



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N.1.

Решение задачи минимально, когда числа минимальны  $\Rightarrow$  в числах  $a, b, c$  не содержатся другие простые делители, кроме 2 и 7. Тогда их можно представить в виде:

$$a = 2^k \cdot 7^x$$

$$b = 2^m \cdot 7^y, \text{ где } k, m, n, x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$c = 2^n \cdot 7^z$$

$$ab : 2^{17} \cdot 7^{10} \quad ab = 2^{k+m} \cdot 7^{x+y} : 2^{17} \cdot 7^{10} \Rightarrow \begin{cases} k+m \geq 17 \\ x+y \geq 10 \end{cases}$$

$$bc : 2^{m+n} \cdot 7^{y+z} : 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow \begin{cases} m+n \geq 17 \\ y+z \geq 17 \end{cases}$$

$$ac : 2^{k+n} \cdot 7^{x+z} : 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow \begin{cases} k+n \geq 20 \\ x+z \geq 37 \end{cases}$$

$$2(k+m+n) \geq 51 \quad k+m+n \geq 25.5 \geq 26.$$

$$2(x+y+z) \geq 64 \quad x+y+z \geq 32, x+z \geq 37 \Rightarrow x+y+z \geq 37$$

$$abc = 2^{k+m+n} \cdot 7^{x+y+z} \leq 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$x=18$$

$$k=9$$

$$a = 2^9 \cdot 7^8$$

$$y=0$$

$$m=6$$

$$b = 2^6 \cdot 7^0 = 2^6$$

$$z=19$$

$$n=11$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{19}$$

$$ab = 2^{17} \cdot 7^{10} : 2^{17} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{19} : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^{10} \cdot 7^{37}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} \text{ сократим на } m \Rightarrow \frac{a+b:m}{a^2-6ab+b^2:m}$$

$$a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab : m \quad (a+b):m \Rightarrow -8ab:m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b:m \\ 8ab:m \end{array} \right.$$

Пусть  $a:m = b:m$ , но  $a$  и  $b$  взаимопримите  $\Rightarrow a:m$  и  $b:m \Rightarrow 8:m \Rightarrow m \leq 8$

$$\begin{array}{ll} a=3 & \frac{a^2}{b} = \frac{3^2}{5} - \text{несократимое.} \\ b=5 & \end{array}$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{3+5}{3^2-6 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9-90+25} = \frac{8}{-56} = \frac{8 \cdot 1}{-7 \cdot 8} - \text{сократима на 8} \Rightarrow m_{\max} = 8.$$

Ответ:  $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$D \geq 0 : 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \quad (x-1)(2x-3) \geq 0 \quad \begin{matrix} x \geq 1 \\ x \leq \frac{3}{2} \end{matrix}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 2 < 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \quad b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$a^2 = 2x^2 - 5x + 3 \quad b^2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$b^2 - a^2 = 2x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 5x - 3 = 7x - 2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(a-b)(a+b) = (a-b)$$

$$a - b = 0 \quad a + b = 1.$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-5x + 3 = 2x + 1$$

$$-7x = -2$$

$$x = +\frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 14 \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 14(2x^2 + 2x + 1) + 2x^2 + 2x + 1$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \quad 7x - 1 \geq 0 \quad x \geq \frac{1}{7}$$

$$4(2x^2 + 2x + 1) = 49x^2 - 14x + 1$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 11^2 + 3 \cdot 41 = 121 + 123 = 244$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{244}}{41}$$

$$x_1 = \frac{11 - \sqrt{244}}{41} \approx 0 \quad x_2 = \frac{11 + \sqrt{244}}{41} \approx 0.5$$

$$\frac{1}{7} < \frac{26}{41} = \frac{11 + 15}{41} < \frac{11 + \sqrt{244}}{41} < \frac{11 + 16}{41} = \frac{27}{41} < 1$$

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$   
 $x = \frac{11 + \sqrt{244}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

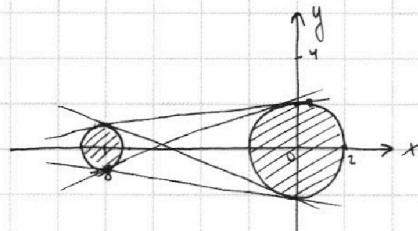
**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

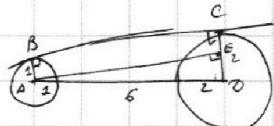
N6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$



Заштрихованное области - решение неравенства.

Для того, чтобы прямая  $y = ax + 10b$  имела с неравенствами ровно 2 общие точки,  $y = ax + b$  должна быть касательной к этим двум окружностям.



$\angle AEC = \angle BEC$  по т. Пифагора.

( $\angle AEC$  наименьший из  $\angle AEB$  и  $\angle BEC$ )

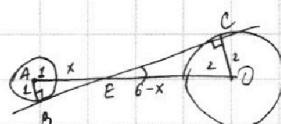
$$AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{9^2 + 1^2} = \sqrt{80}$$

$$AE = \sqrt{9^2 - 1^2} = \sqrt{80}$$

$BC \perp DC$

$AE \perp CD \Rightarrow ACE - \text{прямоугольник}$ .  $CE = AB = 1$ .  $ED = 1$ .  $\tan \angle EAD = \frac{ED}{AE} = \frac{1}{\sqrt{80}}$

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{80}} \quad a_1 = -\frac{1}{\sqrt{80}}$$



$\triangle BEA \sim \triangle CED$  (по 2-м углам)  $\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{CD}$   $\frac{x+1}{6-x} = \frac{1}{2}$   $2x+2 = 6-x$   $3x = 6$   $x=2$

$$\tan \angle CED = \frac{CD}{ED} = \frac{2}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad a_3 = \frac{1}{2} \quad a_4 = -\frac{1}{2}$$

Ответ:  $a = \frac{1}{\sqrt{80}}$ ;  $a = -\frac{1}{\sqrt{80}}$ ;  $a = \frac{1}{2}$ ;  $a = -\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$x_2 + y_2 - (x_1 + y_1) = 12.$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

найдите область определения

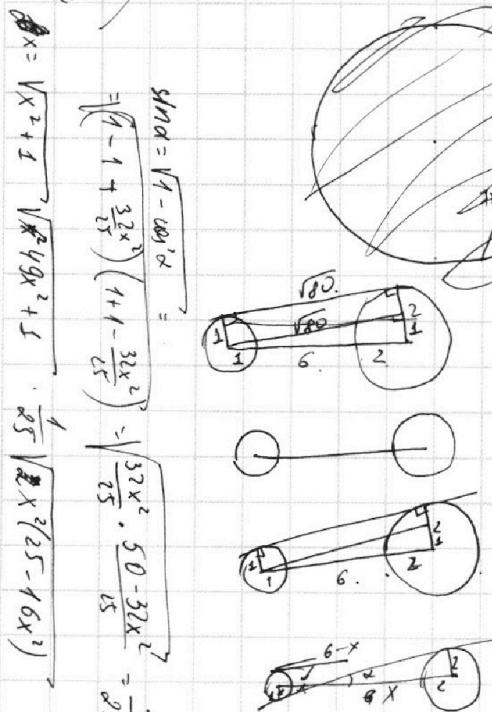
уравнение прямой

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ 2 - 7x \geq 0 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 0 \\ 2 - 7x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\sqrt{a} \geq \sqrt{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq b \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

$$(1): \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 \geq 2x^2 + 2x + 1 \quad 2 - 7x \geq 0 \quad 16t - 16t^2 \geq 0$$

$$(2): 2 - 7x \leq 0$$



$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{1 - 1 + \frac{32x^2}{25}} \left( 1 + 1 - \frac{32x^2}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{32x^2}{25} \cdot \frac{50 - 32x^2}{25}} = \frac{1}{25} \cdot \sqrt{32x^2 / (50 - 32x^2)}$$

$$64x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cos \alpha$$

$$64x^2 = 50 \quad 50 - 64x^2 = 25 \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{64x^2}{25}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \frac{1}{25} \sqrt{2x^2 / (25 - 16x^2)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6-x} &= \frac{2}{2+x} & 2+x &= 12-2x \\ 3x &= 10 & x &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sin \alpha &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \frac{1}{25} \sqrt{25 - 16x^2} \\ 25 \cdot \sin \alpha &= \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \frac{1}{25} \sqrt{25 - 16x^2} \\ t = x^2 & \\ 5^2 &= 25 - 16t^2 \\ 25 - 16t^2 &= 0 \quad t^2 = \frac{25}{16} \quad t = \frac{5}{4} \\ 6t^2 &= 16t^2 - 16t^2 \cdot 25 - 50 \cdot 2t - 50 \cdot 16t - 16t^2 \cdot 16t \\ 49 \cdot 16t^2 - 16t^2 \cdot 25 - 50 \cdot 2t - 50 \cdot 16t - 16t^2 \cdot 16t &= 0 \quad 2 - 7x \geq 0 \quad 16t - 16t^2 \geq 0 \\ t = \frac{5}{4} & \\ t = \frac{5}{4} & \end{aligned}$$
  

$$\begin{aligned} \text{ax}_1 + y_1 &= 100 \\ (x_1, y_1) &= (0, 100) \\ (x_2, y_2) &= (-8, 0) \\ (x_3, y_3) &= (0, 0) \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 &= s^2 \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 &= q^2 \\ x_1^2 + y_1^2 &= s^2 \\ x_2^2 + y_2^2 &= q^2 \\ x_1^2 + y_1^2 &= x_2^2 + y_2^2 \end{aligned}$$
  

$$\begin{aligned} l_1: 0 &= -8k_1 + b_1 \quad y_1 = k_1 x_1 + b_1 = -\frac{1}{a} x_1 + b_1 \\ l_2: 0 &= 0 + b_2 \quad y_2 = k_2 x_2 \quad k_2 = -\frac{1}{a} \\ l_3: 0 &= x_1 \cdot a + 10b \quad y_1 = x_1 \cdot a + 10b = -\frac{1}{a} x_1 + 10b \\ l_4: 0 &= x_2 \cdot a + 10b \quad y_2 = x_2 \cdot a + 10b = -\frac{1}{a} x_2 + 10b \\ (x_1 - x_2)a &= -\frac{1}{a}(x_1 - x_2) + \frac{8}{a} y_2 = -\frac{1}{a} \\ b_3 &= k_3(x_2)(a - \frac{1}{a}) \\ (x_1 - x_2)a^2 &= (x_1 - x_2) - \frac{8}{a} y_2 = -\frac{1}{a} \\ (x_1 - x_2) \frac{a^2 - 1}{a} &= 1 \\ (x_1 - x_2) - \frac{8}{a} y_2 &= -\frac{1}{a} \\ \tan x &= \frac{8}{a} y_2 \end{aligned}$$
  

$$\begin{aligned} \frac{1}{25} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} &= \frac{64x^2}{50} \\ \cos \alpha &= \frac{64x^2}{50} = \frac{25 - 32x^2}{25} \\ \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25 - 32x^2}{25}} = \frac{49x^2}{25} \end{aligned}$$



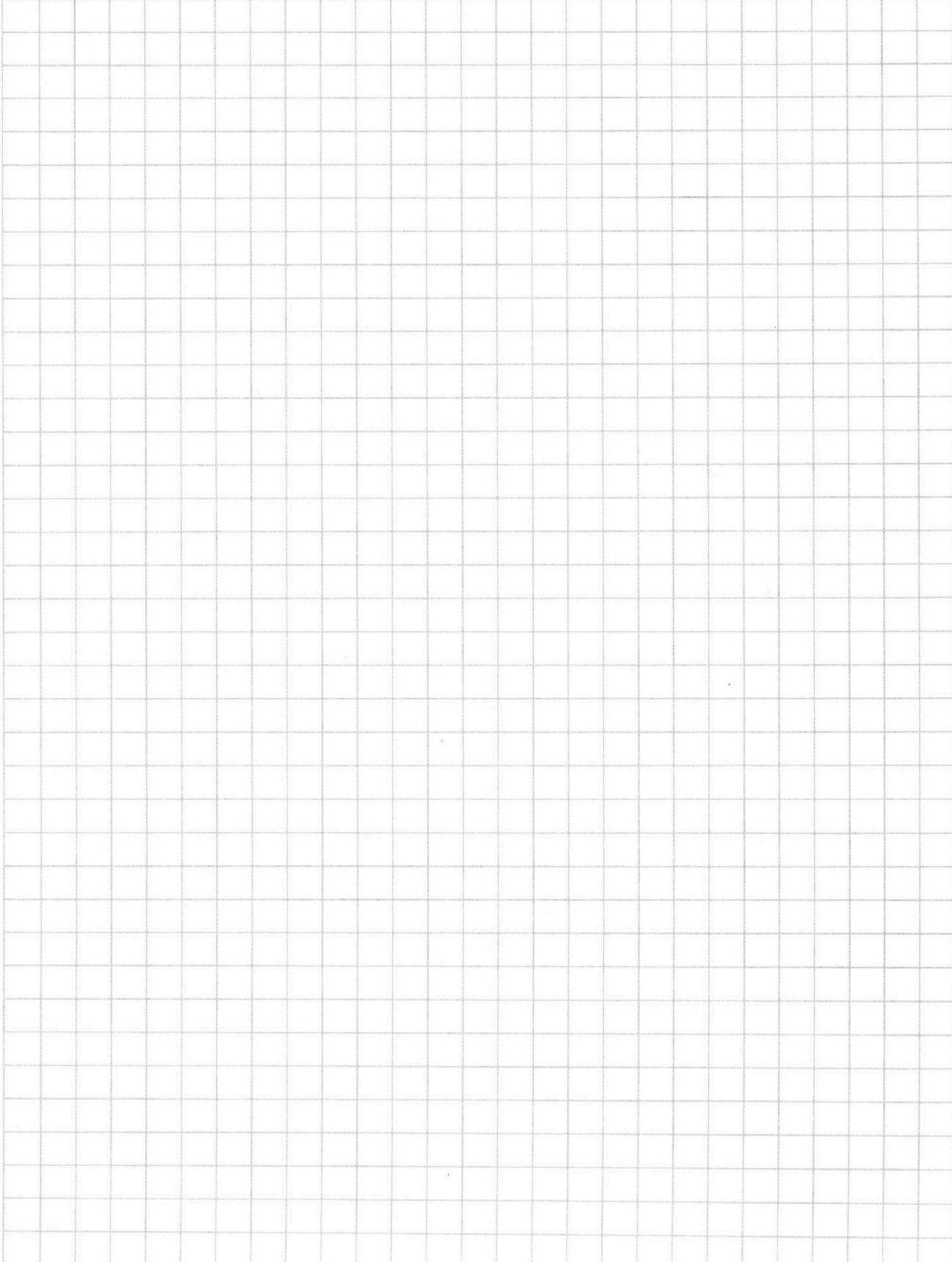
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

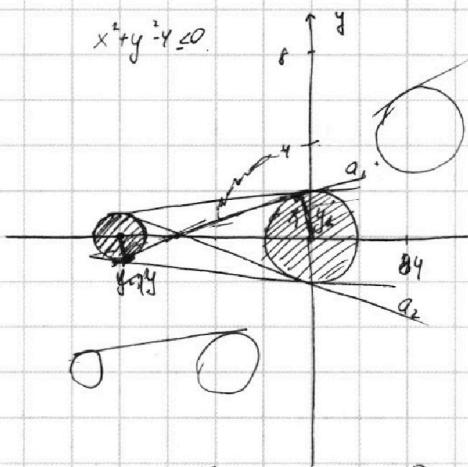
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$⑥ ((x+\delta)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$y = ax + b$$

$$x^2 + y^2 \leq 0$$



если  $x^2 + y^2 - 4 \leq 0$   $y = kx + c$

$$(x^2 - a^2) + (y - b)^2 \geq R^2$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 \geq R^2, \forall x$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 \geq R^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + k^2x^2 + 2bx - b^2 \geq R^2$$

$$\begin{cases} x^2 - (ax + 10b)^2 = 4 \\ (x + \delta)^2 + (ax + 10b)^2 = 1 \end{cases}$$

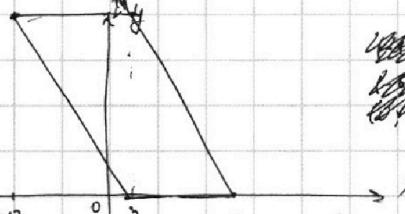
$$\begin{cases} x^2 - (x + \delta)^2 = 3 \\ (x - x - \delta)(x + x + \delta) = 3 \\ -\delta(x + x + \delta) = 3 \end{cases}$$

$$2x + \delta = -\frac{3}{\delta} \quad \delta x = -\frac{3}{\delta} - \delta = -\frac{6\delta}{\delta} \quad x = -\frac{6\delta}{2\delta} = -3$$

$$\textcircled{15} \quad \frac{x + \frac{15}{3}}{\frac{15}{3}}$$

$$2 \cdot \frac{4}{9} + 5 \cdot \frac{2}{7} + 3 = \frac{8}{9} + \frac{10}{7} + 3 = \frac{112 - 81 + 189}{63} = \frac{120}{63} = \frac{40}{21} = \frac{15}{7}$$

$$\begin{cases} x_1 (x_1; y_1) \\ x_2 (x_2; y_2) \\ x_3 (x_3; y_3) \end{cases}$$



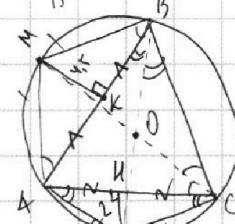
$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} \quad x = 1 \quad x = \frac{3}{2}$$



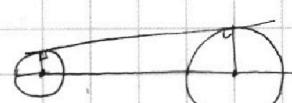
$$(x; y_1) \text{ даёт } y = ax + 10b$$

$$\begin{cases} y_1 \leq 24 \\ y_2 \leq 24 \\ y_1 > 0 \\ y_2 > 0 \end{cases}$$



$$\theta \quad y = ax + 10b$$

$$\begin{cases} x_1 \quad y = k_1 x + c_1 \\ x_2 \quad y = k_2 x + c_2 \end{cases}$$



$$k_1 \cdot a = -1$$

$$k_2 = -\frac{1}{a}$$

$$y_1 = -\frac{1}{a} x_2 = ax_2 + 10b$$

$$n = \frac{a}{a}$$

$$\begin{cases} -\frac{a}{a} x_1 = ax_1 + 10b \\ -\frac{a}{a} x_2 = ax_2 + 10b \end{cases}$$

$$\begin{cases} kx_1 + my_1 + n = 0 \\ m = 0 \end{cases}$$

$$y = kx + n$$

$$kx_1 + my_1 + n = 0$$

$$ax_1 + by_1 + c = 0$$

$$y = ax + 10b$$

$$y = kx + n$$

$$kx_1 + my_1 + n = 0$$

$$y = -\frac{1}{a} x + \frac{a}{a}$$

$$y_2 = -\frac{1}{a} x_2 + \frac{a}{a}$$

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{1}{a} x_1 + 10b \\ y_2 = -\frac{1}{a} x_2 + 10b \end{cases}$$

$$y_1 = -\frac{1}{a} x_1 + \frac{a}{a}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &= 2^{10} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^m \cdot 7^n \\ ac &= 2^n \cdot 7^m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^k \cdot 7^l \quad (1) \\ b &= 2^m \cdot 7^n \\ c &= 2^n \cdot 7^m \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2^m \cdot 7^n}$$

$$\begin{aligned} x &= 18 \\ z &= 19 \\ y &= 0 \\ n &= 10.11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25x^4 &= \sqrt{x^2 + \sqrt{49x^2 + 1}} \\ \sqrt{x^2 + (25 - 16x^2)} &= \\ x^2 &\leq \frac{25}{16} \\ x &\leq \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$k+m \geq 14$$

$$m+n \geq 17$$

$$k+n \geq 20$$

$$\begin{aligned} 2(k+m+n) &> 57 \\ k+m+n &> 25.35 > 26. \end{aligned}$$

$$x+y \geq 10$$

$$y+z \geq 17$$

$$x+z \geq 37$$

$$\begin{aligned} 2(x+y+z) &> 64 \\ x+y+z &> 32 \end{aligned}$$

$$abc \geq 2^{k+m+n} \Rightarrow x+y+z = 2^{16} \cdot 7^{37}$$

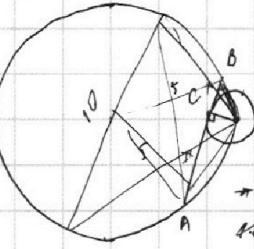
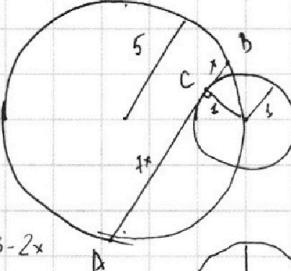
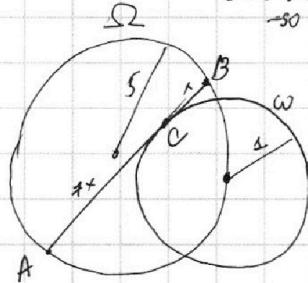
$$\begin{aligned} \frac{a=3}{b=5} & \quad \frac{8}{9-6 \cdot 3+25} = -\frac{8}{50} \\ \frac{c=7}{d=11} & \end{aligned}$$

Kt

$$(2) \quad \frac{a+b}{a^2-6ab+B^2} = \frac{a+b}{(a-3B^2)-8B^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^2-6ab+B^2}{a+b} &= a+b - \frac{6ab}{a+b} = \frac{8a^2/m}{a+b} \\ &= a+b - \frac{8ab+8a^2-16a^2}{a+b} = a+b - \frac{8a^2}{a+b} = a+b - 8r \\ m &= 8 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \frac{a}{a^2-6ab+B^2} = \frac{8}{9-6 \cdot 3+25} = -\frac{8}{50}$$



$$(4) \quad \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 2 - 7x$$

$$a = \sqrt{2x^2-5x+3}$$

$$b = \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$a^2 = 2x^2-5x+3$$

$$b^2 = 2x^2+2x+1$$

$$a-b = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{244} = 15 \dots$$

$$40x = \sqrt{4x^2} \sqrt{49x^2+1} \sqrt{32x^2(50-32x^2)}$$

$$20 = \sqrt{\frac{1}{4} + x^2} \sqrt{\frac{1}{4} + x^2} \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} (50-32x^2)}$$

$$(a-b)(a+b) - (a-b) = 0$$

$$= \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{32x^2}{25} \right) \left( 1 + 1 - \frac{32x^2}{25} \right)$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} =$$

$$= \frac{1}{4} \left( 1 - \left( 1 - \frac{32x^2}{25} \right)^2 \right) =$$

$$(0-b)(a+b-1) = 0$$

$$= \frac{1}{5} \sqrt{32x^2(50-32x^2)}$$

$$(a-b) a = b$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 20.1.$$

$$= \sqrt{4 - 1 + \frac{32x^2}{25}} \left( 1 + 1 - \frac{32x^2}{25} \right) = \sqrt{\frac{32x^2}{25} + 2 - \frac{32x^2}{25}}$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8x = 4x$$

$$2 = 7x$$

$$\frac{11+15}{48} = \frac{26}{48}$$

$$x = 3,5. \quad 20x \geq 0$$

$$\Rightarrow 7x \leq 0$$

$$\frac{11+16}{48} = \frac{27}{48}$$

$$2x^2-5x+3-2\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 0$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8x = 4x$$

$$-7x+2 \geq 0. \quad 20x \leq 0$$

$$2-7x \leq 0$$

$$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1 \leq 0$$

$$-7x+2 \leq 0$$

$$4(2x^2+2x+1) = 49x^2-14x+1.$$

$$8x^2+8x+4 = 49x^2-14x+1.$$

$$49x^2-22x-3=0.$$

$$\frac{D}{4} = 11^2 + 3 \cdot 4 \cdot 1 = 121 + 123 = 244$$

$$x = \frac{11+124}{82} = \frac{135}{82}$$

$$40 = \sqrt{2x^2+2x+1} = \sqrt{4x^2+1} = \sqrt{37x^2/32}$$

$$10x \neq 0$$

$$25x^2 = 32$$

$$32 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!