



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

1. По условию:

$$\begin{cases} ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac : 2^0 \cdot 7^{37} \end{cases}$$

2. Найдем наименьшее возможное значение произведение

$$abc : \frac{2^{12} \cdot 7^{13}}{2^{20} \cdot 7^{37}}$$

(m.k. abc)

Объем: $abc = 2^{20} \cdot 7^{37}$
(наим.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$\frac{a}{b}$ — несократимая, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$. $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ (\star).

При каком наибольшем числитель и знаменатель (\star)?:

Решение:

1. $\frac{a}{b}$ — несократимая.

$$2. a^2 - 6ab + b^2 = a^2 - 4ab - 2ab + b^2 = (a-b)^2 - 2ab.$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = a^2 + 2ab - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 8ab.$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\frac{a+b}{2} \leq ab$$

$$a+b \leq 2ab.$$

Берём наименьшее, $\Rightarrow a+b = 2ab$.

$$(a+b)^2 = 4a^2b^2.$$

$$(a+b)^2 \leq 4a^2b^2$$

$$\Rightarrow \text{дробь примет вид: } \frac{2ab}{4a^2b^2-8ab} = \frac{2ab}{4ab(ab-2)} = \frac{1}{2(ab-2)}$$

\Rightarrow для сокращения $m_{\max} = 2$

Ответ: $m = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.



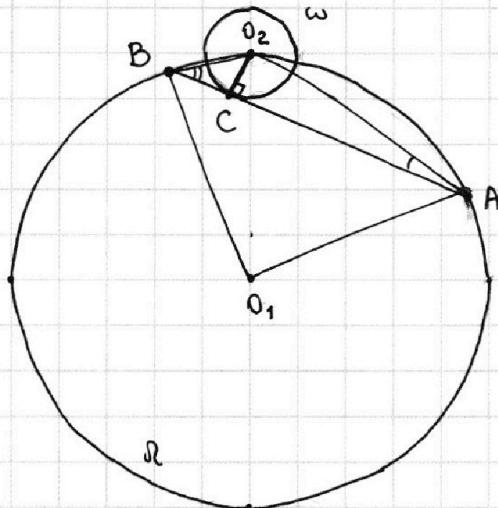
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



Дано: Окр. Ω ($O_1; R$)
Окр. ω ($O_2; r$).
 $R = 5$; $r = 1$.
 $O_2C \perp AB$. (AB - касат.)
К (окр) Окр. ($O_2; r$).
 $AC: CB = 7$.
Найти: AB - ?

Решение:

1. $\frac{AC}{CB} = 7 \Rightarrow AC = 7CB$. Пусть $CB = x \Rightarrow AC = 7x$.

2. $O_2C \perp AB$ - как радиус, проведённый в точку касания.

3. $O_2C \perp AB \Rightarrow \angle O_2CB = \angle O_2CA = 90^\circ$.

4. Рассмотрим $\triangle BCO_2$ - и/у ($\angle BCO_2 = 90^\circ$):

По т. Пифагора: $BO_2 = \sqrt{BC^2 + O_2C^2} = \sqrt{BC^2 + r^2} = \sqrt{x^2 + 1}$
 $\sin \angle O_2BC = \frac{O_2C}{BO_2} = \frac{r}{\sqrt{x^2 + 1}}$

5. Рассмотрим $\triangle AO_2C$ - и/у ($\angle O_2CA = 90^\circ$):

По т. Пифагора: $AO_2 = \sqrt{O_2C^2 + AC^2} = \sqrt{49x^2 + 1}$
 $\sin \angle O_2AC = \frac{O_2C}{AO_2} = \frac{r}{\sqrt{49x^2 + 1}}$

6. $\triangle ABO_2$ - вписанный в окр. Ω :

\Rightarrow По т. Синусов: $\frac{AO_2}{\sin \angle O_2BC} = \frac{BO_2}{\sin \angle O_2AB} = 2R$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{49x^2 + 1}}{\sin 7^\circ} = 2 \cdot 5 | \cdot 2$

$(49x^2 + 1)(x^2 + 1) = 100$

$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100 = 0$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

Очевидно, что $x = 1$ - корень ($49 + 50 - 99 = 0$ (б)).

Проверим, есть ли еще другие корни:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \\ - 49x^4 + 50x^2 - 99 \quad | \quad x-1 \\ \hline 49x^4 - 49x^3 \qquad\qquad\qquad 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \\ - 49x^3 + 50x^2 - 99 \\ \hline - 49x^3 - 49x^2 \\ \hline - 99x^2 - 99 \\ - 99x^2 - 99x \\ \hline - 99x - 99 \\ - 99x - 99 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = (x-1)(49x^3 + 49x^2 + 99x + 99).$$

Очевидно, что для второй скобки не существует положительных x , при которых она бы обращалась в ноль.

$$\Rightarrow x = 1. \Rightarrow CB = 1 \Rightarrow AC = 4.$$

$$4. AB = AC + CB = 4 + 1 = 8.$$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

Начальное условие: $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, -1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty) \\ x \in (-\infty, -1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x(x-1) - 3(x-1) \geq 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \begin{cases} (2x-3)(x-1) \geq 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$$

Рассмотрим обе части ур-я на
 $(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) > 0$:

$$\Rightarrow (2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1) = (2 - 7x) (\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(-4x+2) - (-4x+2) (\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = 0$$

$$(-4x+2)(1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -4x+2=0 \Rightarrow x = \frac{2}{7} - \text{подходит по нач.усл.} \\ 1 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad (3). \end{cases}$$

Решим из совокупности:

$$(3) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{(4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3)} = 1.$$

$$4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3} = 0$$

$$2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3} = -4x^2 + 3x - 3. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3) = (-4x^2 + 3x - 3)^2 \quad (4) \\ -4x^2 + 3x - 3 \geq 0 \Rightarrow 4x^2 - 3x + 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 9 - 48 = -39 < 0, \Rightarrow 4x^2 - 3x + 3 > 0 \text{ при } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Решим из системы

$$(4): \quad 16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 16x^4 - 24x^3 + 33x^2 - 18x + 9$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0.$$

$$\Delta = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 484 + 492 = 976 = 16 \cdot 61 = (4\sqrt{61})^2$$

$$x_1 = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{2 \cdot 41} = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \quad ; \quad x_2 = \frac{22 - 4\sqrt{61}}{2 \cdot 41} = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Но! КОРНИ x_1 И x_2 НЕ подходят, т.к.
 $4x^2 - 3x + 3 > 0$ при $\forall x \in \mathbb{R}$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

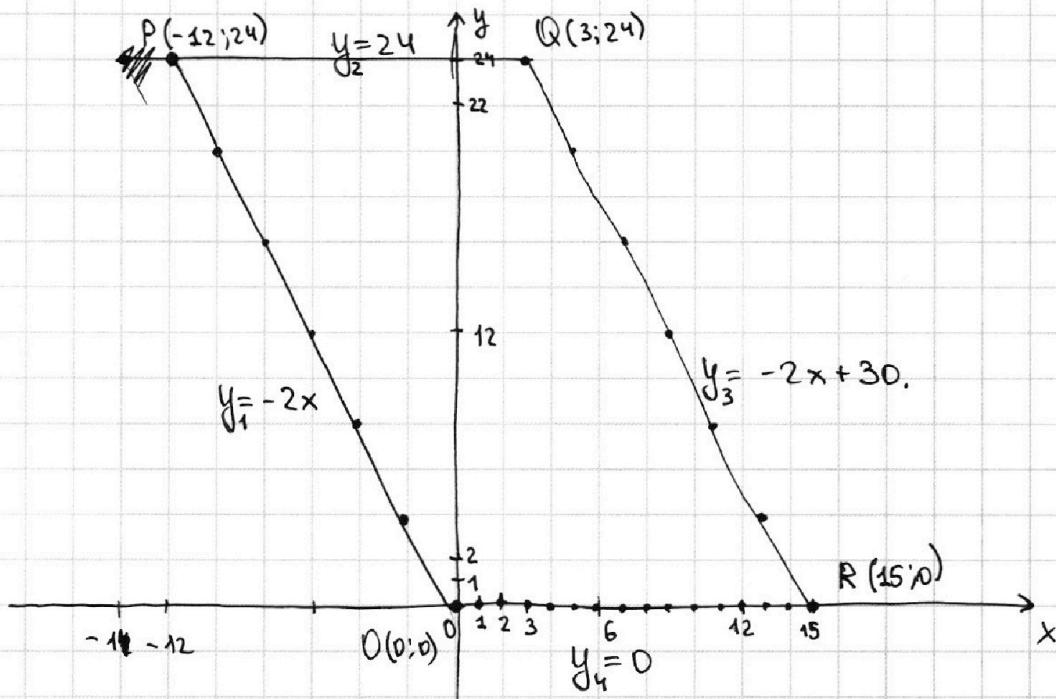
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.



1. Составим ур-я сторон нап-ма:

$$PO: y_1 = -2x$$

$$PQ: y_2 = 2x$$

$$OR: y_4 = 0$$

$$QR: y_3 = -2x + 30.$$

$$\begin{aligned} 24 &= 3k + b \Rightarrow 24 = 3k - 15k \Rightarrow k = -2 \\ 0 &= 15k + b \Rightarrow b = -15k \Rightarrow b = 30 \end{aligned}$$

2. Всего точек с целыми координатами в нап-ше.

$$N = 16 \cdot 13 + 14 \cdot 12 = 208 + 168 = 376 \text{ точек.}$$

3. Система для точек (сущ-ния нап-ма)

$$\begin{cases} y \leq 24 \\ y \geq 0 \\ y \leq -2x + 30 \\ y \geq -2x \end{cases}$$

4. Это условие: $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12.$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ур-е б уеных:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 2 \\ y_2 - y_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 1 \\ y_2 - y_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 - y_1 = 10 \\ x_2 - x_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 3 \\ y_2 - y_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 - y_1 = 6 \\ x_2 - x_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 4 \\ y_2 - y_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 - y_1 = 4 \\ x_2 - x_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 5 \\ y_2 - y_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 - y_1 = 2 \\ x_2 - x_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 6 \\ y_2 - y_1 = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = y_2 \\ x_1 = x_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 - y_1 = 12 \end{array} \right.$$

Кон-бо нап: $\frac{3+6}{2} = 188$

Ошибки: 188 нап.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Найти все a, b , для каждого
из которых найдётся
 b , при котором система
имеет ровно 2 решения

Выходим из систем:

$$(1) \quad y = ax + 10b$$

Пр. - прямая

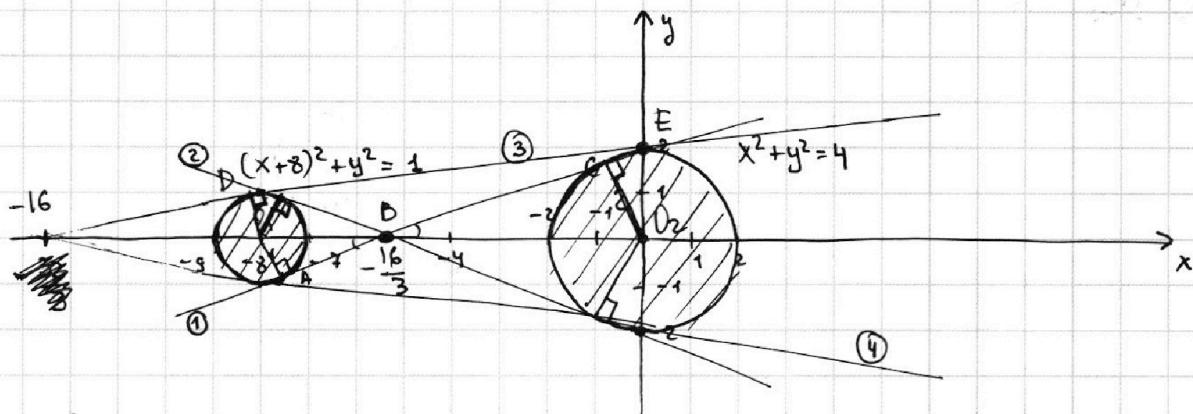
Лин. зависимость.

$$ax + y - 10b = 0$$

$$(2) \quad ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 & \leftarrow \text{Гр. - окружность.} \\ x^2 + y^2 \geq 4 & \leftarrow \text{Центр } (-8; 0); R_1 = 1 \\ (x+8)^2 + y^2 \geq 1 & \leftarrow \text{Гр. - окружность.} \\ x^2 + y^2 \leq 4 & \leftarrow \text{Центр } (0; 0); R_2 = 2. \end{cases}$$

Построим графики в одной системе координат:



Система ур-й будет иметь 2 решения,
если a, b будут "одноточечными" к прямым
1, 2, 3, 4.

$$\triangle O_1AB \sim \triangle BO_2O: \Rightarrow \frac{O_1B}{BO_2} = \frac{r}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow O_1B = \frac{8}{3}, \quad BO_2 = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow B\left(-\frac{16}{3}; 0\right)$$

$$AB = \sqrt{O_1B^2 - AO_1^2} = \sqrt{\frac{64}{9} - 1} = \sqrt{\frac{55}{9}} = \frac{\sqrt{55}}{3}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \frac{55}{9} = (-\frac{16}{3} - x_A)^2 + y_A^2$$

$$f(O_1; AB) = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-8A + 0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 1 \Rightarrow | -8A + C | = \sqrt{A^2 + B^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$g(D_2, CB) = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|C|}{A} = 2 \Rightarrow 2A = |C|$$

$$DE = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}.$$

$$y = Ax + 10b$$

$$K(-16; 0); \quad S(0; 2).$$

$$0 = -16a + 10b \Rightarrow 16a = 10b \quad 16a = 2, \Rightarrow a = \frac{1}{8}.$$

$$2 = 10b \Rightarrow b = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \text{сумм. } a = -\frac{1}{8}$$

$$E\left(-\frac{16}{3}; 0\right) \quad \$\left(0; 2\right)$$

$$0 = -\frac{16}{3}a + 10b \Rightarrow \frac{16}{3}a = 2 \Rightarrow a = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$2 = 10b \Rightarrow b = \frac{1}{5} \quad \text{сумм. т. } a = -\frac{3}{8}$$

Ошибки: ~~a = -\frac{1}{8}~~ $a = \left\{ \frac{1}{8}, -\frac{1}{8}; \frac{3}{8}, -\frac{3}{8} \right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

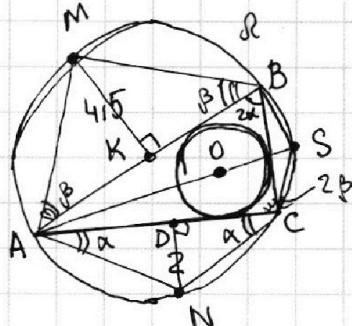
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



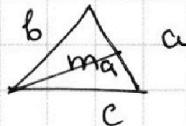
Решение:

Дано: $\triangle ABC$ вписан в окр Ω .
 М - сер. $\cup AB$. Окр $(O; r)$ вписан.
 N - сер. $\cup AC$. $B \in \cup ABC$.
 $MK = 4,5$; $ND = 2$.
Найти: $AO - ?$

1. М - сер. $\cup AB$, $\Rightarrow \cup AM = \cup MB \Rightarrow \angle MAB = \angle MBA$ - как выс. окр. на равные дуги, $\Rightarrow \triangle MAB - p/\delta$, $\Rightarrow AM = MB$.
 2. N - сер. $\cup AC$, $\Rightarrow \cup AN = \cup NC \Rightarrow \angle DAN = \angle DCN$ - как выс., окр. на равные дуги, $\Rightarrow \triangle ANC - p/\delta$, $\Rightarrow AN = NC$.
 3. Центр выс. в $\triangle ABC$ - м.пер. биссектрис.
- $\Rightarrow AO$ - биссектриса $\angle BAC$, $\Rightarrow \cup BS = \cup SC$ (м.к. $\angle BAE = \angle CAE$).
 (м.к. AO -бисс.)
4. $\angle SCB = \angle SBC$ - как выс. унор, окр. на равные дуги, $\Rightarrow \triangle SBC - p/\delta$, $\Rightarrow BS = SC$.
 5. $\triangle MAB - p/\delta$, $\Rightarrow MK$ - бисс., медиана, высота.
 6. $\triangle ANC - p/\delta$, $\Rightarrow ND$ - бисс., медиана, высота.

7. Попуна Медианы \triangle :

$$m = \sqrt{\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}}$$



Пусть $AN = NC = x$

$\Rightarrow JT$ о. Пир. \Rightarrow m . Пир. \Rightarrow $\triangle ADN$:

$$AD = \sqrt{AN^2 - ND^2} = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\Rightarrow ND = \sqrt{\frac{2x^2 + 2x^2 - (x^2 - 4)}{4}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = 2.$$

8. JT о. синусов $\triangle ANC$:

$$\frac{AN}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow x = \sin \alpha \cdot 2R.$$

9.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

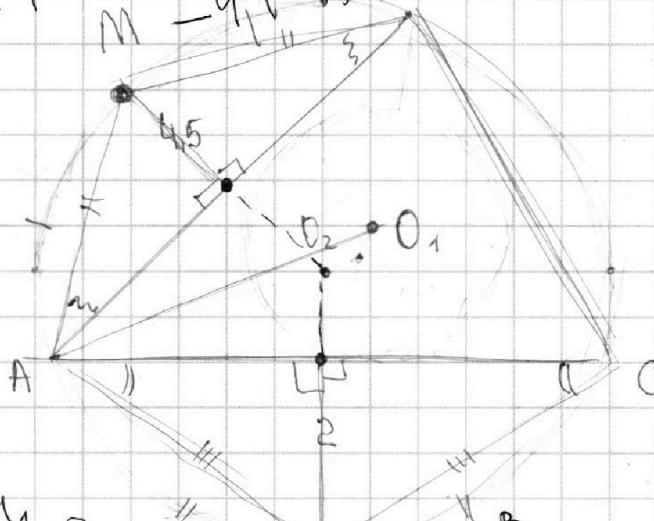
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

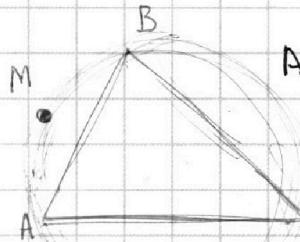
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-4. 1+3 \quad 2-3 \rightarrow 1-3-3-3.$$



$$M = 2\sqrt{6}^2 \quad 42.$$



$$180^\circ - 2\alpha - x - 90^\circ + x + \beta \\ 90^\circ - x + \beta - x$$

$$180^\circ - 2\alpha - 2\beta =$$

$$\begin{array}{l} a \\ b \end{array} \quad \begin{array}{l} x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} 90^\circ - \alpha \\ 90^\circ - \beta \end{array}$$

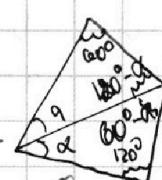
$$m_A = \sqrt{180^\circ - 2\alpha - 2\beta}$$

$$90^\circ - \alpha - \beta.$$

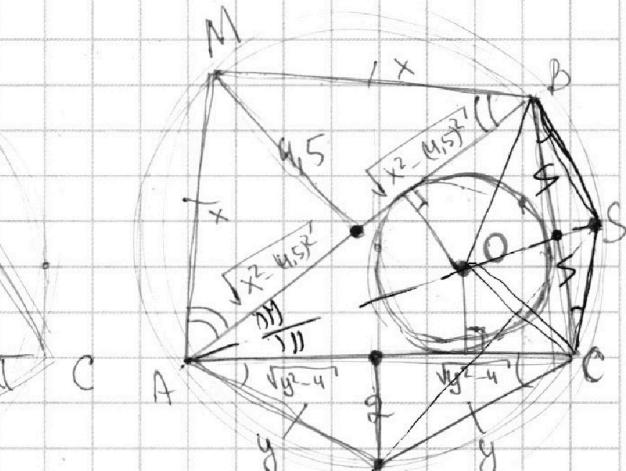
$$180^\circ - 2\alpha - 90^\circ + \alpha + \beta = \gamma =$$

$$= 90^\circ - \alpha + \beta$$

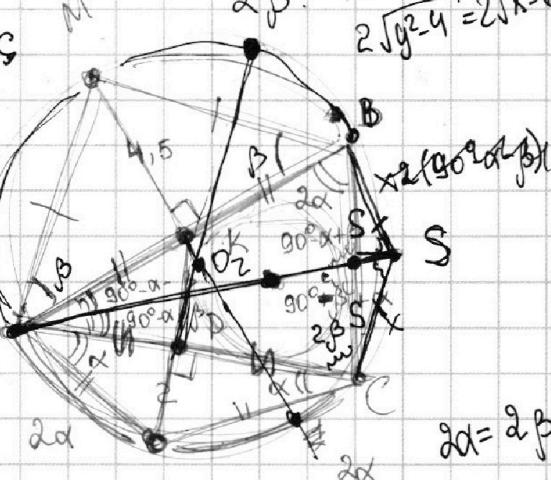
$$180^\circ - 90^\circ + \alpha + \beta - 2\beta = 90^\circ + \beta + \alpha$$



$$180^\circ - 2\alpha - 90^\circ + \alpha + \beta = 90^\circ - \alpha + \beta$$



$$2B \cdot N \quad 2\sqrt{g^2 - 4} = 2\sqrt{x^2 - 6^2}$$



$$2d = 2B.$$

$$N \quad \text{CAB} = 4\alpha + 4(90^\circ - \alpha - \beta) = \\ 360^\circ - 4\alpha - 4\beta. \quad 90^\circ$$

$$180^\circ - 2\alpha - 2\beta =$$

$$90^\circ - \alpha - \beta$$

$$180^\circ - 2\alpha - 90^\circ + \alpha + \beta = 90^\circ - \alpha + \beta$$

$$180^\circ - 90^\circ + \alpha + \beta - 2\beta = 90^\circ + \beta + \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \quad (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \quad (2) \end{cases}$$

равно 2 решения?

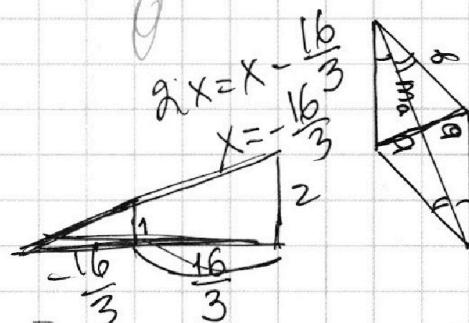
$$(1) \quad y = ax + 10b \quad (2)$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1) \geq 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 \geq 1$$

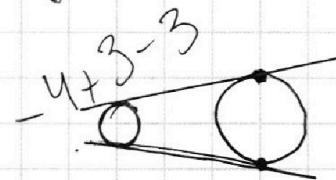
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{8}{x^2 + y^2}$$



$$(1) \quad y = ax + 10b$$

$$(2) \quad \begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1) \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$



$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1) \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4. \end{cases}$$

$$-8A + C > 0$$

$$Ax + By + C + 16A + 2C = C$$

$$-16A = -C$$

$$1 - 8A + C = 1 \quad C = 16A.$$

$$J(-8, 0) = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$2 = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\sqrt{A^2 + B^2} = \frac{|C|}{2}$$

$$1 - 8A + C = 1 \quad |C|$$

$$-8A + 2C = 0$$

$$-8A = -C \quad 8A = C$$

$$1 = \frac{24a}{a} \quad 2 = \frac{|C|}{1 - 8A + C}$$

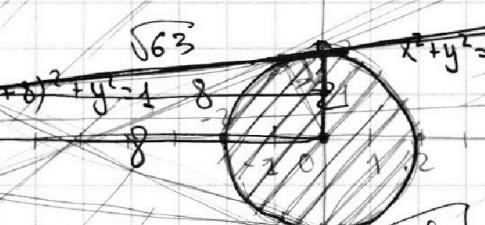
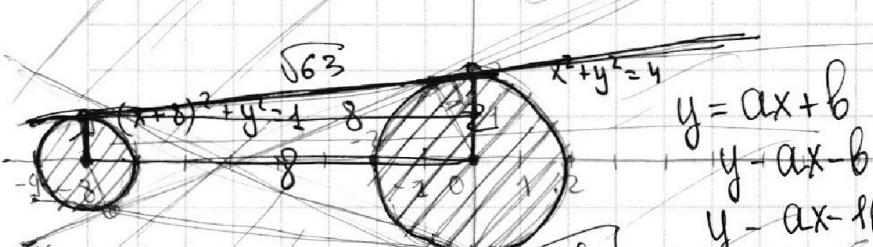
$$\frac{28}{3} + \frac{8}{3}$$

$$\frac{29}{3}$$

$$J(0, 1, K) = 1 \quad 2 = \frac{|C|}{1 - 8A + C}$$

$$P(\quad) \quad 2 = \frac{|C|}{1 - 8A + C} \quad 2 - 8A + C = |C|$$

$$2 = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



$$y = ax + b$$

$$y - ax - b = 0 \Rightarrow$$

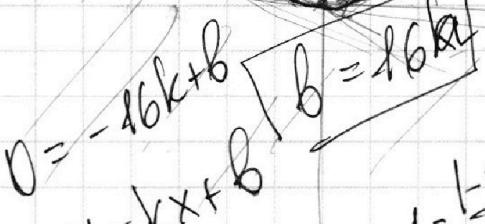
$$y - ax - 16a = 0.$$

$$1 = \frac{24a}{a}$$

$$-8A = -C$$

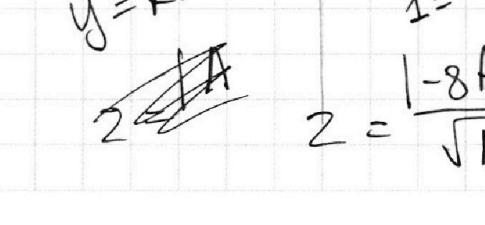
$$8A = C$$

$$\sqrt{A^2 + B^2} = 1 - 8A + C$$



$$1 = \frac{1 - 8A + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$2 = \frac{1 - 8A + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

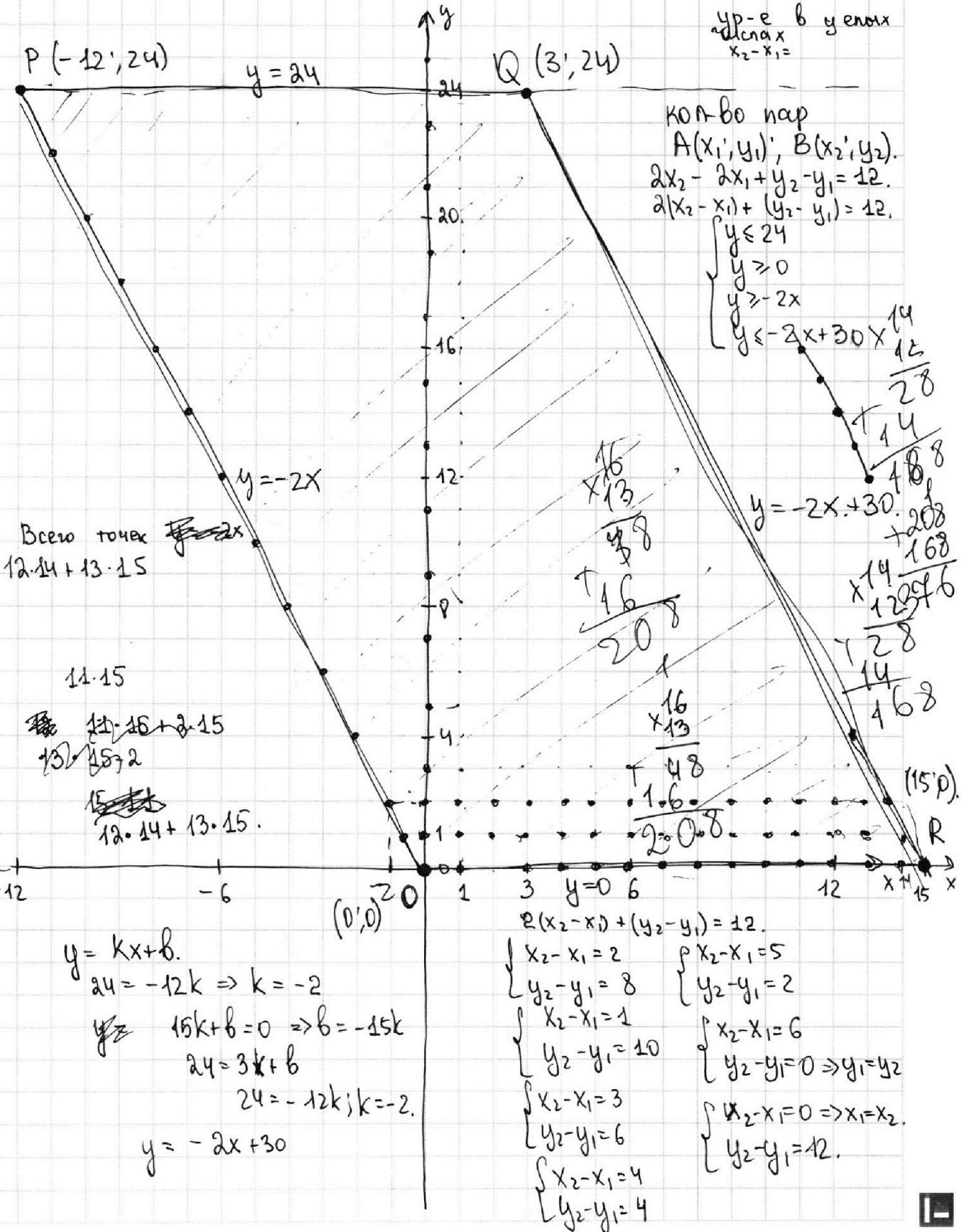
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} \\bc &: 2^{12} \cdot 7^{17} \quad (abc)_{\text{наш}} - ? \\ac &: 2^{20} \cdot 7^{37}\end{aligned}$$

$$abc \quad abc : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$\cancel{abc} : \cancel{2^{14} \cdot 7^{10}}$$

$$\cancel{abc} : \cancel{2^{14} \cdot 7^{10}}$$

$$\begin{aligned}ab & ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \\ac & ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \quad \exists x \in A \text{ и } y \in B \Leftrightarrow \\& \frac{b}{c} = \frac{1}{26 \cdot 7^{24}} \quad \exists x \in S \text{ и } y \in T \\& b = \boxed{2^{6} \cdot 7^{24} \cdot c}\end{aligned}$$

$$x^2 + 3x - 3 \leq 0$$

$$x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$f = \underbrace{2x^2 + 2x + 3}_{\Delta = 4} + \underbrace{2x^2 + 2x + 1}_{\Delta = 1}$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = x$$

$$0 = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$0 = \underbrace{(x - x_1)}_{x = x_1} (x - x_2) - x_1 - x_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

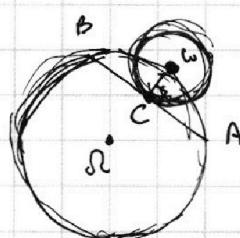
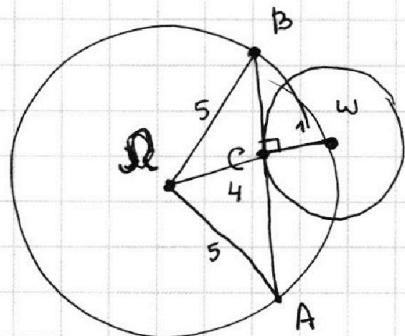
решение которой представлено на странице:



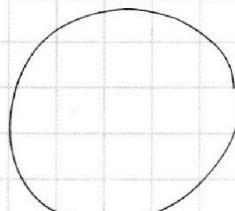
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



19904



21904.

$$\begin{aligned} & 85 \\ & 396 \\ & \times 49 \\ \hline & 3564 \\ & 1584 \\ & + 19404 \\ \hline & 21904 \end{aligned}$$

$$(\sqrt{49x^2+1})(\sqrt{x^2+1}) = 10$$

$$\sin \angle WBC = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\sin \angle WAB = \frac{CW}{WA} = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$$

$$\frac{AW}{\sin \angle WBC} = \frac{BW}{\sin \angle WAB} = 2R$$

$$\sin \angle BWC = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\sin \angle WBC = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0.$$

$$AC : CB = 7$$

$$\frac{AC}{CB} = 7 \Rightarrow AC = 7CB.$$

$$RW = 1; RA = 5.$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0.$$

$$x = 1$$

$$\begin{aligned} & -49x^4 + 50x^2 - 99 + x - 1 \\ & -49x^4 - 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \\ & -49x^3 + 50x^2 - 99 \\ & -49x^3 - 49x^2 \end{aligned}$$

$$\frac{99x^2 - 99}{99x^2 - 99}$$

$$\sqrt{49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1} = 10.$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^2(x^2 + 1) + (x^2 + 1) = 100.$$

$$(49x^2 + 1)(x^2 + 1) = 100.$$

$$BW = \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$AW = \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$BW = 2RA = 5$$

$$\begin{aligned} R &= 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49 \\ &= 2500 + 396 \cdot 49 \end{aligned}$$

По т. косинусов:

$$AB^2 = BW^2 + WA^2 - 2 \cdot BW \cdot WA \cdot \cos \angle BWA.$$

$$64x^2 = 1 + x^2 + 49x^2 + 1 - 2 \cdot \sqrt{1+x^2}(49x^2+1) \cdot \cos \angle BWA$$

$$14x^2 = 2 - 2\sqrt{(1+x^2)(49x^2+1)} \cdot \cos \angle BWA$$

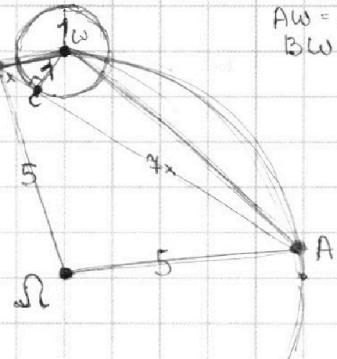
$$\cancel{14x^2} = \cancel{2 - 14x^2}$$

$$\cos \angle BWA = \frac{\sqrt{2(1+x^2)(49x^2+1)}}{14x^2}$$

$$2500$$

$$\frac{-50 + \sqrt{21904}}{2 \cdot 49}$$

$$\begin{aligned} AW &= \sqrt{49x^2 + 1} \\ BW &= \sqrt{x^2 + 1} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AN = CN = x$$
$$AD = \sqrt{AN^2 + DN^2}$$

$$ma = \sqrt{\frac{2x^2 + 2c^2 - ac}{4} - \frac{4-x^2}{4}}$$
$$a = \sqrt{4x^2 - 4x + 4c^2}$$

$$kmn = (a+g+gb)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k > a+g+gb \\ a+g+gb-k < 0 \end{array} \right.$$

$$a+g \leq 0 \rightarrow \text{не может.}$$

$$(a+g)(a+g+gb-k) \leq 0$$

$$(a+g)^2 + gab - k(a+g) \leq 0$$

$$k(a+g)^2 \geq (a+g)^2 + gab$$

$$k(a+g) \geq -gab + a^2 + ga^2$$

$$mr(a+g) = m(a^2 - gab + ga^2).$$

коэффициент

6 ③

коэффициент

$$m(a+g) = mr$$

$$(a+g)^2 + gab$$

$$a^2 + gab + g^2 + gab$$

$$a+g : m \quad a^2 + gab + g^2 : m$$

коэффициент у него м

коэффициент у него м

коэффициент у него м.

коэффициент.

$$\frac{a^2 - gab + g^2}{a+g}$$

$$19404 - \frac{39636719404}{3564} = 250$$

$$kmn = 196.$$

$$25 - \frac{5}{4}$$

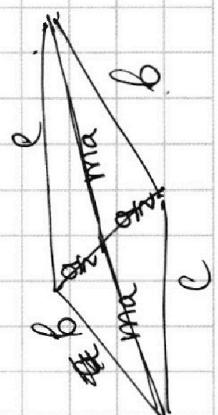
$$- \frac{5}{4} - \frac{5}{4}$$



$$49t^2 + 50t - 99 = 0.$$

$$\Delta = 2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99 =$$

$$ma = \sqrt{\frac{2g^2 + 2c^2 - gc}{4} - \frac{4}{4}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle CO_2B; \quad B\left(-\frac{16}{3}; 0\right).$$

$$BO_2 = \cancel{\frac{16}{3}} \quad \cancel{\text{[diagram]}}$$

$$BO_2 = \frac{16}{3}; \quad CO_2 = 2.$$

6.4

$$BC = \sqrt{4 + \frac{256}{9}} = \sqrt{\frac{36+256}{9}} = \frac{\sqrt{300}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$BC =$$

$$y = kx + b$$

$$B: y = 23.4^{20}$$

$$C: y = 23.4^{20}$$

$$\theta = -\frac{16}{3}k + b.$$

$$\frac{16}{3}k = b$$

$$ax - \cancel{y} + b = 0$$

$$ax - \cancel{y} + b = 0.$$

$$\frac{a+b}{2} \leq ab \quad a+b \leq ab \quad a+b \leq ab \quad a+b \leq ab$$

$$2A = |C|$$

$$C = \frac{16}{3}A = \frac{8|C|}{3}$$

$$k = \cancel{b} \quad l = \frac{8}{3}|C|$$

$$A = -8A + |C|$$

$$A = -8A + 2A$$

$$-A = -8A$$

$$2A = |C|$$

$$A = -8A + C \quad \cancel{A = -8A}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = \cancel{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc} = (a+b+c)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$g(0_1; l) = \frac{|-8a - 10b|}{a} = 1$$

$$g(0_2; l) = \frac{|-8a - 10b|}{a} = 2$$

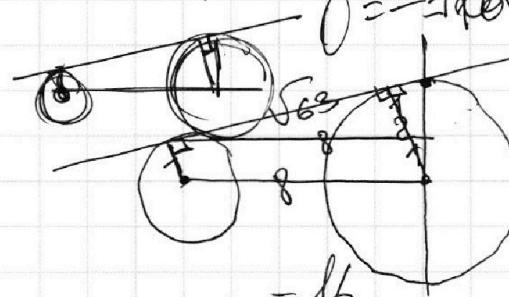
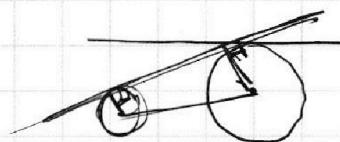
$$|-8a - 10b| = a$$

$$-8a - 10b = 2a$$

$$b = \frac{1}{5}a$$

$$-\frac{16}{3}$$

$$y = ax + b$$



$$|\frac{-8 \cdot \frac{15b}{8} + 10b}{a}| = 1$$

$$\begin{aligned} 5b &= a \\ a &= \frac{15b}{8} = \frac{3a}{8} \end{aligned}$$

$$B\left(-\frac{16}{3}, 0\right)$$

$$y = ax + 10b$$

$$\frac{16}{3} a = 10b$$

$$a = \frac{30b}{16} = \frac{15b}{8}$$

$$\frac{16}{3} x = 10b$$

$$a = \frac{30}{16} b = \frac{15b}{8}$$

$$g(\text{*) } g(0_1; l) = \frac{|-8A + D + C|}{\sqrt{A^2}} = \frac{|-8A + C|}{A}$$

$$1 = \frac{|-8A + C|}{A},$$

$$y = ax + b$$

$$\frac{|-8A + 10b|}{a}$$

$$ax - y + 10b = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

$$2x^2 + 2x + 1.$$

$$\frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -7x + 2.$$

$$x^2 + x^2 - 4x - x + 3$$

$$x^2 - 4x + 4 + x^2 - x - 1$$

$$(x-2)^2 + x^2 - x - 1$$

$$(-7x+2) = (2-7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(-7x+2) - (2-7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = 0$$

$$(2-7x)(1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = 0.$$

$$\cancel{x-2} \cdot \begin{cases} -7x = -2 \Rightarrow x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1. \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 8x^2 + 2x + 1 - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 0.$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 0.$$

$$4x^2 - 3x + 3 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}.$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 4 < 0.$$

$$4x^2 - 3x + 3 \geq 0.$$

$$\frac{2}{7} +$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 = 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 1 = -2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$4x^2 - 3x + 3 > 0.$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0.$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\frac{2}{7} +$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 3 \geq 0.$$

$$4x^2 - 3x + 3 > 0.$$

$$x = \frac{2}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(4)

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

$$2 - 7x \geq 0$$

$$\underbrace{2x^2 - 5x + 3}_{\sim} - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} + \underbrace{2x^2 + 2x + 1}_{\sim} = 2 - 7x.$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3} =$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 2 + 7x = 2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3}$$

$$4x^2 + 4x + 2 = 2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3}.$$

~~$$\frac{4x^2 + 4x + 2}{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3}$$~~

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 \\ \underline{- 4x^4 - 4x^3} \\ \hline - 2x^3 - 2x^2 + x + 3 \\ \underline{- 2x^3 - 2x^2} \\ \hline - 4x^2 + x + 3 \\ \underline{- 4x^2 + 4x} \\ \hline - 3x + 3 \\ \underline{- 3x + 3} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x-1)(4x^3 - 2x^2 - 4x - 3).$$

$$\cdot \forall x \in A \text{ при } 0 < n \cdot 3 \cdot n - 5 = 0$$

$$ab : 2^{11} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{12} \cdot 7^{14}$$

$$abc : 2^{23} \cdot 7^{24}$$

Найдем. Возм. abc -?
(произведение).

$$F = \frac{h}{h} = \frac{h}{F-3} = 2x$$

$$\frac{z}{z} = \frac{h}{h+1} = x$$

$$F = 8 \cdot h - 3 = 0$$

$$8x^2 - 5x + 3$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = F$$

$$G = x t_1$$

$$D = x t_2$$

$$0 = (1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3}) + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} (xt_1 - xt_2) = 0$$

$$0 = (F - x t_1) + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} (xt_1 - xt_2) - (G + xt_2) =$$

$$0 = (2 - 7x) + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} (xt_1 - xt_2) - (G + xt_2) =$$