МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A\,(x_1;y_1)$ и $B\,(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 1.

$ab \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$ $\quad ab = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot k$

$bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$ $\quad bc = 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot m$

$ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$ $\quad ac = 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot n$

min abc

$(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot k\cdot m\cdot n$

$kmn = p \in N$

$(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot p$

Заметим, что $p = 1$ не подходит

$abc = \sqrt{2^{51}\cdot 7^{64}} = 2^{25}\cdot 7^{32}\sqrt{2} \notin N$ но $a \in N$

~~p должно~~ иметь в себе 2 в нечёт. ст. т.е. минимум! противоречие $b \in N$, $c \in N$

тогда следующее минимальное подходящее $p = 2$

тогда $abc = 2^{26}\cdot 7^{32}$ но $ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$ а abc нет

значит abc должно в себе содержать степень 7 не меньшую чем степень семёрки которая

ac 7^{37}, ~~а значит~~ $\min (abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot 2\cdot 7^{10} = 2^{52}\cdot 7^{74}$

~~р должно нечёт ст. 2 чтобы избав. корень~~ $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$

~~но опять же степень 7 не подходит~~ т.к. $ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$ ~~abc~~

пусть ст. 7 вх. в a будет k_a, в b k_b, в c k_c тогда

$\min k_a + k_b = 10$ но при этом $k_a \geq 0$ $k_b \geq 0$ $k_c \geq 0$

$\min k_b + k_c = 17$ но в этом случае $k_b < 0$ $k_a + k_b + k_c \geq k_a + k_c \geq 37$

$\min k_a + k_c = 37$

~~$\text{т.к. } k_a + k_b + k_c = \frac{37+17+10}{2} = 32$ $k_b = 32 - (k_a + k_c)$~~

~~значит т.к. нам нужно минимальное~~ $k_a + k_b + k_c$ $= -5$ подходит 3-ка ~~увеличим~~

~~k_b~~ тогда $k_b = 0$ $k_a = 15$ $k_c = 22$ и $k_a + k_b + k_c = 37$ значит

минимум достигается тогда $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$ $a = 2^{8}\cdot 7^{15}$

$b = 2^{6}\cdot 7^{0}$ $c = 2^{12}\cdot 7^{22}$ и все условия выполнены $ab = 2^{14}\cdot 7^{15} \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$ $bc = 2^{18}\cdot 7^{22} \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20}\cdot 7^{37} \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$

Ответ: $\boxed{2^{26}\cdot 7^{37}}$

№2.

~~Без ограничений общности будем считать, что~~

~~$b \geq a$~~ НОД$(b;a)=1$ т.к $\frac{a}{b}$ несокр.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}=\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$ Заметим, что

если мы найдём пример где $m=a+b$, то он

будет максимальным т.к. числитель равен $a+b$

для выполнения равенства $8ab=k(a+b)=ka+kb$

Заметим, что $k\,⋮\,a$ $k\,⋮\,b$ $k\,⋮\,ab$

т.к НОД$(a,b)=1$ тогда

$k=ab\cdot p$ $\quad 8ab=abp(a+b)$

$p\cdot(a+b)=8$ например при $p=1$ $a+b=8$ пара $a=7$, $b=1$

Значит при $m=a+b$ так можно

Оказалось и при этом $a+b$ максимально

т.к ~~не $a+b$~~ наиб делитель $a+b$ — $a+b$

Ответ: $a+b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение номера 3

$\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}=10 \ \wedge^2$

$(x^2+1)(49x^2+1)=100$

$49x^4+50x^2-99=0$

$(x^2-1)(49x^2+99)=0$

$49x^2+99>0$ т.к. $49x^2\geq 0$ $99>0$

$x^2-1=0$

$x^2=1$

$x=1$

$x=-1$ не подходит. т.к x-длина отрезка

значит $x=1$ $AB=8x=8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано

ω

Ω

$r=1$

$R=5$

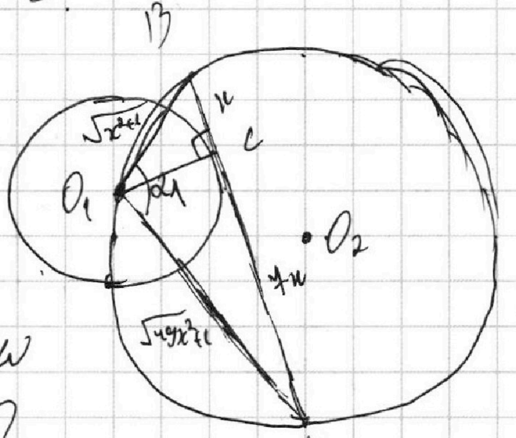
$AC:CB=7$

AB – кас. ω

C – точка кас.

AB – хорда Ω

№ 3.



O_1 – центр ω

O_2 – центр Ω

пусть $AC=7x$ тогда $BC=\frac{7x}{7}=x$ (по условию)

$AB=AC+CB=8x$ (по св-ву сумм. отрезков)

по св-ву радиуса проведённого в точку касания $O_1C \perp BA$ $O_1C=r=1$ тогда по теореме Пифагора ΔBO_1C и ΔO_1CA

$BO_1=\sqrt{BC^2+O_1C^2}=\sqrt{x^2+1}$ $AO_1=\sqrt{O_1C^2+AO_1^2}=\sqrt{49x^2+1}$

$S_{\Delta BO_1A}=\frac{AB\cdot O_1C}{2}=\frac{8x\cdot 1}{2}=4x$ $S_{\Delta BO_1A}=\frac{1}{2}\cdot BO_1\cdot AO_1\cdot\sin\alpha$

пусть $\angle BO_1A=\alpha$

O_1C – высота по определению

тогда $4x=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}\cdot\sin\alpha$

$\sin\alpha=\frac{8x}{\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}}$ по теореме синусов ΔBO_1A (ΔBO_1A вписан в Ω по опр. $B; O_1; A$ лежат на окр Ω по условию)

$2R=\frac{AB}{\sin\alpha}=\frac{8x}{\left(\frac{8x}{\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}}\right)}=\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}$

Значит $\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{49x^2+1}=2R=10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

пусть $\sqrt{2x^2-5x+3} = a \geq 0 \quad \uparrow^2 \quad a^2 = 2x^2-5x+3 \quad (1)$

$\sqrt{2x^2+2x+1} = b \geq 0 \quad \uparrow^2 \quad b^2 = 2x^2+2x+1 \quad (2)$

$(1)-(2) \Rightarrow a^2-b^2 = -7x+2$

$-7x = a^2-b^2-2$

подставим это в исходное уравнение:

$$a-b = 2+a^2-b^2-2$$

$$a-b = a^2-b^2 \qquad a^2-b^2-(a-b)=0$$

$$(a-b)(a+b)-(a-b)=0$$

$$(a-b)(a+b-1)=0$$

$$\left[\begin{aligned} a&=b \\ a&=1-b \end{aligned}\right. \qquad \begin{aligned} &\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1} \\ &\sqrt{2x^2-5x+3} = 1-\sqrt{2x^2+2x+1} \end{aligned}$$

решим эти уравнения, а потом подставим их в исходное, чтобы убедиться в том, что они не посторонние. ~~а потом~~

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1} \quad \uparrow^2$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 \quad 7x=2 \quad x=\frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2\cdot\left(\tfrac{2}{7}\right)^2-5\cdot\tfrac{2}{7}+3} - \sqrt{2\left(\tfrac{2}{7}\right)^2+2\cdot\tfrac{2}{7}+1} = 2-7\cdot\frac{2}{7} = 2-2=0$$

$$\sqrt{2\left(\tfrac{2}{7}\right)^2-5\cdot\tfrac{2}{7}+3} = \sqrt{\frac{8}{49}-\frac{10}{7}+3} = \sqrt{\frac{-62+147}{49}} = \sqrt{\frac{85}{49}}$$

$$\sqrt{2\left(\tfrac{2}{7}\right)^2+2\cdot\tfrac{2}{7}+1} = \sqrt{\frac{8}{49}+\frac{4}{7}+1} = \sqrt{\frac{8+28+49}{49}} = \sqrt{\frac{85}{49}}$$

значит всё верно т.к. $\sqrt{2\cdot\left(\tfrac{2}{7}\right)^2+2\cdot\tfrac{2}{7}+1} + \sqrt{2\left(\tfrac{2}{7}\right)^2-5\cdot\tfrac{2}{7}+3} = \sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0$ и $2-7\cdot\frac{2}{7}=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Упражнение №4.
второй случай

$\sqrt{2x^2-5x+3}=1-\sqrt{2x^2+2x+1}$ $\uparrow^2$

$2x^2-5x+3=1-2\sqrt{2x^2+2x+1}+2x^2+2x+1$

$3+2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x+1+1$

$2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x-1$ $\uparrow^2$ $x\geq\frac{1}{7}$ ул. наличия корней

$4(2x^2+2x+1)=49x^2-14x+1$

$41x^2-22x-3=0$

$D_1=121+41=162=9^2\cdot2$

$x_1=\frac{11-9\sqrt2}{41}$ ПК

$x_2=\frac{11+9\sqrt2}{41}$ ПК

Заметим, что в начальном уравнении следствии должно выполняться условие

$1-\sqrt{2x^2+2x+1}\geq0$ т.к. $\sqrt{2x^2-5x+3}\geq0$

$\sqrt{2x^2+2x+1}\leq1$ $\uparrow^2$ $2x^2+2x+1\geq0$ всегда т.к.

$2x^2+2x+1\leq1$ $x^2+x^2+2x+1\geq0$

$2x(x+1)\leq0$ $|:2$ $x^2+(x+1)^2\geq0$

$x(x+1)\leq0$

$x\in[-1;0]$

$\frac{11-9\sqrt2}{41}<0<\frac{1}{7}$

$\frac{11-9\sqrt2}{41}$ тоже не подходит т.к. условие на наличие корней не выполнено

$11<9\sqrt2$ $\uparrow^2$

$121<162$

но $\frac{11+9\sqrt2}{41}>0$ тогда этот корень неподходящий

Ответ: $\frac{2}{7}$

~~подходит т.к. чтобы~~ $2x^2-5x+3\geq0$ ~~а корень $\frac{11-9\sqrt2}{41}$ подходит~~

~~$(x-1)(2x-3)\geq0$~~

~~$-1<\frac{11-9\sqrt2}{41}<0$ $|\cdot41$~~

~~$-41<11-9\sqrt2<0$~~

~~$-52<-9\sqrt2<-11$ $\uparrow^2$~~

$\frac{11-9\sqrt2}{41}$ 1 1,5

~~$2704>162>121$ и при этом корень подходит под условие наличия корней значит:~~ ~~Ответ: $\frac{2}{7}$, $\frac{11-9\sqrt2}{41}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

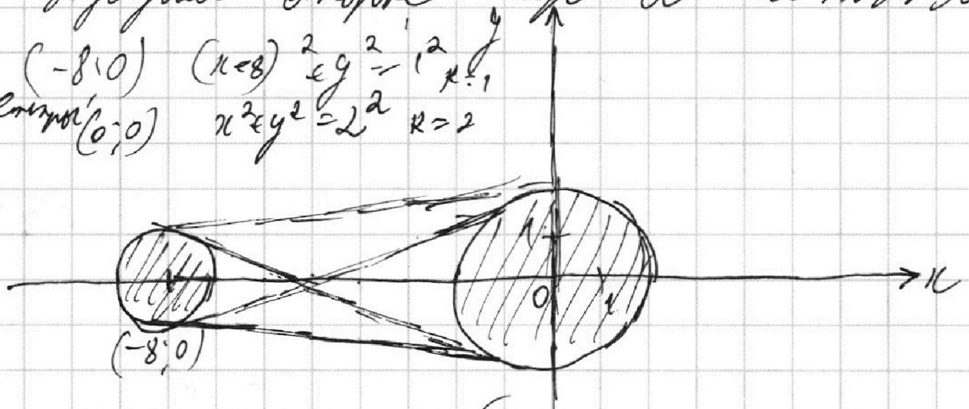
№6.

$$\begin{cases} ax-y+10b=0 \quad \text{— прямая} \\ ((x+8)^2+(y^2-1))(x^2+y^2-4)\le 0 \end{cases}$$

задают второе нер-во на плоскости

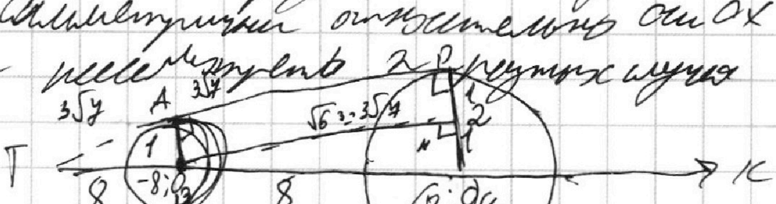
$(-8;0)$ $(x+8)^2+y^2=1^2$ $R=1$

центры $(0;0)$ $x^2+y^2=2^2$ $R=2$



Эти области подходят т.к. если отметить область вне окр-ей то оба выражения будут положительны и их произведение тоже. А внутри окр-ей одно меньше 0 другое больше (или равно). Значит 2 решения будут тогда и только тогда когда $y=ax+10b$ - общая касательная этих окружностей заметим что окружности симметричны относительно оси OX и мы можем рассмотреть 2 различных случая

1-ый случай



пусть наша прямая касается „сверху" двух окружностей тогда проведём радиусы в точки касания окружностей к касательной Они будут параллельны и продлим касательную до точки пересечения с осью OX точка T пусть центр „левой" окр B „правой" C точки касания A и D соответственно тогда $\triangle TDC$ $AB \parallel DC$ $AB=1$ $DC=2$ значит AB - средняя линия по признаку и $TB=BC=8$ $TA=TD$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи №6 $TA=TD=3\sqrt7$ т.к

(рассмотрим трапецию $(ABCD)$ $AB=1$ $CD=2$ $DC=8$

проведём высоту BH к DC тогда

по св-ву пар-мма $(ABHD)$ $AB=DH=1$

$ABHD$ - прямоуг. по определению ~~тогда~~ $HC=DC-DH=2-1=1$

по теореме Пифагора $DH=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt7$ $DH=AD$ по св-ву параллелограмма

а значит $TA=TD=3\sqrt7$

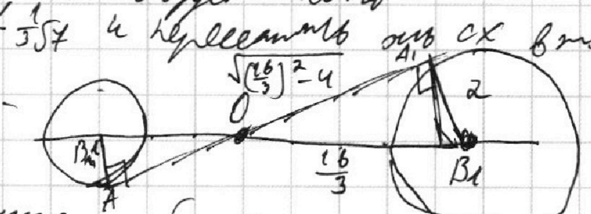
прямые AD и BC пересек. т.к если бы они были бы параллельными то $ABCD$ был пар-мма и $AB=CD$ а это не так. Тогда тангенс угла наклона прямой общей кас. к окр. будет равен $tg\angle ATD=\frac{1}{3\sqrt7}=a$

$a=tg\,\alpha=\frac{1}{3\sqrt7}$ α - угол наклона тогда прямая

$y=\frac{1}{3\sqrt7}x+b$ будет иметь 2 точки с кругами

аналогично, если касательная при $b=0-\frac{-\frac{16}{3\sqrt7}}{10}=\frac{8}{5\sqrt7}$ (точки кас. двух окр. снизу, то она будет иметь угол наклона $a=-\frac{1}{3\sqrt7}$ и пересекать ось OX в той же точке $T(-16;0)$

2-й случай



проведём радиусы в точки касаний перпенд. общей кас. пусть центр 1 окр B

Тогда точки кас A и A_1 соотв. O - точка перес. BB_1 и AA_1, 2 окр B_1

$\triangle BAO\sim BA_1O$ $\angle BAO=\angle B_1A_1O=90^\circ$ $\angle BOA=\angle B_1OA_1$ по св-ву вертикальных углов (по 2-м) $K=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{1}{2}$

значит $\frac{BO}{OB_1}=\frac{1}{2}$ $BO+OB_1=BB_1=8$ (по св-ву отрезка) $3OB_1=8$ $OB_1=\frac{8}{3}$

значит тангенс угла наклона общей кас. будет равен: $tg\angle A_1OB_1=\frac{B_1A_1}{A_1O}=\frac{2}{\sqrt{-2^2+(\frac{16}{3})^2}}=a$ $OB_1=\frac{8}{3}\cdot2=\frac{16}{3}$

$a=tg\angle A_1OB_1=\frac{2}{\sqrt{\frac{-4\cdot 9+256}{9}}}=\frac{6}{\sqrt{-36+256}}=\frac{6}{\sqrt{220}}=\frac{6}{2\sqrt{55}}=\frac{3}{\sqrt{55}}$, по т. Пифагора, тогда

$b=0-(-\frac{16}{3})\cdot\frac{3}{\sqrt{55}}=\frac{16}{\sqrt{55}}$, аналогично при симметричн. OX

будет $a=-\frac{3}{\sqrt{55}}$ и тоже те самые b

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{1}{3\sqrt7};\ -\frac{1}{3\sqrt7};\ \frac{3}{\sqrt{55}};\ -\frac{3}{\sqrt{55}}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

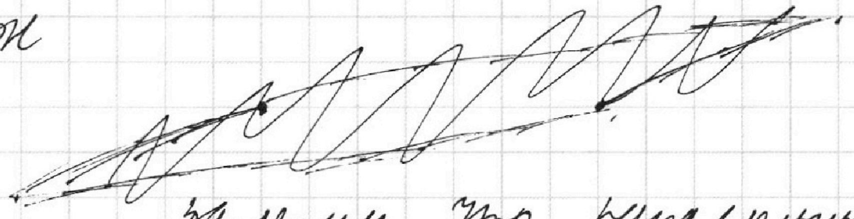
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~№ 5~~

Зададим все точки внутри параллелограмма неравенствами относительно их сторон



Заметим, что параллельные стороны — $OR \parallel PQ$ и $OP \parallel QR$

т.к. уравнение OR $(0;0)$, $(15;0)$ — $y=0$

$y=bx+c$

$0=0+c$

$0=15\cdot b+c$ $c=0$ $b=0$ $y=0$

ур-е PQ $y=24$

$y=bx+c$

$24=b$

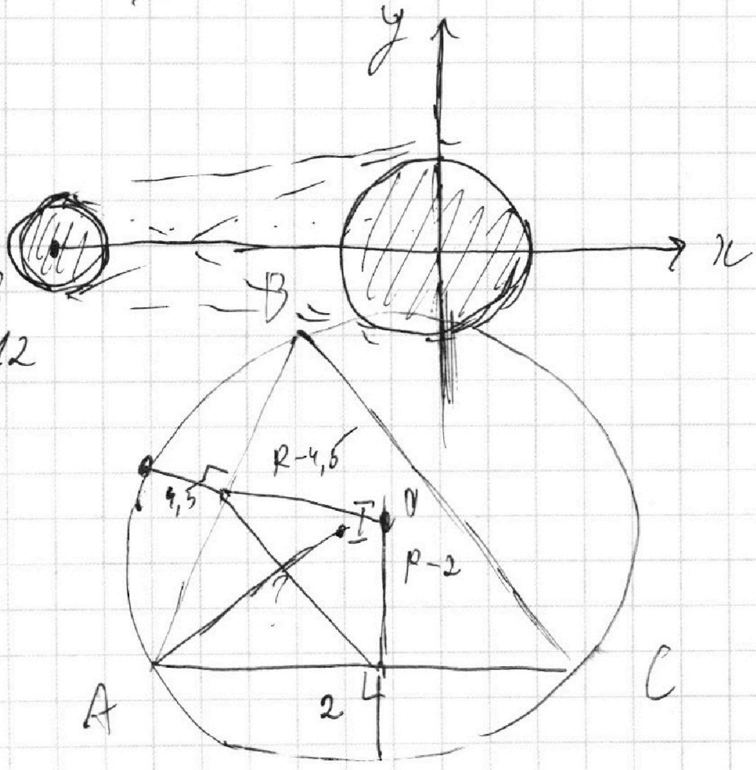
№6

$y=ax+10b$

$a+b+c=26$

$b=6$ $c=12$

$a=8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

или $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ сократимо

$R_0 = 1$

$R_2 = 5$

~~a~~ $+b=15$

$b+c=17$

$a+c=20$

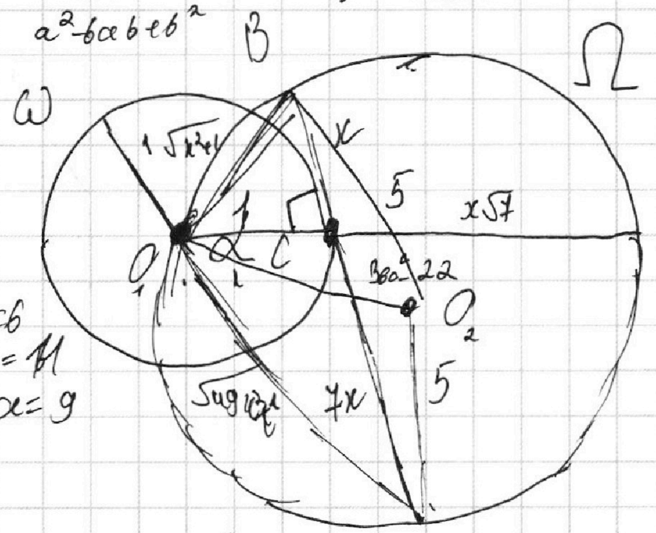
$a+b+c=26$

$c=6$ $b=6$

~~$b=11$~~ $c=11$

$a=9$

~~$a=11$~~



A

$\cancel{t(t+2)=49x^2}$

$\cancel{(t+1)^2=49x^2+1}$

~~$t^2+2t+1=$~~

$\sqrt{x^2+1}$ $\sqrt{49x^2+1}$ $8x$ $h=1$ $S=4x$

$$\frac{\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}\sin\alpha}{2}=4x \qquad \sin\alpha=\frac{8x}{\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}}$$

$$\frac{8x}{\sin\alpha}=2R_\Omega \qquad 2R_\Omega=\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}$$

$$100=(x^2+1)(49x^2+1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$ $ab \geq 2^{14}\cdot 7^{10}$ $ab = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot p$

$bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$ $bc \geq 2^{17}\cdot 7^{4}$ $bc = 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot q$

$ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$ $ac \geq 2^{20}\cdot 3^{37}$ $ac = 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot t$

$(abc)^2 \vdots 2^{51}\cdot 7^{64} = 2^{14+17+20}\cdot 7^{10+17+37}$ $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot pqt$

$pqt = k \in N$ значит $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot k$

При этом $k \in N$ и степень 2 должна быть чётной минимальное $k=1$ не подходит под это условие, а $k=2$ - подходит

при $k=1$ $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}$ а значит $abc = 2^{25}\cdot 7^{32}\sqrt{2} \notin N$

но a,b,c натуральные числа по условию, а значит их произведение тоже натуральное

$k=2$ подходит тогда $(abc)^2 = 2^{51}\cdot 7^{64}\cdot 2 = 2^{52}\cdot 7^{64}$

$abc = 2^{26}\cdot 7^{32} \in N$ и это значение abc возможно при $ab = 2^{15}\cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$

$abc = 2^{52}\cdot 7^{64}$

$\sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1}$ $|^2$

$2x^2-5x+3 = 1 + 2x^2+2x+1 - 2\sqrt{2x^2+2x+1}$

$\sqrt{2\cdot\frac{11-9\sqrt{2}}{49}}$

$1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \geq 0$ $\sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1$

$x^2+x \leq 0$ $[0;-1]$

$x(x+1) \leq 0$

$\sqrt{\frac{1}{2} - 2,5 + 3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$abc=2^{52}\cdot 7^{64}$ $\quad c=2^{52}\cdot 7^{64}:ac=2^{52}\cdot 7^{64}:2^{15}\cdot 7^{10}=$

$\frac{a}{b}$ - несокр. $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ сократима на п $\quad 8=p(a+b)$

$\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ $\quad 8ab \vdots a+b$

$k=4a$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$ $\quad 4a^2+4ab-8ab=0$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}+7x=2$ $\quad 8ab=ka+kb$

$:a \quad :a \quad :a$

$\sqrt{2x^2-5x+3}=a$ $\quad \sqrt{2x^2+2x+1}=b$

$7x=-(a^2-b^2)+2=-(\cancel{2x^2}-5x+3-\cancel{2x^2}-2x-1)+2=$

$=-(-7x+2)+2=7x$

$8ab \vdots a+b$

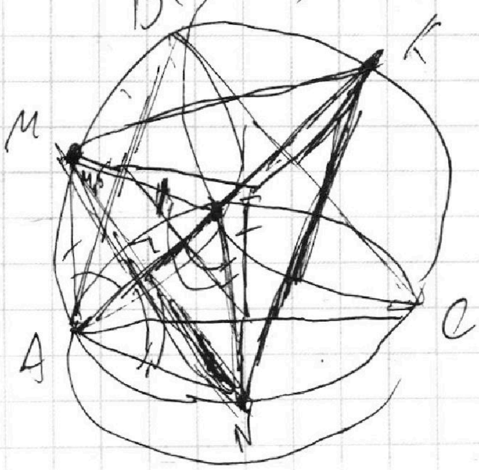
$a-b+b^2-a^2+\cancel{2}=\cancel{2}$

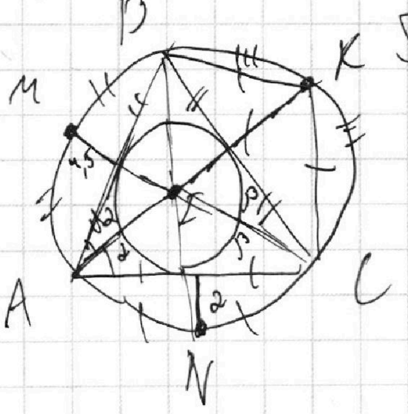
$8ab=ka+kb$

$(b+a)(b-a)-(b-a)=0$ $\quad b=a$ $\quad a(k-8b)+kb=0$

$b=1-a$

$(b-a)(b+a-1)=0$





$\sqrt{2\cdot(11-9\sqrt{2})^2-5\cdot(11-9\sqrt{2})+3}-\sqrt{2\cdot(11-9\sqrt{2})^2+2(11-9\sqrt{2})+1}=2-\frac{7\cdot(11-9\sqrt{2})}{\sqrt{41}}$