



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

($\sqrt{2}$)

Так как $ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$, то и число abc будет делить-
ся на это произведение. То есть минимальное
число $abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$ и $ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$. Найдем
минимальное б. Рассмотрим число из спре-
чения 7. Тогда, пусть $a = 2^m \cdot 7^{10}$; $c = 2^n \cdot 7^{27}$. Тогда
первые две цифры сию будущий вишестоящие
единицы семерки (то есть если рассматривать
выражение $ab : 7^{10}$).

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \text{ равносильно условию } \begin{cases} ab : 2^{14} \\ ab : 7^{10} \end{cases}$$

Сл-ко, для минимизизации числа б оно
не делится на 7.

Тогда, пусть $a = 2^m \cdot 7^{10}$. Тогда $c = 2^{(20-m)} \cdot 7^{10}$.

Сл-ко, если $b = 2^x$, то первые две выраженные
представления б будут.

$$\begin{cases} m+x \geq 14 \\ (20-m)+x \geq 17 \end{cases} \Rightarrow 20+2x \geq 31 \Rightarrow x \geq 5,5. \text{ Тогда, } m=8,5, \text{ то}$$

можно ли сказать бить, потому что тогда
a - не натуральное. Сл-ко, чтобы продолжать счи-
тывание x - необходим. Сл-ко, $x=6 \Rightarrow m=8$.

Тогда,

$$a = 2^8 \cdot 7^{10}; b = 2^6 \cdot \cancel{7}; c = 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$\text{Тогда, } abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

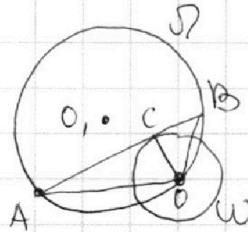
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

($\sqrt{3}$)



Обозначим четырехугольник $w - O$. Тогда, отрезок $OC \perp AB$. Но AB -биссектриса, что если B лежит в $\triangle OAB$, выписан в окружность w , $O'C$ -биссектриса. Пусть $|AB| = 8x \Rightarrow |AC| = 4x, |CB| = x$. В итоге $|AO| = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{16x^2 + 1}$ то и. Диф. Ам-коо, $|OB| = \sqrt{x^2 + 1}$.

$$\text{Сл-коо, } S_{AOB} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 8x \cdot 4x = 16x^2.$$
$$S_{AOB} = \frac{AO \cdot OB \cdot AB}{4 \cdot OB} = \frac{\sqrt{x^2+1}(4\sqrt{x^2+1}) \cdot 8x}{4 \cdot 5}$$
$$\text{Т.о. } 16x^2 = \frac{\sqrt{x^2+1}(4\sqrt{x^2+1}) \cdot 8x}{20}.$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0.$$

$$\text{Пусть } t = x^2 \geq 0.$$
$$49t^2 + 50t - 99 = 0.$$

$$\Delta = 625 + 4851 = 5476 = 74^2$$

$$t = \frac{-25 + 74}{49} = 2$$

$$t = \frac{-25 - 74}{49} < 0 - \text{не подр.}$$

$$\text{Сл-коо, } x^2 = 1 \text{ и и.к. } x > 0, \text{ то } x = 1.$$

$$\text{Сл-коо, } |AB| = 8 \cdot x = 8$$

О т в е т: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(*) Нужно $k = 2x^2 - 5x + 3$

$$m = 2x^2 + 2x + 1.$$

Тогда исходное уравнение приводится к виду

$$\sqrt{k} - \sqrt{m} = k - m$$

$$(\sqrt{k} - \sqrt{m}) = (\sqrt{k} - \sqrt{m})(\sqrt{k} + \sqrt{m}).$$

$$\begin{cases} \sqrt{k} - \sqrt{m} = 0 \\ \sqrt{k} + \sqrt{m} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{k} = \sqrt{m} \\ \sqrt{k} + \sqrt{m} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = m \\ k \geq 0 \\ m \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{k} + \sqrt{m} = 1 \\ k = m \\ k \geq 0 \\ m \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{k} + \sqrt{m} = 1.$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \cancel{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

Сложим второе ур-ие с ур-ием из условия. Тогда

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x.$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 9 - 42x + 49x^2$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0.$$

$$D = 441 + 3 \cdot 41 = 121 + 123 = 244 = 2\sqrt{61}.$$

$$\begin{cases} x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{4} \\ x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{4} \end{cases}$$

оба корня получаются

б оз.

$$\text{Ответ: } \frac{11 - 2\sqrt{61}}{4}; \frac{2}{7}; \frac{11 + 2\sqrt{61}}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

И-ко, мы имеем $y_1 = -2x_1 + (a-12)$ и $y_2 = -2x_2 + a$
 $a \in [0; 30]$ и $(a-12) \in [0; 30]$.

И-ко, мы имеем $(30-12)^{+2} = 18$ пар
прямых. Но-ко, если тоже считать из
них 10 пар первой прямой и 9 пар вто-
рой прямой. И-ко, любой может, начиная с
нее прямой из пары, соединяющей
12 или 13 пар (в зависимости от пары из-
них), начиная с той второй прямой из
пары. Т.о., всего у нас $10 \cdot 13^2 + 9 \cdot 12^2$ пар
пар.

$$10 \cdot 169 + 9 \cdot 144 = 1690 + 1296 = 2986.$$

Ответ: 2986 пар.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(w5.)

$$2x_2 + y_2 - 2x_1 - y_1 = 12.$$

$$\text{Если } y_1 = -2x_1 + a, \text{ то } y_2 = -2x_2 + (12 - a)$$

$$y_2 + 2x_2 = a, \text{ то } y_1 + 2x_1 = (a - 12).$$

Эти две уравнения задают две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 12 единицам, одна выше другой. Одна из них имеет отрицательный наклон (-2) . Найдем уравнение боковой грани параллелепипеда (OP).

$$\begin{cases} 0 = 0 + b \\ 24 = -12k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = -2 \end{cases}$$

Следовательно, наклонные грани имеют параллельные прямые.

Прямые видят вида $y = -2x + b$ могут быть двух видов:

- 1) ~~нижнюю~~ прямую проходит через центр исходного параллелепипеда.
- 2) ~~верхнюю~~ прямую проходит через верхнюю грани параллелепипеда.

Первый вид прямых задается уравнением $y = -2x + 20$, второй вид прямых $y = -2x + (20 - 12)$.

Т.д., прямые $y_1 = -2x_1 + (a - 12)$ и $y_2 = -2x_2 + a$ — одновременно, т.к. -12 — константа. Прямые первого вида проходят через 13 целочисленных точек (левое и правое ограничения 12 и 24 включаются), а второго — 12 и 24 включаются). Количество прямых сантиметров: на верхней стороне параллелепипеда $16 \frac{1}{2}$ см (т.к. ее длина $15 - 0 = 15$), т.е. прямых 16, а прямые внизу равны этим расстояниям между точками, то есть их 15. Всего же 31 сантиметр параллелепипеда. Заданное уравнение $y = -2x + 30$, т.к.

$$\begin{cases} 0 = 15k + b \\ 24 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 30 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

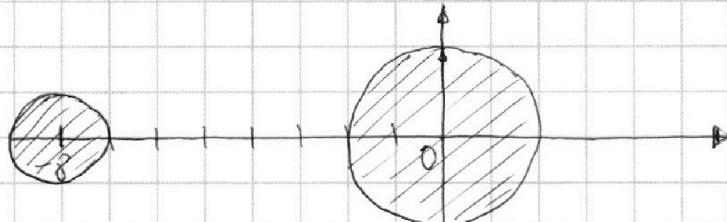
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Второе уравнение задачи имеет две верх-
и с центрами $(-8; 0)$ и $(0; 0)$ и радиусами
1 и 2 соответственно.



Первое ур-ие задачи имеет уравнение $y = ax + 10b$.
Система, чтобы уравнение имела две решения,
две прямые должны иметь разные углы
наклона с окружностью или с общей из
них. С одной окружности две прямые имеют
один общий наклон, следовательно, это
значит, что одна из них бесконечна.
С общей окружности одна прямая имеет
один общий наклон (внешней или внутренней).

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = ax + 10b \\ y = \sqrt{4 - x^2} \end{cases}$$

$$ax + 10b = \sqrt{4 - x^2}$$

$$a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4 - x^2$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0.$$

Чтобы ур-ие имело одну общую точку $D=0$.

$$D_1 = 100a^2 b^2 - 100a^2 b^2 - 100b^2 + 4a^2 + 4 = 0.$$

$$100b^2 = 4a^2 + 4.$$

$$25b^2 = a^2 + 1.$$

$$b = \pm \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{5}$$

$$\text{Ну-ко } \begin{cases} y = ax + 10b \\ y = \sqrt{4 - (x+8)^2} \end{cases} \Rightarrow ax + 10b = \sqrt{1 - (x+8)^2} \Rightarrow a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 - (x+8)^2$$

$$(1 + a^2)x^2 + (20ab + 16)x + 100b^2 + 63 = 0.$$

$$D_2 = (10ab + 8)^2 - (100b^2 + 63)(a^2 + 1) = 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 - 100a^2b^2 - 100b^2 - 63a^2 - 63 = 0.$$

$$160ab + 1 - 100b^2 - 63a^2 = 0.$$

$$100b^2 - 160ab + 63a^2 - 1 = 0.$$

$$D/4 = 80^2a^2 - 6300a^2 + 100 = 0 \quad 100(a^2+1) = (\sqrt{100a^2+1})^2$$

~~$$100a^2 + 100 = 0$$~~

$$b = \frac{80a + \sqrt{100a^2+1}}{100} = \frac{8a + \sqrt{a^2+1}}{10}$$

$$b = \frac{80a - \sqrt{100a^2+1}}{100} = \frac{8a - \sqrt{a^2+1}}{10}$$

Т.д., где первая окр-ши $b = \frac{\sqrt{a^2+1}}{5}$
где вторая окр-ши: $b = \frac{8a - \sqrt{a^2+1}}{10}$.

Сл-ши, если привести дроби к общему знаменателю, то получим
одинаковые окр-ши, т.к. $\sqrt{a^2+1} > a$, т.е. $\frac{\sqrt{a^2+1}}{5} > \frac{8a - \sqrt{a^2+1}}{10}$.
Окр-ши равны b — где вторая. Если ~~не~~ ~~равны~~
~~но~~ ~~равны~~ ~~равны~~ ~~равны~~ ~~равны~~ ур-ши

$$\begin{array}{cccc} \frac{\sqrt{a^2+1}}{5} = \frac{8a - \sqrt{a^2+1}}{10} & \frac{\sqrt{a^2+1}}{5} = \frac{8a + \sqrt{a^2+1}}{10} & \frac{\sqrt{a^2+1}}{5} = \frac{8a + \sqrt{a^2+1}}{10} & \frac{\sqrt{a^2+1}}{5} = \frac{8a - \sqrt{a^2+1}}{10} \\ 3\sqrt{a^2+1} = 8a & a^2 + 1 = 64a^2 & 9a^2 + 9 = 64a^2 & a^2 + 1 = 64a^2 \\ 9a^2 + 9 = 64a^2 & a^2 = \frac{1}{63} & a^2 = \frac{9}{55} & a^2 = \frac{1}{63} \\ a^2 = \frac{9}{55} & a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} & a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} & a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \\ a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} & & & \end{array}$$

Таким образом, имеем и знаящих

а).

$$\text{Ответ: } -\frac{3}{\sqrt{55}}, -\frac{1}{\sqrt{63}}, \frac{1}{\sqrt{63}}, \frac{3}{\sqrt{55}}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

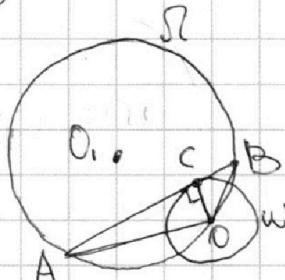
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(нб)



Обозначим четырехвершину $W = O_1O_2AB$. Тогда, отрезок $OC \perp AB$ по свойству касательности, то есть в четырехугольнике A_1O_2B , вписанном в окружность W , OC — высота. Обозначим длину сторона $AB = 8x \Rightarrow AC = 4x; CB = x$.

$$\text{Т.о., } S_{A_1O_2B} = OC \cdot AB \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 8x \cdot \frac{1}{2} = 4x.$$

В т.ч. четырехугольник A_1OC $AO = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{49x^2 + 1}$ по т. Пифагора.
Следует, что $AO = OB = \sqrt{x^2 + 1}$.

$$\text{Т.о., } S_{A_1O_2B} = \frac{|A_1O_2| \cdot |O_2B| \cdot |AB|}{4 \cdot R_n} = \frac{\sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot 8x}{4 \cdot 5}$$
$$\frac{\sqrt{49x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot 8x}{20} = 4x$$

$$\sqrt{49x^2 + 1} \cdot (x^2 + 1) = 10$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1 = 100.$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

Пусть $t = x^2 \geq 0$.

$$49t^2 + 50t - 99 = 0.$$

$$D = 25 \cdot 25 + 99 \cdot 49 = 5476 = (74)^2$$

$$t = \frac{-25 - 74}{98} = 1$$

$$t = \frac{-25 + 74}{98} < 0 \rightarrow \text{не корень.}$$

Следует, $x^2 = 1$. Т.к. $x > 0$, то $x = 1$.

$$\text{Следует, } |AB| = 8x = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(н2.) $\frac{a+b}{a^2-6ab+6^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-4ab}$

Сл - мо, если число можно окрасить
на m , то

$$a+b = km$$

$$(a-b)^2 = n^2 m + b$$

$$4ab = fm + b$$

Бк.

± 8 .

$$\frac{11+16}{4} > \frac{27}{4} \approx 7.$$

$$\frac{11-16}{4} = -\frac{5}{4}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 4ab} = \frac{7}{1-48} = \frac{7}{-41}$$

$$a = qm + l, \\ b = cm + z.$$

$$(qm+l)(cm+z) = u = f(m).$$

$$(qm+l)(cm+z) \\ (qm^2 + (l+z)m + lz)$$

$$q^2 + l^2 \neq km + c$$

$$6ab = lm + (m-c)$$

$$a+b \vdots m \\ a^2 + b^2 = km + c \\ 6ab = lm + c - m \\ 2ab = \frac{l}{3}m + \frac{c}{3} - \frac{m}{3}$$

$$a^2 + b^2 \vdots m^2 \\ c < m$$

$$km + c + \frac{l}{3}m - \frac{m}{3} + \frac{c}{3} \vdots m^2 \\ 2c \vdots m.$$

$$(k + \frac{l}{3} - \frac{1}{3})m + c(1 + \frac{1}{3}) \vdots m^2 \\ c = \frac{m}{2}$$

$$\frac{4}{3}c \vdash m^2 \\ c \leq m$$

$$2c \geq m$$

2c > m

2c < m

$$c = 0$$

$$c < m$$

$$2c \vdash m^2$$

$$2c + m \geq m + c$$

$$c \geq 0$$

$$\frac{4}{3} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{4+3}{4^2 + 3^2 - 6 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7}{25 - 24}$$

$$a+b = km$$

$$a-b = n\sqrt{m}$$

$$4ab = f m$$

$$a+b \vdash m$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \vdash m^2$$

$$km + c + \frac{l}{3}m + \frac{m}{3} - \frac{c}{3} \vdash m^2$$

$$m(k + \frac{l}{3} + \frac{1}{3}) + \frac{2}{3}c \vdash m^2$$

$$k + \frac{l}{3} + \frac{1}{3} \vdash m$$

$$\frac{2}{3}c \vdash m^2$$

2c > m

$$2c \vdash m^2$$

$$2m - 20 \vdash m$$

$$m > 20$$

$$20 \vdash m$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -7x + 2.$$

$$\sqrt{k} - \sqrt{m} = k - m. \quad k \geq 0$$

$$k + m - \sqrt{km} = k^2 - 2mk + m^2. \quad m \geq 0.$$

$$k - \sqrt{k} = m - \sqrt{m}.$$

$$k^2 + k - 2\sqrt{km} = m^2 + m - 2m\sqrt{m}.$$

$$k - m = k^2 - m^2.$$

$$(k - m) = (k - m)(k + m)$$

$$\sqrt{k} - \sqrt{m} = 0 \quad \sqrt{k} = \sqrt{m} \Rightarrow k = m$$

$$\sqrt{k} + \sqrt{m} = 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4a^2 - 100b^2 + 4 = 0$$

$$63a^2 - 160ab + 100b^2 - 1 = 0$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

$$b = \frac{67a^2 + 3}{160a}$$

$$y = ax + 10b$$

$$y^2 = a^2 - x^2$$

$$a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = a^2 - x^2 + 4556335$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (20ab)x + 100b^2 - 1 = 0.4653056$$

$$\frac{D}{4} = 100a^2b^2 - 100a^2b^2 + 100b^2 + 4 + 4a^2 = 0.$$

$$4a^2 + 4 = 100b^2$$
$$b^2 = \frac{4a^2 + 4}{100} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{4a^2 + 4}}{10}$$
$$b = -\frac{1}{5}\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\frac{67a^2 + 3}{160a} = \frac{2\sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$\frac{67a^2 + 3}{32} = \frac{2\sqrt{a^2 + 1}}{10}$$

$$4489a^4 + 402a^2 + 9 = 1024a^2 + 1024$$

$$3465a^4 + 402a^2 - 1015 = 0.$$

$$311 \cdot 311 + 1015 \cdot 4489y \cdot \frac{2156}{2156} = 12786$$

4653056.

$$\begin{array}{r} \times 32 \\ 32 \\ \hline 96 \\ 402 \\ \hline 4489 \\ \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 205 \\ 205 \\ \hline 1025 \\ 0000 \\ 410 \\ \hline 42025 \\ \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 215 \\ 215 \\ \hline 1045 \\ 215 \\ \hline 430 \\ \end{array}$$

46225

$$\begin{array}{r} \times 216 \\ 216 \\ \hline 1296 \\ 216 \\ \hline 432 \\ \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 216 \\ 216 \\ \hline 46656 \\ \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице

- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$80^2a^2 - 63a^2 + 100 = 0.$$

$$100a^2 + 100 = 0. \quad (10\sqrt{a^2+1})^2$$

$$b = \frac{80a + 100a^2 + 1}{100} = \frac{10a^2 + 1}{5}$$

$$10\overline{d^2+1} = 309.$$

$$\sqrt{h^2+1} = 39.$$

$$a^2 + 1 = 64a$$

$$a^2 - 64a + 1 = 0$$

$$64^2 + 4 = 0$$

$$w > 0$$

$$+ x^2 \cdot x^2 - x^2 + 6x^2$$

6. *What is the name of the author?*

$$50 \cdot 45 \times 3$$

$$4x^4 + x^3 + 3x^2 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3$$

Sh. OS

$$(5 - \frac{1}{2}x5)xs$$

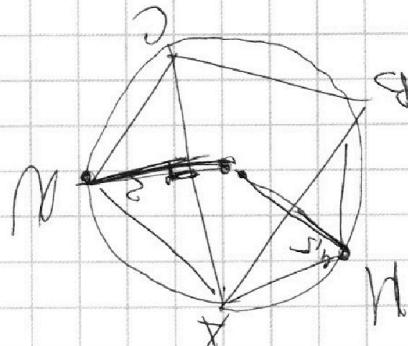
$$x^2 - 3x - 2x^2 + x + 3 = \underline{(2x^2 - 3x - 2)(x + 3)} \quad | \quad y$$

$$\cancel{2x^2y} + x \cdot 8y - \cancel{3y} = \cancel{2x^2y} + 2 \cancel{xy} + \cancel{3y} \cdot 5 - \cancel{3y}$$

$$= 2x^2 + 2x + 1$$

$$= \frac{8 + x - 2x^2}{(x+1)^2} + 2x^2 \ln + 8 + x - 2x^2$$

$$\underline{0.2x^2 - 5x + 3} + \underline{4x} = \underline{0.2x^2 + 2x + 1} + \underline{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(u4.)

$$\sqrt{(x-1)(x-\frac{3}{2})} = \boxed{\dots}$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (\frac{3}{2}; +\infty).$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 = \boxed{\dots} \quad \text{---} \quad = 4 - \cancel{9}x + 4x^2.$$

$$-4x^2 + 11x = \boxed{\dots} \quad \text{---}$$

$$(x(4x-11))^2 = (2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1).$$

$$4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 =$$

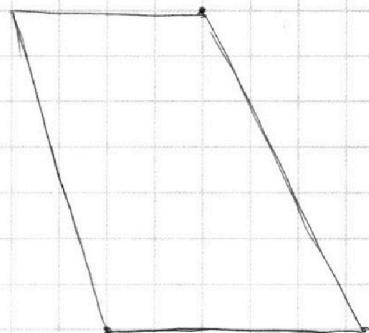
$$= 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 = 0.$$

45x

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$x+y=3.$$

$$2x_1 + y_1 = 12 + 2x_2 + y_2$$



$$400a^2b^2 -$$

$$= 100a^2b^2$$

$$4a^2 - 100b^2 + 4 = 0.$$

$$(a^2+1)(100b^2-4).$$

$$100a^2b^2 + 100b^2 - 4a^2 - 4.$$

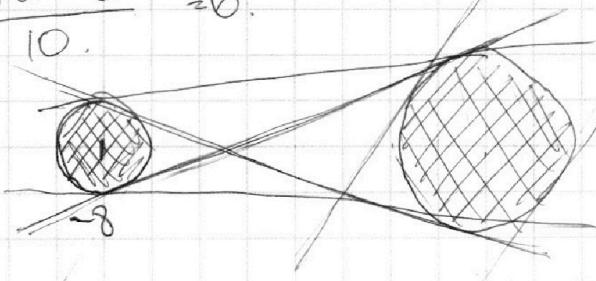
$$100a^2b^2.$$

$$4a^2 + 4 = 100b^2.$$

$$(a^2+1)x^2 + 2abx + 100b^2 - 4 = 0.$$

$$2\sqrt{a^2+1} = b.$$

10.



$$ax + 10b = x^2 + y^2 - 4.$$

$$ax + 10b = \boxed{-x^2 + 4}.$$

$$(ax)^2 + 2abx + 100b^2 = 4 - x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.



Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

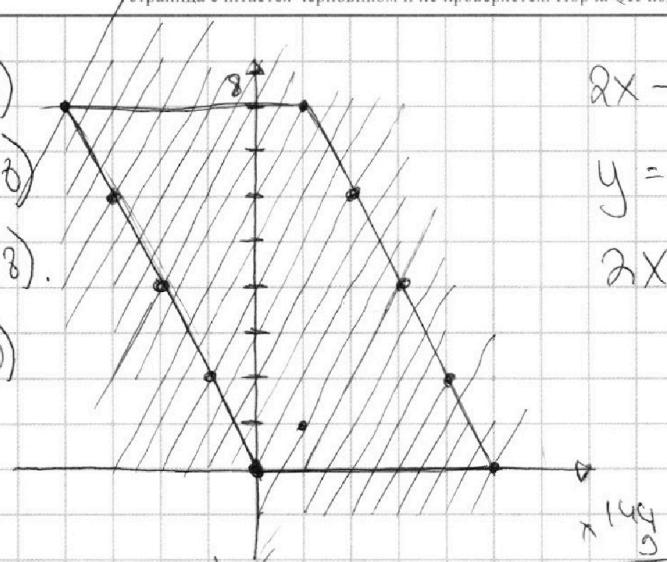
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O(0;0)$$
$$P(-4;8)$$
$$Q(2;8)$$

$$R(5;0)$$



$$2x - y = 2$$

$$y = 2x - 2$$

$$2x - y =$$

$$2x + y = 1$$

$$2x + y = 11$$

$$\begin{array}{r} 0 = \\ + \frac{1690}{1296} \\ \hline 20 - 8. \end{array}$$

42. 4

$$\begin{array}{r} 144 \\ 1296 \\ \hline \end{array}$$

$$12 \cdot 14$$

$$\begin{array}{r} x^{14} \\ 12 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ 168 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ \hline 4 \end{array}$$

30.

$$\begin{array}{r} x^{12} \\ 30 \\ \hline 360 \\ + 16 \\ + 12 \\ \hline 388 \end{array}$$

$$ax + 10b = -(x-12)^2 + 2$$

$$a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1 - x^2 - 16x - 64$$

$$(20ab + 16)^2$$

$$(100b + 8)^2$$

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 -$$

$$100a^2b^2 + 635a^2 - 100b^2 - 63$$

$$63a^2 - 160ab + 100b^2 - 5 = 0$$

10.

$$(a^2 + 1)x^2 + (20ab + 16)x + (100b^2 + 63) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \times 1227 \\ 1227 \\ \hline 8589 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2454 \\ 2454 \\ \hline 1227 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1505529 \\ \hline 1505529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1243 \\ 1243 \\ \hline 3729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4972 \\ 2486 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1243 \\ 1545049 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1287 \\ 1287 \\ \hline 09 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1300 \\ 13 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 1690000 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1297 \\ 1297 \\ \hline 9079 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11673 \\ 1594 \\ \hline 1297 \\ \hline 1582209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1293 \\ 1293 \\ \hline 3879 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11637 \\ 2586 \\ \hline 1293 \\ \hline 1671849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 6351 \\ 2401 \\ \hline 6351 \end{array}$$

$$\frac{abc}{4R} = \frac{1}{2} ah_a$$

$$\begin{array}{r} 0000 \\ 25404 \\ \hline 12702 \\ \hline 15248752 \end{array}$$

$$\frac{8X \cdot \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+4x+1}}{20} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8X.$$

$$\sqrt{(x^2+1)(4x^2+1)} = 10$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0.$$

$$\cancel{8}: 625 + 441$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ \hline 441 \\ 441 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1086 \\ + 4832 \\ \hline 625 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 1296 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 76 \\ \hline 353 \\ 532 \\ \hline 5673 \end{array}$$

$$8X \cdot \sqrt{(x^2+1)(4x^2+1)} = 4X.$$

$$\begin{array}{r} -25+74 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{49} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ 49 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 296 \\ 518 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -25+74 \\ 1 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

~~$2^{14} \cdot 7^{10}$~~

~~$b = 2^6 \cdot 7^6$~~

$$bc : 2^{14} \cdot 7^{17}$$

$$2^{20} \cdot 7^{37}$$

~~$a = 2^8 \cdot 7^{10}$~~

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{20}$$

~~$c = 2^{12} \cdot 7^{27}$~~

$$c =$$

$$m + x \geq 14$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$1500625 + 153664 =$$

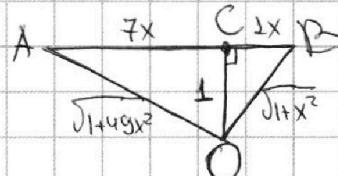
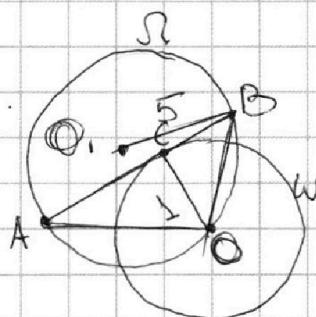
$$(20 - m) + x \geq 17.$$

$$=$$

$$\frac{D}{n} = g - 1 = (2\sqrt{2})^2 b^2 \quad \begin{cases} a = (3+2\sqrt{2})b \\ a = (3-2\sqrt{2})b \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1500625 \\ + 153664 \\ \hline 1654289 \end{array}$$

$$(a - (3+2\sqrt{2})b)(a - (3-2\sqrt{2})b)$$



$$\begin{array}{r} \times 1303 \\ 1303 \\ \hline 09 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1227 \\ 1227 \\ \hline 8589 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1454 \\ 1454 \\ \hline 454 \\ \times 999 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 136 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6400 \\ 49 \\ \hline 6400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2450 \\ 2450 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$12250$$

$$9800$$

$$\begin{array}{r} 4900 \\ 4900 \\ \hline 6002500 \end{array}$$

$$80x = 7x \sqrt{(1+x^2)(1+4gx^2)}$$

$$\left(\frac{80}{7}\right)^2 = 49x^4 + 50x^2 + 1$$

$$2401x^4 + 2450x^2 - 6400 = 0.$$

$$\begin{array}{r} 6400 \\ - 49 \\ \hline 1500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ 1225 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$2450$$

$$1225$$

$$\begin{array}{r} 1500625 \\ \hline 153664 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 640 \times 2401 \\ - 49 \\ \hline 14406 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6400 \\ - 49 \\ \hline 6351 \end{array}$$