



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



УС.

$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} & \Rightarrow & \quad ab \geq 2^{14} \cdot 7^{10} & \Rightarrow & \quad abc \geq 2^{14} \cdot 7^{10} \\
 bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} & \Rightarrow & \quad bc \geq 2^{17} \cdot 7^{17} & \Rightarrow & \quad abc \geq 2^{17} \cdot 7^{17} \\
 ac &: 2^{20} \cdot 7^{37} & \Rightarrow & \quad ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37} & \Rightarrow & \quad abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow abc \geq 2^{14} \cdot 7^{10}, abc \geq 2^{17} \cdot 7^{17}, abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$

Минимальное возможное значение abc можно представить в виде: $abc = 2^x \cdot 7^y \Rightarrow$

$$\begin{cases}
 x \geq 14 \\
 x \geq 17 \\
 x \geq 20 \\
 y \geq 10 \\
 y \geq 17 \\
 y \geq 37
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x \geq 20 \\
 y \geq 37
 \end{cases}$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Если $abc = 2^{20} \cdot 7^{37}$; тогда найдутся значения a, b, c:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^{17} \cdot 7^{17}} = 2^3 \cdot 7^{20} \\
 b &= \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^{20} \cdot 7^{37}} = 1 \\
 c &= \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^{14} \cdot 7^{10}} = 2^6 \cdot 7^{27}
 \end{aligned}$$

$$ab = 2^3 \cdot 7^{20}$$

x, y - целые натур. т.к. a, b, c - натур

При этом:

$$abc \geq 2^{14+17+20} \cdot 7^{10+17+37}$$

$$\begin{cases}
 x \geq \frac{14+17+20}{2} \\
 y \geq \frac{10+17+37}{2} \\
 x \geq 20 \\
 y \geq 37
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x \geq 25,5 \\
 y \geq 32 \\
 x \geq 20 \\
 y \geq 37
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x \geq 26 \\
 y \geq 37
 \end{cases}
 \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{2^{26} \cdot 7^{37}}{2^{17} \cdot 7^{17}} = 2^9 \cdot 7^{20} = a \\
 b &= \frac{2^{26} \cdot 7^{37}}{2^{20} \cdot 7^{37}} = 2^6 = b \\
 c &= \frac{2^{26} \cdot 7^{37}}{2^{14} \cdot 7^{10}} = 2^{12} \cdot 7^{27} = c
 \end{aligned}$$

Минимальное значение abc - это $2^{26} \cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$t = \frac{-50 + 148}{2 \cdot 49} = \frac{98}{2 \cdot 49} = 1 \quad \Rightarrow X^2 = 1 \Rightarrow X = 1$$

$$t = \frac{-50 - 148}{2 \cdot 49} < 0$$

$$AB = 7x + x = 8x = 8$$

Ответ: $AB = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Замена переменных: $a = 2x^2 - 5x + 3$

$$b = 2x^2 + 2x + 1.$$

$$2 - 7x = 2x^2 - 5x + 3 - (2x^2 + 2x + 1) = a - b \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sqrt{a} - \sqrt{b} &= a - b \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} &= (a - \sqrt{a}) - (b - \sqrt{b}) \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{a} &= a - \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{b} \\ 2\sqrt{a} - \sqrt{b} &= a - \sqrt{a} \end{aligned}}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \text{ ①} \\ b \geq 0 \text{ ②} \\ \sqrt{a} = \sqrt{b} \text{ ③} \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \text{ ④} \end{cases}$$

Рассмотрим отдельно:

① $a \geq 0$

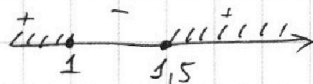
$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$2\left(x - \frac{5-1}{4}\right)\left(x - \frac{5+1}{4}\right) \geq 0$$

$$\frac{1}{2}(x-1)(x-1,5) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [1,5; +\infty)$$



② $b \geq 0$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 2 = -4 < 0$$

Т.к. $2 > 0$, то

$$b > 0 \text{ всегда} \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\text{④ } \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$$

④ $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$

$$\sqrt{b} = 1 - \sqrt{a}$$

$$b = a - 2\sqrt{a} + 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{b}} \geq 0$$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$
Т.к. $\sqrt{a} \geq 0$
 $\sqrt{b} \geq 0$
 $a = b$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1.$$

$$\begin{aligned} 7x &= 2 \\ x &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 1$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$$

$$\begin{cases} 3 - 7x \geq 0 \\ 4(2x^2 - 5x + 3) = 9 + 49x^2 - 42x \end{cases} \Leftrightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



④ Продолжение

$$\begin{cases} 7x \leq 3 \\ 8x^2 - 20x + 12 = 9 + 49x^2 - 42x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{7} \\ 41x^2 - 62x - 3 = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим отдельно:

$$41x^2 - 62x - 3 = 0$$

$$D = 62^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 976 = (4\sqrt{61})^2$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

Умноживаем:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [1,5; +\infty) \\ x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} \\ x = \frac{2}{7} < 1 < 1,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} \\ x = \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} \\ x = \frac{2}{7} \end{cases}$$

Проверка того, что корни входят в промежутки

Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \\ x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \\ x = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \vee 1,5$$

\vee
 0

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82}$$

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} \vee -1$$

$$22 - 4\sqrt{61} \vee -82$$

$$-4\sqrt{61} \vee -104$$

$$104 \vee 4\sqrt{61}$$

$$26 \vee \sqrt{61}$$

$$26 > 20 > \sqrt{61} \quad \text{т.к.: } 400 > 61$$

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} > -1$$

$$11 + 2\sqrt{61} \vee 61,5$$

$$2\sqrt{61} \vee 50,5$$

$$\sqrt{61} \vee 25,25 = \frac{101}{4}$$

$$61 \vee \frac{101^2}{16}$$

$$976 < 10201$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} < 1,5$$

$$22 \vee 4\sqrt{61}$$

$$5,5 < 6 < \sqrt{61}$$

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 0$$

Handwritten calculations for discriminant and root verification:

$$62 \times 62 = 3844$$

$$4 \times 3 \times 41 = 492$$

$$3844 + 492 = 4336$$

$$\sqrt{4336} = 65,86$$

$$4 \times 65,86 = 263,44$$

$$263,44 > 220$$

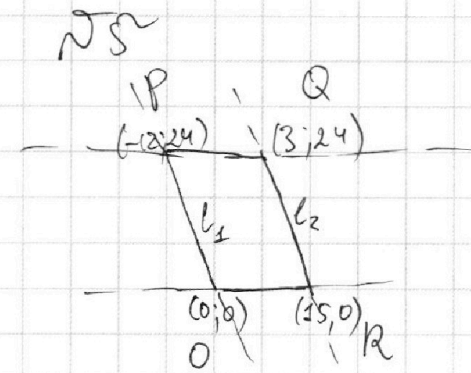
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если точка ~~A(x1, y1)~~ M(x, y) принадлежит параллелю PQRO, то:

$$\begin{cases} y \geq 0 & 2) x \in [-2; 15] \\ y \leq 24 \\ y \leq -2x + 30 \\ y \geq -2x \end{cases}$$

l_1 - прямая через PO.

ур-е прямой l из графика:

$$l_1: y = -2x$$

Аналогично

для l_2 : $l_2 \parallel l_1$, то
 $y_{l_2} \text{ выг: } -2x + b = 0$
 $-2 \cdot 15 + b = 0$
 $b = 30$

$$l_2: y = -2x + 30$$

Для точек $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$:

$$\begin{cases} y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \\ y_1 \leq 24, y_2 \leq 24 \\ y_1 \leq -2x_1 + 30 \\ y_2 \leq -2x_2 + 30 \\ y_1 \geq -2x_1 \\ y_2 \geq -2x_2 \\ 2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 24 \\ 0 \leq y_2 \leq 24 \\ 0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 30 \\ 0 \leq y_2 + 2x_2 \leq 30 \\ 2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 24 \\ 0 \leq y_2 \leq 24 \\ -2x_1 \leq y_1 \leq 30 - 2x_1 \\ -2x_2 \leq y_2 \leq 30 - 2x_2 \\ 2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 + 2x_1 \in [0; 30] \\ 0 \leq y_1 \leq 24, 0 \leq y_2 \leq 24 \\ 12 \leq 2x_2 + y_2 \leq 42 \\ 2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1 \\ 0 \leq y_2 + 2x_2 \leq 30 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 24; 0 \leq y_2 \leq 24 \\ 12 \leq 2x_2 + y_2 \leq 30 \\ 2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1 \\ y_1 + 2x_1 \in [0; 30] \end{cases} \Leftrightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 24 \\ 0 \leq y_2 \leq 24 \\ 12 \leq 2x_2 + y_2 \leq 30 \\ 2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 12 \\ 0 \leq 2x_1 + y_1 \leq 30 \end{cases}$$~~

~~x_1 - целое и $x_1 \in [-12; 15]$~~

Далее переберём значения $A(x_1, y_1)$ и посчитаем кол-во подходящих $B(x_2, y_2)$

$x_1 = -12$: $y_1 \in [24; 24]$

$x_1 = -11$: $y_1 \in [10; 10]$

$x_1 = -10$: $y_1 \in [16; 16]$

$x_1 = -9$: $y_1 \in [22; 22]$

$x_1 = -8$: $y_1 \in [28; 28]$

$x_1 = -7$: $y_1 \in [34; 34]$

$x_1 = -6$: $y_1 \in [40; 40]$

$x_1 = -5$: $y_1 \in [46; 46]$

$x_1 = -4$: $y_1 \in [52; 52]$

$x_1 = -3$: $y_1 \in [58; 58]$

$x_1 = -2$: $y_1 \in [64; 64]$

$x_1 = -1$: $y_1 \in [70; 70]$

$x_1 = 0$: $y_1 \in [76; 76]$

$x_1 = 1$: $y_1 \in [82; 82]$

$x_1 = 2$: $y_1 \in [88; 88]$

$x_1 = 3$: $y_1 \in [94; 94]$

$x_1 = 4$: $y_1 \in [100; 100]$

$x_1 = 5$: $y_1 \in [106; 106]$

$x_1 = 6$: $y_1 \in [112; 112]$

$x_1 = 7$: $y_1 \in [118; 118]$

$x_1 = 8$: $y_1 \in [124; 124]$

$x_1 = 9$: $y_1 \in [130; 130]$

$x_1 = 10$: $y_1 \in [136; 136]$

$x_1 = 11$: $y_1 \in [142; 142]$

$x_1 = 12$: $y_1 \in [148; 148]$

$x_1 = 13$: $y_1 \in [154; 154]$

$x_1 = 14$: $y_1 \in [160; 160]$

$x_1 = 15$: $y_1 \in [166; 166]$

$x_1 = 16$: $y_1 \in [172; 172]$

$x_1 = 17$: $y_1 \in [178; 178]$

$x_1 = 18$: $y_1 \in [184; 184]$

$x_1 = 19$: $y_1 \in [190; 190]$

$x_1 = 20$: $y_1 \in [196; 196]$

$x_1 = 21$: $y_1 \in [202; 202]$

$x_1 = 22$: $y_1 \in [208; 208]$

$x_1 = 23$: $y_1 \in [214; 214]$

$x_1 = 24$: $y_1 \in [220; 220]$

$x_1 = 25$: $y_1 \in [226; 226]$

$x_1 = 26$: $y_1 \in [232; 232]$

$x_1 = 27$: $y_1 \in [238; 238]$

$x_1 = 28$: $y_1 \in [244; 244]$

$x_1 = 29$: $y_1 \in [250; 250]$

$x_1 = 30$: $y_1 \in [256; 256]$

$x_1 = 31$: $y_1 \in [262; 262]$

$x_1 = 32$: $y_1 \in [268; 268]$

$x_1 = 33$: $y_1 \in [274; 274]$

$x_1 = 34$: $y_1 \in [280; 280]$

$x_1 = 35$: $y_1 \in [286; 286]$

$x_1 = 36$: $y_1 \in [292; 292]$

$x_1 = 37$: $y_1 \in [298; 298]$

$x_1 = 38$: $y_1 \in [304; 304]$

$x_1 = 39$: $y_1 \in [310; 310]$

$x_1 = 40$: $y_1 \in [316; 316]$

$x_1 = 41$: $y_1 \in [322; 322]$

$x_1 = 42$: $y_1 \in [328; 328]$

$x_1 = 43$: $y_1 \in [334; 334]$

$x_1 = 44$: $y_1 \in [340; 340]$

$x_1 = 45$: $y_1 \in [346; 346]$

$x_1 = 46$: $y_1 \in [352; 352]$

$x_1 = 47$: $y_1 \in [358; 358]$

$x_1 = 48$: $y_1 \in [364; 364]$

$x_1 = 49$: $y_1 \in [370; 370]$

$x_1 = 50$: $y_1 \in [376; 376]$

$x_1 = 51$: $y_1 \in [382; 382]$

$x_1 = 52$: $y_1 \in [388; 388]$

$x_1 = 53$: $y_1 \in [394; 394]$

$x_1 = 54$: $y_1 \in [400; 400]$

$x_1 = 55$: $y_1 \in [406; 406]$

$x_1 = 56$: $y_1 \in [412; 412]$

$x_1 = 57$: $y_1 \in [418; 418]$

$x_1 = 58$: $y_1 \in [424; 424]$

$x_1 = 59$: $y_1 \in [430; 430]$

$x_1 = 60$: $y_1 \in [436; 436]$

$x_1 = 61$: $y_1 \in [442; 442]$

$x_1 = 62$: $y_1 \in [448; 448]$

$x_1 = 63$: $y_1 \in [454; 454]$

$x_1 = 64$: $y_1 \in [460; 460]$

$x_1 = 65$: $y_1 \in [466; 466]$

$x_1 = 66$: $y_1 \in [472; 472]$

$x_1 = 67$: $y_1 \in [478; 478]$

$x_1 = 68$: $y_1 \in [484; 484]$

$x_1 = 69$: $y_1 \in [490; 490]$

$x_1 = 70$: $y_1 \in [496; 496]$

$x_1 = 71$: $y_1 \in [502; 502]$

$x_1 = 72$: $y_1 \in [508; 508]$

$x_1 = 73$: $y_1 \in [514; 514]$

$x_1 = 74$: $y_1 \in [520; 520]$

$x_1 = 75$: $y_1 \in [526; 526]$

$x_1 = 76$: $y_1 \in [532; 532]$

$x_1 = 77$: $y_1 \in [538; 538]$

$x_1 = 78$: $y_1 \in [544; 544]$

$x_1 = 79$: $y_1 \in [550; 550]$

$x_1 = 80$: $y_1 \in [556; 556]$

$x_1 = 81$: $y_1 \in [562; 562]$

$x_1 = 82$: $y_1 \in [568; 568]$

$x_1 = 83$: $y_1 \in [574; 574]$

$x_1 = 84$: $y_1 \in [580; 580]$

$x_1 = 85$: $y_1 \in [586; 586]$

$x_1 = 86$: $y_1 \in [592; 592]$

$x_1 = 87$: $y_1 \in [598; 598]$

$x_1 = 88$: $y_1 \in [604; 604]$

$x_1 = 89$: $y_1 \in [610; 610]$

$x_1 = 90$: $y_1 \in [616; 616]$

$x_1 = 91$: $y_1 \in [622; 622]$

$x_1 = 92$: $y_1 \in [628; 628]$

$x_1 = 93$: $y_1 \in [634; 634]$

$x_1 = 94$: $y_1 \in [640; 640]$

$x_1 = 95$: $y_1 \in [646; 646]$

$x_1 = 96$: $y_1 \in [652; 652]$

$x_1 = 97$: $y_1 \in [658; 658]$

$x_1 = 98$: $y_1 \in [664; 664]$

$x_1 = 99$: $y_1 \in [670; 670]$

$x_1 = 100$: $y_1 \in [676; 676]$

$x_1 = 101$: $y_1 \in [682; 682]$

$x_1 = 102$: $y_1 \in [688; 688]$

$x_1 = 103$: $y_1 \in [694; 694]$

$x_1 = 104$: $y_1 \in [700; 700]$

$x_1 = 105$: $y_1 \in [706; 706]$

$x_1 = 106$: $y_1 \in [712; 712]$

$x_1 = 107$: $y_1 \in [718; 718]$

$x_1 = 108$: $y_1 \in [724; 724]$

$x_1 = 109$: $y_1 \in [730; 730]$

$x_1 = 110$: $y_1 \in [736; 736]$

$x_1 = 111$: $y_1 \in [742; 742]$

$x_1 = 112$: $y_1 \in [748; 748]$

$x_1 = 113$: $y_1 \in [754; 754]$

$x_1 = 114$: $y_1 \in [760; 760]$

$x_1 = 115$: $y_1 \in [766; 766]$

$x_1 = 116$: $y_1 \in [772; 772]$

$x_1 = 117$: $y_1 \in [778; 778]$

$x_1 = 118$: $y_1 \in [784; 784]$

$x_1 = 119$: $y_1 \in [790; 790]$

$x_1 = 120$: $y_1 \in [796; 796]$

$x_1 = 121$: $y_1 \in [802; 802]$

$x_1 = 122$: $y_1 \in [808; 808]$

$x_1 = 123$: $y_1 \in [814; 814]$

$x_1 = 124$: $y_1 \in [820; 820]$

$x_1 = 125$: $y_1 \in [826; 826]$

$x_1 = 126$: $y_1 \in [832; 832]$

$x_1 = 127$: $y_1 \in [838; 838]$

$x_1 = 128$: $y_1 \in [844; 844]$

$x_1 = 129$: $y_1 \in [850; 850]$

$x_1 = 130$: $y_1 \in [856; 856]$

$x_1 = 131$: $y_1 \in [862; 862]$

$x_1 = 132$: $y_1 \in [868; 868]$

$x_1 = 133$: $y_1 \in [874; 874]$

$x_1 = 134$: $y_1 \in [880; 880]$

$x_1 = 135$: $y_1 \in [886; 886]$

$x_1 = 136$: $y_1 \in [892; 892]$

$x_1 = 137$: $y_1 \in [898; 898]$

$x_1 = 138$: $y_1 \in [904; 904]$

$x_1 = 139$: $y_1 \in [910; 910]$

$x_1 = 140$: $y_1 \in [916; 916]$

$x_1 = 141$: $y_1 \in [922; 922]$

$x_1 = 142$: $y_1 \in [928; 928]$

$x_1 = 143$: $y_1 \in [934; 934]$

$x_1 = 144$: $y_1 \in [940; 940]$

$x_1 = 145$: $y_1 \in [946; 946]$

$x_1 = 146$: $y_1 \in [952; 952]$

$x_1 = 147$: $y_1 \in [958; 958]$

$x_1 = 148$: $y_1 \in [964; 964]$

$x_1 = 149$: $y_1 \in [970; 970]$

$x_1 = 150$: $y_1 \in [976; 976]$

$x_1 = 151$: $y_1 \in [982; 982]$

$x_1 = 152$: $y_1 \in [988; 988]$

$x_1 = 153$: $y_1 \in [994; 994]$

$x_1 = 154$: $y_1 \in [1000; 1000]$

$x_1 = 155$: $y_1 \in [1006; 1006]$

$x_1 = 156$: $y_1 \in [1012; 1012]$

$x_1 = 157$: $y_1 \in [1018; 1018]$

$x_1 = 158$: $y_1 \in [1024; 1024]$

$x_1 = 159$: $y_1 \in [1030; 1030]$

$x_1 = 160$: $y_1 \in [1036; 1036]$

$x_1 = 161$: $y_1 \in [1042; 1042]$

$x_1 = 162$: $y_1 \in [1048; 1048]$

$x_1 = 163$: $y_1 \in [1054; 1054]$

$x_1 = 164$: $y_1 \in [1060; 1060]$

$x_1 = 165$: $y_1 \in [1066; 1066]$

$x_1 = 166$: $y_1 \in [1072; 1072]$

$x_1 = 167$: $y_1 \in [1078; 1078]$

$x_1 = 168$: $y_1 \in [1084; 1084]$

$x_1 = 169$: $y_1 \in [1090; 1090]$

$x_1 = 170$: $y_1 \in [1096; 1096]$

$x_1 = 171$: $y_1 \in [1102; 1102]$

$x_1 = 172$: $y_1 \in [1108; 1108]$

$x_1 = 173$: $y_1 \in [1114; 1114]$

$x_1 = 174$: $y_1 \in [1120; 1120]$

$x_1 = 175$: $y_1 \in [1126; 1126]$

$x_1 = 176$: $y_1 \in [1132; 1132]$

$x_1 = 177$: $y_1 \in [1138; 1138]$

$x_1 = 178$: $y_1 \in [1144; 1144]$

$x_1 = 179$: $y_1 \in [1150; 1150]$

$x_1 = 180$: $y_1 \in [1156; 1156]$

$x_1 = 181$: $y_1 \in [1162; 1162]$

$x_1 = 182$: $y_1 \in [1168; 1168]$

$x_1 = 183$: $y_1 \in [1174; 1174]$

$x_1 = 184$: $y_1 \in [1180; 1180]$

$x_1 = 185$: $y_1 \in [1186; 1186]$

$x_1 = 186$: $y_1 \in [1192; 1192]$

$x_1 = 187$: $y_1 \in [1198; 1198]$

$x_1 = 188$: $y_1 \in [1204; 1204]$

$x_1 = 189$: $y_1 \in [1210; 1210]$

$x_1 = 190$: $y_1 \in [1216; 1216]$

$x_1 = 191$: $y_1 \in [1222; 1222]$

$x_1 = 192$: $y_1 \in [1228; 1228]$

$x_1 = 193$: $y_1 \in [1234; 1234]$

$x_1 = 194$: $y_1 \in [1240; 1240]$

$x_1 = 195$: $y_1 \in [1246; 1246]$

$x_1 = 196$: $y_1 \in [1252; 1252]$

$x_1 = 197$: $y_1 \in [1258; 1258]$

$x_1 = 198$: $y_1 \in [1264; 1264]$

$x_1 = 199$: $y_1 \in [1270; 1270]$

$x_1 = 200$: $y_1 \in [1276; 1276]$

$x_1 = 201$: $y_1 \in [1282; 1282]$

$x_1 = 202$: $y_1 \in [1288; 1288]$

$x_1 = 203$: $y_1 \in [1294; 1294]$

$x_1 = 204$: $y_1 \in [1300; 1300]$

$x_1 = 205$: $y_1 \in [1306; 1306]$

$x_1 = 206$: $y_1 \in [1312; 1312]$

$x_1 = 207$: $y_1 \in [1318; 1318]$

$x_1 = 208$: $y_1 \in [1324; 1324]$

$x_1 = 209$: $y_1 \in [1330; 1330]$

$x_1 = 210$: $y_1 \in [1336; 1336]$

$x_1 = 211$: $y_1 \in [1342; 1342]$

$x_1 = 212$: $y_1 \in [1348; 1348]$

$x_1 = 213$: $y_1 \in [1354; 1354]$

$x_1 = 214$: $y_1 \in [1360; 1360]$

$x_1 = 215$: $y_1 \in [1366; 1366]$

$x_1 = 216$: $y_1 \in [1372; 1372]$

$x_1 = 217$: $y_1 \in [1378; 1378]$

$x_1 = 218$: $y_1 \in [1384; 1384]$

$x_1 = 219$: $y_1 \in [1390; 1390]$

$x_1 = 220$: $y_1 \in [1396; 1396]$

$x_1 = 221$: $y_1 \in [1402; 1402]$

$x_1 = 222$: $y_1 \in [1408; 1408]$

$x_1 = 223$: $y_1 \in [1414; 1414]$

$x_1 = 224$: $y_1 \in [1420; 1420]$

$x_1 = 225$: $y_1 \in [1426; 1426]$

$x_1 = 226$: $y_1 \in [1432; 1432]$

$x_1 = 227$: $y_1 \in [1438; 1438]$

$x_1 = 228$: $y_1 \in [1444; 1444]$

$x_1 = 229$: $y_1 \in [1450; 1450]$

$x_1 = 230$: $y_1 \in [1456; 1456]$

$x_1 = 231$: $y_1 \in [1462; 1462]$

$x_1 = 232$: $y_1 \in [1468; 1468]$

$x_1 = 233$: $y_1 \in [1474; 1474]$

$x_1 = 234$: $y_1 \in [1480; 1480]$

$x_1 = 235$: $y_1 \in [1486; 1486]$

$x_1 = 236$: $y_1 \in [1492; 1492]$

$x_1 = 237$: $y_1 \in [1498; 1498]$

$x_1 = 238$: $y_1 \in [1504; 1504]$

$x_1 = 239$: $y_1 \in [1510; 1510]$

$x_1 = 240$: $y_1 \in [1516; 1516]$

$x_1 = 241$: $y_1 \in [1522; 1522]$

$x_1 = 242$: $y_1 \in [1528; 1528]$

$x_1 = 243$: $y_1 \in [1534; 1534]$

$x_1 = 244$: $y_1 \in [1540; 1540]$

$x_1 = 245$: $y_1 \in [1546; 1546]$

$x_1 = 246$: $y_1 \in [1552; 1552]$

$x_1 = 247$: $y_1 \in [1558; 1558]$

$x_1 = 248$: $y_1 \in [1564; 1564]$

$x_1 = 249$: $y_1 \in [1570; 1570]$

$x_1 = 250$: $y_1 \in [1576; 1576]$

$x_1 = 251$: $y_1 \in [1582; 1582]$

$x_1 = 252$: $y_1 \in [1588; 1588]$

$x_1 = 253$: $y_1 \in [1594; 1594]$

$x_1 = 254$: $y_1 \in [1600; 1600]$

$x_1 = 255$: $y_1 \in [1606; 1606]$

$x_1 = 256$: $y_1 \in [1612; 1612]$

$x_1 = 257$: $y_1 \in [1618; 1618]$

$x_1 = 258$: $y_1 \in [1624; 1624]$

$x_1 = 259$: $y_1 \in [1630; 1630]$

$x_1 = 260$: $y_1 \in [1636; 1636]$

$x_1 = 261$: $y_1 \in [1642; 1642]$

$x_1 = 262$: $y_1 \in [1648; 1648]$

$x_1 = 263$: $y_1 \in [1654; 1654]$

$x_1 = 264$: $y_1 \in [1660; 1660]$

$x_1 = 265$: $y_1 \in [1666; 1666]$

$x_1 = 266$: $y_1 \in [1672; 1672]$

$x_1 = 267$: $y_1 \in [1678; 1678]$

$x_1 = 268$: $y_1 \in [1684; 1684]$

$x_1 = 269$: $y_1 \in [1690; 1690]$

$x_1 = 270$: $y_1 \in [1696; 1696]$

$x_1 = 271$: $y_1 \in [1702; 1702]$

$x_1 = 272$: $y_1 \in [1708; 1708]$

$x_1 = 273$: $y_1 \in [1714; 1714]$

$x_1 = 274$: $y_1 \in [1720; 1720]$

$x_1 = 275$: $y_1 \in [1726; 1726]$

$x_1 = 276$: $y_1 \in [1732; 1732]$

$x_1 = 277$: $y_1 \in [1738; 1738]$

$x_1 = 278$: $y_1 \in [1744; 1744]$

$x_1 = 279$: $y_1 \in [1750; 1750]$

$x_1 = 280$: $y_1 \in [1756; 1756]$

$x_1 = 281$: $y_1 \in [1762; 1762]$

$x_1 = 282$: $y_1 \in [1768; 1768]$

$x_1 = 283$: $y_1 \in [1774; 1774]$

$x_1 = 284$: $y_1 \in [1780; 1780]$

$x_1 = 285$: $y_1 \in [1786; 1786]$

$x_1 = 286$: $y_1 \in [1792; 1792]$

$x_1 = 287$: $y_1 \in [1798; 1798]$

$x_1 = 288$: $y_1 \in [1804; 1804]$

$x_1 = 289$: $y_1 \in [1810; 1810]$

$x_1 = 290$: $y_1 \in [1816; 1816]$

$x_1 = 291$: $y_1 \in [1822; 1822]$

$x_1 = 292$: $y_1 \in [1828; 1828]$

$x_1 = 293$: $y_1 \in [1834; 1834]$

$x_1 = 294$: $y_1 \in [1840; 1840]$

$x_1 = 295$: $y_1 \in [1846; 1846]$

$x_1 = 296$: $y_1 \in [1852; 1852]$

$x_1 = 297$: $y_1 \in [1858; 1858]$

$x_1 = 298$: $y_1 \in [1864; 1864]$

$x_1 = 299$: $y_1 \in [1870; 1870]$

$x_1 = 300$: $y_1 \in [1876; 1876]$

$x_1 = 301$: $y_1 \in [1882; 1882]$

$x_1 = 302$: $y_1 \in [1888; 1888]$

$x_1 = 303$: $y_1 \in [1894; 1894]$

$x_1 = 304$: $y_1 \in [1900; 1900]$

$x_1 = 305$: $y_1 \in [1906; 1906]$

$x_1 = 306$: $y_1 \in [1912; 1912]$

$x_1 = 307$: $y_1 \in [1918; 1918]$

$x_1 = 308$: $y_1 \in [1924; 1924]$

$x_1 = 309$: $y_1 \in [1930; 1930]$

$x_1 = 310$: $y_1 \in [1936; 1936]$

$x_1 = 311$: $y_1 \in [1942; 1942]$

$x_1 = 312$: $y_1 \in [1948; 1948]$

$x_1 = 313$: $y_1 \in [1954; 1954]$

$x_1 = 314$: $y_1 \in [1960; 1960]$

$x_1 = 315$: $y_1 \in [1966; 1966]$

$x_1 = 316$: $y_1 \in [1972; 1972]$

$x_1 = 317$: $y_1 \in [1978; 1978]$

$x_1 = 318$: $y_1 \in [1984; 1984]$

$x_1 = 319$: $y_1 \in [1990; 1990]$

$x_1 = 32$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Г. - точка

Рассмотрим отдельно первое ур-е:

$$ax - y + 10b = 0$$

(1) $ax + 10b = y$ - ур-е прямой.

Рассмотрим отдельно второе ур-е:

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ (x^2 + y^2 - 4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

$(x+8)^2 + y^2 \leq 1$ - верно для точек, лежащих ~~внутри~~ принадлежащих окр-ти ^{ω₁} радиуса 1 с центром в Г. ~~ω₁~~ $(-8; 0)$; $(x+8)^2 + y^2 \geq 1$ - для точек вне этой окр-ти и на ее границе.

$x^2 + y^2 \leq 4$ - верно для точек, принадлежащих окр-ти ^{ω₂} радиуса 2 с центром в $(0; 0)$; $x^2 + y^2 \geq 4$ - для точек вне этой окр-ти и на ее границе.

Решение системы (2) - это точки

$(x_0; y_0)$ - решение системы (2), если:

Г. $(x_0; y_0)$ ~~лежит~~ принадлежит ω_1 и не лежит внутри ω_2

или принадлежит ω_2 и не лежит внутри ω_1 .

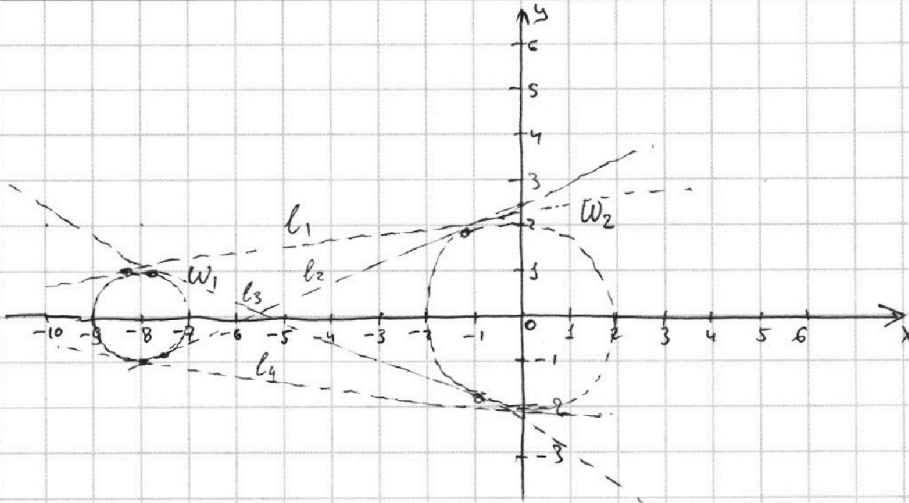
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



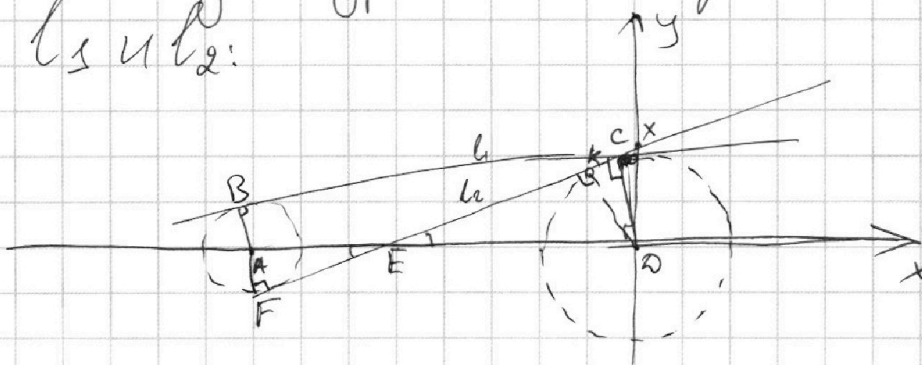
Исходная система:

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (3) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Система (3) имеет ~~ровно~~ ровно 2 решения ~~только~~ только если прямая $y = ax + 10b$ касается обеих окружностей (точки касания - решения системы)

Общих касательных к 2-м окружностям можно провести 4 (см. рис: l_1, l_2, l_3, l_4). ^{параллельно} ~~Собираем все прямые~~ и все

Найдём уравнение прямой l_1, l_2, l_3, l_4 :
 l_1 и l_2 :



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AE + ED = 8$$

$$AF = 1$$

$$ED \text{ кр} = 5$$

$\angle CED = \angle AEF$ как вертикальные
углы

~~$\angle CED = \angle AFE = \angle DCE = 90^\circ$~~
по св. касательной

$$\Delta CED \sim \Delta FEA$$

$$\frac{ED}{AE} = \frac{CE}{AF} = 5 \Rightarrow ED = 5AE$$
$$AE + 5AE = 8$$
$$AE = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$ED = \cancel{5AE} \cdot 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

~~$\Delta CED \sim \Delta FEA \Rightarrow \frac{ED}{AE} = \frac{CE}{AF} = 5$~~

~~$\Delta CED \sim \Delta FEA \Rightarrow$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

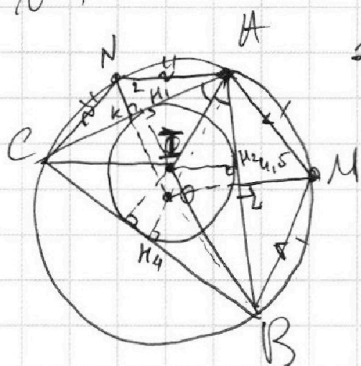
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№7



р/б - равнобедренный

1. Т. O - центр описанной окр-ти для $\triangle ABC$, R - её радиус
2. Т. I - центр вписанной окр-ти для $\triangle ABC$, r - её радиус.

3. Т.к. $UCN = UAN$, то $AN = CN$
 $UAM = UBM$, то $AM = BM$

4. Пусть NK и MK - высоты из т. N и т. M на AC и AB, соответственно. Тогда по усл. $NK = 2$, $MK = 4,5$.

5. Из 3) $\triangle CNA$ и $\triangle AMB$ - р/б. \Rightarrow

NK и MK - срединные перпендикуляры к AC и AB соответственно \Rightarrow Третьи NK и MK

пересекаются в т. O по св. описанной окр-ти.

6. $OM = ON = R = NK + OK = MK + OK$

7. Опустим из т. I высоты IH_1 и IH_2 на AC и AB соответственно. $IH_1 = IH_2 = r$

8. $AO = ON = OB \Rightarrow \triangle AMB = \triangle AOB \Rightarrow MK = OK \Rightarrow OM = 2MK = 9$
 Аналогично, $OK = 4$

~~8. $IH_2 = \frac{1}{2} OC = \frac{1}{2} R = IH_1 = r$~~

8. $AI = 2OK_{\text{нотесте}} = \frac{1}{2} AI$ (сл. р.с.) $\Rightarrow OK_4 = \frac{1}{2} AI$

9. $OK_4 + OK + OK_1 = 3r \Rightarrow 2R + OK_4 = 3r + 6,5$

$2R + \frac{1}{2} AI = 3r + 6,5$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2R + \frac{1}{2}AI = 6,5 + 3n$$

$$2R + 0,5n = 6,5 + 3n$$

$$2,5n = 2R - 6,5$$

Нужно найти:
 $AI = n - ?$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $ab: 2^{14} \cdot 7^{10} \Rightarrow \min ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc: 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow \min bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac: 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow \min ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc^2 = 2^{31} \cdot 7^{27} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$
 $\min 2^{51} \cdot 7^{64}$

$a = 2^8 \cdot 7^{15}$

$b = 2^6 \cdot 7^5$

$c = 2^{12} \cdot 7^{22}$

$2x^2 + 2x + 1$

$D = 4 - 4$

$2x^2 - 5x + 3$
 $D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$
 $2(x - \frac{5-1}{4})(x - \frac{5+1}{4})$
 $2(x-1)(x-1.5)$

$bc_{\min} = 2 \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} = 2^{18} \cdot 7^{17}$

$abc^2 = 2^{14+8+20} \cdot 7^{10+5+37} = 2^{42} \cdot 7^{52}$
 $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$

$a^2 - 6ab + b^2$

$D = 36 - 4 = 32$

$D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$

$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a^2 + ab} \cdot \frac{a+b}{a-7b}$
 $\frac{-7ab + b^2}{-7ab - 7b^2} \cdot \frac{8b^2}{8b^2}$

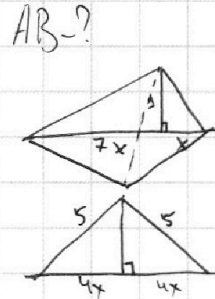
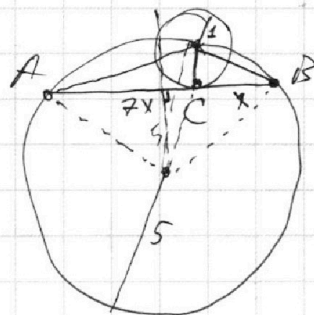
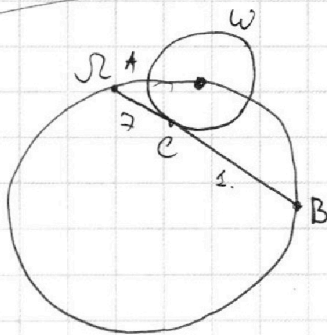
$(a - \frac{6-\sqrt{32}}{2}) \cdot (a - \frac{6+4\sqrt{2}b}{2}) \cdot (a - \frac{6+4\sqrt{2}b}{2})$
 $(a - 3 + 2\sqrt{2}b) \cdot (a - 3 - 2\sqrt{2}b)$

$\frac{a+b}{(a-7b)(a+b) + 8b^2}$

$8b^2: a+b ?$
 $8b^2 = (a+b)k$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$

$a+b=8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4x = \frac{\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}}{20}$$

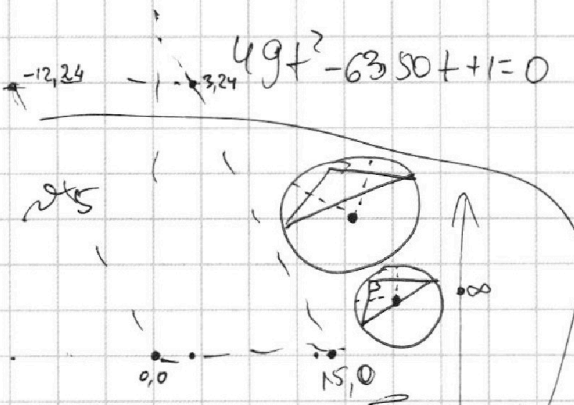
$$400x^2 = 49x^4 + 50x^2 + 1$$

$$49t^2 - 6350t + 1 = 0$$

$$D = 6350^2 - 4 \cdot 49 = 60229$$

$$\begin{array}{r} 21904 \overline{) 4} \\ 43808 \\ \underline{16} \\ 1659 \\ \underline{14} \\ 219 \\ \underline{20} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \\ 1369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 637 \\ 57 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \end{array}$$



$$y_1, y_2 \geq 0$$

$$y_1, y_2 \geq -2x_1, -2x_2$$

$$y_1, y_2 \leq 24$$

$$y_1, y_2 \leq -2x_1 + 30, -2x_2 + 30$$

$$3k + b = 24$$

$$5k + b = 0$$

$$12k = 24$$

$$k = 2$$

$$b = 30$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times 237 \\ \hline 1659 \\ 474 \\ \hline 56169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times 243 \\ \hline 729 \\ 972 \\ 486 \\ \hline 59049 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 217 \\ \times 217 \\ \hline 1519 \\ 434 \\ \hline 47089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 287 \\ \times 287 \\ \hline 2369 \\ 574 \\ \hline 82369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 247 \\ \times 247 \\ \hline 1729 \\ 988 \\ \hline 61009 \end{array}$$

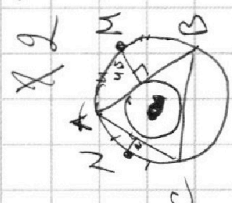
$$\begin{array}{r} 369236 \\ \times 369236 \\ \hline 2215416 \\ 738472 \\ 139056 \\ \hline 136156800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23636 \\ \times 23636 \\ \hline 141816 \\ 70672 \\ 139056 \\ \hline 556800 \end{array}$$

~~12~~
~~5~~
~~6~~
7

~~7~~
~~9~~
~~5~~
~~8~~



$$\begin{array}{r} 244 \\ \times 244 \\ \hline 976 \\ 976 \\ 976 \\ \hline 59536 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 56 \\ \hline 336 \\ 336 \\ \hline 3136 \end{array}$$

1000

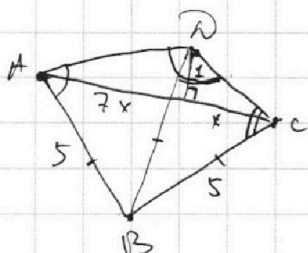
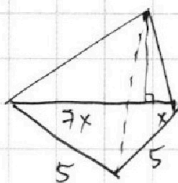
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle BC$$

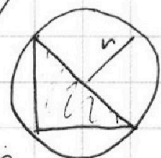
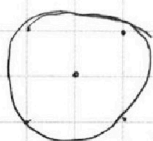
~~8x1.5~~

$$\sqrt{1p(p-a)(p-b)(p-c)} = S_{ABC}$$

$$S_{ABC} =$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8x = 4x$$

$$S_{ADC} = \frac{abc}{4R} ?$$



$$r = \sqrt{2}$$

$$S = 2$$

$$\frac{abc}{R} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2}}{4 \cdot \sqrt{2}} = 2$$

$$\frac{\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot 5}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 49 \\ 4 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ - 196 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$D = 50^2 - 4 \cdot 49 = 2500 - 196 = 2304 = 48^2$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 42 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$4x = \frac{\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}}{20}$$

$$80x^2 = \sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}$$

$$6400x^2 = 49x^4 + 50x^2 + 1$$

$$49x^4 - 6350x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{-50 + 48}{2 \cdot 49} = -\frac{1}{49}$$

$$x^2 = \frac{-50 - 48}{2 \cdot 49} =$$

$$49t^2 - 6350t + 1 = 0$$

$$D = 6350^2 - 4 \cdot 49$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{6350} \\ 6350 \\ \hline 3175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1905 \\ 3810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60325 \\ - 50 \\ \hline 60325 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -103 \\ -106 \\ \hline 2415 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -32 \\ 25 \\ \hline -75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -75 \\ 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 229} \quad \overline{) 19} \\ 57 \\ \hline 32 \\ 19 \\ \hline 132 \\ 114 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2415 \quad \overline{) 3} \\ 1805 \\ \hline 610 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 635 \\ 635 \\ \hline 3175 \\ 1905 \\ 3810 \\ \hline 60325 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60325 \\ - 196 \\ \hline 60229 \quad \overline{) 17} \\ - 58 \\ \hline 22 \\ - 22 \\ \hline 0 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Д1.~~

~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$~~
 ~~$bc: 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow$~~
 ~~$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$~~

~~$a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N}$~~
~~П.к. abc - натуральное, то $abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$~~
~~Если $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$, то:~~

~~$abc = 2^{14} \cdot 7^{10}$
 ~~$bc = 2^{18} \cdot 7^{17}$
 ~~$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$~~~~~~

~~$a = \frac{abc}{bc} = \frac{2^{26} \cdot 7^{32}}{2^{18} \cdot 7^{17}} = 2^8 \cdot 7^{15}$
 ~~$b = \frac{abc}{ac} = \frac{2^{26} \cdot 7^{32}}{2^{20} \cdot 7^{37}} = 2^{-6} \cdot 7^{-5}$
 ~~$c = \frac{abc}{ab} = \frac{2^{26} \cdot 7^{32}}{2^{14} \cdot 7^{10}} = 2^{12} \cdot 7^{22}$~~~~~~

~~Минимальные значения
 ~~$ab \geq 2^{14} \cdot 7^{10}$
 ~~$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow (abc)^2 \geq 2^{14+17+20} \cdot 7^{10+17+37}$
 ~~$(abc)^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$
 ~~$abc \geq 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow$~~~~~~~~~~

~~Для ab, bc, ac подходят значения:
 ~~a, b, c~~~~

~~для ab, bc, ac~~

~~$abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$~~

~~$abc = 2^{14} \cdot 7^{10}$
 ~~$bc = 2^{18} \cdot 7^{17}$
 ~~$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$~~~~~~

~~Д1.~~

~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$~~
 ~~$bc: 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow abc: 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow abc \geq \text{НОК}(2^{14} \cdot 7^{10}, 2^{17} \cdot 7^{17}, 2^{20} \cdot 7^{37})$~~
 ~~$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$~~
 ~~$abc: 2^{20} \cdot 7^{37}$~~
 ~~$\text{НОК}(2^{14} \cdot 7^{10}, 2^{17} \cdot 7^{17}, 2^{20} \cdot 7^{37}) = 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$~~

~~При $abc = 2^{20} \cdot 7^{37}$:~~
 ~~$a = \frac{abc}{bc} = \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^{17} \cdot 7^{17}} = 2^3 \cdot 7^{20}$~~
 ~~$b = \frac{abc}{ac} = \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^{20} \cdot 7^{37}} = 1$~~
 ~~$c = \frac{abc}{ab} = \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^{14} \cdot 7^{10}} = 2^6 \cdot 7^{27}$~~

~~возможны следующие значения a, b, c :~~