



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}, \quad ab : 2^{14} 7^{10}, \quad bc : 2^{17} 7^{17}, \quad ac : 2^{20} 7^{37}$$

$abc = ?$

Пусть $a : 2^k 7^e$, где k и $e \in \mathbb{Z}$, - максимальные степени входящие 2 и 7 соответственно в разложении a на простые множители (т.е. $a \not\vdots 2^{k+1}$ и $a \not\vdots 7^{e+1}$).

Аналогично определим m и n для b ($b : 2^m 7^n$, но $b \not\vdots 2^{m+1}$, $b \not\vdots 7^{n+1}$) и p и q для c ($c : 2^p 7^q$, но $c \not\vdots 2^{p+1}$, $c \not\vdots 7^{q+1}$).

$$ab : 2^{14} 7^{10} \Leftrightarrow k+m \geq 14, \quad e+n \geq 10$$

$$bc : 2^{17} 7^{17} \Leftrightarrow m+p \geq 17, \quad n+q \geq 17 \Rightarrow$$

$$ac : 2^{20} 7^{37} \Leftrightarrow k+p \geq 20, \quad e+q \geq 37$$

$$2(k+m+p) \geq 51, \quad 2(e+n+q) \geq 64 \rightarrow$$

$$k+m+p \geq \frac{51}{2}, \quad e+n+q \geq 32 \rightarrow \begin{matrix} \text{но } e+q \geq 37 \rightarrow \\ \underline{n+q \geq 37} \end{matrix}$$

Но $k, m, p \in \mathbb{Z} \rightarrow (k+m+p) \in \mathbb{Z} \rightarrow$

$$\underline{k+m+p \geq 26.}$$

Заметим, что значение abc минимально, когда abc равно ~~минимуму~~ произведению минимальных, удовлетворяющих ^{условию} условиям 2 и 7 , так как иначе существует abc меньше по значению. \Rightarrow

$$abc = 2^{k+m+p} \cdot 7^{e+n+q} = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{26} 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократима, $a, b \in \mathbb{N}$.

Сократить числитель и знаменатель дроби
равносильно нахождению НОД_а числителя
и знаменателя. \Rightarrow

$$\text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2) = m$$

Воспользуемся алгоритмом Евклида:

$$\text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2) = \text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2 - (a+b)^2) =$$

$$= \text{НОД}(a+b, a^2 - 8ab + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)) =$$

$$= \text{НОД}(a+b, -8ab) = m$$

Заметим, что $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$:

Условие несократимости дроби $\frac{a}{b}$
равносильно $\text{НОД}(a, b) = 1$.

Тогда для любого простого делителя d ,
являющегося делителем $ab \Rightarrow$

либо $a \div d$ и $b \nmid d$, либо $a \nmid d$ и $b \div d \Rightarrow$
 $a+b \nmid d \Rightarrow \text{НОД}(a+b, ab) = 1$.

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b, -8)$$

т.к. для любого делителя $a+b$, ab на
него не делится. \Rightarrow

Наибольшее возможное значение $m = 8$,
так как наибольший возможный делитель -8
это 8.

Ответ: $m = 8$.

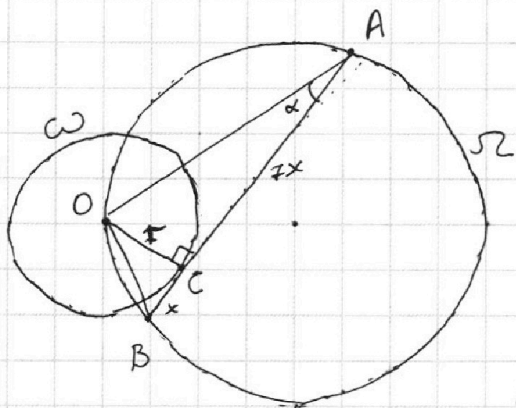
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр окружности ω — точка $O: O \in \Omega$
Пусть угол $\angle OAC = \alpha$,
радиус ω $r = 1$,
радиус Ω $R = 5$,
 $AC = 7x$, $CB = x$.

Заметим, что $\angle ACO = 90^\circ$
по условию AC — касательная к ω O-
центр ω (т.е. OC — радиус).

Рассмотрим $\triangle ACO$: по т. Пифагора:
 $AO^2 = OC^2 + AC^2 \Rightarrow AO = \sqrt{r^2 + 49x^2}$.

Рассмотрим $\triangle ABO$:
Затем его площадь двумя способами

$$S = \frac{1}{2} r \cdot 8x = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{r^2 + 49x^2} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}$$

По теореме синусов: $\frac{OB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow$

$$OB = \sqrt{r^2 + x^2} \quad (\triangle OCB \text{ прямоугольный, т. Пифагора})$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{r^2 + x^2}}{\frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}} = 2R \Rightarrow \sqrt{(r^2 + x^2)(r^2 + 49x^2)} = 2Rr \Rightarrow$$

$$\text{Подставим значения: } \sqrt{(1+x^2)(1+49x^2)} = 10 \Rightarrow$$
$$\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10 \Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{99}{49} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8x = 8.$$

Ответ: $AB = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

• домножим на сопряжённое к левой части
($\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$):

$$(\sqrt{2x^2 - 5x + 3})^2 - (\sqrt{2x^2 + 2x + 1})^2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(2 - 7x) = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

• Если $x = \frac{2}{7}$, то $0 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{7}$ - корень

• Если $x \neq \frac{2}{7}$, то $2 - 7x \neq 0$, поделим обе
части на $(2 - 7x)$:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

Возведём обе части в квадрат:

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 1$$

~~2 + 4x^2 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 = 3x - 3 - 4x^2~~
~~Возведём обе части в квадрат~~

~~4x^2 - 3x + 3 = 0~~

$$2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3} = 3x - 3 - 4x^2$$

$$2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3} = 3x - 3 - 4x^2 \rightarrow$$

(Возведём обе части в квадрат.)

$$\sqrt{3x - 3 - 4x^2} \geq 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 24x^2 - 18x$$

$$4x^2 - 3x + 3 \leq 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

Заметим, что у неравенства
 $4x^2 - 3x + 3 \leq 0$ нет решений,
т.к. $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$4x^2 - 3x + 3 \leq 0$ - нет решений, так как
 $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$ и старший коэффициент
положительный, т.е. $4x^2 - 3x + 3 > 0$. \rightarrow

у паузешной системы нет решений \rightarrow

для случая $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$
нет корней \Rightarrow

у уравнения есть единственный корень:

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

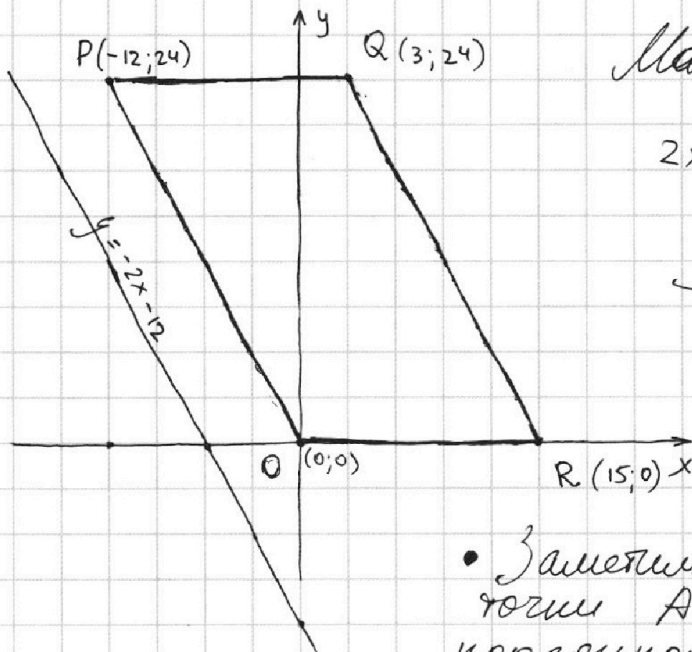
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Масштаб: $\frac{1}{3}$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

\rightarrow

$$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$$

(Если $y = y_1 - y_2$,
а $x = x_1 - x_2$, то
 $y = -2x - 12$ \rightarrow
~~определили~~)

• Заметим, что для любой точки $A(x_1, y_1)$ с целыми координатами, лежащей в параллелограмме $OPRQ$ можно провести прямую $y_1 = -2x_1 + b$ ($b \in \mathbb{Z}$) параллельную PO , QR (и $y = -2x - 12$). Прямой на этой прямой находится ровно 25 точек, лежащих внутри параллелограмма и имеющих целые координаты.

• Мы можем провести 16 таких прямых (именно столько, целых координат есть для каждой прямой $y = -2x + b$ ($b \in \mathbb{Z}$, $x \in [0; 24]$)). и на каждой такой прямой 25 точек с целыми координатами \rightarrow всего $16 \cdot 25 = 400$ точек внутри параллелограмма (включая границы).

• Заметим, что для каждой прямой $y_1 = -2x_1 + b$ можно провести параллельную ей прямую $y_2 = -2x_2 + (b + 12)$. Тогда для любой точки A лежащей на прямой $y_1 = -2x_1 + b$ и любой точки B лежащей на прямой $y_2 = -2x_2 + (b + 12)$ (под любыми точками A и B подразумеваются точки с целыми координатами и лежащие...

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

... в параллелограмме $OPQR$)
будет выполнено соотношение из условия

$$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12, \text{ т.к.}$$

$$\begin{aligned} y_1 - y_2 &= -2x_1 + b - (-2x_2 + b + 12) = \\ &= -2x_1 + b + 2x_2 - b - 12 = -2(x_1 - x_2) - 12. \end{aligned}$$

• Очевидно
~~следует~~, что прямые $y_1 = -2x_1 + b$ и
 $y_2 = -2x_2 + b + 12$
не совпадают.

• Таким образом, что точку A можно выбрать
400 способами, а парх определяю точку
 B для каждой такой точки A можно
выбрать 25 способами (столько целых
точек на одной такой прямой, причём
ни одна из них не может совпасть
с точкой A , т.к. прямые не могут
совпасть) \rightarrow пар A, B можно
выбрать $400 \cdot 25 = 10.000$ способами \rightarrow
количество пар $A, B = 10.000$.

Ответ: 10.000 пар.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

- 3) Если один из них 0, а второй ^{обязательно} ~~положительный~~, то есть только одно решение
- 4) Если один 0, а второй положительный, то решений бесконечно много, т.к. у второго бесконечно много ~~зна~~ ^{зна} отриц. ^{зна} ~~зна~~, а у первого всегда, кроме 1 случая (в 0) положительное значение.
- 5) Если один полож., а второй отриц., то ситуация аналогична 4), только нет другой нуля.
- 6) Если оба дискриминанта положительны, то равно два решения только тогда, когда ^{многочлены совпадают} ~~многочлены совпадают~~ (и эти 2 ^{решения} ~~решения~~ в корнях (в нулях)), т.к. иначе бесконечно много

⇒ нас интересуют только 2 4 6 ситуации, т.е. два различных квадрата или полное совпадение

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}; \Rightarrow y = ax + 10b \Rightarrow$$

для каждого x y восстанавливается единственный образ. \Rightarrow

$$\underbrace{((x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1)}_I \cdot \underbrace{(x^2 + (ax+10b)^2 - 4)}_II \leq 0$$

\Rightarrow для вопроса задачи можно преобразовать:
найти все значения параметра a , для
каждого из которых найдётся значение
параметра b , при котором ~~с~~
неравенство имеет ровно 2 решения.

Заметим, что левая часть неравенства -
произведение двух многочленов второй
степени (относительно x), графики
которых параболы ветвями вверх (видно,
что старший коэффициент положительный).

Рассмотрим всевозможные значения дискри-
минантов, чтобы понять, когда есть ровно
2 решения:

D_I	+	+	+	-	-	-	0	0	0
D_{II}	+	-	0	-	+	0	+	-	0
№ кор.	6	5	4	1	5	3	4	3	2

- 1) Если оба дискриминанта отрицательны, то
значения обеих многочленов всегда положи-
тельны \Rightarrow нет решений
- 2) Если оба дискриминанта равны нулю, то есть
ровно 2 решения, когда многочлены
разнобжны, т.к. имеет еще только 1 решение.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} =$$

$$= 4x^2 - 3x + 4 - 4 - 49x^2 + 28x = 4x^2 - 3x + 3 =$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 4 - 49x^2 + 28x =$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3}$$

$$- 45x^2 + 25x = 2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3}$$

$$25x(-9x + 1) = 2$$

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 \mid -9x + 1$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 - 6 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + \frac{1}{9} + 3 =$$

$$\frac{4}{3^8} - \frac{6}{3^6} - \frac{2}{3^4} + \frac{1}{9} + 3 =$$

$$4 - 6 \cdot 9 - 2 \cdot 81 + 243 =$$

$$16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 22x^2 - 18x$$

$$2009x^4 + 625x^2 - 18250x^3 = 16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009 \quad -2226 \quad 633 \quad -4 \quad -12$$

$$-217 \quad +633 \quad -16$$

$$2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 3$$

$$8 - 10 + 3$$

$$x=2 \Rightarrow 1$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 1$$

$$8 + 4 + 1$$

$$3: 18 + 6 + 1$$

$$18:$$

$$268 \quad 18 - 15 + 3$$

$$5 \quad 50 + 10$$

$$4 \quad 32 + 8$$

$$-2$$

$$(-7x + 2) = (2 - 7x)(\sqrt{5} + \sqrt{7} + 5 + 3)$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$29x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$10 \quad 8 - 4 + 1$$

$$22^2 + 3 \cdot 29 \cdot 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a: 2^k 7^e, b: 2^m 7^n, c: 2^p 7^r$

$$\begin{cases} k+m \geq 14 \\ e+n \geq 10 \\ m+p \geq 17 \\ n+r \geq 17 \\ k+p = 20 \\ e+r \geq 37 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(k+m+p) \geq 34+17=51 \\ 2(e+n+r) \geq 27+37=64 \\ e+n+r=32 \\ k+m+p=26 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-4x$$

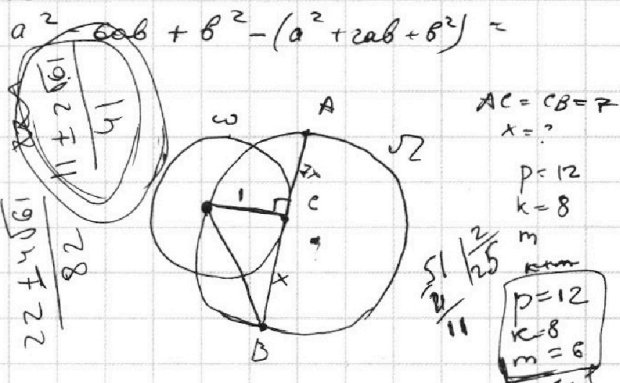
$$2(x-1)(x-\frac{3}{2})$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)}$$

$$2x^2+2x+1$$

$$\frac{a}{b} \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$(a, b) = 1$
 $(a+b, a^2-6ab+b^2) = m$
 $(a+b, -8ab) = m$



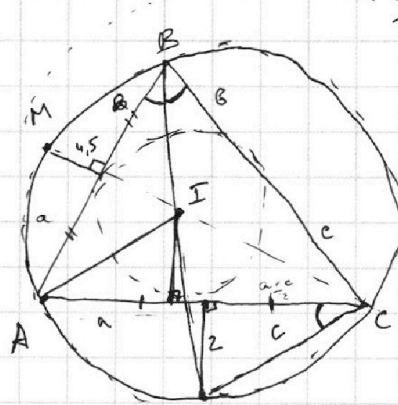
$d. (a+b, ab) = m$

$$\frac{121}{4} \cdot \frac{4}{484} = \frac{1}{121}$$

$9-4 \cdot 4 \cdot 3 = 9-16 = -7$

$$22+3 \cdot 4 \cdot 4 = 22+48 = 70$$

$$484+492 = 976$$



$$10 = \frac{8x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8x \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{1+49x^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+49x^2}}$$

$$10 = \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2} (x^2-1) (49x^2+99)$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = -\frac{99}{49} \Rightarrow \text{no real solution}$$

$$N \left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + 4 = NC^2 \Rightarrow \sqrt{1+49x^2+x^2+49x^4} = \sqrt{49x^4+50x^2+1}$$

$$\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + \frac{81}{4} = MB^2$$

$$100 = 49x^4 + 50x^2 + 1$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$49(x^2-1)(x^2+\frac{99}{49}) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$0 = 901 - 4x - 100 \Rightarrow 4x = 801 \Rightarrow x = 200.25$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

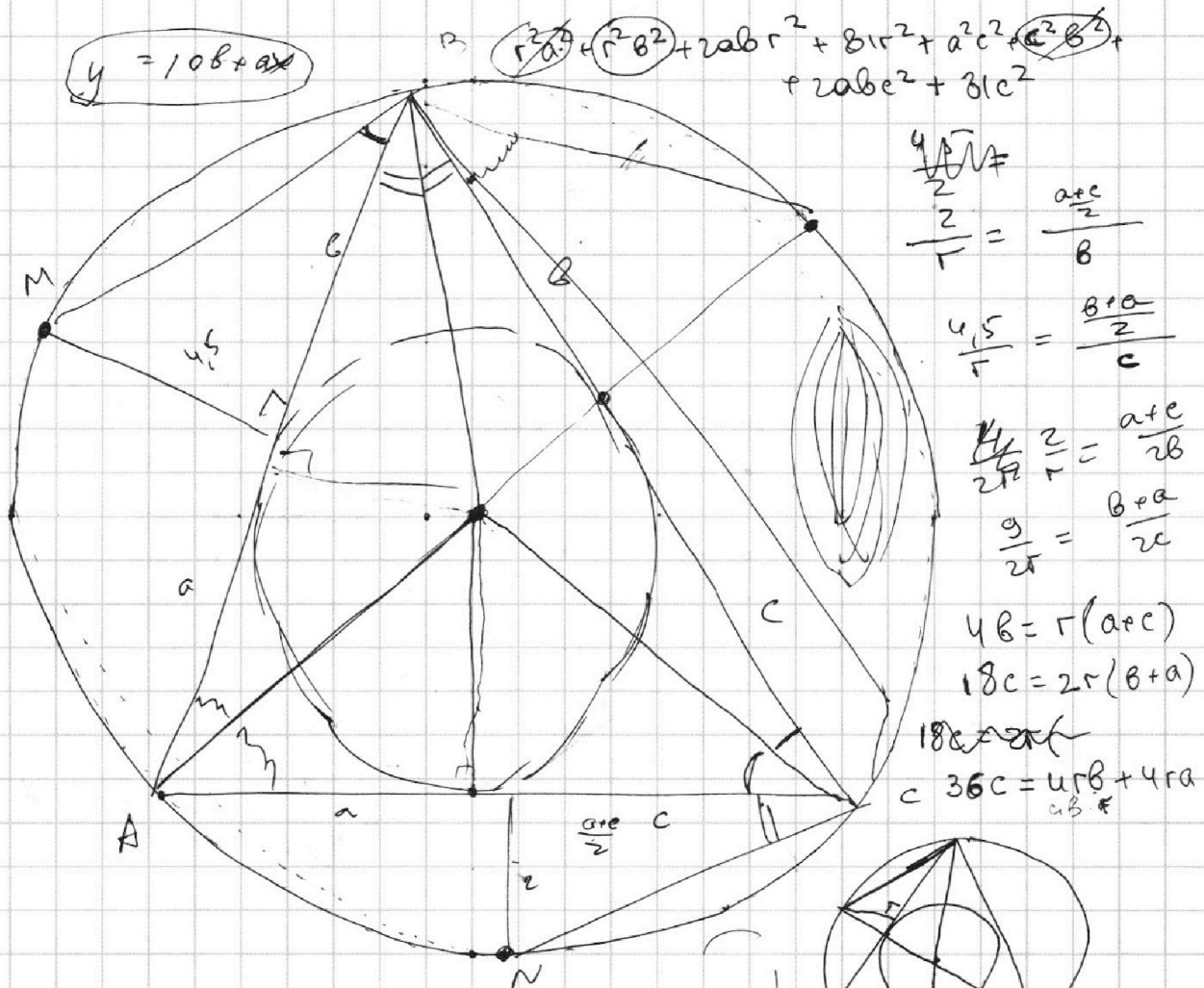
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$y = 108 + ax$

$\cancel{r^2 a^2} + r^2 b^2 + 2abcr + 81r^2 + a^2 c^2 + \cancel{c^2 b^2} + 2abce^2 + 31c^2$

$\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{a+c}{2}$
 $\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{a+c}{2}$

$\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{b+a}{c}$

$\frac{4\sqrt{15}}{2} = \frac{a+c}{2b}$

$\frac{9}{2\sqrt{15}} = \frac{b+a}{2c}$

$4b = r(a+c)$

$18c = 2r(b+a)$

$18c = 2r(b+a)$
 $c \cdot 36c = urb + 4ra$

$AI = \sqrt{r^2 + a^2}$

$\frac{BI}{CI} = \frac{BM}{CN}$

$BM = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + r^2}$

$CN = \sqrt{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + r^2}$

$\frac{r^2 + b^2}{r^2 + c^2} = \frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}}{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + 4}$

$\frac{r^2 + b^2}{r^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2 + 81}{(a+c)^2 + 16}$

$36c = r^2(a+c) + ura$

$r^2 a + r^2 c + ura = 36c$

$a(r^2 + ur) + r^2 c = 36c$

$a(r^2 + ur) = c(36 - r^2)$

$(r^2 + b^2) \left((a^2 + c^2)^2 + 16 \right) = (r^2 + c^2) \left((a+b)^2 + 81 \right)$

$\cancel{r^2 a^2} + r^2 c^2 + 2cae r^2 + 16r^2 + a^2 b^2 + \cancel{b^2 c^2} + 2ab^2 c + 16b^2$

0 0 1 1 1 + + + H
 0 1 + 1 0 + 0 + 1 H
 X X X · X 0

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ $405 \cdot (14.25 +$

$y_1 - y_2 = 2(x_2 - x_1) - 2(x_1 - x_2) - 12$

$y = -2x - 12$

$y_1 = -2(x_1 - 6) - 12$ $y_1 = -2x_1 + 8$

$y_1 = -2x_1$ $y_1 = -2x_1 + 8$

$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \rightarrow y = ax + 10b \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

$(x^2 + 64 + 2 \cdot 16x + a^2x^2 + 100b + 20abx - 1)(x^2 + a^2x^2 + 100b + 20abx - 4) \leq 0$

$x^2 + 64 + 2 \cdot 16x + y_2 = -2x_2(b+12) y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$(x^2(1+a^2) + x \cdot (20ab + 16) + 63 + 100b)(x^2(a^2+1) + x \cdot 20ab + 100b) \leq 0$

$\begin{cases} (\cdot) \leq 0 \\ (\cdot) \geq 0 \end{cases}$ $D = 400a^2b^2 - 4(1+a^2)(63+100b) = 400a^2b^2 - 4 \cdot 63 - 400b - 4 \cdot 63 a^2 - 400a^2b$

$\begin{cases} (\cdot) \geq 0 \end{cases}$ $y_1 - 2x_1 + 8 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$

$y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$ $-2x_1 + 8 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$y_2 = -2x_2 + (8+12)$
 $y_1 = -2x_1 + 8$