МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A\,(x_1;y_1)$ и $B\,(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a, b, c \in \mathbb{N}$, $ab \vdots 2^{14}7^{10}$, $bc \vdots 2^{17}7^{17}$, $ac \vdots 2^{20}7^{37}$
$abc = ?$

Пусть $a \vdots 2^k 7^l$, где k и $l \in \mathbb{Z}$, - максимальные степени вхождения 2 и 7 соответственно в разложении a на простые множители (т.е. $a \not\vdots 2^{k+1}$ и $a \not\vdots 7^{l+1}$).
Аналогично определим m и n для b ($b \vdots 2^m 7^n$, но $b \not\vdots 2^{m+1}$, $b \not\vdots 7^{n+1}$) и p и q для c ($c \vdots 2^p 7^q$, но $c \not\vdots 2^{p+1}$, $c \not\vdots 7^{q+1}$).

$ab \vdots 2^{14}7^{10} \Leftrightarrow k+m \geq 14,\ l+n \geq 10$
$bc \vdots 2^{17}7^{17} \Leftrightarrow m+p \geq 17,\ n+q \geq 17 \Rightarrow$
$ac \vdots 2^{20}7^{37} \Leftrightarrow k+p \geq 20,\ l+q \geq 37$

$2(k+m+p) \geq 51,\ 2(l+n+q) \geq 64 \rightarrow$

$k+m+p \geq \frac{51}{2},\ l+n+q \geq 32 \nearrow$ но $l+q \geq 37 \rightarrow$ $\underline{n+l+q \geq 37}$

Но $k, m, p \in \mathbb{Z} \Rightarrow (k+m+p) \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$\underline{k+m+p \geq 26}$.

Заметим, что значение abc минимально, когда abc равно ~~минимальны~~ произведению минимальных, удовлетворяющих условию, степеней 2 и 7, так как иначе существует abc меньшее по значению. $\Rightarrow$

$abc = 2^{k+m+p} \cdot 7^{l+n+q} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Ответ: $abc = 2^{26}7^{37}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократима, $a, b \in \mathbb{N}$.

Сократить числитель и знаменатель дроби равносильно нахождению НОДа числителя и знаменателя. $\Rightarrow$

$НОД(a+b,\ a^2-6ab+b^2)=m$
Воспользуемся алгоритмом Евклида:

$НОД(a+b,\ a^2-6ab+b^2) = НОД(a+b,\ a^2-6ab+b^2-(a+b)^2) =$

$= НОД(a+b,\ a^2-6ab+b^2-(a^2+2ab+b^2)) =$

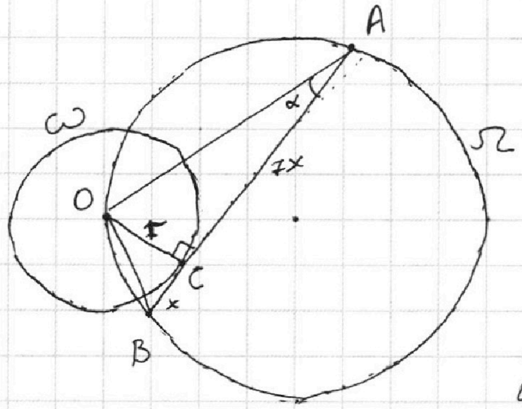
$= НОД(a+b,\ -8ab) = m$

Заметим, что $НОД(a+b,\ ab)=1$:
Условие несократимости дроби $\frac{a}{b}$ равносильно $НОД(a,b)=1$.
Тогда для любого простого делителя d, являющегося делителем ab $\Rightarrow$
либо $a \vdots d$ и $b \not\vdots d$, либо $a \not\vdots d$ и $b \vdots d$ $\Rightarrow$
$a+b \not\vdots d$. $\Rightarrow$ $НОД(a+b,\ ab)=1$.

$\Rightarrow НОД(a+b,\ -8ab) = НОД(a+b,\ -8)$
т.к. для любого делителя $a+b$, ab на него не делится. $\Rightarrow$

Наибольшее возможное значение $m=8$, так как наибольший возможный делитель -8 это 8.

Ответ: $m=8$.



Пусть центр окружности ω точка O: $O \in \Omega$
Пусть угол $\angle OAC = \alpha$,
радиус ω $r = 1$,
радиус Ω $R = 5$,
$AC = 7x$, $CB = x$.

Заметим, что $\angle ACO = 90°$
: по условию AC - касательная к ω, O - центр ω (т.е. OC - радиус).

Рассмотрим $\triangle ACO$: по т. Пифагора:
$AO^2 = OC^2 + AC^2 \Rightarrow AO = \sqrt{r^2 + 49x^2}$.

Рассмотрим $\triangle ABO$.
Запишем его площадь двумя способами

$$S = \frac{1}{2} r \cdot 8x = \frac{1}{2} \sin\alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{r^2 + 49x^2} \Rightarrow$$

$$\sin\alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}.$$

По теореме синусов: $\frac{OB}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow$

$OB = \sqrt{r^2 + x^2}$ ($\triangle OCB$ прямоугольный, т. Пифагора)

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{r^2 + x^2}}{\frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}} = 2R \Rightarrow \sqrt{(r^2 + x^2)(r^2 + 49x^2)} = 2Rr \Rightarrow$$

Подставим значения: $\sqrt{(1 + x^2)(1 + 49x^2)} = 10 \Rightarrow$
$\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10 \Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Rightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{99}{49} \text{ - ?!} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \text{ ?!} \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8x = 8.$$

Ответ: $AB = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$$

• домножим на сопряжённое к левой части $\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$:

$$\left(\sqrt{2x^2-5x+3}\right)^2-\left(\sqrt{2x^2+2x+1}\right)^2=(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

$$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1=(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

$$(2-7x)=(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

• Если $x=\frac{2}{7}$, то $0=0 \Rightarrow x=\frac{2}{7}$ - корень

• Если $x\neq\frac{2}{7}$, то $2-7x\neq 0$, поделим обе части на $(2-7x)$:

$$\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$$

Возведём обе части в квадрат:

$$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1+2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}=1.$$

~~$2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+3}=3x-3-4x^2$~~

~~Возведём обе части в квадрат~~

~~$4(4x^4+16x^2$~~

$$2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3}=3x-3-4x^2$$

$$2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3}=3x-3-4x^2 \Rightarrow$$

(Возведём обе части в квадрат.)

$$\begin{cases}3x-3-4x^2\geq 0 \quad |\cdot(-1) \\ 16x^4-24x^3-8x^2+4x+12=16x^4+9x^2+9-24x^3+24x^2-18x\end{cases};$$

$$\begin{cases}4x^2-3x+3\leq 0 \\ 41x^2-22x-3=0\end{cases} \rightarrow$$ Заметим, что у неравенства $4x^2-3x+3\leq 0$ нет решений, т.к. $D=9-4\cdot4\cdot3<0$ и

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$4x^2-3x+3\leq 0$ – нет решений, так как $D=9-4\cdot4\cdot3<0$ и старший коэффицент положительный, т.е. $4x^2-3x+3>0$. $\Rightarrow$

У полученной системы нет решений $\Rightarrow$

для случая $\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$ нет корней $\Rightarrow$

У уравнения есть единственный корень:

$x=\frac{2}{7}$.

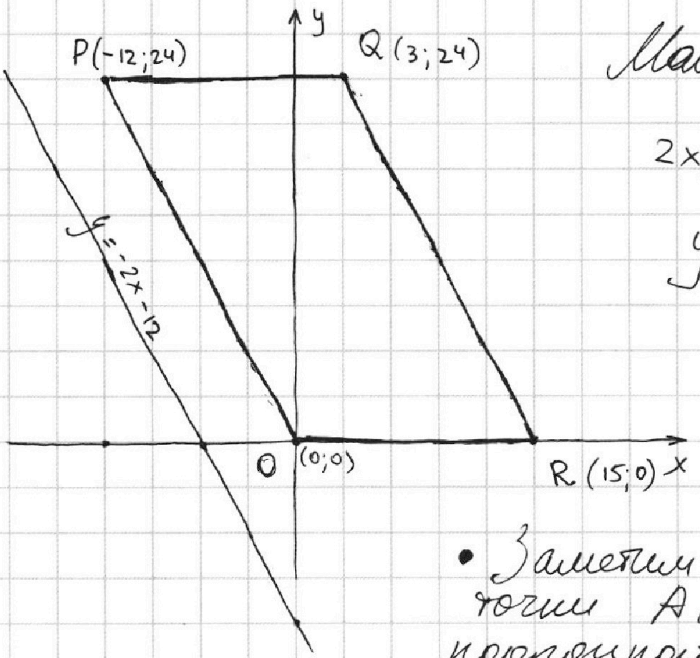
Ответ: $x=\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Масштаб: 3, 3

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ $\Rightarrow$

$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$

(Если $y = y_1 - y_2$, а $x = x_1 - x_2$, то $y = -2x - 12$)

- Заметим, что для любой точки $A(x_1, y_1)$ с целыми координатами, лежащей в параллелограмме OPQR можно провести прямую $y_1 = -2x_1 + b$ $(b \in \mathbb{Z})$ параллельную PO, QR (и $y = -2x - 12$). Причём на этой прямой находится ровно 25 точек, лежащих внутри параллелограмма и имеющих целые координаты.

- Мы можем провести 16 таких прямых (именно столько целых координат есть для каждой прямой $y' = x'$ ($x' \in \mathbb{Z}$, $x \in [0; 24]$)). и на каждой такой прямой 25 точек с целыми координатами $\Rightarrow$ всего $16 \cdot 25 = 400$ точек внутри параллелограмма (включая границы).

- Заметим, что для каждой прямой $y_1 = -2x_1 + b$ можно провести параллельную ей прямую $y_2 = -2x_2 + (b+12)$.
Тогда для любой точки A лежащей на прямой $y_1 = -2x_1 + b$ и любой точки B лежащей на прямой $y_2 = -2x_2 + (b+12)$ (под любыми точками A и B подразумеваются точки с целыми координатами и лежащие...

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

... в параллелограмме $OPQR$)
будет выполнено соотношение из условия

$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$, т.к.

$y_1 - y_2 = -2x_1 + b - (-2x_2 + b + 12) =$

$= -2x_1 + b + 2x_2 - b - 12 = -2(x_1 - x_2) - 12.$

• ~~Проверим~~ Очевидно, что прямые $y_1 = -2x_1 + b$ и
$y_2 - 2x_2 + b + 12$
не совпадают.

• Получаем, что точку A можно выбрать 400 способами, а подходящую точку B для каждой такой точки A можно выбрать 25 способами (столько целых точек на одной такой прямой, причём ни одна из них не может совпасть с точкой A, т.к. прямые не могут совпасть) $\Rightarrow$ пару A, B можно выбрать $400 \cdot 25 = 10.000$ способами $\Rightarrow$

количество пар $A, B = 10.000$.

Ответ: 10.000 пар.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3) Если один из них 0, а второй ~~положительный~~ отрицательный, то есть только одно решение

4) Если один 0, а второй положительный, то решений бесконечно много, т.к. у второго бесконечно много ~~знач~~ отриц. знач., а у первого всегда, кроме 1 случая (в 0) положительное значение.

5) Если один полож., а второй отриц, то ситуация аналогична 4), только нет случая нуля.

6) Если оба дискриминанта положительны, то ровно два решения только тогда, когда многочлены совпадают (и эти 2 ~~нуля~~ решения в корнях (в нулях)), т.к. иначе бесконечно много

⇒ Нас интересуют только 2 и 6 ситуации, т.е. два различных квадрата или полное совпадени

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \le 0 \end{cases} ; \Rightarrow y = ax + 10b \Rightarrow$$

для каждого x y востанавливается единственным образом. $\Rightarrow$

$$\underbrace{((x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1)}_{\mathrm{I}}\underbrace{(x^2 + (ax+10b)^2 - 4)}_{\mathrm{II}} \le 0$$

$\Rightarrow$ вопрос задачи можно переформулировать: найти все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором неравенство имеет ровно 2 решения.

Заметим, что левая часть неравенства - произведение двух многочленов второй степени (относительно x), графики которых параболы ветвями вверх (видно, что старший коэффициент положительный).

Рассмотрим всевозможные значения дискриминантов, чтобы понять, когда есть ровно 2 решения:

D_{I}	+	+	+	−	−	−	0	0	0
D_{II}	+	−	0	−	+	0	+	−	0
N случ.	6	5	4	1	5	3	4	3	2

1) Если оба дискриминанта отрицательны, то значения обоих многочленов всегда положительны $\Rightarrow$ нет решений

2) Если оба дискриминанта равны нулю, то есть ровно 2 решения, когда многочлены различны, т.к. иначе есть только 1 решение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1+2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} =$

$= 4x^2-3x+3 =$

$4x^2-3x+4-4-49x^2+28x = \cdot$

$= 2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3}$

$-45x^2+25x = 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3}$

$25x(-9x+1) = 2$

$4x^4-6x^3-2x^2+x+3 \mid -9x+1$

$4\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^4 - 6\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^3 - 2\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2 + \frac{1}{9}+3$

$\frac{4}{3^8} - \frac{6}{3^6} - \frac{2}{3^4} + \frac{1}{3^2}$

$\frac{4-6\cdot 9 - 2\cdot 81 + 243}{3^8} =$

$-54 \quad -162$

$16x^4+9x^2+9-24x^3+12x^2-18x$

$2025x^4+625x^2-2250x^3 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+12$

$2009x^4 - 2226x^3+633x^2-4x-12=0$

2009 −2226 −226 217
−217 +633 −16

−1 2 −2 +1

3: 18+6+1 (1)

22 18

$2\cdot 4-5\cdot 2+3$ $x=2 \Rightarrow 1$

$8-10+3$ $2\cdot 4+2\cdot 2+1$

$8+4+1$

218 18 − 15 + 3

6

5 50 + 10

4 32 + 8

−2

$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1 =$

$=(2-7x)(\sqrt{\ }+\sqrt{\ })$

$(-7x+2) = (2-7x)(\sqrt{\ }+\sqrt{\ })$ $+5+3$ 10 $8-4+1$

$22^2+3\cdot 29\cdot 4$

$29x^2-22x-3=0$

$x=\frac{2}{7}$

9 9 9 27 9 6 243 162 54 216

245 216 29 25 50 24 26

45 45 225 180 2025 ×4

45 50 2250

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a: 2^k 7^l, \quad b: 2^m 7^n, \quad c: 2^p 7^r$

$$\begin{cases} k+m \geq 14 \\ l+n \geq 10 \\ m+p \geq 17 \\ n+r \geq 17 \\ k+p = 20 \\ l+r \geq 37 \end{cases}$$

$2(k+m+p) \geq 34+17 = 51$

$2(l+n+r) \geq 27+37 = 64$

$l+n+r = 32 \quad 12+15+6 = 21+12 = 33$

$k+m+p = 26$

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$2(x-1)(x-\frac{3}{2})$

$\sqrt{(x-1)(2x-3)}$

$2x^2+2x+1$

$\frac{a}{b} \quad \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$

$a^2-6ab+b^2-(a^2+2ab+b^2) =$

$(a,b)=1$

$(a+b,\ a^2-6ab+b^2) = m$

$(a+b,\ -8ab) = m$

$(a+b,\ ab) =$

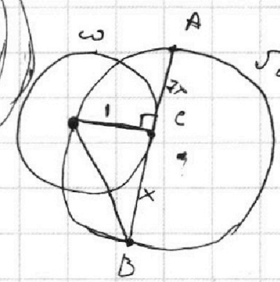
$AC = CB = 7$

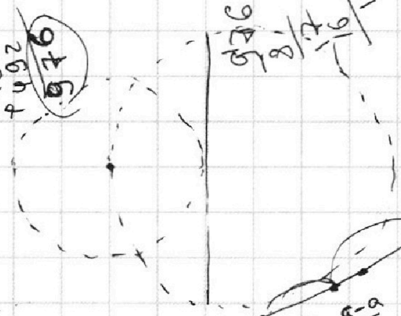
$x = ?$

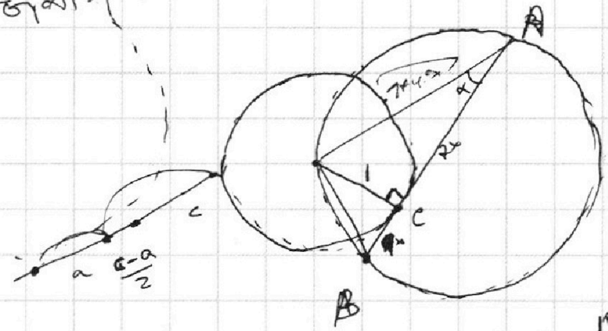
$p = 12$

$k = 8$

$\boxed{p=12,\ k=8,\ m=6}$







$10+17$

$+32$

$27+37$

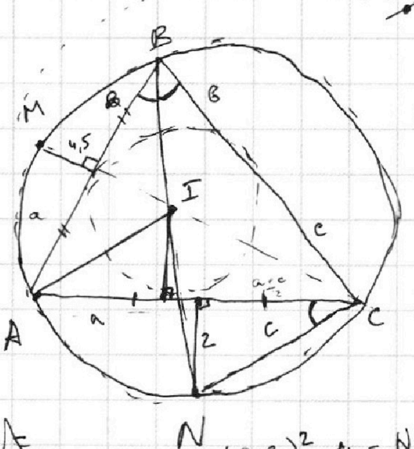
64

$=\frac{32}{2}$

$9-4\cdot4\cdot3$

$22^2+3\cdot41$

$484+492$



$10 = \frac{8x}{\sin\alpha}$

$(24, 10)$

$\frac{1}{2}\cdot 8x \cdot 1 = \frac{1}{2}\cdot \sin\alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{1+49x^2}$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+49x^2}}$

$10 = \sqrt{1+x^2}\cdot\sqrt{1+49x^2}$

$(x^2-1)(x^2+99)$

$x^2=1$

$x^2 = -\frac{99}{49} = ?$

$(\frac{a-c}{2})^2+4 = NC^2$

$10 = \sqrt{1+49x^2+x^2+49x^4} = \sqrt{49x^4+50x^2+1} =$

$(\frac{a-b}{2})^2+\frac{81}{4} = MB^2$

$x=1$

$100 = 49x^4+50x^2+1$

$49x^4+50x^2-99=0$

$49(x^2-1)(x^2+\frac{99}{49})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

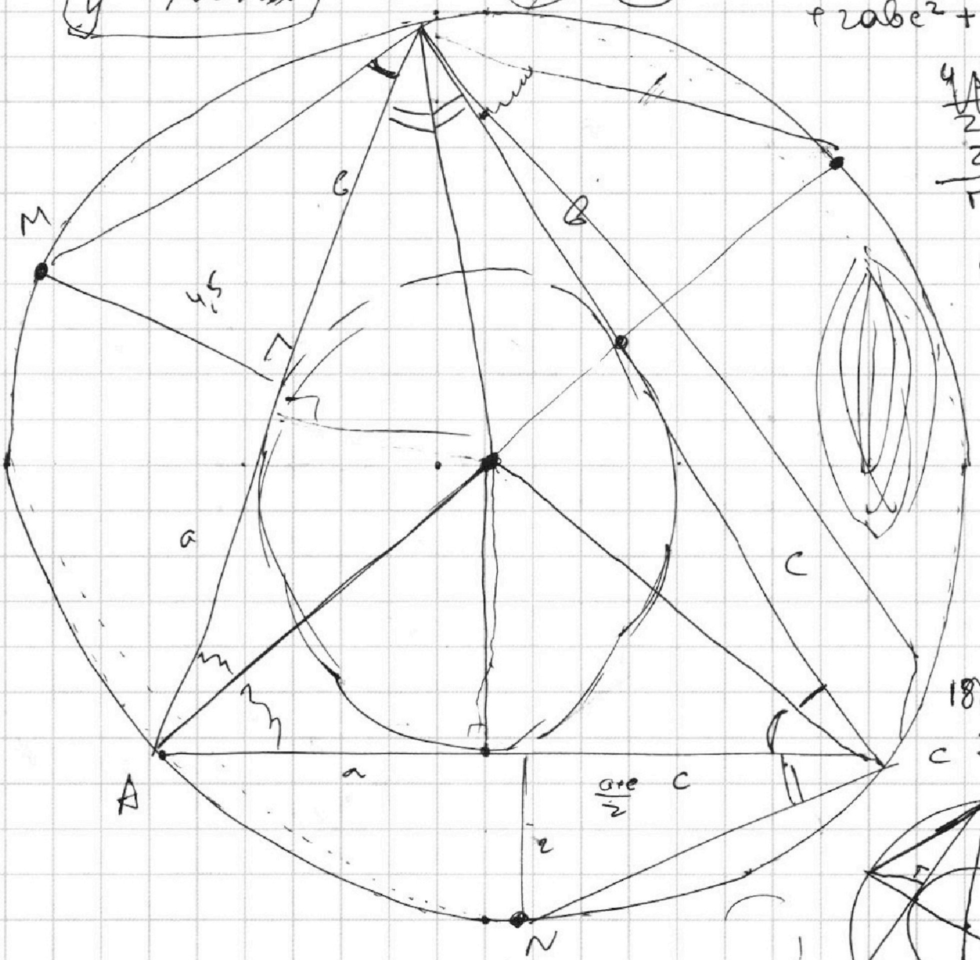
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$y = 10b + a$

$r^2a^2 + r^2b^2 + 2abr^2 + 81r^2 + a^2c^2 + c^2b^2 + 2abc^2 + 81c^2$



$\frac{2}{r} = \frac{\frac{a+c}{2}}{b}$

$\frac{4{,}5}{r} = \frac{\frac{b+a}{2}}{c}$

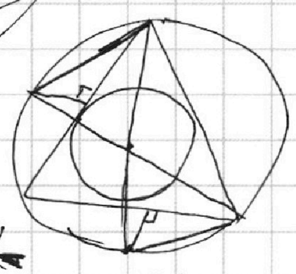
$\frac{2}{r} = \frac{a+c}{2b}$

$\frac{9}{2r} = \frac{b+a}{2c}$

$4b = r(a+c)$

$18c = 2r(b+a)$

$36c = 4rb + 4ra$



$AI = \sqrt{r^2 + a^2}$

$\frac{BI}{CI} = \frac{BM}{CN}$

$36c = r^2(a+c) + 4ra$

$r^2a + r^2c + 4ra = 36c$

$a(r^2 + 4r) + r^2c =$

$a(r^2 + 4r) = c(36 - r^2)$

$BM = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + 4{,}5^2}$

$CN =$

$\frac{r^2 + b^2}{r^2 + c^2} = \frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}}{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + 4} = \frac{(a+b)^2 + 81}{(a+c)^2 + 16}$

$(r^2 + b^2)\left((a^2+c^2)^2 + 16\right) = (r^2 + c^2)\left((a+b)^2 + 81\right)$

$a^2 + c^2 + 2ac + 16$

$a^2 + b^2 + 2ab + 81$

$r^2a^2 + r^2c^2 + 2acr^2 + 16r^2 + a^2b^2 + b^2c^2 + 2ab^2c + 16b^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

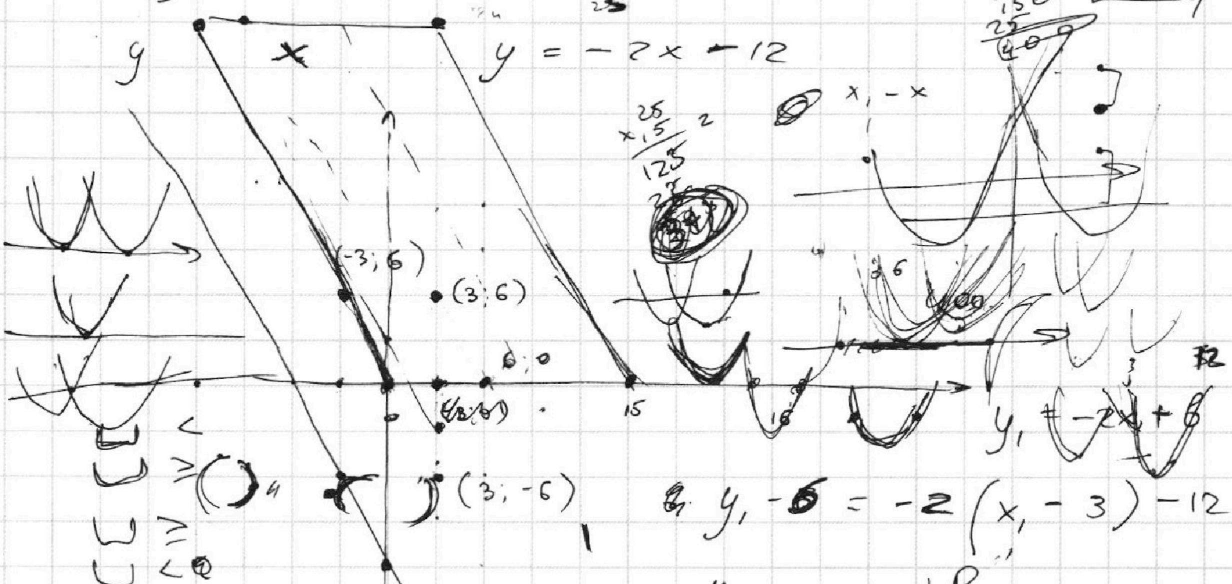
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ $\quad 405 \cdot (14 \cdot 25 +$

$y_1 - y_2 = a(x_2 - x_1) - 2(x_1 - x_2) - 12$

$y = -2x - 12$



$y_1 - 6 = -2(x_1 - 3) - 12$

$y_1 = -2x_1 + 6$

$y_1 = -2(x_1 - 6) - 12$

$y_1 = -2x_1$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \Rightarrow y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \le 0 \end{cases}$$

$y_1 = kx_1 + b$

$b + 12 = b$

$((x+8)^2 + a^2x^2 + 100b + 20abx - 1)(x^2 + a^2x^2 + 100b + 20axb - 4) \le 0$

$x^2 + 64 + 16x$ $\quad y_2 = -2x_2 (b + 12)$ $\quad y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$(x^2(1 + a^2) + x \cdot (20ab + 16) + 63 + 100b)(x^2(a^2+1) + x \cdot 20ab + 100b - 4)$

$$\begin{cases} (\ ) \le 0 \\ (\ ) \ge 0 \end{cases}$$

$D = 400a^2b^2 - 4(1 + a^2)(63 + 100b) =$
$= 400a^2b^2 - 4 \cdot 63 - 400b - 4 \cdot 63a^2 - 400a^2b$

$$\begin{cases} (\ ) \ge 0 \end{cases}$$

$-2x_1 + b - y_2 =$
$= -2(x_1 - x_2) - 12$

$-2x_1 + b - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$y_2 = -2x_2 + (b + 12)$

$y_1 = -2x_1 + b$