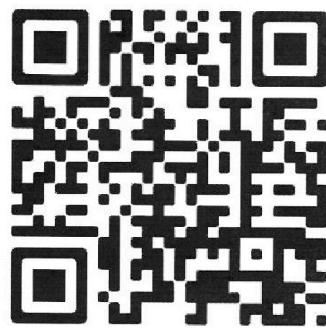


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$ab = m \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}, bc = k \cdot 2^{16} \cdot 7^{12}, ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot r$$

$$ab^2c = mk \cdot 2^{31} \cdot 7^{24} \Rightarrow b^2 = \frac{mk}{r} \cdot 2^{14-10} \cdot \frac{mk}{r_{\min}} = 2^4 \cdot 7^{10}$$

$$ab^2c^2 = kr \cdot 2^{37} \cdot 7^{54} \Rightarrow c^2 = \frac{kr}{m} \cdot 2^{23-44} \cdot \frac{kr}{m_{\min}} = 2^6$$

$$a^2bc = mr \cdot 2^{34-44} \Rightarrow a^2 = \frac{mr}{k} \cdot 2^{16-30} \cdot \frac{mr}{k_{\min}} = 2^8$$

$$a^2b^2c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot mrk, mrk_{\min} = 2^{1-70} \cdot 2^8 \cdot 2 = 7^{10} \cdot 2$$

$$\Rightarrow abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot 7^{10} \cdot 2} = 7^{37} \cdot 2^{26}$$

$$\text{Объем: } abc_{\min} = 7^{37} \cdot 2^{26}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

127

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}, b = a+\tau : \frac{2a+\tau}{a^2+6a^2+2a\tau+\tau^2-6a(a+\tau)} =$$

$$= \frac{2a+\tau}{2a^2+\tau^2+2a\tau-6a^2-6a\tau} = \frac{2a+\tau}{\tau^2-4a^2-4a\tau-\tau^2+\tau^2} =$$

$$= \frac{2a+\tau}{-(2a+\tau)^2+2\tau^2}, 2a+\tau = mk, -(2a+\tau)^2+2\tau^2 = m\ell$$

$$-m^2k^2+2\tau^2 = m\ell, m \neq 0 \Rightarrow m \frac{k^2}{\ell} = -\frac{1}{(2a+\tau) + \frac{2\tau^2}{2a+\tau}}$$

$$\frac{m^2k^2}{m\ell} = m \frac{k^2}{\ell} : \cancel{mk^2} \cancel{\ell} \cancel{2\tau^2} \cancel{(2a+\tau) + \frac{2\tau^2}{2a+\tau}}$$

Очевидно: $m = 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{37}$

Дано:

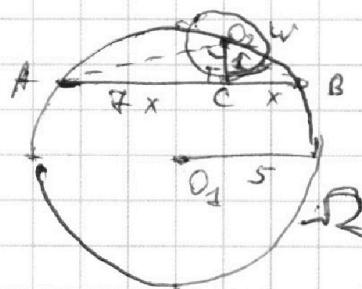
$$AC : CB = 7 : 1, R = 5, r = 1$$

Найти: AB

Решение:

1. Для $\triangle AO_2B$:

$$\frac{8x}{\sin \angle AO_2B} = 2R = 10.$$



$$\sin \angle AO_2B = \sin(\angle AO_2C + \angle CO_2B) = \sin \angle AO_2C \cos \angle CO_2B +$$

$$+ \sin \angle CO_2B \cos \angle AO_2C$$

$$\sin \angle AO_2C = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}, \cos \angle AO_2C = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}, \sin \angle CO_2B = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}},$$

$$\cos \angle CO_2B = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \Rightarrow \sin \angle AO_2B = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}} +$$

$$+ \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}} = \frac{8x}{\sqrt{x^2+1} \sqrt{49x^2+1}}$$

$$\Rightarrow 8x \cdot \frac{1}{\sin \angle AO_2B} = 8x \cdot \frac{\sqrt{x^2+1} \sqrt{49x^2+1}}{8x} = 10,$$

$$(x^2+1)(49x^2+1) = 100, 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0, 49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$t = \frac{-50 + \sqrt{4(50)^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{2 \cdot 49} = \frac{2\sqrt{1369} - 25}{49} = x^2, x = \frac{\sqrt{2\sqrt{1369} - 25}}{7}.$$

$$AB = 8x = \frac{8}{7} \sqrt{2\sqrt{1369} - 25}$$

$$\text{Ответ: } \frac{8}{7} \sqrt{2\sqrt{1369} - 25}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 2 - 7x \\ a - b = 2 - 7x \end{cases} \quad (a - b)(a + b) = a - b$$

$$a = b : \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}, \Rightarrow 2 - 7x = 0,$$
$$x = \frac{2}{7}$$

$$\text{Oд3: } 2x^2 - 5x + 3 \geq 0, \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3}{2}; 1.$$

$$\frac{-\sqrt{7}}{1} - \frac{\sqrt{7}}{\frac{3}{2}} \rightarrow 2x^2 + 2x + 1, \quad D = 4 - 8 < 0,$$
$$x \in \text{множ}$$

$$a \neq b : \quad a + b = 1, \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1},$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1, \quad 7x - 1 \geq 0, \quad x > \frac{1}{7} :$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1, \quad 45x^2 - 22x - 3 = 0,$$
$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{4 \cdot 45} = \frac{11 \pm 2\sqrt{67}}{45}, \quad x = \frac{11 + 2\sqrt{67}}{45}$$

$$\text{Одбем: } x = \frac{2}{7}; \frac{11 + 2\sqrt{67}}{45}$$



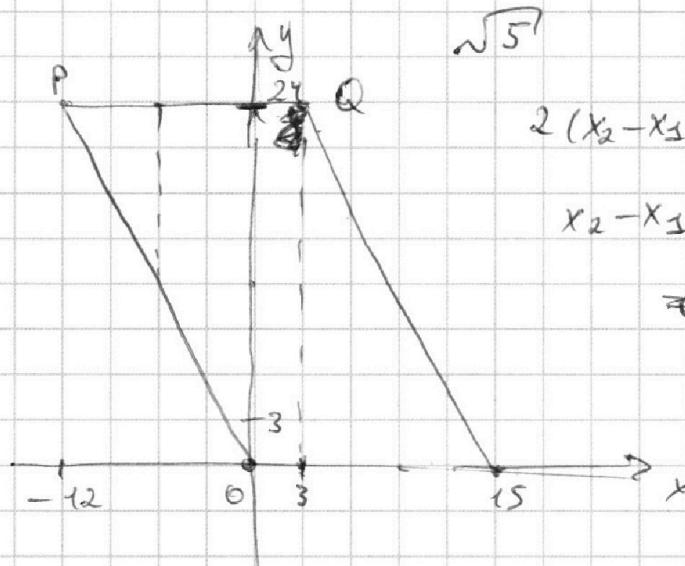
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2(x_2 - x_3) + (y_2 - y_3) = 12.$$

$$x_2 - x_3 = 0 : \cancel{(x_2 + x_3)} = \cancel{21} \cdot 2 =$$

$$\cancel{0} \cdot 2 \cdot (1 + \dots + 13) \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 7 \cdot 13 \cdot 2$$

$$x_2 - x_1 = 1 : 15 \cdot 3 \cdot 2 +$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



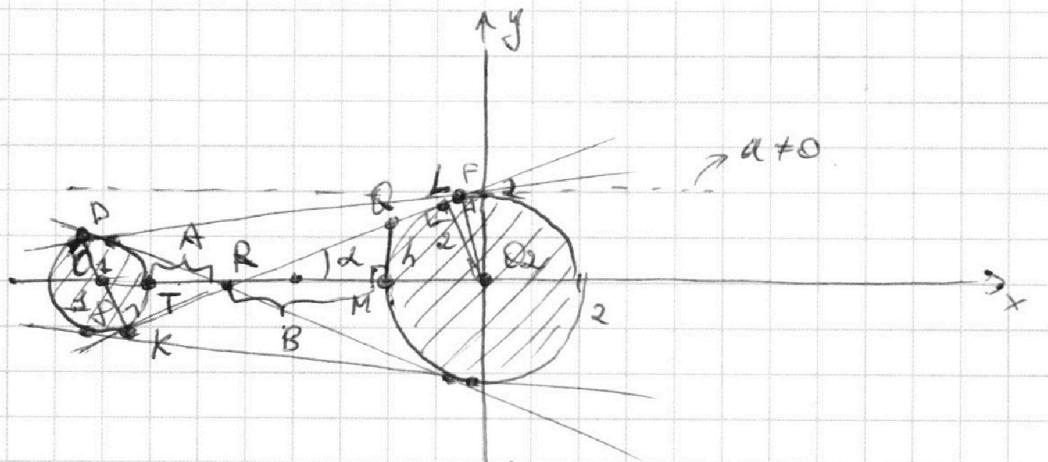
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{6}$!

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$



$\triangle O_1 KR \sim \triangle RL O_2, k = \frac{1}{2}$. Стуким $TR = A, RM = B, \alpha = \angle O_2 RL$

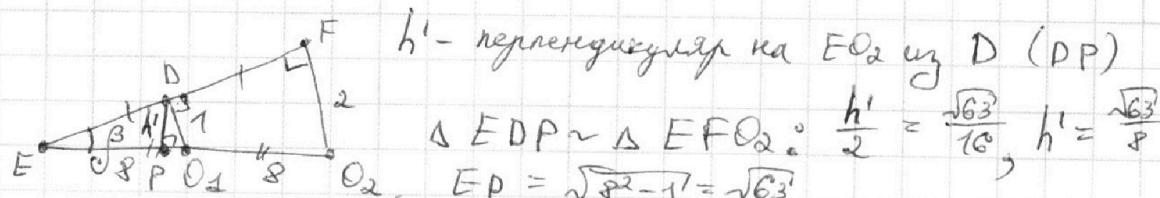
Тогда проводим из M перпендикуляр h. (MQ).

$$\triangle MQR \sim \triangle RL O_2 : \frac{B}{RL} = \frac{h}{2}$$

$$\triangle O_1 KR \sim \triangle RL O_2 : (A+1) \cdot 2 = B+2, A+B=5, A = \frac{5}{3},$$

$$B = \frac{10}{3}, RL = \sqrt{(B+2)^2 - 2^2} = \sqrt{\frac{4+55}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{55}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2B}{RL} = \frac{20}{3} \cdot \frac{3}{2\sqrt{55}} = \frac{10}{\sqrt{55}}, \Rightarrow \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{B} = \frac{10}{\sqrt{55}} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{\sqrt{55}}, \alpha_2 = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$



h' - перпендикуляр на $E O_2$ из D (DP)

$$\triangle EDP \sim \triangle EO_2 P : \frac{h'}{2} = \frac{\sqrt{63}}{10}, h' = \frac{\sqrt{63}}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6}^7 \text{ (отредактировано)}$$

$$\text{Найти } a_3 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{EP} = \frac{h}{EP}, EP = \cancel{8 - \sqrt{1 - h^2}} = 8 - \sqrt{1 - (h)^2} = \\ = 8 - \sqrt{1 - \frac{63}{64}} = \frac{63}{8}, \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{63}}{8} \cdot \frac{8}{63} = \frac{1}{\sqrt{63}} = a_3, \\ a_4 = - \frac{\sqrt{63}}{63}$$

$$\text{Ответ: } a = \cancel{3 \sqrt{55}} \pm \frac{3 \sqrt{55}}{55}; \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

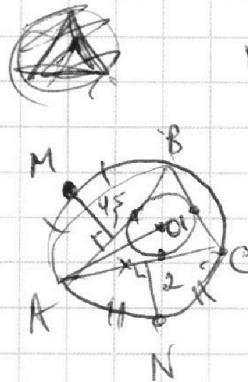
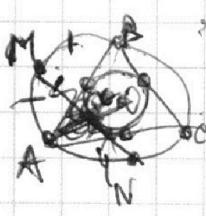
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$mk = 2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{b+c}{2}} = 2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{b+c}{2}} = 2 \cdot 2^c = 7^10 \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$m = 2 \cdot 7^{10} \cdot k \cdot 2^{\frac{a+b}{2}} = 2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b}{2}} = 2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b}{2}}$$

$$abc = 2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b}{2}} \cdot 2^{\frac{c}{2}} = 2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

18

15.

$$1369$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 14 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$abc = \sqrt{2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}} = \sqrt{mk \cdot kr \cdot mr}$$

$$= 2^{10} \cdot 7^{\frac{a+b+c}{2}} \cdot \sqrt{mk \cdot kr \cdot mr}$$

12

$$abc = 2 \cdot 7^{10}$$

$$be = 2 \cdot 7^{10}$$

$$a^2 = 2 \cdot 7^{10} \cdot \left(\frac{mk}{k}\right) = 2^{10}$$

$$a = 2^5 \cdot 7^5$$

$$abc = \sqrt{2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}} = \sqrt{2 \cdot 7^{10} \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}}$$

$$\frac{mk}{k} = 2, \quad \frac{mk}{r} = 2 \cdot 7^{10}$$

$$\frac{kr}{m} = 2,$$

$$\left(\frac{mk}{r} \right)^2 = \frac{54 \cdot 7^{10}}{27 \cdot 7^5} = \frac{37}{3}$$

$$abc = mk \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$ac = r \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}} \cdot 2^{\frac{c}{2}}$$

$$b^2 = \left(\frac{mk}{r}\right) \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}} = 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$abc^2 = kr \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$b^2 = 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$b^2 = 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$ab = m \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$c^2 = \left(\frac{mk}{r}\right) \cdot 2^{\frac{a+b+c}{2}} = 2^{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$\frac{mk}{r} = 2 \cdot 7^{10}, \quad \frac{kr}{m} = 2^c$$

$$r = 2 \cdot \frac{k^2}{2} = 2 \cdot 7^{10}$$

$$\frac{mk}{r} \cdot \frac{kr}{m} = 4, \quad 2 \cdot 2^c = 4$$

$$2^c = 4$$

$$\frac{mk}{k} = 2$$

$$\frac{mk}{k} = 2$$

$$\boxed{\frac{mk}{r} = 2^{\frac{b+c}{2}}}$$

$$k^2 = 4 \cdot 7^{10}$$

$$k = 2 \cdot 7^5$$

$$\boxed{r = 2}$$

$$k = 2 \cdot 7^5 = m$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = 6 \quad 49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$\frac{d}{b} \text{ - несокр.}$$

$$at+b = mA \quad d^2 - 6ab + b^2 = mB \quad 4+X^2 = 1$$

$$t = -\frac{50}{2} \pm \sqrt{50^2 + 49 \cdot 99} \quad d^2 + b^2 + 2ab = m^2 A^2 \quad 49X^2 + 49X + 49 = 100 = 100 = 100$$

$$\frac{2}{3} \quad d^2 + b^2 - 6ab = mB \quad = 100 = 100 = 100$$

$$= 49X^2 + 50X + 49 = 49X^2 + 50X + 49$$

$$b^2 = mA^2 - B \quad 8ab = m^2 A^2 - mB = m(mA^2 - B) \quad 49X^2 + 50X + 49 = 49X^2 + 50X + 49$$

$$\frac{d+b}{b} \quad ab \neq m \quad ab \neq mA^2 - B$$

$$d(a-cb)+b^2$$

$$\sin \alpha = \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$b^2 \neq (a-cb)$$

$$\frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cos \alpha \quad b^2 = (a-cb)/k$$

$$(a+k)/(a-cb) \quad k \neq b$$

$$50^2 + 49 \cdot 99 \cdot 4$$

$$x^2 = \sqrt{1+x^2} \cdot (\sqrt{1+x^2} - 1)$$

$$O_2 B = \sqrt{1+x^2} / 2$$

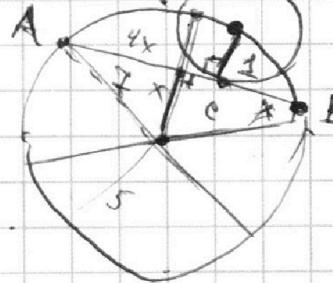
$$x^2 = 1+x^2 - \sqrt{1+x^2}$$

$$AB = 2x$$

$$\sqrt{1+x^2} = 1$$

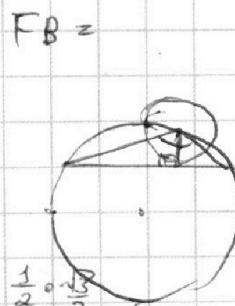
$$\frac{7x}{\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49x^2 + 1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$A \quad (4x, c, B)$$



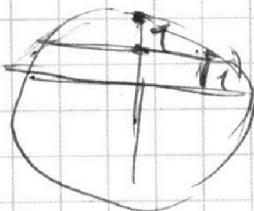
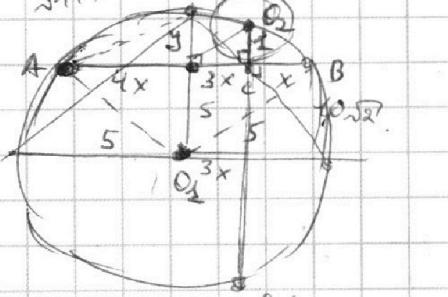
$$\frac{8x}{\sin \alpha} = 10 = 2 \cdot R$$

$$\frac{8x}{\sin \alpha} = \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sin \alpha$$



$$\sin(\alpha) = \sin \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad \sin \beta = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \quad 4(2x^2 + 2x + 3) = (7x - 3)^2$$

$$8x^2 + 8x + 3 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$42x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\text{Q3: } ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10} \quad bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \quad x = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{42}$$

$$ac = r \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \quad dc b^2 = km \cdot 2^{31} \cdot 7^{27}$$

$$ac = k \cdot 2^{34} \cdot 7^{44}$$

$$dc = r \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$bc = m \cdot 2^{18} \cdot 7^{17}$$

$$dc = km \cdot 2^{11} \cdot 7^{27}$$

$$d^2 = k \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}$$

$$-5x + 3 = 3 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$d = 2^{\frac{17}{2}} \cdot 7^{\frac{30}{2}}$$

$$-2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 3$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2}, 1$$

$$d^2 - b^2 = 2 - 7x$$

$$+ \quad - \quad + \quad \rightarrow$$

$$d - b = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3 =$$

$$d^2 - b^2 = d - b. \quad -$$

$$\textcircled{=} \quad \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{42} = \frac{14 \pm 2\sqrt{492}}{42} =$$

$$(a - b)(a + b) = d - b$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1.$$

$$\text{I: } d - b \neq 0,$$

$$4 \cdot 244 = \\ = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 5 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1},$$

$$d + b = 1. \quad -$$

$$\text{II: } d - b = 0; \quad d = b.$$

$$x = \frac{2}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1) (x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{array} \right.$$

$$y = ax + 10b.$$

$$\frac{4 \cdot 55}{9} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 4 - 4 \cdot 3^2}{9} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 4 - 16 \cdot 4 + 9}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 4 \geq 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{array} \right.$$

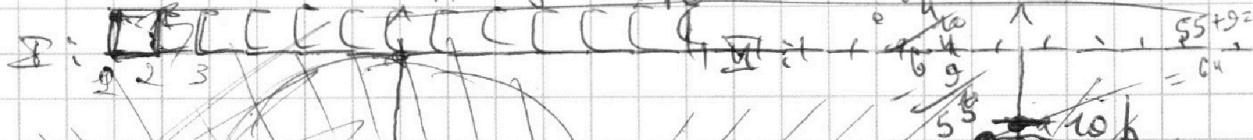
$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \geq 4, \\ (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \end{array} \right. \text{ — ГМТ}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1) \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \end{array} \right.$$

$$\frac{16^2 - 4 \cdot 3^2}{3^2} = \frac{16^2 - 4 \cdot 3^2}{3^2} = \frac{16^2 - 4 \cdot 3^2}{3^2}$$

$$h' = \frac{55}{8} \neq 0$$



$$\frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$a=0: y = 10b \Rightarrow a \neq 0.$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 2^2$$

$$c = \sqrt{(B+2)^2 - 2^2}$$

$$\frac{10b}{B+2}$$

$$y^2 = 1 - (x+8)^2$$

$$y = \sqrt{1 - (x+8)^2}$$

$$-\sqrt{1 - (x+8)^2} = ax + 10b$$

$$\frac{B}{C} = \frac{h}{2}$$

$$a = b \tan \alpha$$

$$= \frac{10b}{16}$$

$$1 - (x+8)^2 = a^2 x^2 + 2axb + 100b^2$$

$$A + B = 5$$

$$\frac{10}{3} + \frac{6}{3} = \frac{16}{3}$$

$$3A = 5$$

$$A = \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{10}{3}$$

$$(A+1) \cdot 2 = B+2$$

$$2A+2 = B+2$$

$$2A = B$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{-50 + \sqrt{50^2 + 4a^2 + 4r^2}}{4a^2} \quad (1) \quad 5^2 \cdot 4 + r^2 \cdot 9 - 11 \cdot 4 = a^2 + b^2 - 8ab \\ 25^2 = 4(5^2 + r^2 \cdot 9) = 4 \cdot 54 + 6 = 4 \cdot 40 + 369.$$

$$(5^2 \cdot 2)^2 = 5^2 \cdot 2^2 \quad (2) \quad 5^2 \cdot 25 = 625 \\ 2a+r = mk \quad (3) \quad a+b - \frac{8ab}{a+b} \\ 25^2 = (2a+r)^2 + 25^2 = m^2 l \quad (4) \quad m^2 k^2 + m l - 2a^2 = 0. \\ -50 + 4\sqrt{1369} = -1 \quad (5) \quad \frac{44}{485} = \frac{l}{2k^2} \quad l = 2 \\ 49 \cdot 2 \quad m = -1 \quad \frac{44}{485} = \frac{1}{2k^2} \quad k^2 = 368 \\ = 2\sqrt{1369} - 25 = -m^2 k^2 + 25^2 = m^2 l \quad 4a^2 + 4ar + r^2 + 25^2 = 485 + 625 \\ 49 \cdot 2 \quad m = -1 \quad \frac{1}{m} = -1 + \frac{25^2}{4a^2 + 4ar + r^2} \quad r = 2a+5 \\ = 2\sqrt{1369} - 25 = -m^2 k^2 + 25^2 = m^2 l \quad k^2 = 368 \quad r = 2a+5 \\ 49 \cdot 2 \quad m = -1 + \frac{25^2}{4a^2 + 4ar + r^2} \quad k^2 = 368 \quad r = 2a+5$$

$$x^2 = \frac{2\sqrt{1369} - 25}{49} \quad (6) \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ \times 18 \\ \hline 126 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3476 \\ \times 4 \\ \hline 1369 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 24 \\ \hline 288 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 36 \\ \hline 72 \end{array} \quad r = 2(2a+5) \\ x = \sqrt{\frac{2\sqrt{1369} - 25}{49}} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 18 \\ \hline 54 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \times 378 \\ \hline 6369 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 24 \\ \hline 288 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 36 \\ \hline 72 \end{array} \quad r = 2(2a+5) \\ x = \sqrt{\frac{2\sqrt{1369} - 25}{49}} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 18 \\ \hline 54 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \times 378 \\ \hline 6369 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 24 \\ \hline 288 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 1296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 36 \\ \hline 72 \end{array} \quad r = 2(2a+5) \\ 49 \cdot 2 \quad m = -1 + \frac{25^2}{4a^2 + 4ar + r^2} \quad k^2 = 368 \quad r = 2a+5 \\ 49 \cdot 2 \quad m = -1 + \frac{25^2}{4a^2 + 4ar + r^2} \quad k^2 = 368 \quad r = 2a+5 \\ 49 \cdot 2 \quad m = -1 + \frac{25^2}{4a^2 + 4ar + r^2} \quad k^2 = 368 \quad r = 2a+5$$

$$\frac{a}{b} = a+r \quad (7) \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 18 \\ \hline 4369 \end{array} \quad \begin{array}{r} 43 \\ \times 12 \\ \hline 516 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4369 \\ \times 16 \\ \hline 69936 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4369 \\ \times 24 \\ \hline 105656 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \\ \frac{a+b}{b} = 2r \quad (8) \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 276 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 16 \\ \hline 368 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 16 \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \\ a^2 = 6ab + b^2 \quad (9) \quad \begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 1089 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1369 \\ \times 16 \\ \hline 21606 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\frac{a^2 - 6a(a+r) + a^2 + 2ar + r^2}{2a+r} = 1 \quad (10) \quad \begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 1089 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1369 \\ \times 16 \\ \hline 21606 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \\ \frac{a^2 - 6a(a+r) + a^2 + 2ar + r^2}{2a+r} = 1 \quad (11) \quad \begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 1089 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1369 \\ \times 16 \\ \hline 21606 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\frac{4a^2 + 4ar + r^2}{2a+r} = m \quad (12) \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \\ \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\frac{4a^2 + 4ar + r^2}{2a+r} = m \quad (13) \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \\ \begin{array}{r} 2 \\ \times 24 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 56 \end{array}$$



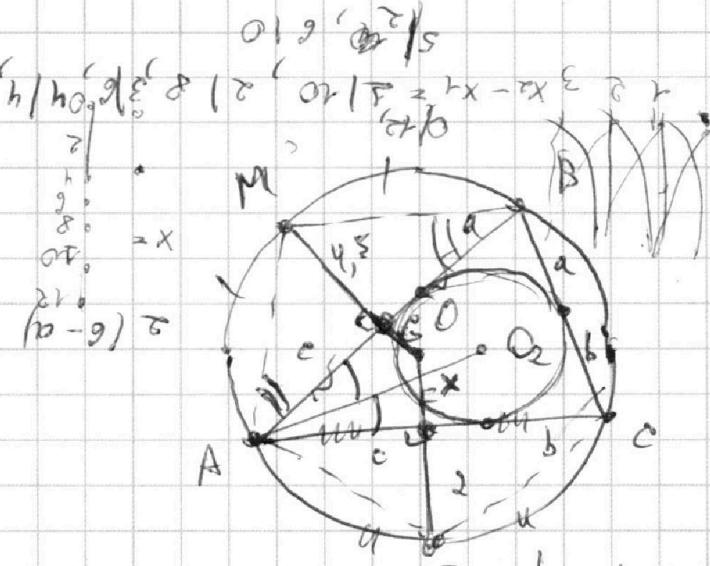
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$F_x = m_a \alpha, F_y = m_a \beta, F = m_a \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{F} &= \frac{\alpha}{F_x} = \frac{\alpha}{m_a \alpha} = \frac{1}{m_a}, \\ \frac{\beta}{F} &= \frac{\beta}{F_y} = \frac{\beta}{m_a \beta} = \frac{1}{m_a}, \end{aligned}$$

$$\frac{\alpha}{F} = \frac{\beta}{F} = \frac{1}{m_a}$$

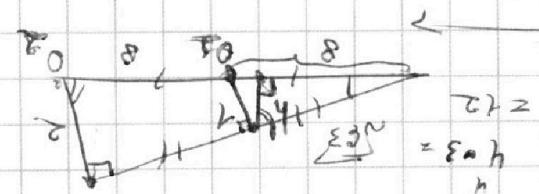
$$\frac{\alpha}{F} = \frac{1}{m_a} = \frac{1}{63}$$

$$O(F) = 0$$

$$\frac{\alpha}{F} = 14 = \frac{1}{63} + 14 = 14 \frac{1}{63}$$

$$\frac{h_1}{14} = \frac{F}{14}$$

$$S_F = \frac{1}{30}$$



$$S_F = -h_2$$



$$\begin{aligned} a+b &= mk \\ a^2 - cab + b^2 &= mr \end{aligned}$$

$$\frac{a^2 + cab + b^2}{a^2 - cab + b^2} = \frac{m^2 k^2}{mr}$$

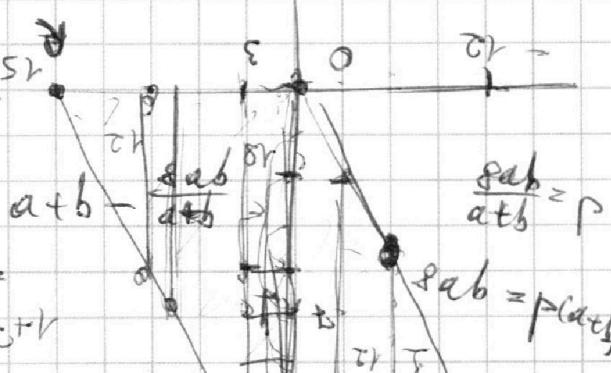
$$2ab = m(mk^2 - r)$$

$$\frac{a}{b} = p = a+b - \frac{2ab}{ab}$$

$$\frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab}$$

$$SF = (Fh - rh) + (Fx - rx) e$$

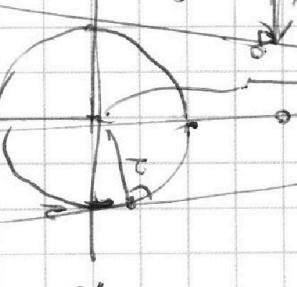
$$\frac{\alpha}{F} = \frac{\beta}{F}$$



$$\frac{2ab}{ab} = p$$

$$2ab = p(a+b)$$

$$S_F$$



■