МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A\,(x_1;y_1)$ и $B\,(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\,(x^2+(y-12)^2-16) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

№1) Пусть $a = 2^{\alpha_1} 7^{\beta_1}$, $b = 2^{\alpha_2} 7^{\beta_2}$, $c = 2^{\alpha_3} 7^{\beta_3}$, тогда

$abc = 2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2+\beta_3}$

Из условия имеем:

$$\begin{cases} \alpha_1+\alpha_2 \geq 15 & (1) \\ \alpha_2+\alpha_3 \geq 17 & (2) \\ \alpha_1+\alpha_3 \geq 23 & (3) \\ \beta_1+\beta_2 \geq 11 & (4) \\ \beta_2+\beta_3 \geq 18 & (5) \\ \beta_3+\beta_1 \geq 39 & (6) \end{cases}$$

($\geq$, т.к. иначе степень вхождения простого делителя в число (n) меньше, чем число вхождения этого же простого числа в делитель числа (n) — противоречие)

$\Downarrow$

$$\begin{matrix} (1)+(2)+(3) \\ (4)+(5)+(6) \end{matrix} \begin{cases} 2(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3) \geq 15+17+23 \\ 2(\beta_1+\beta_2+\beta_3) \geq 11+18+39 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \geq 27{,}5 \\ \beta_1+\beta_2+\beta_3 \geq 34 \end{cases}$$

Т.к. $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \in \mathbb{N}$, $\beta_1+\beta_2+\beta_3 \in \mathbb{N}$, то

мин. знач. $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$: 28, а

$\beta_1+\beta_2+\beta_3$: 34. Т.о.

мин. знач. abc это $2^{28} 7^{34}$. Действительно

если ~~число~~ abc уменьшить, то в него будет (т.к. оно состоит только из них)

входить ≤ 27 двоек или $\leq$ ~~34~~ 33 семерок,

но в таком случае неверно либо

($\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \geq 27{,}5$), либо ($\beta_1+\beta_2+\beta_3 \geq 34$), что

следует из условия. Противоречие.

Ответ: $abc = 2^{28} 7^{34}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2) $\frac{a}{b}$ - несократима $\Leftrightarrow (a,b)=1$ ((a,b) это НОД(a,b))
($\Leftrightarrow$ - тогда и только тогда, когда)

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}=\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Предположим, что эта дробь сократима на $m\in\mathbb{N}$ такое, что $m>1$. Тогда должно выполняться: ~~верно что~~

~~$(a+b;(a+b)^2-9ab)$~~ ~~$\frac{a+b}{m}=\frac{(a+b)^2-9ab}{}$ / сокращ-~~

$$\begin{cases} a+b \vdots m \\ (a+b)^2-9ab \vdots m \end{cases} \text{ (т.к. } (a+b)^2 \vdots m) \Leftrightarrow \begin{cases} a+b \vdots m \\ 9ab \vdots m \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \frac{a+b}{9ab}$ - сократима на m.

Докажем, что дробь $\frac{a+b}{ab}$ несократима, т.е. $(a+b, ab)=1$:

~~Т.к. из условия $(a,b)=1$, то~~

~~$\begin{cases} a+b \\ b/a \end{cases}$ (т.к. $a \vdots a$, $b \vdots b$) $\begin{cases} a+b/b \\ a+b/a \end{cases} \Rightarrow a+b/ab$~~

~~Т.к. $a\in\mathbb{N}$, $b\in\mathbb{N}$, и из условия $(a,b)=1$, то~~

~~$a+b$ ... $a+b, b$ ...~~ ~~$\begin{cases} a / a+b \\ b / a+b \end{cases}$~~

~~Т.к. $a\in\mathbb{N}$, $b\in\mathbb{N}$, и из условия $(a,b)=1$, поэтому~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~a и b есть хотя бы одно нечётное (иначе $(a,b)=2$).~~

~~Если одно нечётное только одно (другое чётное),~~

~~то ab - чётное, $(a+b)$ - нечётное~~

Теперь разложим a и b на простые мн-ли. Т.к. $(a,b)=1$ из условия, то

$a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$

$b = q_1^{\beta_1} \cdot q_2^{\beta_2} \cdot \ldots \cdot q_l^{\beta_l}$, причем $p_i \neq q_j$ для $1 \le i \le k$, $1 \le j \le l$

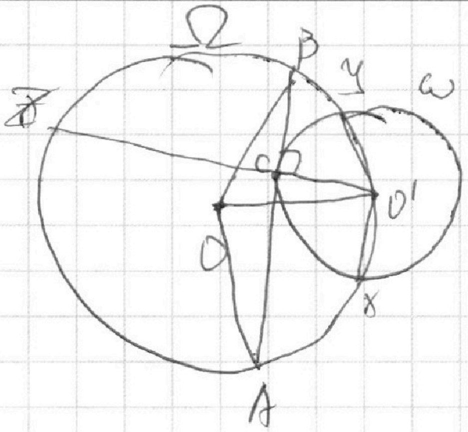
Тогда дробь $\frac{a+b}{ab}$ примет вид:

$$\frac{(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_n^{\alpha_n} + q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} \ldots q_n^{\beta_n})}{p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_n^{\alpha_n} q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} \ldots q_n^{\beta_n}}$$

. Заметим, что она не сократима т.к. числитель не делится ни на один простой множитель знаменателя (делится только одно слагаемое, второе не делится).

Получив, что $\frac{a+b}{ab}$ не сократима приходим к выводу, что сократить можно максимум на $m=9$, пример: $\begin{cases} a=5 \\ b=4 \end{cases}$; $\frac{a}{b}$ - несократима, $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \left(\frac{9}{-99}\right)$ сократима на $m=9$

Ответ: $m=9$.



$O'X = O'Y = O'C = 7$

$OO' = OB = OA = 13$

$BC \cdot CA = O'C \cdot CZ$

~~AB~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4| Во-первых, заметим что $3x^2+3x+1>0$ $\forall x\in\mathbb{R}$,

т.к. коэф. при x^2 положителен, а $D=3^2-4\cdot3\cdot1=-3<0$ (дискриминант)

(„ветви" параболы вверх)

Отсюда $\underbrace{\sqrt{3x^2+3x+1}}_{>0}^{f(x)} + \underbrace{\sqrt{3x^2-6x+2}}_{\geq 0} > 0$

Из нач. ур-ие: $\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$

Домножим его на $f(x)>0$:

$$\left(\sqrt{3x^2-6x+2}\right)^2-\left(\sqrt{3x^2+3x+1}\right)^2=(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}\right)$$

$$-9x+1=(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}\right)$$

$$\begin{cases} x\neq\frac{1}{9} \\ \sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1 \end{cases}$$ (возведём в квадрат, т.к. обе части неотриц)

$$\begin{cases} x\neq\frac{1}{9} \\ \left(\sqrt{3x^2-6x+2}\right)^2+2\sqrt{3x^2-6x+2}\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}+\left(\sqrt{3x^2+3x+1}\right)^2=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\neq\frac{1}{9} \\ \underbrace{6x^2-3x+3}_{>1}+\underbrace{2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)}}_{\geq 0}=1 \quad (*) \end{cases}$$

Заметим, что $6x^2-3x+2>0$ $\forall x\in\mathbb{R}$, ~~т.к. у квадр. тре~~ т.к. коэф. при x^2 положит., а $D=9-4\cdot6\cdot2=-39<0$. Отсюда $6x^2-3x+3>1$, значит $(*)$ не имеет решений при $x\neq\frac{1}{9}$, т.к. 2-ое слагаемое неотрицательно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит, при $x \neq \frac{1}{9}$ изначальное ур-ие решений не имеет.

При $x = \frac{1}{9}$:

$$\sqrt{3\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2 - 6\cdot\frac{1}{9} + 2} - \sqrt{3\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2 + 3\cdot\frac{1}{9} + 1} = 1 - 9\cdot\frac{1}{9}$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} = 0 \text{ ; верно}$$

$x = \frac{1}{9}$ корень.

Ответ: $\frac{1}{9}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6

($\Leftrightarrow$ - тогда и только тогда, когда)

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 & (1) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 & (2) \end{cases}$$

Заметим, что $ax+y-8b=0$ - уравнение прямой. Обозначим её как l.

Заметим, что $(x^2+y^2-1)=0$ - уравнение окружности с центром $(0;0)$ $=O_1$ и радиусом $r_1=1$. Обозначим её как ω_1.

Заметим, что $(x^2+(y-12)^2-16)=0$ - уравнение окружности с центром $(0;12)$ O_2 и радиусом $r_2=4$. Обозначим её как ω_2.

Заметим, что для произвольной точки $(x_0;y_0)$ неравенство (2) верно, если она лежит на или внутри одной из окружностей ω_1 и ω_2 (т.к. ω_1 и ω_2 не имеют общ. точек, ведь расстояние между центрами больше суммы радиусов 9 ~~(12>4+1)~~ : $12>4+1$).

~~Кроме того~~ Отсюда количество решений системы есть суммарное количество общих точек

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

прямой l и кругов, которые ограничены окружностями ω_1 и ω_2. Заметим, что если ~~если~~ прямая l пересекает хотя бы одну из окружностей, то внутри этой окружности лежит целый интервал точек, т.е. l имеет бесконечно много точек с одним из кругов, а значит система имеет бесконечное число решений, что нам не подходит. ~~С другой стороны, если прямая~~
Т.о. l не может иметь с ω_1 или с ω_2 2 общих точки, т.е. ~~либо~~ прямая либо касается окружности, либо не пересекает её. С другой стороны, если l ~~не~~ касается только одной окр. из двух или не касается ни одной, то система имеет одно и не имеет решений соответственно. Получаем, что система имеет ровно 2 решения $\Longleftrightarrow$ прямая l - общая касательная ω_1 и ω_2. Таких прямых - 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

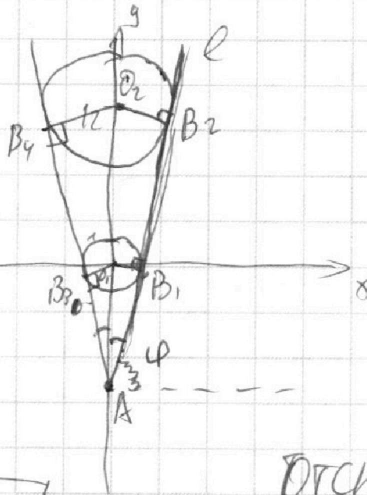
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1. внешние касательные!

$O_1B_3 \perp l$, $B_3 \in l$
$O_2B_4 \perp l$, $B_4 \in l$



Пусть $O_2B_2 \perp l$, $B_2 \in l$
$O_1B_1 \perp l$, $B_1 \in l$

радиусы в точке касания — точки касания

Заметим, что $O_1 \in Oy$, $O_2 \in Oy$

Отсюда $A \in Oy$ ($A \in O_1O_2$)

точка пересеч. касательных

$\boxed{tg\varphi = -a}$

$\Delta AO_1B_1 \sim \Delta AO_2B_2$ (по 2-м углам)

$\frac{O_2A}{O_1A} = \frac{r_2}{r_1}$

$\frac{O_2O_1}{O_1A} + 1 = 4$; $O_1A = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow A(0; -4)$

~~$\Rightarrow$ т.к. $a+y=8b$ ур-е l, то~~

~~$-4 = 8b$~~

~~$b = -\frac{1}{2}$~~

~~Преобразуем ур-е l: $y = ax+8b$~~

$\sin\angle O_1AB = \frac{r_1}{O_1A}$

~~$\Rightarrow$ Т.к. ур-ие l: $y = -ax+8b$, то~~

~~(Т.к. графики симметричны отн. Oy, то решим 1 из 2-х прямых)~~

~~$-4 = 0 - 8b$~~

~~$b = \frac{1}{2}$~~

$a = \pm\sqrt{17}$

тангенс угла наклона l

По опр. $-a$ – ~~тангенс угла наклона~~ l, т.е.

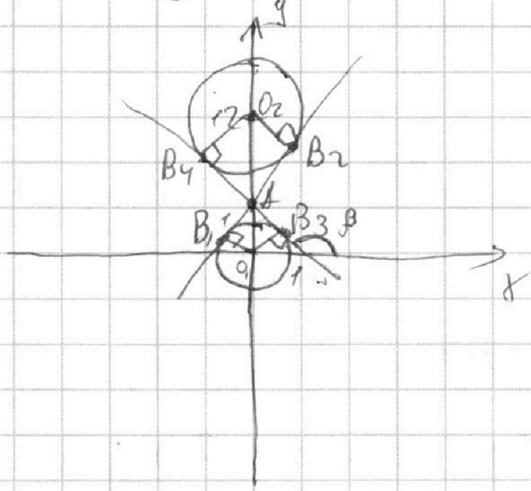
$-a = ctg(\angle O_1AB_1) = \pm\sqrt{\frac{1}{\sin^2(\angle O_1AB_1)}} + 1 = \pm\sqrt{16+1} = \pm\sqrt{17}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(II) Внутр. касательные



Точки B_1, B_2, B_3, B_4, A определены аналогично (I)

Аналогично (I) $A \in O_1O_2$

$\triangle AO_1B_1 \sim \triangle AO_2B_2$ (по 2-м углам)

$\frac{O_2A}{O_1A} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{O_2O_1}{O_1A} - 1 = 4$

$O_1A = \frac{12}{5}$

$A(0; \frac{12}{5})$

~~Аналог. (I)~~

~~Аналог. (I)~~ Т.к. по опр. $-a$ — тангенс угла наклона l, то
(аналог. (I) рассм. 1 из 2-х пр.)

$-a = tg\,\beta = -ctg\angle O_1AB_3 = \mp\sqrt{\frac{1}{\sin^2\angle O_1AB_3} + 1} =$

$= \mp\sqrt{\frac{144}{25}+1} = \mp\sqrt{\frac{169}{25}} = \mp\frac{13}{5}$

Замечание: т.к. в I и II графики прямых симметричны отн. Oy, то мы находим „a" для одной из двух прямых, а для другой прямой берем a с противопол. знаком.

Ответ: ~~$a = \pm ...$~~

$a \in \{\pm\frac{13}{5}; \pm\sqrt{14}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2+5ab}$; $a+b \equiv (a+b)^2 - 9ab$

$(a,b)=1$ $\quad m(a+b)=ab$

$b(a-m)=am$

$b=\frac{am}{a-m}$ $\quad (a+b) - \frac{a+b}{9ab}$

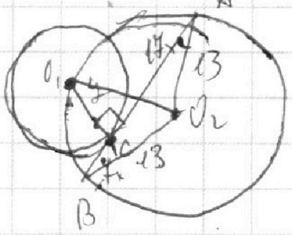
$\frac{5+4}{25-7\cdot5\cdot4+16} = \frac{9}{41-140} = \frac{9}{-99}$

$\frac{a+b}{9ab}$

$3x^2+3x$

$3x(x+1)$

$a+b=9ab$



$\frac{a}{9b}+\frac{b}{9a}$

$b \neq_a 0$

$a \neq_b 0$

$a+b \neq_a 0$

$\frac{1}{27} - 6\cdot\frac{1}{9} + 2$ $\quad 2-\frac{2}{3}$ $\quad 1+\frac{1}{3}$

$\frac{1}{27}+3\cdot\frac{1}{9}+1$

$ab = (a+b)(x$

$D = 9-12 \leq 0$

$a = -b$

$D = 36-24 = 12$

$x_1, x_2 = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

$a+b \neq_b 0$

$3x^2+3x+1 \geq 0$

$a+b \neq_{ab} 0$

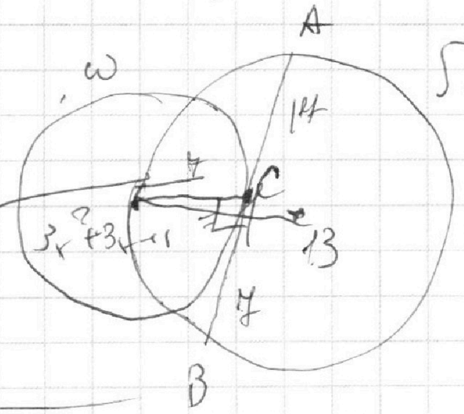
$3x^2-6x+2 \geq 0$

$a(b-x) = bx$

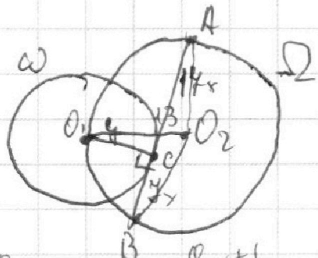
$a = \frac{bx}{b-x}$

$\left[\begin{array}{l} x \leq \frac{3-\sqrt{3}}{3} \\ x \geq \frac{3+\sqrt{3}}{3} \end{array}\right.$

$x=\frac{1}{9}$ $\quad \frac{1}{9}-\frac{1}{3}+2$



$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}$



$-9x+1$

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

$3x^2-6x+2-3x^2-3x-1 = (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1})$

$\begin{cases} x \leq \frac{1}{9} \\ 3x^2-6x+2+3x^2+3x+1-2\sqrt{\ldots} \end{cases}$

$2x^2+8x+1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

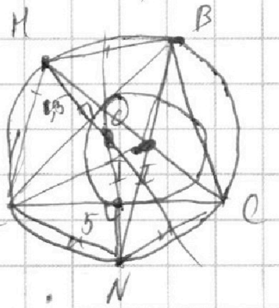
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$ $x=\frac{1}{3}$

$6x^2-3x+3 + 2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)} = 1$

$p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots q_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$

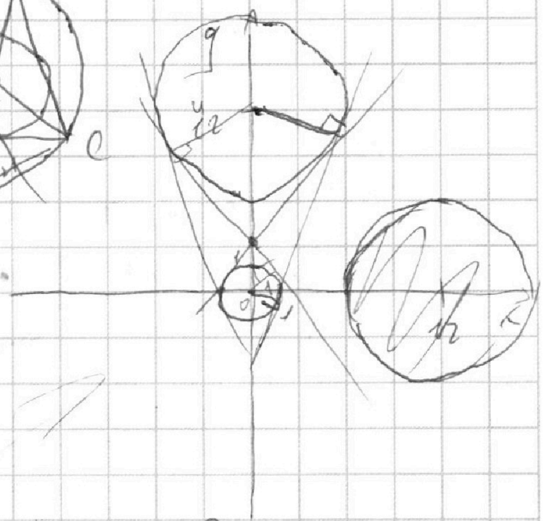


$6x^2-3x+3 \le 1$

$2x^2 - \cancel{x+1} \le \frac{1}{3}$

$6x^2-3x+2 \le 0$

$\frac{5}{12}$



$2\sqrt{}$ $\frac{12+x}{x}$

$\sin^2\alpha+\cos^2=1$

$1+ctg^2=\frac{1}{\sin^2}$ $y=-ax+8b$

$x^2+y^2=1$

$y=kx+b$

$ctg=\sqrt{\frac{1}{\sin^2}+1}$

$x^2+y^2=1$

$x^2+(y-12)^2=16$

$ax+y-8b=0$

$x^2+y^2=1$

$-12y+144=16$

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ ax+y-8b=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+(ax-8b)^2=1 & (*) \\ ax+y-8b=0 \end{cases}$

$(*)\ x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2-1=0$

$D = 256a^2b^2-4(a^2+1)(64b^2-1) = -256b^2+4a^2+4$

$2^{\alpha_1}\cdot 7^{\beta_1}$ $\quad 2^{\alpha_2} 7^{\beta_2}$ $\quad 2^{\alpha_3}\cdot 7^{\beta_3}$

$\parallel \quad \parallel \quad \parallel$

$a \quad b \quad c$

$\alpha_1+\alpha_2=15$

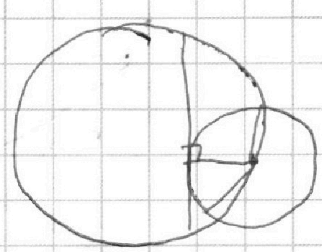
$\beta_1+\beta_2=11$

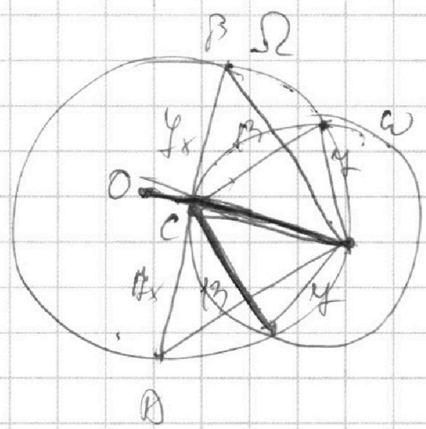
$\alpha_1+\alpha_3=23$

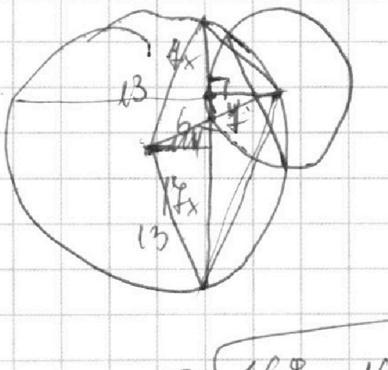
$\beta_1+\beta_3=39$

$\beta_2+\beta_3=18$

$\alpha_2+\alpha_3=17$



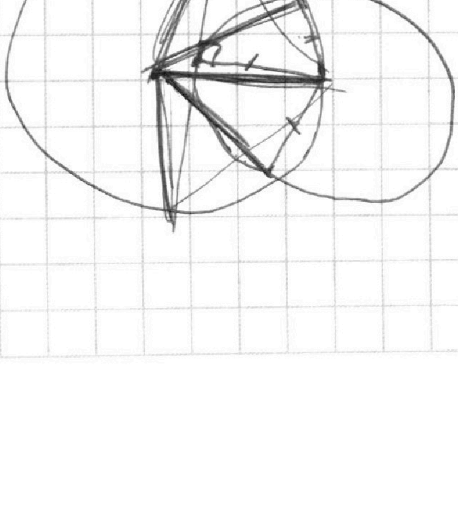




$\sqrt{169-144x^2}$

$-$: 13

$+$: 7



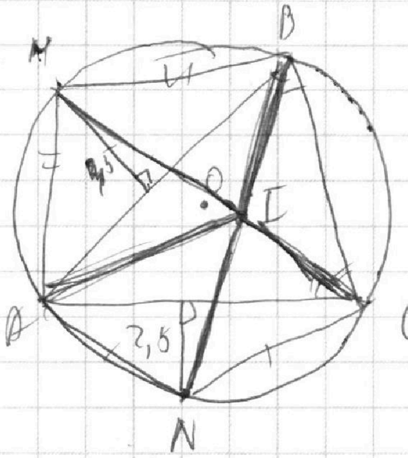
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

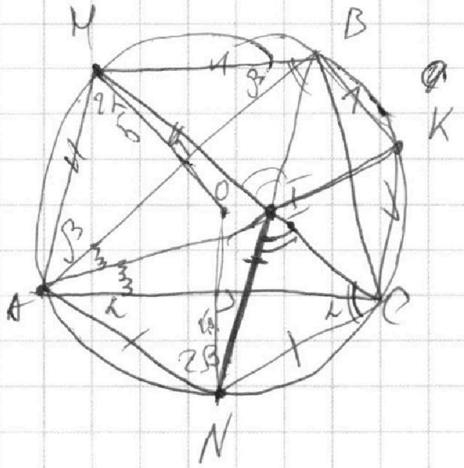
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$





$NC = \frac{2,5}{\sin \alpha}$

$AM = \frac{5}{\sin \beta}$

$\cancel{ab = (2 \cdot 7)}$

$(abc)^2 : 2^{55} 7^{68}$

$ab = 2^{15} 7^{11}$

$bc = 2^{12} 7^{13}$

$ac = 2^{23} 7^{39}$

$\cancel{\alpha + \beta = 45}$

$\sin \alpha$

$AI = \frac{6,25}{\sin^2 \alpha} - 2 \cdot \frac{6,25}{\sin^2 \alpha} \cdot \cos \beta$

$\frac{a}{b} = 2^8 7^{28}$

$\left(1 - \cos 2\alpha\right) \frac{25}{\sin^2 \beta} = \frac{6,25}{\sin^2 \alpha} \left(1 - \cos 2\beta\right)$

$c = b \cdot 2^8 7^{28}$

$\frac{c}{a} = 2^2 7^7$

$\cancel{5 \sin^4 \alpha = 12,5 (\sin^4 \beta)}$

$c = a \cdot 2^2 \cdot 7^7$

$25 (1 - 2\cos 2\alpha) \sin^2 \alpha = 6,25 (1 - 2\cos^2 \beta) \sin^2 \beta$

$4 (1 - 2(1 - 2\sin^2 \alpha)) \sin^2 \alpha = (1 - 2(1 - \sin^2 \beta)) \sin^2 \beta$

$4 (4\sin^2 \alpha - 1) \sin^2 \alpha = (\sin^2 \beta - 1) \sin^2 \beta)$