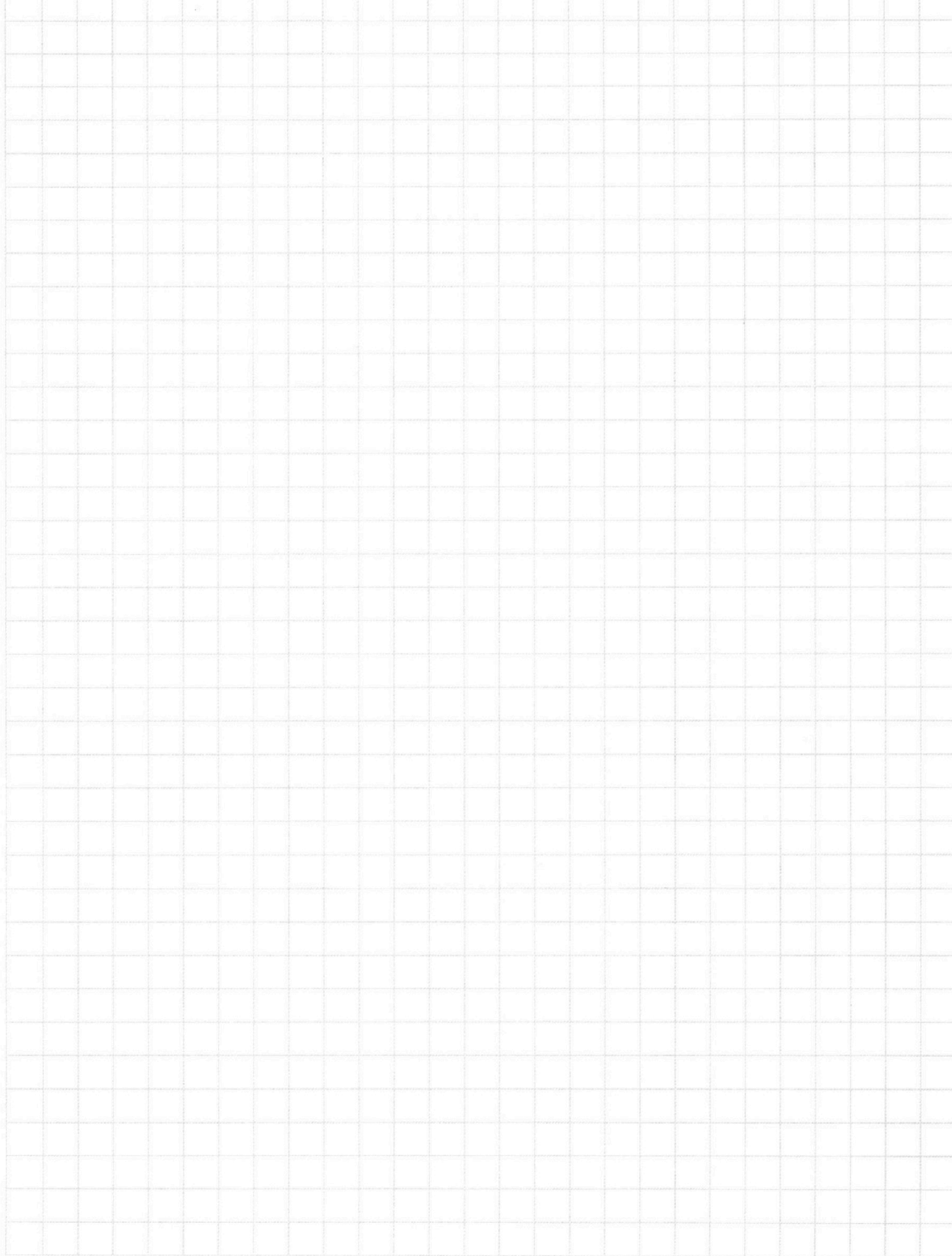
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



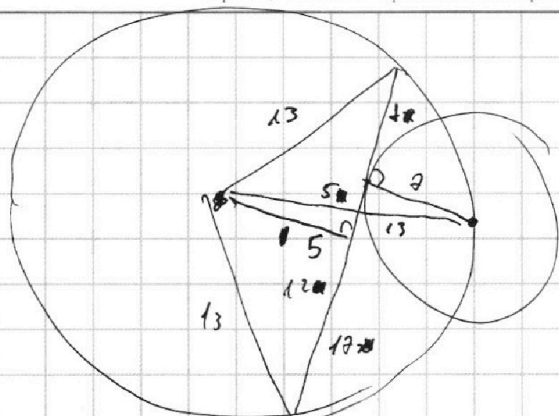
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$(h+2)^2 + 25x^2 = 13^2$$

$$h^2 + 100x^2 = 13^2$$

$$h^2 - (h+z)^2 = -119z^2$$

$$(h - h \bar{\epsilon} \bar{g})(h + h + g) = d d a^2$$

$$2h + 2 = 17x^2$$

$$h = 2,5x^2 - 9,5 = \frac{12}{2}x^2 - \frac{9}{2}$$

$$22,25x^4 - 8,25x^2 + 12,25 + 144x^2 = 13^2 \quad | :4$$

$$288x^4 - 288x^2 + 576 = 13^2 \cdot 4 - 69$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$288x + 288x - 624 = 0 \quad x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad x^2 = 4$$

$$288x^2 + 288x - 624 = 0 \quad x^2 = -1 \Rightarrow x = -1 \quad \frac{C}{E} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$-624 \quad x^2 = -\frac{624}{288} = -\frac{13}{6}$$

$$Q = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 626 \cdot 289.4}}{289.4} = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 289.4 \cdot 626}}{289.4}$$

$$= \frac{-25 \pm \sqrt{25^2 + 4 \cdot 12^2}}{220}$$

$$\begin{array}{r} 626 \\ \times 282 \\ \hline 5834 \\ 808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1152 \\ \hline 182914 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} *182914 \\ 625 \\ \hline 183539 \end{array}$$

13

$$26.97 =$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 626 \\ \hline 5834 \\ - 626 \\ \hline 5208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 238 \\ \hline 738 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5008 \overline{) 48} \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{-16} \\ 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 168 \\ \hline 184 \\ 1380 \\ 4600 \\ \hline 6264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 26 \\ \hline 162 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39 \\ 2 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 9 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 266 \\ 23 \\ \times 169 \\ \hline 2398 \\ 1620 \\ \hline 6277 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 12 \\ \hline 419 \\ 18 \\ \hline 207 \end{array}$$

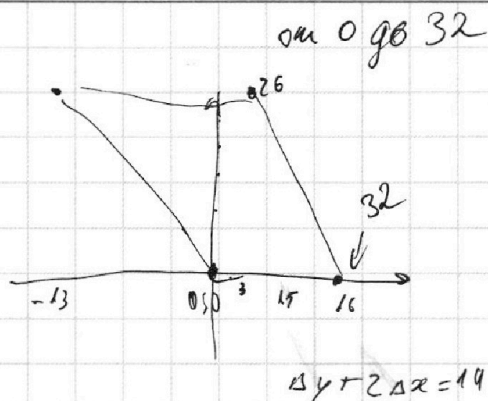
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$y_2 - y_1 = 2$$

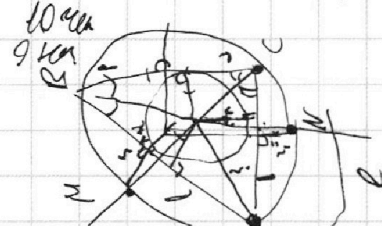
$$\begin{matrix} 0 & 14 \\ 1 & 15 \end{matrix}$$

$$\frac{r}{2.5} = \frac{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}$$

$$\frac{r}{2.5} = \frac{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}$$

$$\frac{r}{2.5} = \frac{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}$$

$$\frac{r}{2.5} = \frac{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}{10 - \frac{AC \cdot AB}{AB \cdot BC}}$$



$$\begin{cases} 2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \\ x_2, x_1, y_2, y_1 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = 7$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$y_2 - y_1 = 7$$

$$x_2 = x_1 + 7$$

$$y_2 = y_1 + 7$$

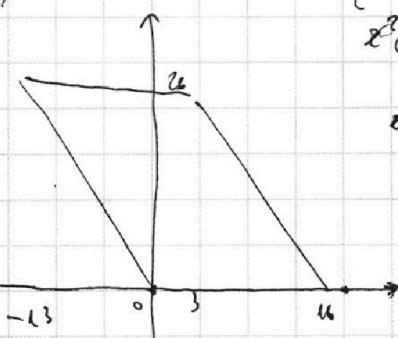
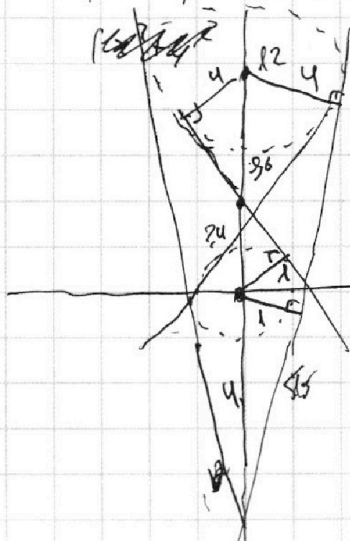
$$A(x_1, y_1) \in [-26; 26]$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2x_2 + y_2 - 14 = x_1 + y_1 + x_1$$

$$ax + y - 86 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$



$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \leq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

$$\frac{12}{5} = 2.4$$

$$\begin{cases} \text{tg} = 5/15 \\ \text{tg} = -5/15 \end{cases}$$

$$x_1 \in \left[-\frac{y_1}{2}, 18 - \frac{y_1}{2} \right]$$

$$y_1 \in [0; 26]$$

$$2x_2 - 2x_1 = [-y_2 - 6; -26 + y_2 - 6 + 26 - \frac{y_2}{2} + \frac{y_2}{2}]$$

$$x_1 \in \left[-\frac{y_1}{2}; 3 + \frac{26 - y_1}{2} \right]$$

$$y_1 \in [0; 26]$$

$$2x_2 - 2x_1 \in [y_1 - 26 - y_2; y_2 + 32 - y_1]$$

$$x_2 \in \left[-\frac{y_2}{2}; 3 + \frac{26 - y_2}{2} \right]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 7^{18}; ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot x, b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot y, c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3} \cdot z$$

$$100 - 59,5 = 40,5$$

$$d_1 + d_2 \geq 15$$

$$d_2 + d_3 \geq 17$$

$$d_1 + d_3 \geq 23$$

$$\beta_1 + \beta_2 \geq 11$$

$$\beta_2 + \beta_3 \geq 18$$

$$\beta_1 + \beta_3 \geq 39$$

$$2(d_1 + d_2 + d_3) \geq 55$$

$$d_1 + d_2 + d_3 \geq 27,5$$

$$d_1 + d_2 + d_3 \geq 28$$

$$2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 68$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34$$

$$\text{но } \beta_1 + \beta_3 \geq 39, \text{ поэтому}$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 39$$

$$\begin{aligned} & (8,5x^2 + 3,5)^2 + 144x^2 = 13^2 \\ & 82,25x^4 + 59,5x^2 + 144x^2 = 169 \\ & 82,25x^4 + 203,5x^2 - 169 = 0 \\ & 289x^4 + 815x^2 - 63500 = 0 \\ & 17^2x^4 + 815x^2 - 63500 = 0 \\ & 815x^2 - 63500 = -289x^4 \\ & 815x^2 - 63500 = -289x^4 \end{aligned}$$

$$abc \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$a = 2 \cdot 7$$

$$b = 2^4 \cdot 7^0 = 16$$

$$c = 2 \cdot 7$$

$$d_1 + d_2 + d_3 \geq 32$$

$$2d_2 \geq 19$$

$$a = 2 \cdot 7$$

$$b = 2 \cdot 7$$

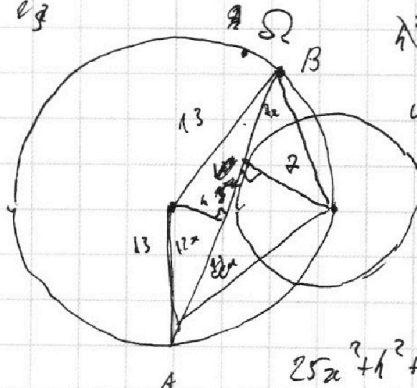
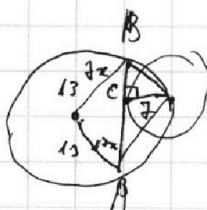
$$c = 2 \cdot 7$$

$$1410 = 82 - 9$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}; 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 7^{20}; 2^{12} \cdot 7^{18}$$

$$ac = 2^{29} \cdot 7^{39}; 2^{23} \cdot 7^{39}$$



$$25x^2 + (h+2)^2 = 13^2$$

$$25x^2 + h^2 + 4h + 4 = 169$$

$$h^2 + 144x^2 = 13^2$$

$$h^2 + 144x^2 = 25x^2 + h^2 + 4h + 4$$

$$14h = 119x^2 + 4$$

$$2h = 17x^2 + 2$$

$$h = 8,5x^2 + 1$$

$$25x^2 + h^2 + 144x^2 + 4h + 4 = 169$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$289a^2 + 815a - 63500 = 0$$

$$a = \frac{-815 \pm \sqrt{815^2 + 4 \cdot 289 \cdot 63500}}{2 \cdot 289}$$

$$\begin{array}{r} + 815 \\ + 815 \\ \hline 4085 \\ + 6520 \\ \hline 69285 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 635 \\ + 289 \\ \hline 5715 \\ + 5080 \\ \hline 1270 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1270 \\ + 1270 \\ \hline 2540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 2540 \\ + 2540 \\ \hline 5080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 5080 \\ + 5080 \\ \hline 10160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 10160 \\ + 10160 \\ \hline 20320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 20320 \\ + 20320 \\ \hline 40640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 40640 \\ + 40640 \\ \hline 81280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 81280 \\ + 81280 \\ \hline 162560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 162560 \\ + 162560 \\ \hline 325120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 325120 \\ + 325120 \\ \hline 650240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 650240 \\ + 650240 \\ \hline 1300480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1300480 \\ + 1300480 \\ \hline 2600960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 2600960 \\ + 2600960 \\ \hline 5201920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 5201920 \\ + 5201920 \\ \hline 10403840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 10403840 \\ + 10403840 \\ \hline 20807680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 20807680 \\ + 20807680 \\ \hline 41615360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 41615360 \\ + 41615360 \\ \hline 83230720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 83230720 \\ + 83230720 \\ \hline 166461440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 166461440 \\ + 166461440 \\ \hline 332922880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 332922880 \\ + 332922880 \\ \hline 665845760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 665845760 \\ + 665845760 \\ \hline 1331691520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1331691520 \\ + 1331691520 \\ \hline 2663383040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 2663383040 \\ + 2663383040 \\ \hline 5326766080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 5326766080 \\ + 5326766080 \\ \hline 10653532160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 10653532160 \\ + 10653532160 \\ \hline 21307064320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 21307064320 \\ + 21307064320 \\ \hline 42614128640 \end{array}$$

$$289a^2 + 338a - 63500 = 0$$

$$a = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 289 \cdot 63500}}{2 \cdot 289}$$

$$\begin{array}{r} + 338 \\ + 338 \\ \hline 676 \\ + 10160 \\ \hline 10836 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 3406000 \\ + 114244 \\ \hline 3520244 \\ + 36760122 \\ \hline 38280366 \\ + 6126688 \\ \hline 44407054 \\ + 2042220 \\ \hline 46449274 \end{array}$$

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

$$\begin{array}{l} 0-14 \\ 1-13 \\ 2-14 \\ 3-13 \\ \vdots \\ M=9 \end{array}$$

$$2x_2 - 2x_1 - 14 = 4x_1 - 4x_2 \in [4x_1 - 4x_2 - 14]$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + 4x_2 \in [14, 48] \Rightarrow 2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + 4x_2 \in [14, 32]$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1)$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{\dots})(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{\dots})$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{\dots} = 1 \end{cases} \quad x = \frac{1}{9}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{\dots} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{\dots} = 1$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - x + 1 &= 0 \\ \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 1 &= \frac{7}{8} \\ \frac{1}{8} - 3 &> 1 \end{aligned}$$